Árvore-B Busca e Inserção

Organização e Recuperação de Dados Profa. Valéria

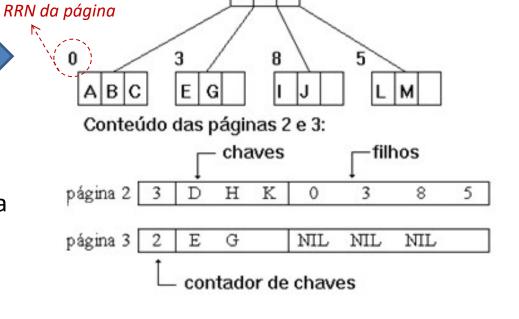
UEM - CTC - DIN

Busca e inserção em árvore-B

Possível estrutura de página de árvore-B em C

Parte de uma árvore-Bde ordem 4

- O arquivo da árvore-B:
 - Registros de tamanho fixo
 - Cada registro armazena uma página da árvore-B



DHK

- ☐ Algoritmo de busca na árvore-B
 - Recursivo
 - Descida na árvore
 - Trabalha em 2 etapas:
 - Alterna entre busca de páginas e busca "dentro" da página

```
→ Parâmetros de entrada
FUNÇÃO busca ((RRN, CHAVE,)RRN ENCONTRADO, POS ENCONTRADA)
se RRN == NULO então /* condição de parada */
   retorne NAO ENCONTRADO
senão
   leia a página armazenada no RRN para PAG
   ENCONTRADA = busca na pagina (CHAVE, PAG, POS)
   /* POS recebe a posição em que CHAVE ocorre
      ou deveria ocorrer se estivesse em PAG */
   se ENCONTRADA então
        RRN ENCONTRADO := RRN /* RRN da página que contém a chave */
        POS ENCONTRADO := POS /* posição da chave na página*/
        retorne ENCONTRADO
                 /* siga o ponteiro para a próxima página da busca */
   senão
        retorne(busca(PAG.FILHOS[POS], CHAVE, RRN ENCONTRADO, POS ENCONTRADA))
   fim se
fim se
fim FUNÇÃO
```

```
Parâmetros de retorno
FUNÇÃO busca (RRN, CHAVE, RRN ENCONTRADO, POS ENCONTRADA)
se RRN == NULO então /* condição de parada */
   retorne NAO ENCONTRADO
senão
   leia a página armazenada no RRN para PAG
   ENCONTRADA = busca na pagina (CHAVE, PAG, POS)
   /* POS recebe a posição em que CHAVE ocorre
      ou deveria ocorrer se estivesse em PAG */
   se ENCONTRADA então
        RRN ENCONTRADO := RRN /* RRN da página que contém a chave */
        POS ENCONTRADO := POS /* posição da chave na página*/
        retorne ENCONTRADO
                /* siga o ponteiro para a próxima página da busca */
   senão
        retorne(busca(PAG.FILHOS[POS], CHAVE, RRN ENCONTRADO, POS ENCONTRADA))
   fim se
fim se
fim FUNÇÃO
```

```
FUNÇÃO busca (RRN, CHAVE, RRN ENCONTRADO, POS ENCONTRADA)
retorne NAO ENCONTRADO
senão
  leia a página armazenada no RRN para PAG
  ENCONTRADA = busca na pagina (CHAVE, PAG, POS)
   /* POS recebe a posição em que CHAVE ocorre
     ou deveria ocorrer se estivesse em PAG */
   se ENCONTRADA então
       RRN ENCONTRADO := RRN /* RRN da página que contém a chave */
       POS ENCONTRADO := POS /* posição da chave na página*/
       retorne ENCONTRADO
               /* siga o ponteiro para a próxima página da busca */
   senão
       retorne(busca(PAG.FILHOS[POS], CHAVE, RRN ENCONTRADO, POS ENCONTRADA)
  fim se
fim se
                                                  Chamada recursiva
fim FUNÇÃO
```

```
FUNÇÃO busca (RRN, CHAVE, RRN ENCONTRADO, POS ENCONTRADA)
retorne NAO ENCONTRADO
senão
  leia a página armazenada no RRN para PAG
  ENCONTRADA = busca na pagina (CHAVE, PAG, POS)
   /* POS recebe a posição em que CHAVE ocorre
     ou deveria ocorrer se estivesse em PAG */
   se ENCONTRADA então
       RRN ENCONTRADO := RRN /* RRN da página que contém a chave */
       POS ENCONTRADO := POS /* posição da chave na página*/
       retorne ENCONTRADO
               /* siga o ponteiro para a próxima página da busca */
   senão
       retorne(busca(PAG.FILHOS[POS], CHAVE, RRN ENCONTRADO, POS ENCONTRADA))
  fim se
fim se
fim FUNÇÃO
```

```
FUNÇÃO busca_na_pagina (CHAVE, PAG) POS) {
    faça i receber 0
    enquanto i < PAG.CONTACHAVES e CHAVE > PAG.CHAVE[i] faça
        incremente i
    faça POS receber i
    se POS < PAG.CONTACHAVES e CHAVE é igual a PAG.CHAVE[POS] então
        retorne ENCONTRADO
    senão
    retorne NAO_ENCONTRADO
}
```

```
FUNÇÃO busca_na_pagina(CHAVE, PAG, POS)

faça i receber 0

enquanto i < PAG.CONTACHAVES e CHAVE > PAG.CHAVE[i] faça

incremente i

faça POS receber i

se POS < PAG.CONTACHAVES e CHAVE é igual a PAG.CHAVE[POS] então

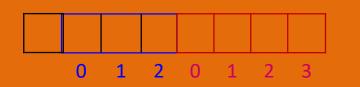
retorne ENCONTRADO

senão

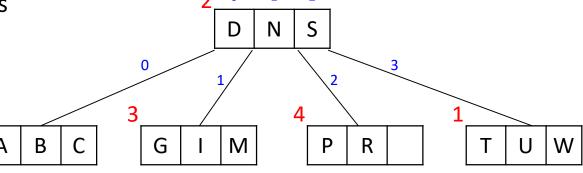
retorne NAO_ENCONTRADO
```

```
FUNÇÃO busca_na_pagina(CHAVE, PAG, POS) {
    faça i receber 0
    enquanto i < PAG.CONTACHAVES e CHAVE > PAG.CHAVE[i] faça
        incremente i
    faça POS receber i
    se POS < PAG.CONTACHAVES e CHAVE é igual a PAG.CHAVE[POS] então
        retorne ENCONTRADO
    senão
    retorne NAO_ENCONTRADO
}</pre>
```

- ☐ A **busca recursiva** se inicia na página raiz da árvore-B
- Para cada página lida, busca-se internamente pela chave (busca_na_pagina)
 - Se a chave for encontrada:
 - A função retorna ENCONTRADA
 - O RRN da página na qual a chave foi encontrada é retornado em RRN_ENCONTRADO
 - A posição chave no vetor de chaves da página volta em POS_ENCONTRADA
 - Se a chave não for encontrada, a busca prossegue até encontrar um ponteiro NULO em uma das folhas, retornando NAO ENCONTRADO
- Na primeira chamada da função busca, o RRN da página raiz é passado como parâmetro



Exercício: Simule a busca pelas chaves *K* e *P* usando a função *search*



```
FUNÇÃO busca (RRN, CHAVE, RRN_ENCONTRADO, POS_ENCONTRADA)

se RRN == NULO então
    retorne NAO_ENCONTRADO

senão
    leia a página armazenada no RRN para PAG
    ENCONTRADA = busca_na_pagina(CHAVE, PAG, POS)

se ENCONTRADA então
    RRN_ENCONTRADO := RRN
    POS_ENCONTRADO := POS
    retorne ENCONTRADO

senão
    retorne (busca (PAG.FILHOS[POS], CHAVE, RRN_ENCONTRADO, POS_ENCONTRADA))

fim se

fim se

fim FUNÇÃO
```

- Algoritmo de inserção em árvore-B
 - Começa com uma busca
 - Inicia a busca pela raiz e continua até alcançar uma folha
 - Uma vez localizada a posição de inserção (SEMPRE em uma folha), pode ser necessário realizar divisão e promoção, sempre de baixo para cima
 - O algoritmo pode então ser pensado em 3 partes:
 - Busca pela chave na página atual, como em busca, antes da chamada recursiva
 - Chamada recursiva para fazer a "descida" na árvore (até encontrar um ponteiro nulo, que estará em uma folha)
 - Inserção, divisão e promoção (se necessário) executadas no retorno da chamada recursiva, fazendo com que esses processos ocorram na "subida" da árvore

□ FUNÇÃO insere (RRN_ATUAL, CHAVE, FILHO_D_PRO, CHAVE_PRO)

– Argumentos:

- 1. RRN_ATUAL: contém o RRN da página que está atualmente em uso (inicialmente, a raiz)
- 2. CHAVE: contém a chave a ser inserida
- 3. CHAVE_PRO: usado para armazenar um <u>valor de retorno.</u>
 Se a inserção da chave resultar em divisão e promoção, CHAVE_PRO conterá a chave promovida
- 4. FILHO_D_PRO: usado para armazenar um valor de retorno. Se houver uma divisão, os níveis superiores da sequência de chamadas devem inserir não apenas a chave promovida, mas também o RRN da nova página criada na divisão
 - Quando houver uma CHAVE_PRO, FILHO_D_PRO conterá o ponteiro para o seu filho direito (que corresponde a nova página resultante da divisão)

- ☐ Valores de retorno da função insere
 - 1. PROMOCAO, se uma chave está sendo promovida
 - 2. SEM_PROMOCAO, se a inserção foi feita sem necessidade de dividir a página
 - 3. ERRO, se a inserção não puder ser realizada (chave duplicada)
- Variáveis locais importantes da função insere:
 - PAG: página que está sendo examinada
 - NOVAPAG: nova página que é criada caso ocorra uma divisão
 - POS: posição da chave em PAG, se ela estiver lá; caso contrário, a posição em que deve ser inserida (ou a posição do ponteiro para a próxima página)
 - RRN_PRO: recebe o valor do RRN da página promovida para o nível corrente (via FILHO_D_PRO)
 - Se uma divisão ocorre no nível imediatamente inferior, RRN_PRO contém o RRN da nova página criada durante a divisão. RRN_PRO é o filho direito que deve ser inserido junto com CHV PRO em PAG
 - CHV_PRO: recebe o valor da chave promovida para o nível corrente (via CHAVE_PRO)

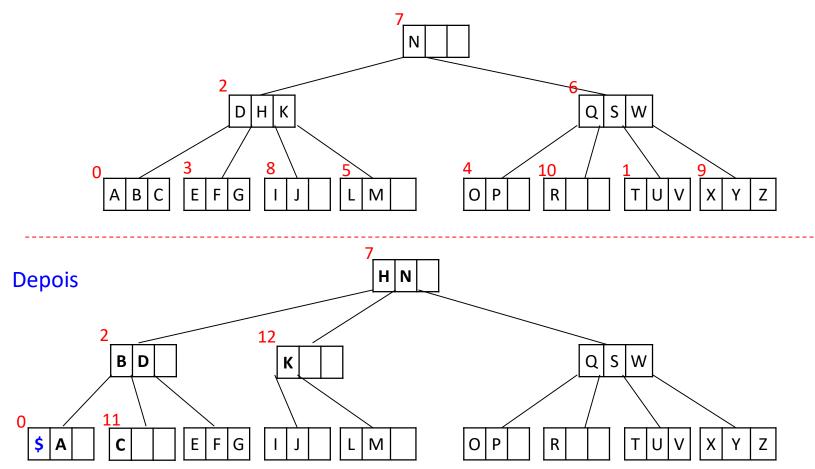
```
Parâmetros de entrada
FUNÇÃO insere(RRN ATUAL, CHAVE, FILHO D PRO, CHAVE PRO)
  se RRN ATUAL == NULO então /* condição de parada */
       CHAVE PRO := CHAVE
       FILHO D PRO := NULO
       retorne PROMOCAO
  senão
        leia a página armazenada em RRN ATUAL para PAG
       ENCONTRADA = busca na pagina (CHAVE, PAG, POS)
  fim se
  se ENCONTRADA então
        imprima mensagem de chave duplicada
                                        Parâmetros de
       retorne ERRO
                                        entrada
  fim se
  RETORNO:= insere(PAG.FILHOS[POS], CHAVE, RRN_PRO, CHV_PRO)
                       /*continua no próximo slide*/
```

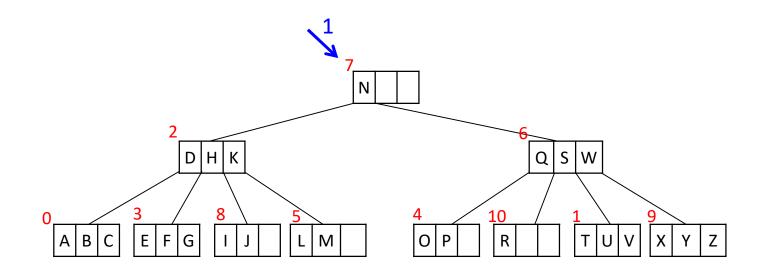
```
FUNÇÃO insere(RRN ATUAL, CHAVE, FILHO D PRO, CHAVE PRO)
   se RRN ATUAL == NULO então /* condição de parada */
        CHAVE PRO := CHAVE
                                                     Parâmetros de
                                                     retorno
        FILHO D PRO := NULO
        retorne PROMOCAO
   senão
        leia a página armazenada em RRN ATUAL para PAG
       ENCONTRADA = busca na pagina (CHAVE, PAG, POS)
   fim se
                                                            Variáveis que
   se ENCONTRADA então
                                                            recebem os
        imprima mensagem de chave duplicada
                                                            parâmetros
        retorne ERRO
                                                            de retorno
   fim se
  RETORNO:= insere(PAG.FILHOS[POS], CHAVE, RRN PRO, CHV PRO)
                       /*continua no próximo slide*/
```

```
FUNÇÃO insere(RRN ATUAL, CHAVE, FILHO D PRO, CHAVE PRO)
  se RRN ATUAL == NULO então /* condição de parada */
       CHAVE PRO := CHAVE
       FILHO D PRO := NULO
       retorne PROMOCAO
  senão
       leia a página armazenada em RRN ATUAL para PAG
       ENCONTRADA = busca na pagina (CHAVE, PAG, POS)
  fim se
  se ENCONTRADA então
        imprima mensagem de chave duplicada
       retorne ERRO
  fim se
  RETORNO:= insere(PAG.FILHOS[POS], CHAVE, RRN PRO, CHV PRO)
                      /*continua no próximo slide*/
```

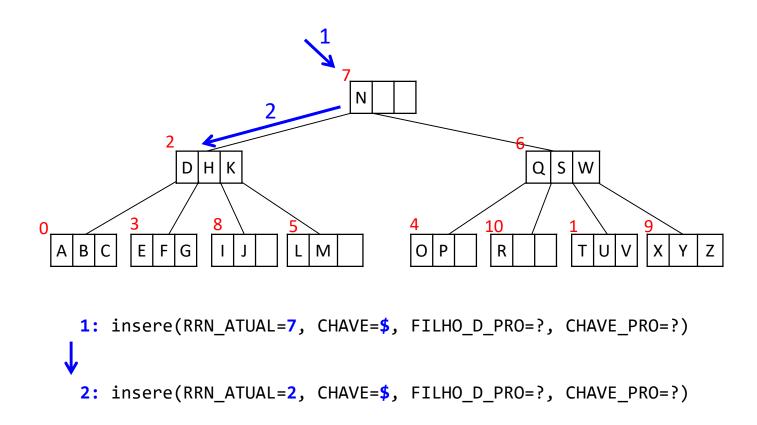
```
/*continuação da função insere, logo após a chamada recursiva*/
   se RETORNO == SEM PROMOCAO ou ERRO então
       retorne RETORNO
   senão
     se existe espaço em PAG para inserir CHV PRO então
       insira CHV PRO e RRN PRO (chave promovida e filha) em PAG
       escreva PAG no arquivo em RRN ATUAL
       retorne SEM PROMOCAO
      senão
       divide(CHV PRO, RRN PRO, PAG, CHAVE PRO, FILHO D PRO, NOVAPAG)
       escreva PAG no arquivo em RRN ATUAL
       escreva NOVAPAG no arquivo em FILHO D PRO
       retorne PROMOCAO
     fim se
   fim se
fim FUNÇÃO
```

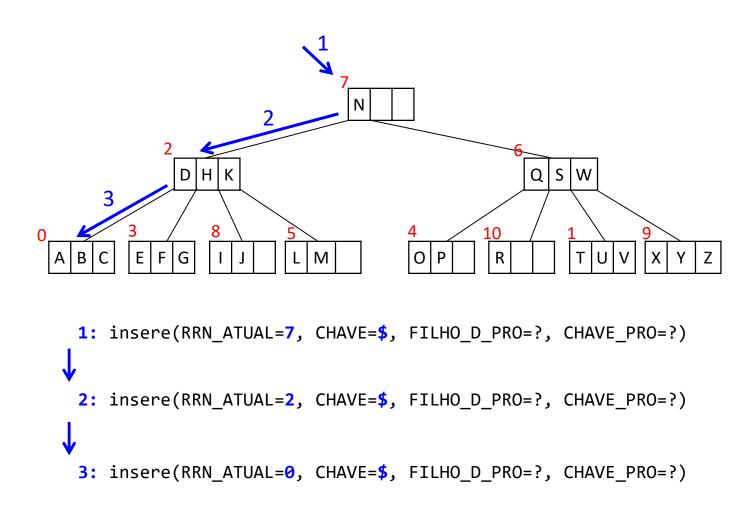
☐ Exemplo: inserção do caractere \$ na árvore-B abaixo

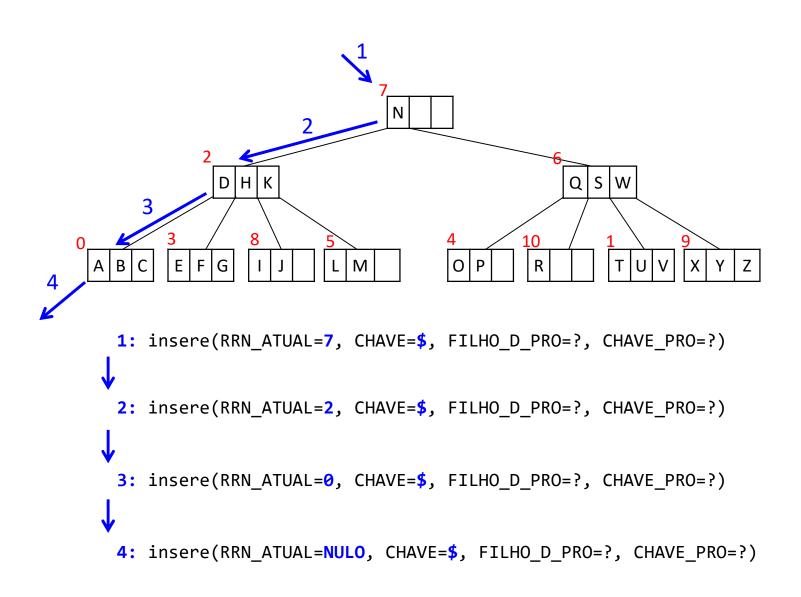


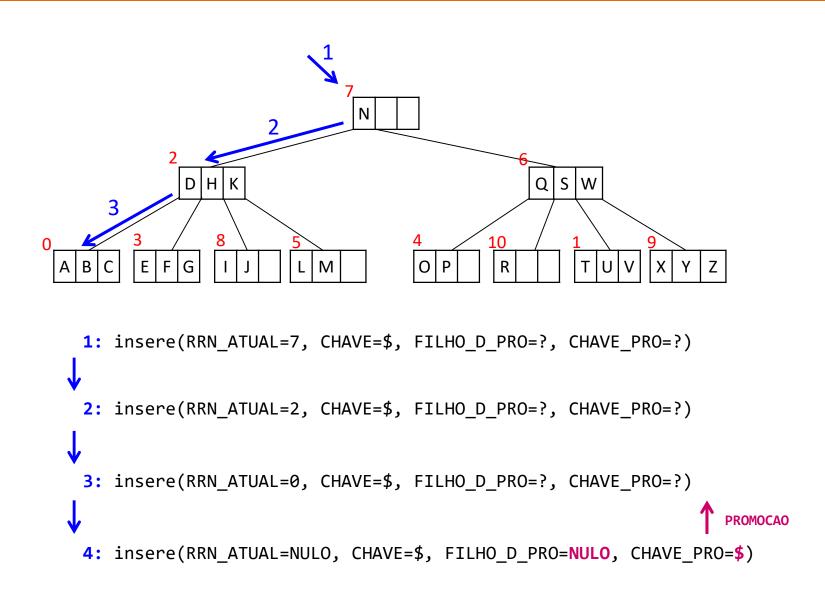


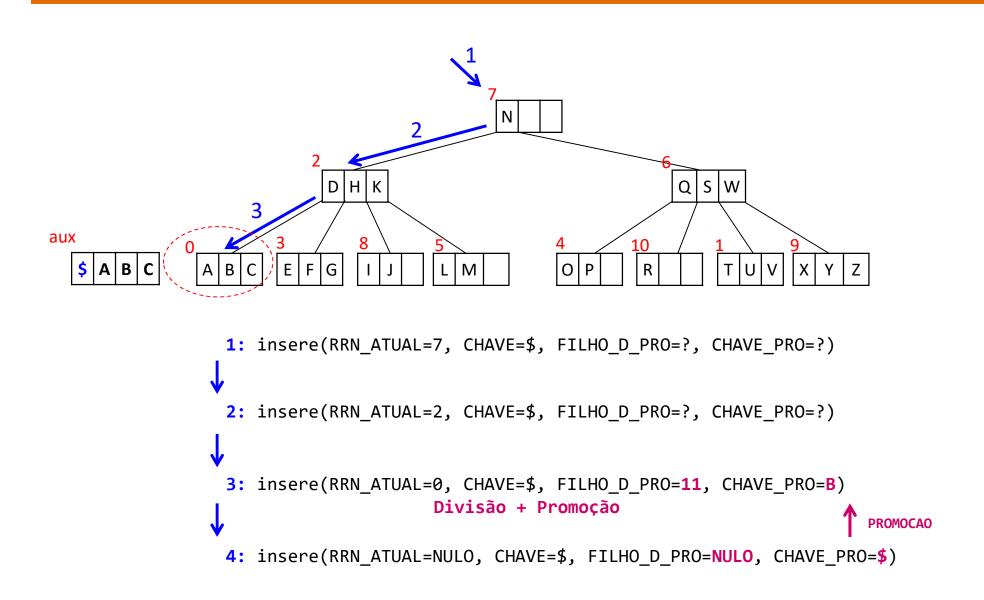
1: insere(RRN_ATUAL=7, CHAVE=\$, FILHO_D_PRO=?, CHAVE_PRO=?)

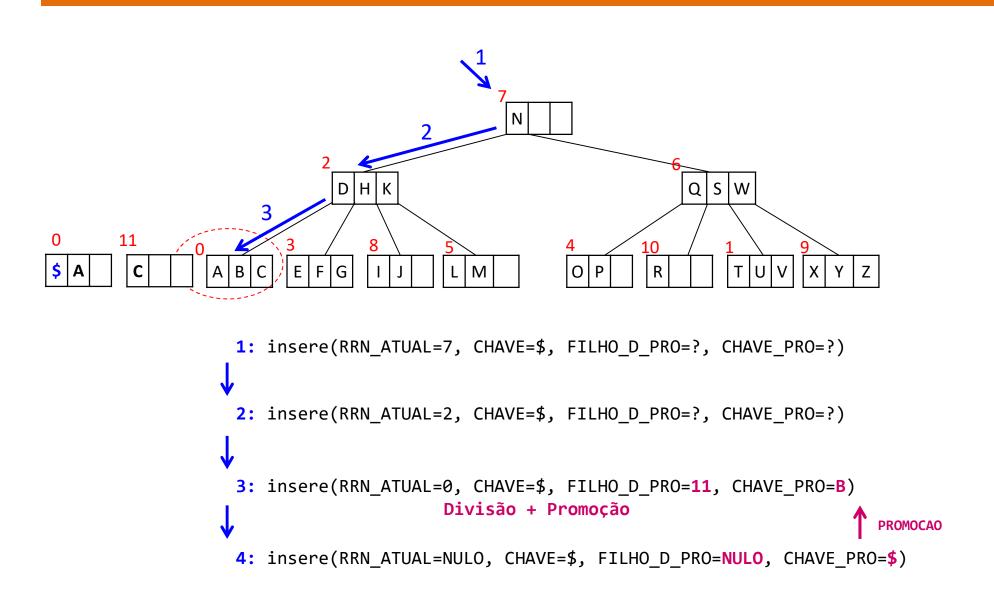


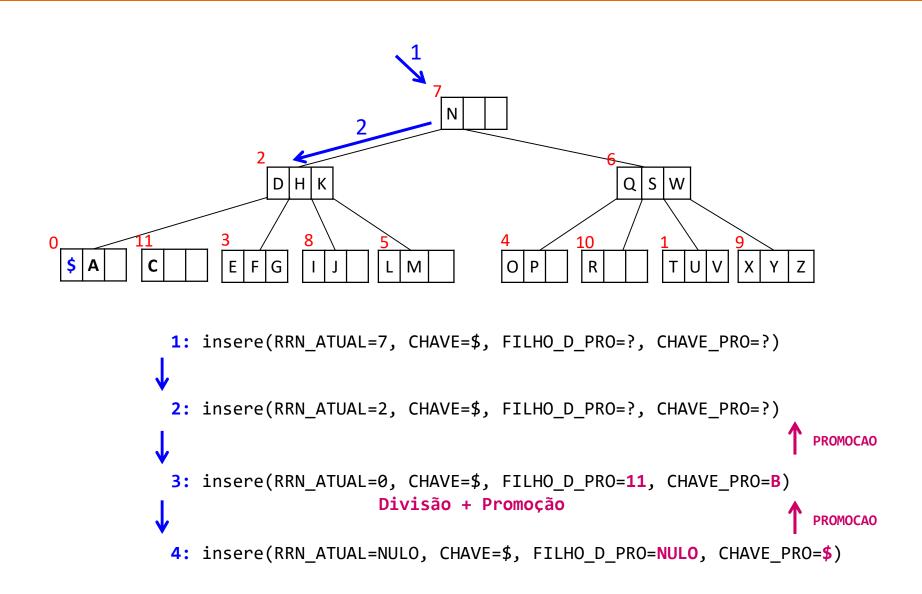


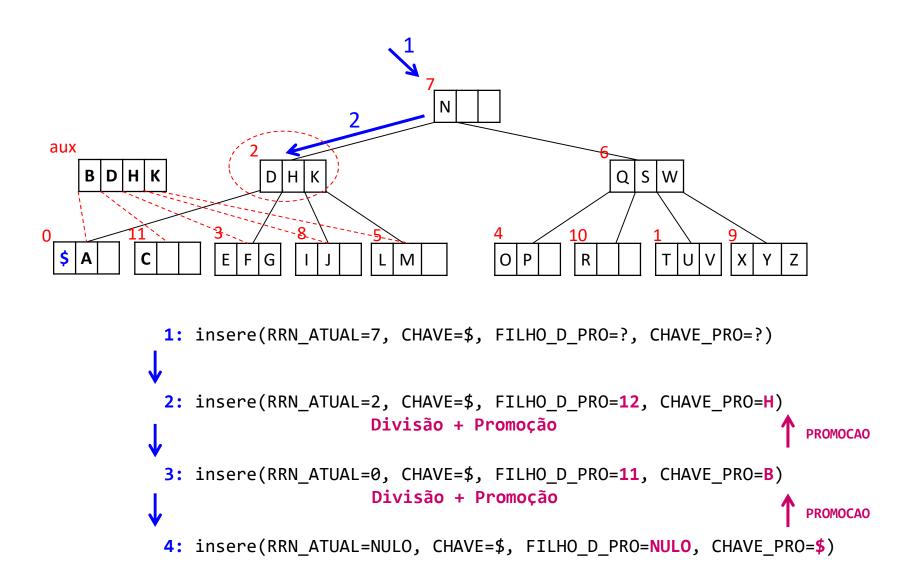


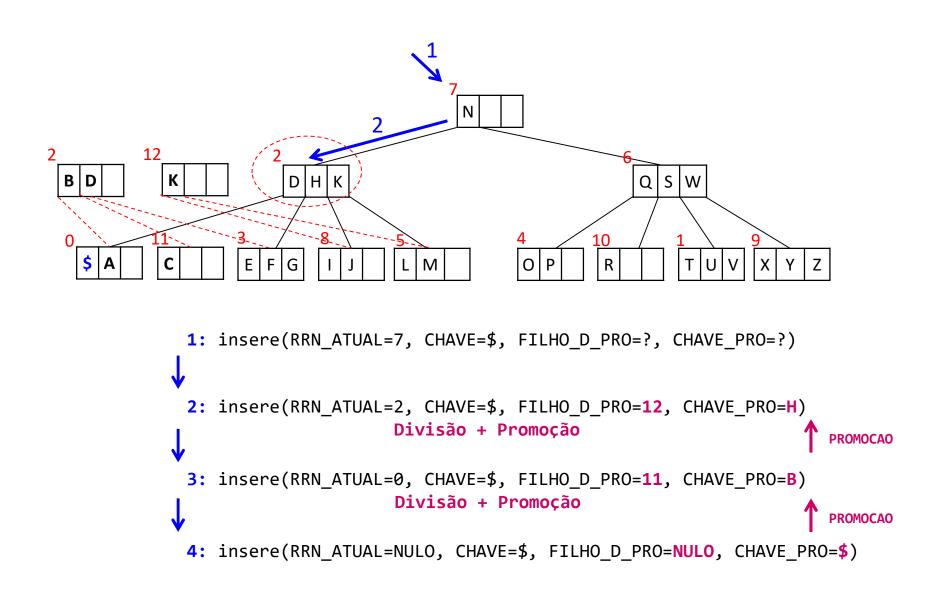


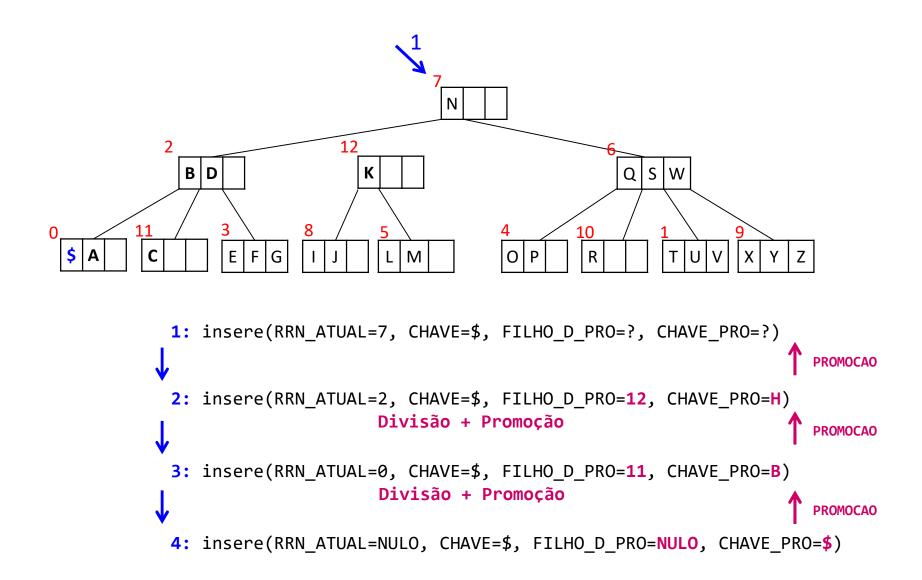


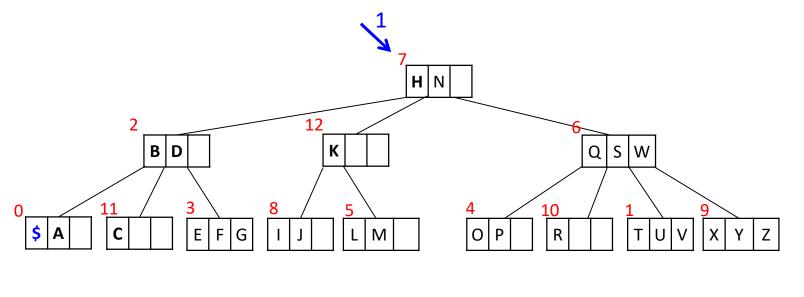












```
1: insere(RRN_ATUAL=7, CHAVE=$, FILHO_D_PRO=?, CHAVE_PRO=?)

Inserção Simples

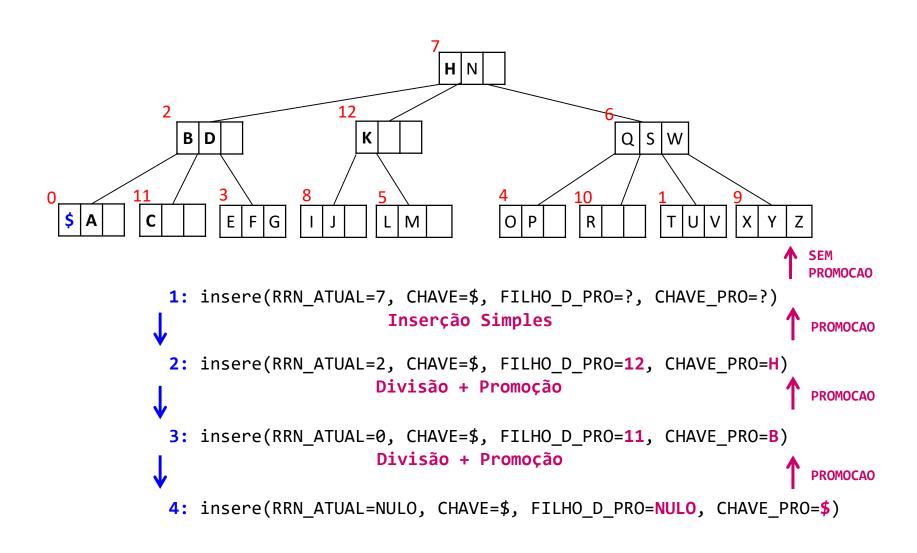
2: insere(RRN_ATUAL=2, CHAVE=$, FILHO_D_PRO=12, CHAVE_PRO=H)

Divisão + Promoção

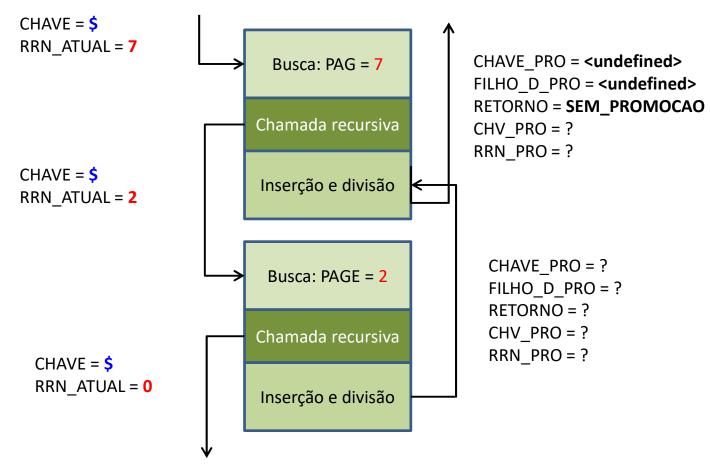
3: insere(RRN_ATUAL=0, CHAVE=$, FILHO_D_PRO=11, CHAVE_PRO=B)

Divisão + Promoção

4: insere(RRN_ATUAL=NULO, CHAVE=$, FILHO_D_PRO=NULO, CHAVE_PRO=$)
```



Exercício: simular as chamadas recursivas para a inserção da chave "\$" na árvore do slide anterior usando a função insere (na tabela ASCII, o símbolo "\$" vem antes de qualquer letra)



□ Na sua implementação, a função *insere* usa várias funções auxiliares, tais como:

```
Parâmetro de retorno
FUNÇÃO le pagina (RRN PAG)
   calcule o byte-offset da página a partir do RRN
   faça seek no arquivo árvore-B para o byte-offset calculado
   leia PAG do arquivo árvore-B
FUNÇÃO escreve pagina (RRN, PAG) {
   calcule o byte-offset da página a partir do RRN
   faça seek no arquivo árvore-B para o byte-offset calculado
   escreva PAG no arquivo árvore-B
                                  Parâmetro de retorno
FUNÇÃO inicializa pagina ((PAG)
   PAG.CONTACHAVES = 0
   para i de 0 até MAXCHAVES-1 faça
        PAG.CHAVES[i] = VAZIO
        PAG.FILHOS[i] = NIL
   PAG.FILHOS[MAXCHAVES] = NIL
```

```
FUNÇÃO le pagina (RRN, PAG) {
   calcule o byte-offset da página a partir do RRN
   faça seek no arquivo árvore-B para o byte-offset calculado
  leia PAG do arquivo árvore-B
FUNÇÃO escreve pagina (RRN, PAG) {
   calcule o byte-offset da página a partir do RRN
   faça seek no arquivo árvore-B para o byte-offset calculado
  escreva PAG no arquivo árvore-B
FUNÇÃO inicializa pagina (PAG) {
  PAG.CONTACHAVES = 0
  para i de 0 até MAXCHAVES-1 faça
        PAG.CHAVES[i] = VAZIO
        PAG.FILHOS[i] = NIL
  PAG.FILHOS[MAXCHAVES] = NIL
```

```
FUNÇÃO insere_na_pagina (CHAVE, FILHO_D, PAG) {
  faça i receber PAG.CONTACHAVES
  enquanto i > 0 e CHAVE < PAG.CHAVES[i-1] faça
        PAG.CHAVES[i] = PAG.CHAVES[i-1];
        PAG.FILHOS[i+1] = PAG.FILHOS[i];
        decremente i
    fim enquanto
    incremente PAG.CONTACHAVES
    faça PAG.CHAVES[i] receber CHAVE
    faça PAG.FILHOS[i+1] receber FILHO_D
}
```

```
FUNÇÃO insere_na_pagina (CHAVE, FILHO_D, PAG) {
   faça i receber PAG.CONTACHAVES
   enquanto i > 0 e CHAVE < PAG.CHAVES[i-1] faça
        PAG.CHAVES[i] = PAG.CHAVES[i-1];
        PAG.FILHOS[i+1] = PAG.FILHOS[i];
        decremente i
   fim enquanto
   incremente PAG.CONTACHAVES
   faça PAG.CHAVES[i] receber CHAVE
   faça PAG.FILHOS[i+1] receber FILHO_D
}</pre>
```

☐ Função <u>divide</u>

- Cria uma nova página
- Distribui as chaves entre a página atual e a nova página
 - Usa uma página auxiliar para isso
- Determina qual <u>chave</u> e qual <u>RRN</u> (ponteiro para o filho direito) promover
 - Chave → sempre é a chave mediana da página auxiliar
 - Como a página auxiliar tem um tamanho fixo, a chave mediana sempre estará na mesma posição
 - RRN (ponteiro do filho direito) → sempre é o RRN da nova página
 - A nova página sempre é gravada no fim do arquivo → função RRN_novapag()

→ Parâmetros de entrada

PROC divide (CHAVE, FILHO D, PAG, CHAVE PRO, FILHO D PRO, NOVAPAG)

Copie PAG para **PAGAUX**, que terá espaço para uma chave e um ponteiro extras

Insira CHAVE e FILHO D nos lugares apropriados em PAGAUX

Faça CHAVE_PRO receber o valor da chave mediana de PAGAUX, que será promovida após o retorno da função *divide*

Faça FILHO D PRO receber o RRN de NOVAPAG

Copie as chaves e ponteiros que vêm antes de CHAVE_PRO em PAGAUX para PAG

Copie as chaves e ponteiros que vêm depois de CHAVE_PRO em PAGAUX para NOVAPAG

fim PROCEDIMENTO

→ Parâmetros de retorno

PROC divide (CHAVE, FILHO D PAG, CHAVE PRO, FILHO D PRO, NOVAPAG)

Copie PAG para **PAGAUX**, que terá espaço para uma chave e um ponteiro extras

Insira CHAVE e FILHO D nos lugares apropriados em PAGAUX

Faça CHAVE_PRO receber o valor da chave mediana de PAGAUX, que será promovida após o retorno da função *divide*

Faça FILHO D PRO receber o RRN de NOVAPAG

Copie as chaves e ponteiros que vêm antes de CHAVE_PRO em PAGAUX para PAG

Copie as chaves e ponteiros que vêm depois de CHAVE_PRO em PAGAUX para NOVAPAG

fim PROCEDIMENTO

PROC divide (CHAVE, FILHO_D, PAG, CHAVE_PRO, FILHO_D_PRO, NOVAPAG)

Copie PAG para **PAGAUX**, que terá espaço para uma chave e um ponteiro extras

Insira CHAVE e FILHO_D nos lugares apropriados em PAGAUX

Faça CHAVE_PRO receber o valor da chave mediana de PAGAUX, que será promovida após o retorno da função *divide*

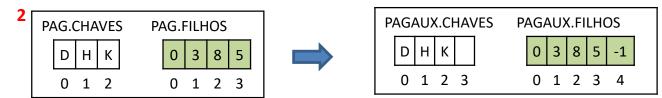
Faça FILHO D PRO receber o RRN de NOVAPAG

Copie as chaves e ponteiros que vêm antes de CHAVE_PRO em PAGAUX para PAG

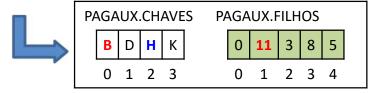
Copie as chaves e ponteiros que vêm depois de CHAVE_PRO em PAGAUX para NOVAPAG

fim PROCEDIMENTO

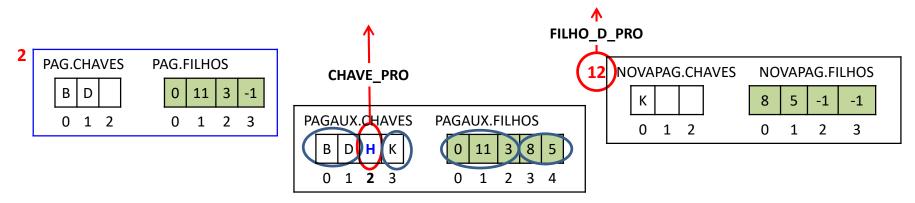
Exemplo: divide (CHAVE = 'B', FILHO_D = 11, PAG = 2, CHAVE_PRO, FILHO_D_PRO, NOVAPAG)



Insira CHAVE (B) e FILHO_D (11) na posição apropriada em PAGAUX



Divida o conteúdo de PAGAUX entre PAG e NOVAPAG, exceto pela chave mediana
 (H), que será promovida juntamente com o RRN da NOVAPAG (12)



```
PROC divide (CHAVE, FILHO D, PAG, CHAVE PRO, FILHO D PRO, NOVAPAG)
    copie PAG para PAGAUX
    /* Insira CHAVE e FILHO D nos lugares apropriados em PAGAUX */
    faça i receber MAXCHAVES
    enquanto i > 0 e CHAVE < PAGAUX.CHAVES[i-1] faça</pre>
        PAGAUX.CHAVES[i] = PAGAUX.CHAVES[i-1]
        PAGAUX.FILHOS[i+1] = PAGAUX.FILHOS[i]
        decremente i
    fim enquanto
    PAGAUX.CHAVES[i] = CHAVE
    PAGAUX.FILHOS[i+1] = FILHO D
    faça MEIO receber (MAXCHAVES + 1)/2
    faça FILHO D PRO receber o RRN que o NOVAPAG terá no arquivo árvore-b
    faça CHAVE PRO receber PAGAUX.CHAVES[MEIO]
                          /*continua no próximo slide*/
```

```
/*continuação da função divide*/
/* Copie as chaves e ponteiros que vêm antes de CHAVE PRO
   para PAG */
faça i receber 0
inicialize PAG
enquanto i < MEIO faça
   PAG.CHAVES[i] = PAGAUX.CHAVES[i]
   PAG.FILHOS[i] = PAGAUX.FILHOS[i]
   incremente PAG.CONTACHAVES
   incremente i
fim enquanto
PAG.FILHOS[i] = PAGAUX.FILHOS[i]
                   /*continua no próximo slide*/
```

```
/*continuação da função divide*/
   /* Copie as chaves e ponteiros que vêm depois de CHAVE PRO para
       NOVAPAG */
   inicialize NOVAPAG
   faça i receber MEIO + 1
   enquanto i < MAXCHAVES + 1 faça
       NOVAPAG.CHAVES[NOVAPAG.CONTACHAVES] = PAGAUX.CHAVES[i]
       NOVAPAG.FILHOS[NOVAPAG.CONTACHAVES] = PAGAUX.FILHOS[i]
       incremente NOVAPAG.CONTACHAVES
       incremente i
   fim enquanto
   NOVAPAG.FILHOS[NOVAPAG.CONTACHAVES] = PAGAUX.FILHOS[i]
fim PROCEDIMENTO
```

- ☐ Como saber qual RRN a NOVAPAG terá no arquivo árvore-b?
 - Sempre que uma página é criada, ela é gravada no fim do arquivo
 - As páginas têm tamanho fixo e conhecido → sizeof(PAGINA)

FUNÇÃO $RRN_novapag()$

```
faça TAMANHOPAG receber o tamanho em bytes de uma página
faça TAMANHOCAB receber o tamanho em bytes do cabeçalho
faça BYTEOFFSET receber o byte-offset do fim do arquivo
retorne (BYTEOFFSET - TAMANHOCAB)/TAMANHOPAG
fim FUNÇÃO
```

Árvore-B

- Procedimento gerenciador: usado para ativar a função de inserção
 - Abre/cria o arquivo com a árvore-B e identifica/cria a página raiz
 - Assume que o RRN da raiz está armazenado no cabeçalho do arquivo da árvore-B, se o arquivo existir
 - Se a árvore-B ainda não existe, cria o arquivo, inicializa a raiz e grava a primeira página
 - Lê as chaves a serem armazenadas na árvore-B e chama a função insere()
 - Cria uma nova raiz quando houver divisão da raiz atual
 - Quando a função insere() retornar PROMOÇÃO
 - Cria a página que será a nova raiz
 - Atualiza o RRN da raiz

Árvore-B

```
PROCEDIMENTO gerenciador()
   se o arquivo árvore-B existe então
      abra-o para leitura e escrita
      leia o cabeçalho e armazene-o em RAIZ
   senão
      crie o arquivo árvore-B
      faça RAIZ receber 0 e a escreva no cabeçalho do arquivo
      inicialize NOVAPAG e a escreva no arquivo
   leia uma chave e armazene-a em CHAVE
   enquanto existirem chaves a serem inseridas faça
      se insere(RAIZ, CHAVE, FILHO D PRO, CHAVE PRO) == PROMOCAO então
         inicialize NOVAPAG
         NOVAPAG.CHAVES[0] = CHAVE PRO /* nova chave raiz */
                                             /* filho esquerdo */
         NOVAPAG.FILHOS[0] = RAIZ
         NOVAPAG.FILHOS[1] = FILHO D PRO /* filho direito */
         escreva NOVAPAG no arquivo árvore-B
         faça RAIZ receber o RRN de NOVAPAG /* RRN nova raiz */
      fim se
      leia a próxima chave e armazene-a em CHAVE
   fim enquanto
   escreva RAIZ no cabeçalho do arquivo
   feche o arquivo
fim PROCEDIMENTO
```