

# Controle de Sistemas Dinâmicos

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

02 de dezembro de 2024

Campus Timóteo

---

## Resolução da lista de exercícios VII

Eliel Vitor Almeida

João Pedro Ferreira Duarte

Marcos Vinícius de Oliveira Silva

Em sequência, estão os comandos e resoluções das questões da avaliação. Há também referências para quaisquer figuras e/ou ilustrações usadas durante o desenvolvimento do presente texto em espaço reservado ao fim da resolução das questões.

1. Crie as seguintes funções de transferência na forma polinomial:

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{2s+1} & \frac{3}{2s-1} & \frac{5}{(s+2) \cdot (s+5)} \\ \frac{5}{(s-2) \cdot (s-5)} & \frac{5}{s^2+2s+5} & \frac{5}{s^2-2s+5} \\ \frac{5}{s^2+16} & \frac{5}{s^2-16} & \frac{5}{s^2+6s+9} \end{array}$$

- (a) Calcule os pólos de cada função de transferência.
- (b) Plote a resposta ao degrau de cada função de transferência. Use a função **step**.
- (c) Descreva o comportamento de cada resposta obtida, fale sobre a estabilidade do sistema e relacione este comportamento aos pólos. Comente e conclua.

Em resposta aos itens anteriores:

```
1 pkg load control;
2
3 numerador_A = 3;
4 denominador_A = [2, 1];
5
6 numerador_B = 3;
7 denominador_B = [2, -1];
8
9 numerador_C = 5;
10 denominador_C = [-2, -5];
11
12 numerador_D = 5;
13 denominador_D = [2, 5];
14
15 numerador_E = 5;
16 denominador_E = [1, 2, 5];
```

```
17
18 numerador_F = 5;
19 denominador_F = [1,-2,5];
20
21 numerador_G = 5;
22 denominador_G = [1,0,16];
23
24 numerador_H = 5;
25 denominador_H = [1,0,-16];
26
27 numerador_I = 5;
28 denominador_I = [1,6,9];
29 % Calcular os polos (raizes do denominador)
30 poles_A = roots(denominador_A);
31 poles_B = roots(denominador_B);
32 poles_C = roots(denominador_C);
33 poles_D = roots(denominador_D);
34 poles_E = roots(denominador_E);
35 poles_F = roots(denominador_F);
36 poles_G = roots(denominador_G);
37 poles_H = roots(denominador_H);
38 poles_I = roots(denominador_I);
39
40 % Exibir os polos
41 disp('Polos de A:');
42 disp(poles_A);
43
44 disp('Polos de B:');
45 disp(poles_B);
46
47 disp('Polos de C:');
48 disp(poles_C);
49
50 disp('Polos de D:');
51 disp(poles_D);
52
53 disp('Polos de E:');
54 disp(poles_E);
55
56 disp('Polos de F:');
57 disp(poles_F);
58
59 disp('Polos de G:');
60 disp(poles_G);
61
62 disp('Polos de H:');
63 disp(poles_H);
64
65 disp('Polos de I:');
```

```

66 disp(poles_I);
67
68 %Plotar no grafico
69
70 plot_A = tf(numerador_A,denominador_A);
71 step(plot_A,10);
72
73 plot_B = tf(numerador_B,denominador_B);
74 step(plot_B,10);
75
76 plot_C = tf(numerador_C,denominador_C);
77 step(plot_C,10);
78
79 plot_D = tf(numerador_D,denominador_D);
80 step(plot_D,10);
81
82 plot_E = tf(numerador_E,denominador_E);
83 step(plot_E,10);
84
85 plot_F = tf(numerador_F,denominador_F);
86 step(plot_F,10);
87
88 plot_G = tf(numerador_G,denominador_G);
89 step(plot_G,10);
90
91 plot_H = tf(numerador_H,denominador_H);
92 step(plot_H,10);
93
94 plot_I = tf(numerador_I,denominador_I);
95 step(plot_I,10);

```

Sobre os gráficos gerados pelas funções acima com o uso da função **step**, temos então 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 como figuras que representam estes gráficos.

Em função das características já estudadas, conseguimos dizer que a presença de pólos reais no lado positivo do plano cartesiano, faz com que o sistema se torne instável, de forma que essa é uma característica comum nestes gráficos que damos como instáveis a seguir.

Verificamos como funções com respostas estáveis, 3, 4, 5 e 9. Agora como instáveis, temos então 1, 2, 6, 7 e 8.

2. Sejam os sistemas representados pelas seguintes funções:

$$G_1 = \frac{1}{2s+1}, \quad G_2 = \frac{1}{s^2+0.5s+1}$$

(a) Verifique como tais sistemas respondem às seguintes entradas:

i. Rampa.

ii. Impulso.

Plote o gráfico de cada uma das funções.

Sobre o código de determinada implementação:

```

1 pkg load control;
2 pkg load symbolic;
3
4 syms s;
5
6 %2a
7 figure;
8 clf;
9 s = tf('s');
10 g = (1/(2*s + 1))*(1/s);
11 step(g);
12 title ("Funcao step com a FT rampa 2a");
13
14 figure;
15 clf;
16 s = tf('s');
17 g = (1/(2*s + 1))*(1/s);
18 impulse(g);
19 title ("Funcao impulse com a FT rampa 2a");
20
21 %2b
22 figure;
23 clf;
24 s = tf('s');
25 g = (1/(s^2 + 0.5*s + 1))*(1/s);
26 step(g);
27 title ("Funcao step com a FT rampa 2b");
28
29 figure;
30 clf;
31 s = tf('s');
32 g = (1/(s^2 + 0.5*s + 1))*(1/s);
33 impulse(g);
34 title ("Funcao impulse com a FT rampa 2b");

```

Os gráficos feitos em resposta ao código gerado, podem ser consultados abaixo, em 10, 11, 12 e 13:

3. Considere o sistema com realimentação descrito na figura anexa à atividade:

- (a) Calcule a função de transferência em malha fechada usando as funções **series** e **feedback**.

```

1 pkg load control;
2
3 sys1 = tf([1], [1, 1]);
4 sys2 = tf([1, 2], [1, 3]);
5

```

```

6 sysSeries = series(sys1, sys2);
7
8 sysFeedback = feedback(sys1, sys2);
9
10 disp('Sistema em serie:');
11 display(sysSeries);
12
13 disp('Sistema em malha fechada (feedback):');
14 display(sysFeedback);

```

Em resposta ao item, as seguintes funções de transferência foram retornadas:

$$y_1 = \frac{s+2}{s^2+4s+3}, \quad y_2 = \frac{s+3}{s^2+5s+5}$$

- (b) Obtenha a resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com a função `step` e verifique que o valor final da saída é  $\frac{2}{5}$ .

```

1 pkg load control;
2
3 sys1 = tf([1], [1, 1]);
4 sys2 = tf([1, 2], [1, 3]);
5
6 sysSeries = series(sys1, sys2);
7
8 sysFeedback = feedback(sysSeries, 1);
9
10 disp('Sistema em s rie:');
11 display(sysSeries);
12
13 disp('Sistema em malha fechada (feedback):');
14 display(sysFeedback);
15
16 [num, den] = tfdata(sysFeedback, 'vetor');
17 valorFinal = dcgain(sysFeedback);
18
19 disp(['Valor final da saída: ', num2str(valorFinal)])
    ;

```

Com valor de saída de 3b igual à 0.4 ou  $\frac{2}{5}$ .

4. Um sistema possui a seguinte função de transferência:

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{\frac{20}{z} \cdot (s + z)}{s^2 + 3s + 20} \quad (1)$$

- (a) Obtenha a resposta ao degrau unitário do sistema para o parâmetro  $z = 5$ ,  $z = 10$ , e  $z = 15$ .
- (b) Plote as 3 curvas no mesmo gráfico. Compare, comente e conclua.

Abaixo segue a lista de todas as imagens dos gráficos referenciados durante o presente texto:

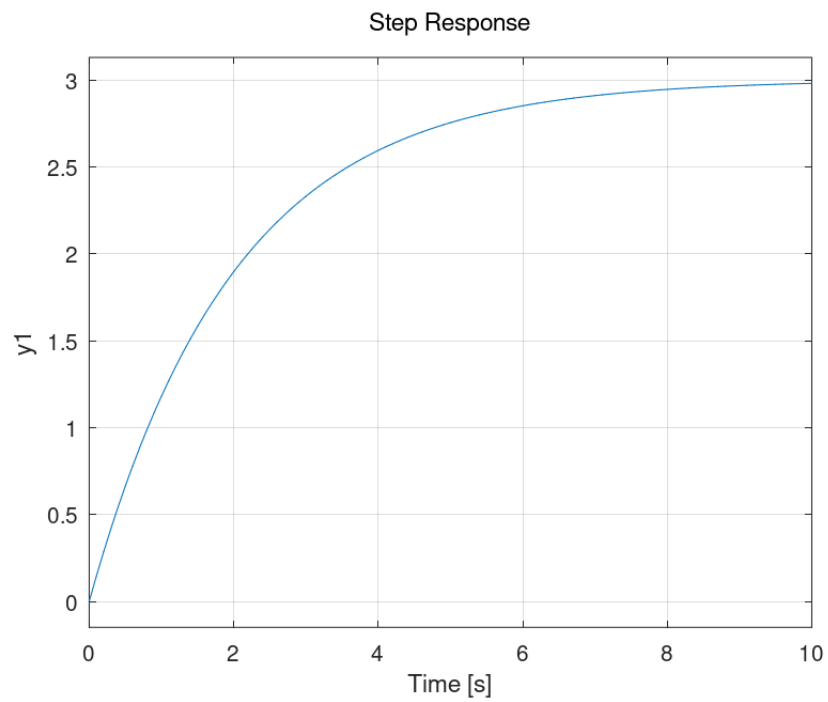


Figura 1: Resposta ao degrau 1a

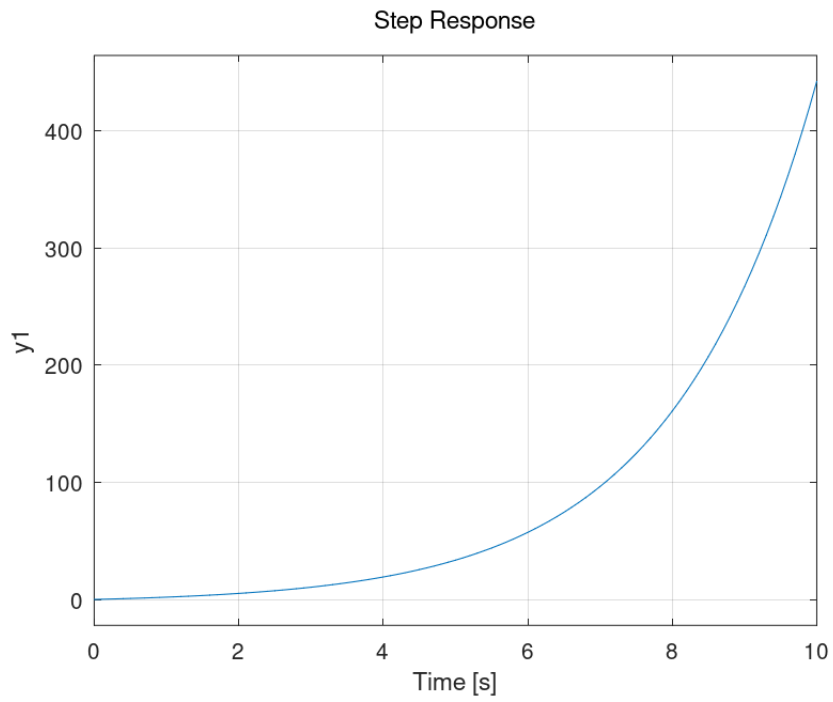


Figura 2: Resposta ao degrau 1b

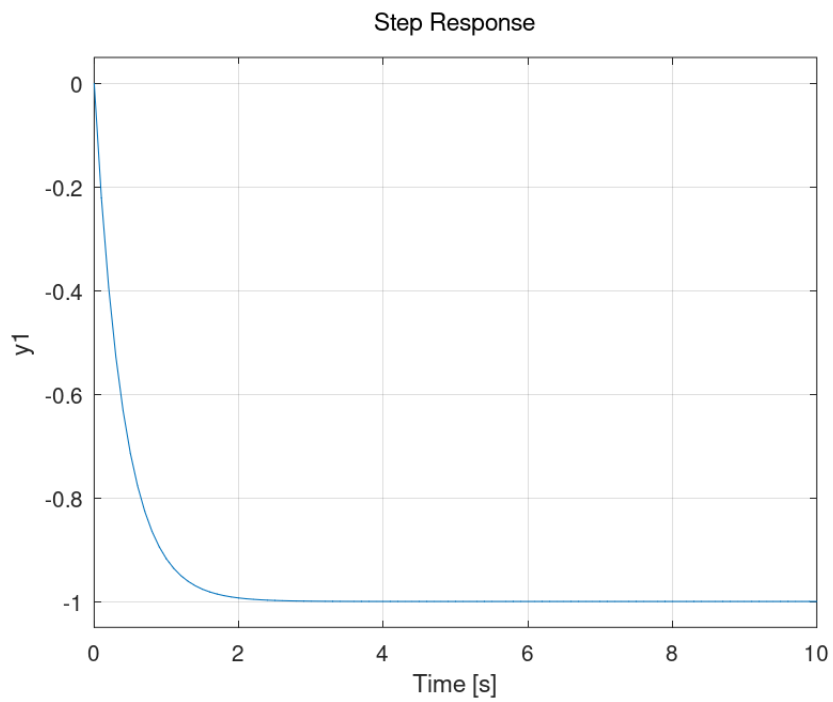


Figura 3: Resposta ao degrau 1c

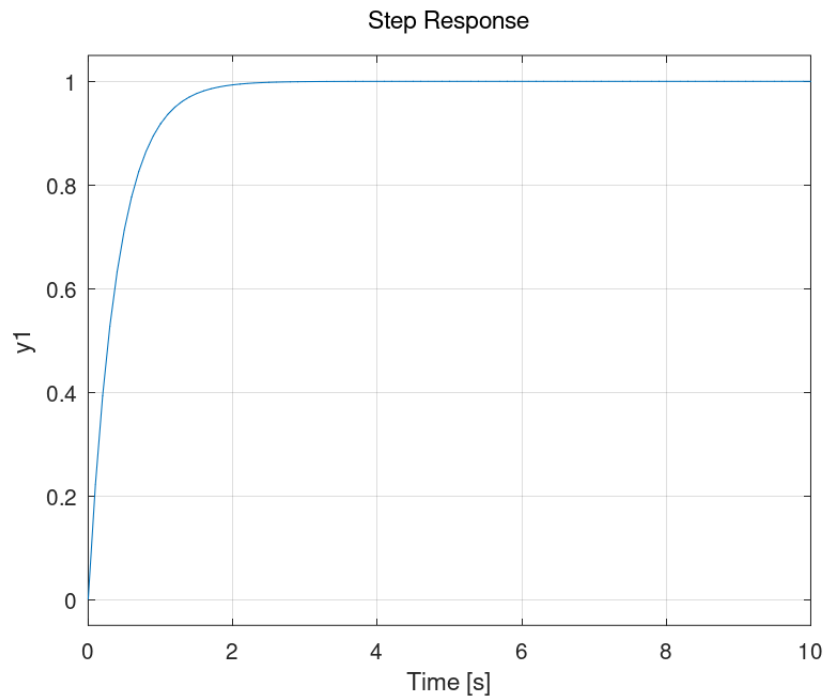


Figura 4: Resposta ao degrau 1d

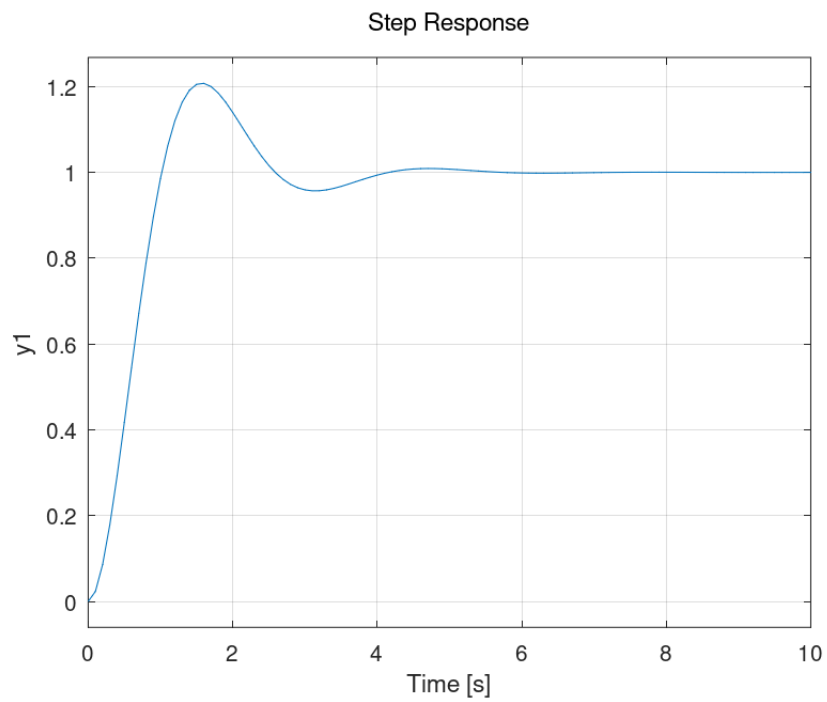


Figura 5: Resposta ao degrau 1e



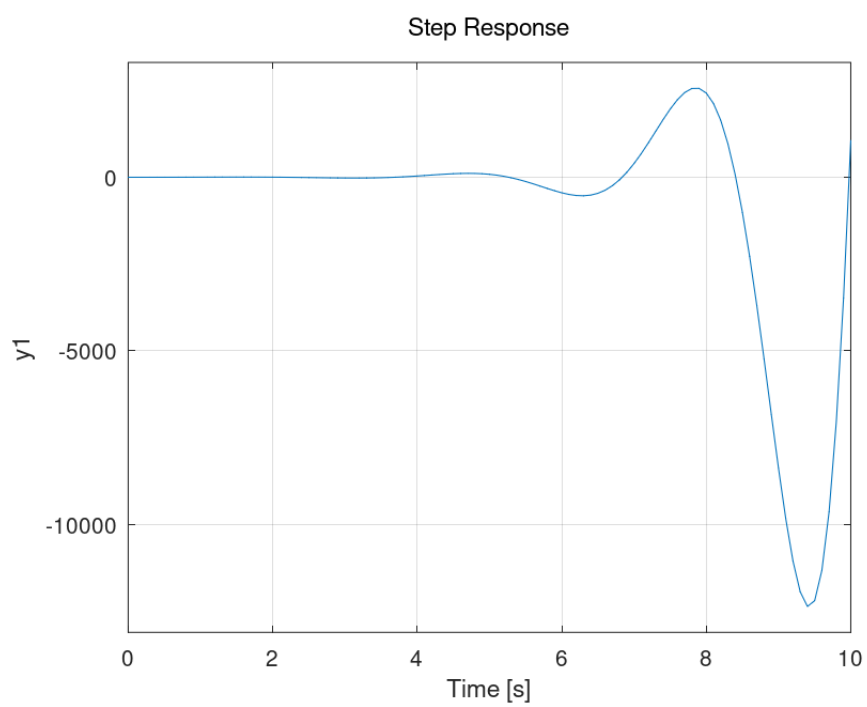


Figura 6: Resposta ao degrau 1f

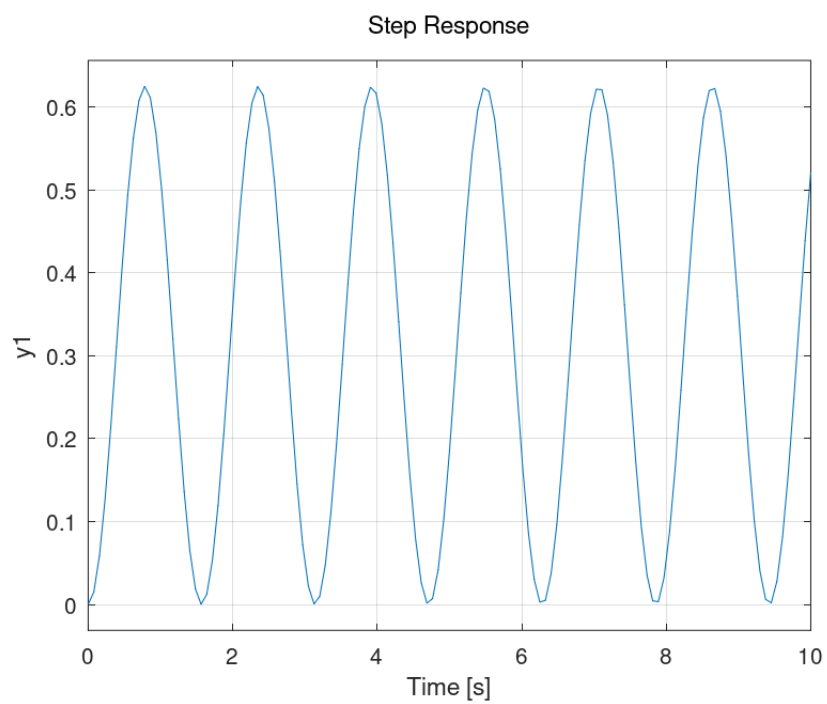


Figura 7: Resposta ao degrau 1g

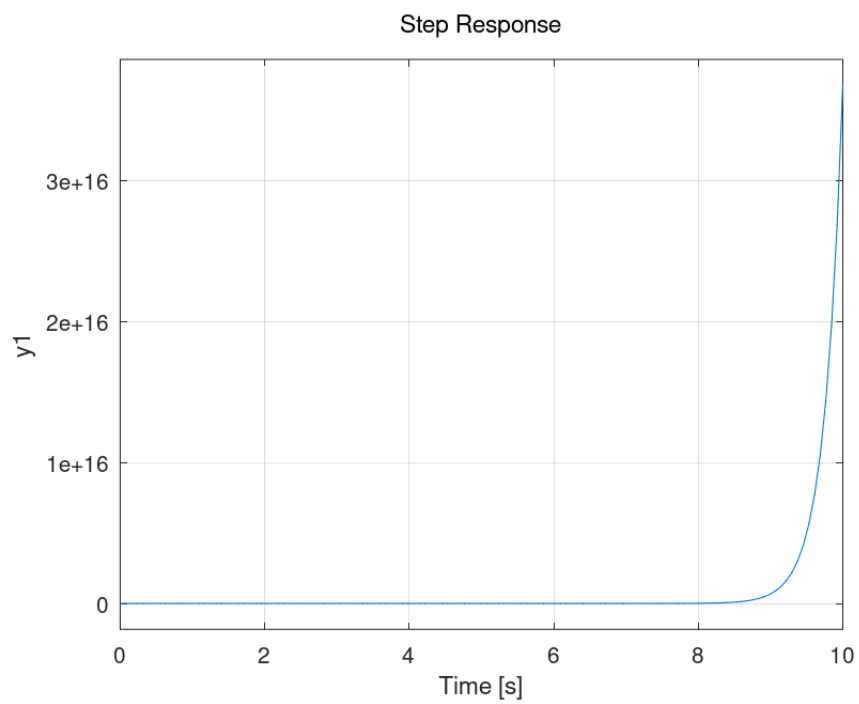


Figura 8: Resposta ao degrau 1h

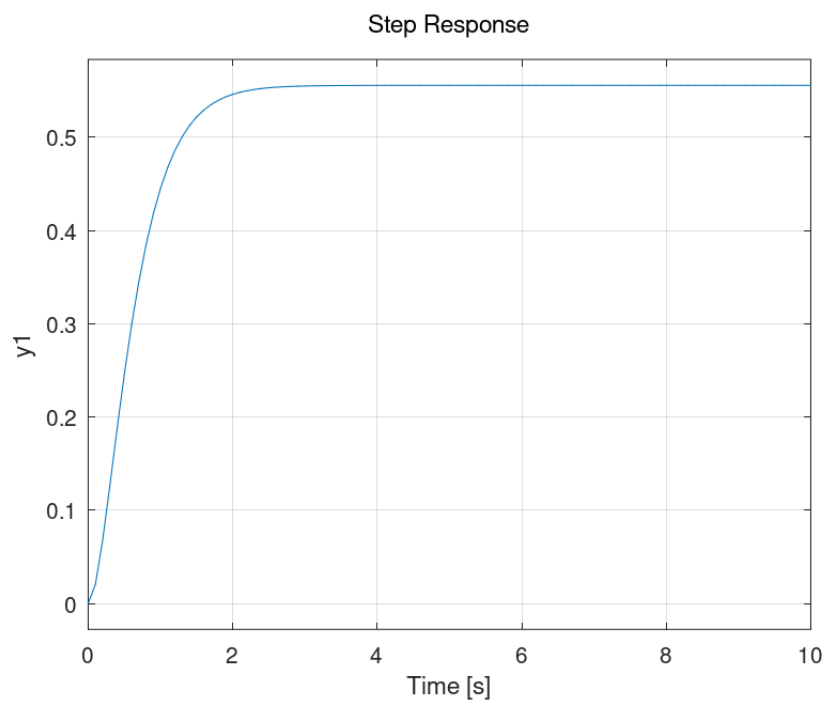


Figura 9: Resposta ao degrau 1i

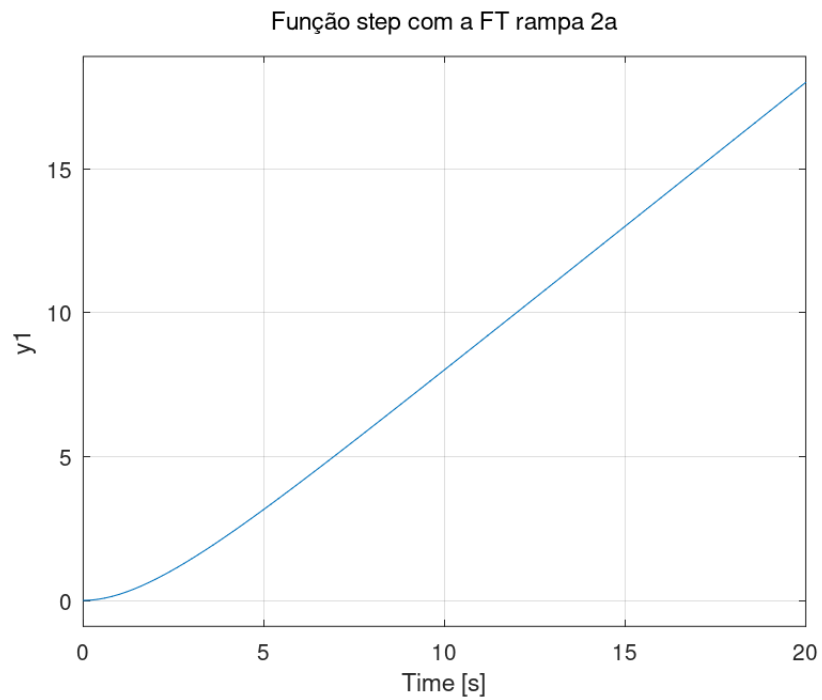


Figura 10: Resposta com função Step à FT

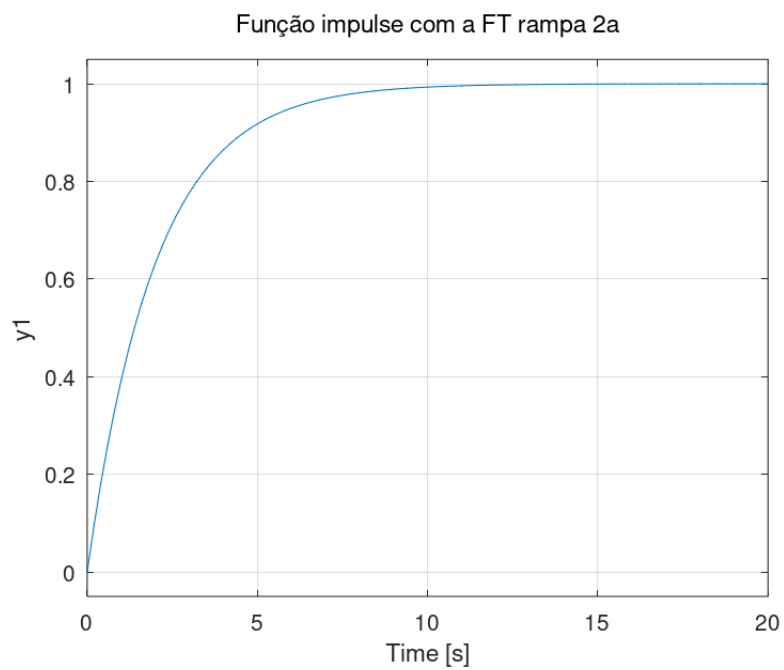


Figura 11: Resposta com função Impulse à FT

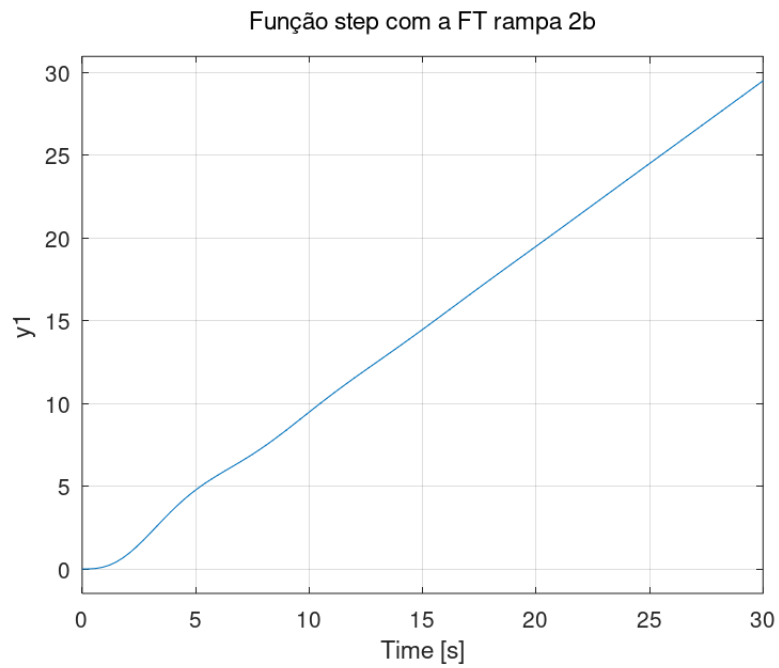


Figura 12: Resposta com função Step à FT

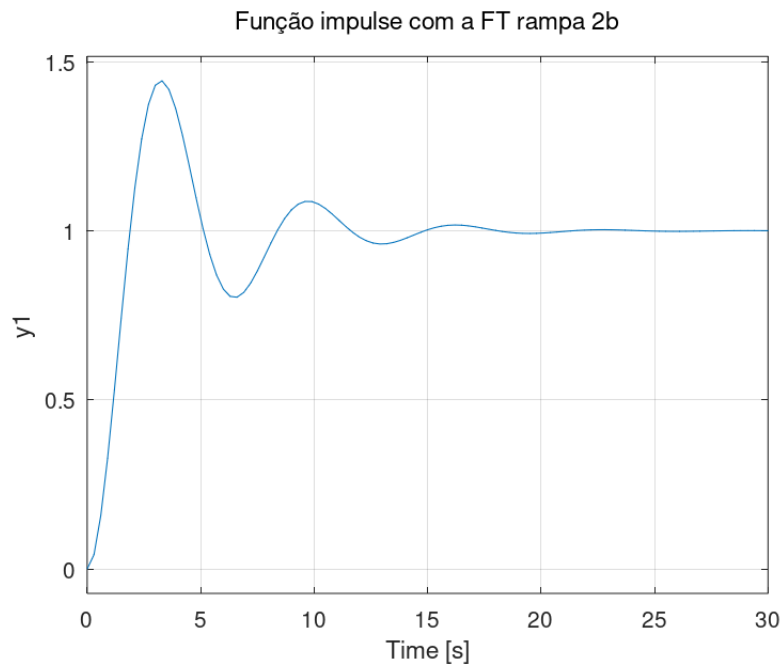


Figura 13: Resposta com função Impulse à FT