



PUC Minas

Cálculo 1

Aula 05

Wesley Luiz
Professor



PUC Minas

Aula 05

CÁLCULO APLICADO 1

- ✓ Função linear
 - ✓ Interseções com os eixos coordenados
 - ✓ Crescimento e decrescimento
- ✓ Função Quadrática

Exercícios:

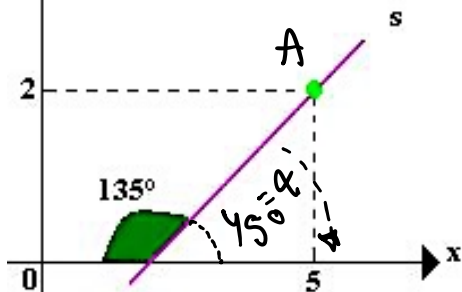
Lista 2 – Funções Lineares e Quadráticas
Livro: Cálculo V.1 (Stewart) – Cap. 1.2



Exemplo (continuação):

Determine a equação reduzida das retas r e s, indicadas abaixo:

Reta definida por
um ponto e inclinação



$$y - y_1 = a(x - x_1)$$

- 1) $a = ??$
- 2) Pto $\rightarrow (x_1, y_1)$

Sabe-se da reta s.

• Ponto: $A(5, 2) \in \text{reta } S \rightarrow (x_1, y_1)$

• Inclinação: $\alpha = 45^\circ \rightarrow a = \text{tg}(45^\circ) = 1$

$$180^\circ = 135^\circ + \alpha$$

$$\alpha = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ$$

A equação da reta:

$$a = 1$$

$$(x_1, y_1) = (5, 2)$$

$$y - 2 = 1(x - 5)$$

$$y - 2 = x - 5$$

$$y = x - 5 + 2$$

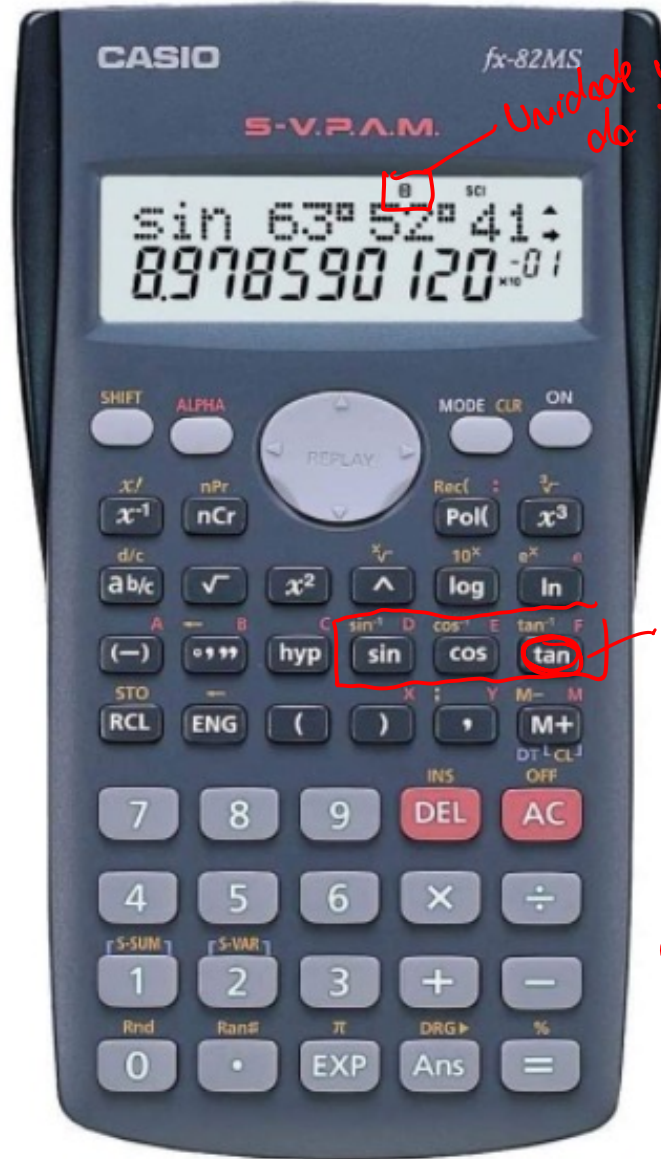
$$y = x - 3$$

Eq. Reduzida da
Reta s.



Aula 05

1



Unidade
do ângulo

coef.
Angular
tg(α)

α / graus
 α / rad



D → graus

R → Radianos

G → Graus



Aula 05

C1

Equações de Reta

$$(y - y_1) = a(x - x_1)$$

Equação FUNDAMENTAL da Reta

Equação REDUZIDA
da Reta

$$y = ax + b$$

Equação GERAL
da Reta

$$Ax + By + C = 0$$

$a = \text{coef. angular}$

$b = \text{coef. linear}$

$A \neq \text{coef. Angular}$

$B \neq \text{coef. linear}$

$a = ??$
 $(x, y) = ??$



Aula 05

U1

Interseções com os eixos

➤ Eixo das Ordenadas (OY)

O ponto de interseção da função (linear) com o eixo OY é determinado pela imagem em $x = 0$.
Ou seja, $(0, y)$ onde

$$y = f(0)$$

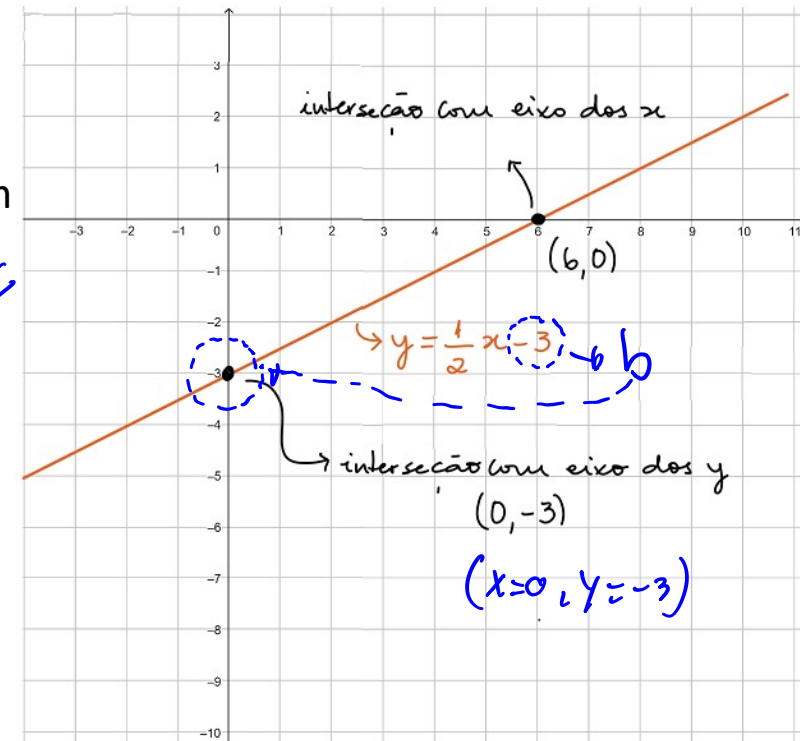
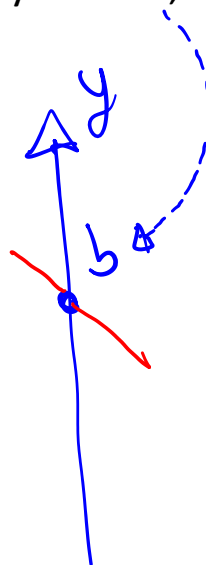
Como vimos nas retas, $y = ax + b$, esse ponto é o coeficiente linear b .

$$y = ax + b$$

$$y = a(0) + b$$

$$y = 0 + b$$

$$\boxed{y = b}$$





Aula 05

1

Interseções com os eixos

➤ Eixo das Abcissas (OX)

O ponto de interseção da função (linear) com o eixo OX é chamado de raíz da função e é determinado pela valor x , tal que, $y = f(x) = 0$. Ou seja, $(x, 0)$ onde

$$\boxed{y = 0}$$
$$f(x) = 0$$

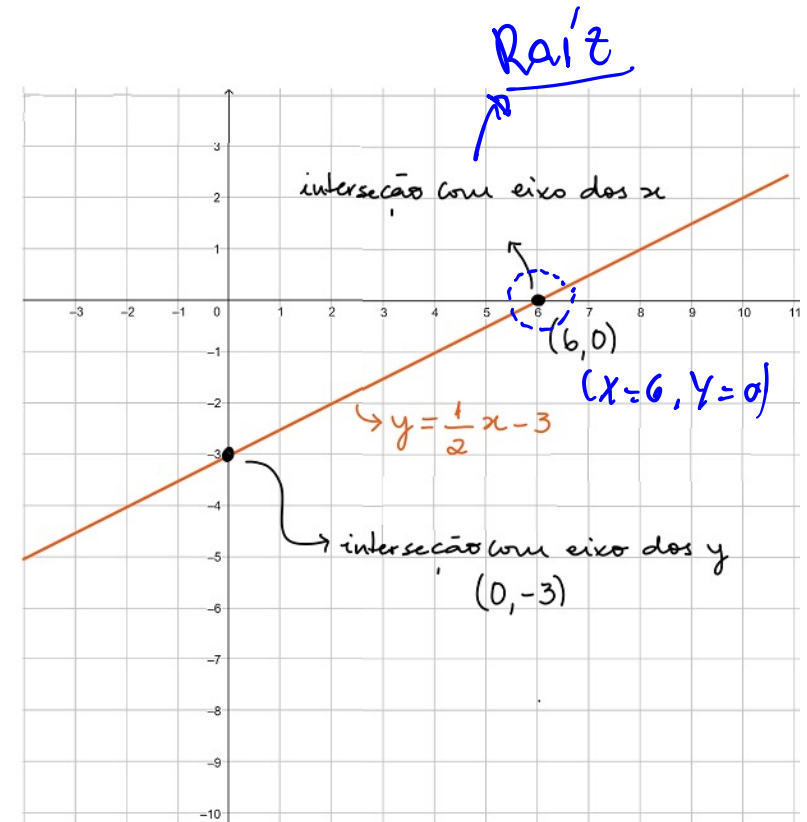
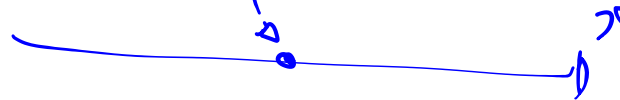
$$y = ax + b$$

$$0 = ax + b$$

$$-b = ax$$

$$ax = -b$$

$$\boxed{x = -\frac{b}{a}}$$



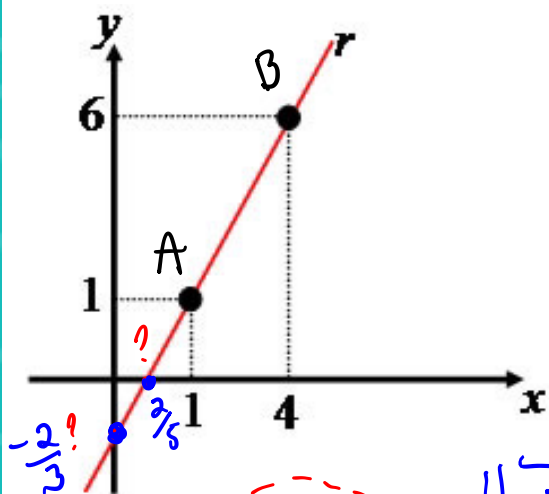


Aula 05

1

Exemplo

Determine a equação da reta r (reduzida e geral) e indique seus pontos de interseção com os eixos.



• Equação da Reta

→ $A(1, 1)$ e $B(4, 6) \in$ reta

1) Ponto $A(1, 1)$ 2) $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6-1}{4-1} = \frac{5}{3}$

Equação → $y - y_1 = a(x - x_1)$

$$y - 1 = \frac{5}{3}(x - 1)$$

$$y - 1 = \frac{5}{3}x - \frac{5}{3}$$

$$y = \frac{5}{3}x - \frac{5}{3} + 1$$

$$\boxed{y = \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}} \rightarrow \text{Equação Reduzida}$$

$$\frac{5x}{3} - \frac{2}{3} - y = 0 \quad (\times 3)$$

$$\cancel{3} \frac{5x}{\cancel{3}} - \cancel{3} \frac{2}{\cancel{3}} - 3y = 3 \cdot 0$$

$$5x - 2 - 3y = 0$$

$$\boxed{5x - 3y - 2 = 0}$$

↳ Equação GERAL



Aula 05

C1

• Interseções

* Eixo OY

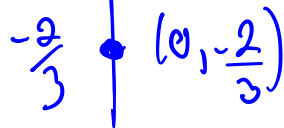
$$\hookrightarrow x=0$$

$(0, b) \rightarrow b$ coef. linear

Como

$$y = \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$b = -\frac{2}{3}$$



* Eixo OX

$$\hookrightarrow y=0$$

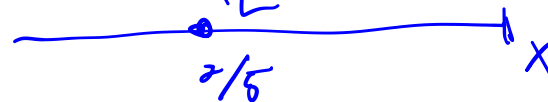
$$y = \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$0 = \frac{5}{3}x - \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{5}{3}x$$

$$5x = 2$$

$$x = \frac{2}{5}$$



$$5x - 3y - 2 = 0$$

$$5x - 3(0) - 2 = 0$$

$$5x - 2 = 0$$

$$5x = 2$$

$$x = \frac{2}{5}$$

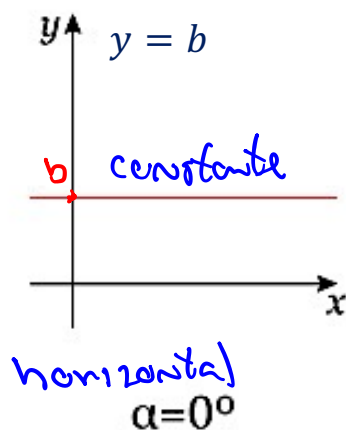


Aula 05

1

Coefficiente angular X Crescimento e decrescimento

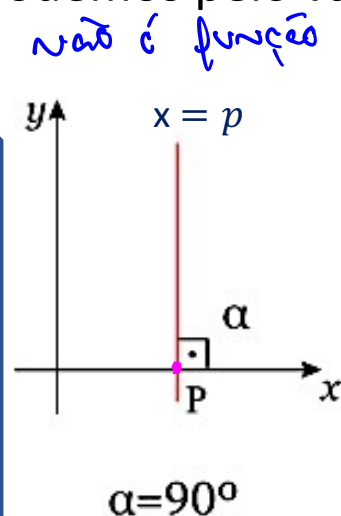
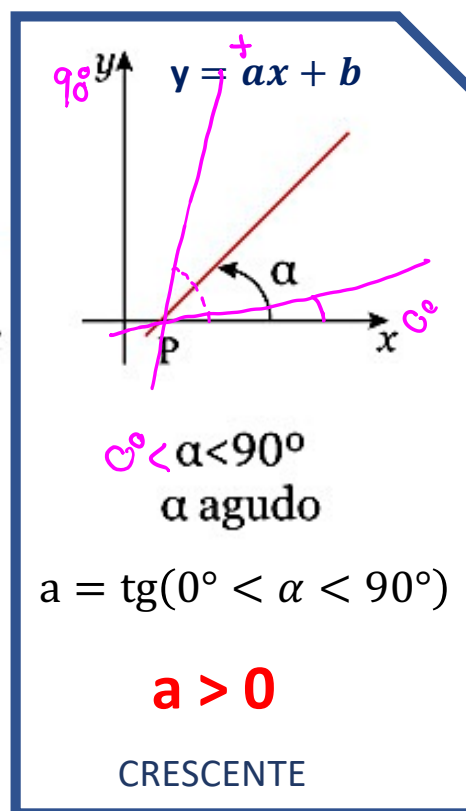
Sabemos que o coeficiente angular é determinado por $a = \text{tg}(\alpha)$, onde α é a inclinação da reta. Por isso, podemos pelo valor de a , identificar a inclinação.



$$a = \text{tg}(0^\circ)$$

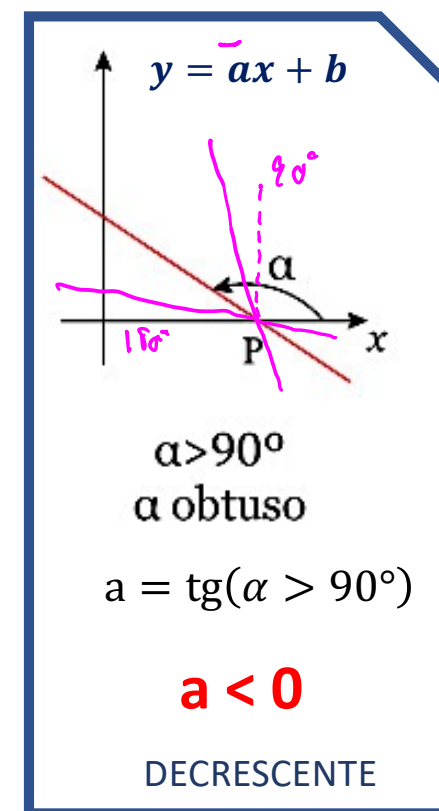
$$a = 0$$

$$y = 0x + b$$
$$y = b$$



$$a = \text{tg}(90^\circ)$$

$$a = \nexists$$





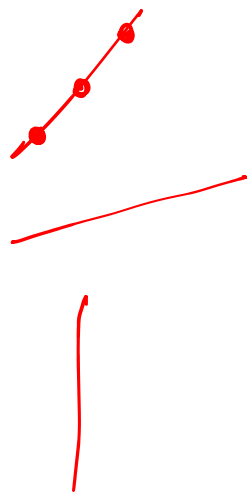
Exemplo

$$y = 2x - 2$$

$a = 2$
 $2 > 0$
Reta \nearrow
Crescente

$$b = -2$$

Interseção OY
 $y = -2$

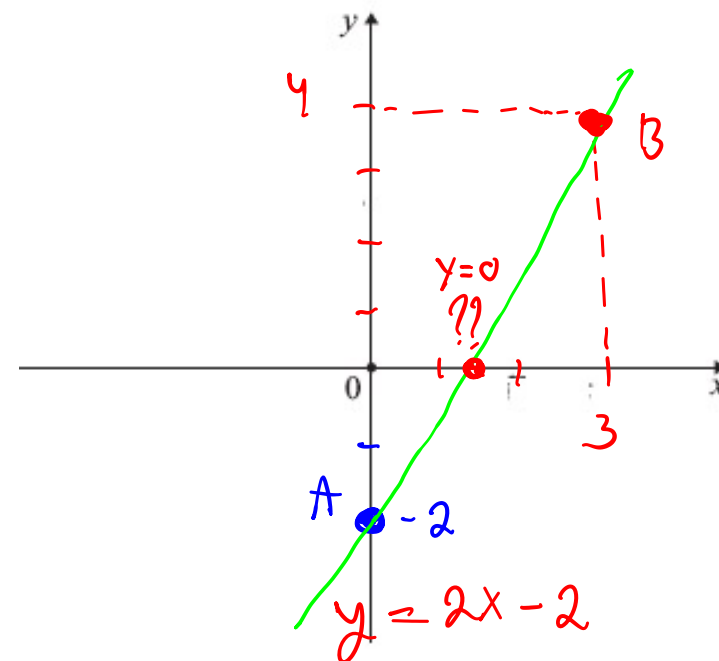


Para construir o gráfico da reta é necessário conhecer 2 pontos da reta.

• Grátis $\rightarrow (0, b) = (0, -2) \rightarrow \text{pto } A$

• 2º ponto $\rightarrow B(x, y)$

Escolhido! $x = 3 \rightarrow y = 2(3) - 2 = 6 - 2 = 4 \rightarrow (3, 4)$





Exemplo

$$y = -x + 3$$

$a = -1$ \rightarrow decrescente

$b = 3$ \rightarrow $\uparrow 3$

1º ponto) $(0, 3)$

2º ponto) Escolhido $y = 4$

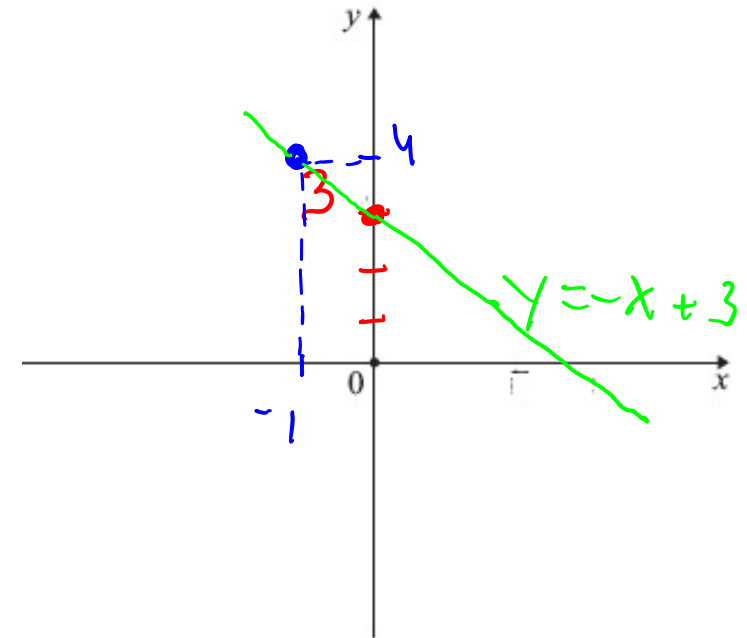
$$4 = -x + 3$$

$$4 - 3 = -x$$

$$1 = -x$$

$$x = -1$$

$$(-1, 4)$$





Exemplo

$$-2x + 3y + 1 = 0$$

$$a = ??$$

$$b = ??$$

Gráfico \rightarrow 2 pontos quaisquer!

1ª) Escolha: $x = 2$

$$-2(2) + 3y + 1 = 0$$

$$-4 + 3y + 1 = 0$$

$$3y - 3 = 0$$

$$3y = 3$$

$$y = \frac{3}{3}$$

$$y = 1 \rightarrow \boxed{(2, 1)}$$

2ª) Escolha: $y = 3$

$$-2x + 3(3) + 1 = 0$$

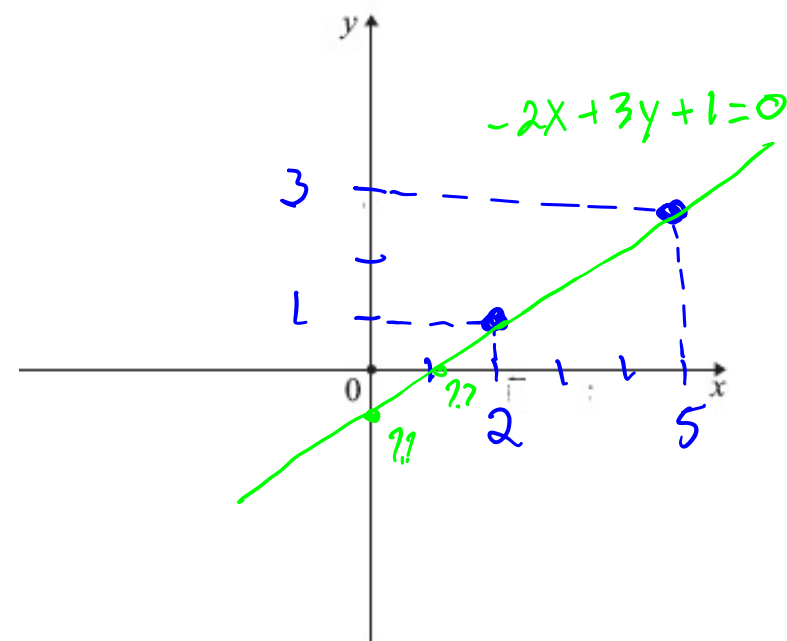
$$-2x + 9 + 1 = 0$$

$$-2x + 10 = 0$$

$$-2x = -10$$

$$x = \frac{-10}{-2}$$

$$x = 5 \rightarrow \boxed{(5, 3)}$$





Exemplo

$$3y - 6 = 0 \quad \text{Eq. Geral}$$

$$0x + 3y - 6 = 0 \quad A=0 \quad B=3 \quad C=-6$$

Reduzindo

$$3y - 6 = 0$$

$$3y = 6$$

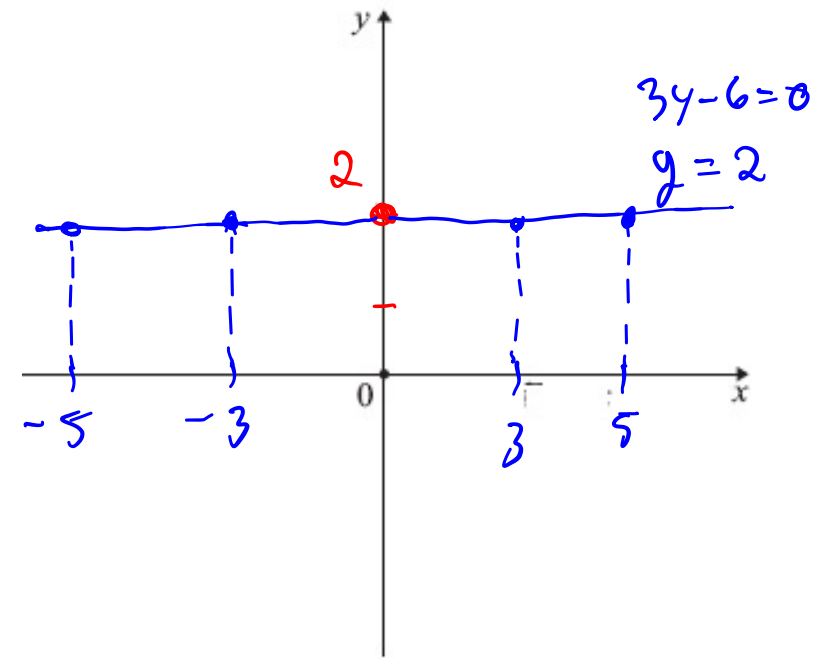
$$y = \frac{6}{3}$$

$$\boxed{y = 2} \quad \text{Eq. Reduzida}$$

$A=0 \rightarrow$ reta horizontal = função constante

$B=3 \rightarrow$ interseção com eixo OY

1º) Grátis $\rightarrow (0, b) = (0, 2)$



$$\begin{array}{l} 2^\circ) \text{ Escalado } x=5 \\ y=2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} y = 0(5) + 2 \\ y = 2 \end{array}$$