Controle de Sistemas Dinâmicos

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

02 de dezembro de 2024

Campus Timóteo

Resolução da lista de exercícios VII

Eliel Vitor Almeida
João Pedro Ferreira Duarte
Marcos Vinícius de Oliveira Silva

Em sequência, estão os comandos e resoluções das questões da avaliação. Há também referências para quaisquer figuras e/ou ilustrações usadas durante o desenvolvimento do presente texto em espaço reservado ao fim da resolução das questões.

1. Crie as seguintes funções de transferência na forma polinomial:

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{2s+1} & \frac{3}{2s-1} & \frac{5}{(s+2)\cdot(s+5)} \\ \frac{5}{(s-2)\cdot(s-5)} & \frac{5}{s^2+2s+5} & \frac{5}{s^2-2s+5} \\ \frac{5}{s^2+16} & \frac{5}{s^2-16} & \frac{5}{s^2+6s+9} \end{array}$$

   (a) Calcule os pólos de cada função de transferência.

   (b) Plote a resposta ao degrau de cada função de transferência. Use a função `step`.

   (c) Descreva o comportamento de cada resposta obtida, fale sobre a estabilidade do sistema e relacione este comportamento aos pólos. Comente e conclua.

   Em resposta aos itens anteriores:

```
pkg load control;

numerador_A = 3;
denominador_A = [2, 1];

numerador_B = 3;
denominador_B = [2, -1];

numerador_C = 5;
denominador_C = [-2,-5];

numerador_D = 5;
denominador_D = [2,5];

numerador_E = 5;
denominador_E = [1,2,5];
```

```

numerador_F = 5;
denominador_F = [1,-2,5];

numerador_G = 5;
denominador_G = [1,0,16];

numerador_H = 5;
denominador_H = [1,0,-16];

numerador_I = 5;
denominador_I = [1,6,9];
% Calcular os polos (raizes do denominador)
poles_A = roots(denominador_A);
poles_B = roots(denominador_B);
poles_C = roots(denominador_C);
poles_D = roots(denominador_D);
poles_E = roots(denominador_E);
poles_F = roots(denominador_F);
poles_G = roots(denominador_G);
poles_H = roots(denominador_H);
poles_I = roots(denominador_I);

% Exibir os polos
disp('Polos de A:');
disp(poles_A);

disp('Polos de B:');
disp(poles_B);

disp('Polos de C:');
disp(poles_C);

disp('Polos de D:');
disp(poles_D);

disp('Polos de E:');
disp(poles_E);

disp('Polos de F:');
disp(poles_F);

disp('Polos de G:');
disp(poles_G);

disp('Polos de H:');
disp(poles_H);

disp('Polos de I:');
```

```
disp(poles_I);

%Plotar no grafico

plot_A = tf(numerador_A,denominador_A);
step(plot_A,10);

plot_B = tf(numerador_B,denominador_B);
step(plot_B,10);

plot_C = tf(numerador_C,denominador_C);
step(plot_C,10);

plot_D = tf(numerador_D,denominador_D);
step(plot_D,10);

plot_E = tf(numerador_E,denominador_E);
step(plot_E,10);

plot_F = tf(numerador_F,denominador_F);
step(plot_F,10);

plot_G = tf(numerador_G,denominador_G);
step(plot_G,10);

plot_H = tf(numerador_H,denominador_H);
step(plot_H,10);

plot_I = tf(numerador_I,denominador_I);
step(plot_I,10);
```

Sobre os gráficos gerados pelas funções acima com o uso da função `step`, temos então 1, 2, 3, 4 , 5, 6, 7, 8 e 9 como figuras que representam estes gráficos.

Em função das caracteríisticas já estudadas, conseguimos dizer que a presença de pólos reais no lado positivo do plano cartesiano, faz com que o sistema se torne instável, de forma que essa é uma característica comum nestes gráficos que damos como instáveis a seguir.

Verificamos como funções com respostas estáveis, 3, 4, 5 e 9. Agora como instáveis, temos então 1, 2, 6, 7 e 8.

2. Sejam os sistemas representados pelas seguintes funções:

$$G_1 = \frac{1}{2s+1}, \quad G_2 = \frac{1}{s^2+0.5s+1}$$

   (a) Verifique como tais sistemas respondem às seguintes entradas:

      i. Rampa.

      ii. Impulso.
      Plote o gráfico de cada uma das funções.

Sobre o código de determinada implementação:

```
pkg load control;
pkg load symbolic;

syms s;

%2a
figure;
clf;
s = tf('s');
g = (1/(2*s +1))*(1/s);
step(g);
title ("Funcao step com a FT rampa 2a");

figure;
clf;
s = tf('s');
g = (1/(2*s +1))*(1/s);
impulse(g);
title ("Funcao impulse com a FT rampa 2a");

%2b
figure;
clf;
s = tf('s');
g = (1/(s^2 +0.5*s + 1))*(1/s);
step(g);
title ("Funcao step com a FT rampa 2b");

figure;
clf;
s = tf('s');
g = (1/(s^2 +0.5*s + 1))*(1/s);
impulse(g);
title ("Funcao impulse com a FT rampa 2b");
```

Os gráficos feitos em resposta ao código gerado, podem ser consultados abaixo, em 10, 11, 12 e 13:

3. Considere o sistema com realimentação descrito na figura anexa à atividade:

   (a) Calcule a função de transferência em malha fechada usando as funções `series` e `feedback`.

```
pkg load control;

sys1 = tf([1], [1, 1]);
sys2 = tf([1, 2], [1, 3]);

```

```
sysSeries = series(sys1, sys2);

sysFeedback = feedback(sys1, sys2);

disp('Sistema em serie:');
display(sysSeries);

disp('Sistema em malha fechada (feedback):');
display(sysFeedback);
```

Em resposta ao item, as seguintes funções de transferência foram retornadas: $y_1 = \frac{s+2}{s^2+4s+3}$, $y_2 = \frac{s+3}{s^2+5s+5}$

(b) Obtenha a resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com a função `step` e verifique que o valor final da saída é $\frac{2}{5}$.

```
pkg load control;

sys1 = tf([1], [1, 1]);
sys2 = tf([1, 2], [1, 3]);

sysSeries = series(sys1, sys2);

sysFeedback = feedback(sysSeries, 1);

disp('Sistema em s rie:');
display(sysSeries);

disp('Sistema em malha fechada (feedback):');
display(sysFeedback);

[num, den] = tfdata(sysFeedback, 'vetor');
valorFinal = dcgain(sysFeedback);

disp(['Valor final da saida: ', num2str(valorFinal)]);
```

Com valor de saída de 3b igual à 0.4 ou $\frac{2}{5}$.

4. Um sistema possui a seguinte função de transferência:

$$\frac{X(s)}{R(s)} = \frac{\frac{20}{z} \cdot (s+z)}{s^2 + 3s + 20} \tag{1}$$

(a) Obtenha a resposta ao degrau unitário do sistema para o parâmetro $z = 5$, $z = 10$, e $z = 15$.

(b) Plote as 3 curvas no mesmo gráfico. Compare, comente e conclua.

Em resposta ao item, temos então como código referente à solução:

```
pkg load control;

z_values = [5, 10, 15];

figure;
hold on;

for z = z_values
    num = (20 / z) * [1, z];  % (20/z) * (s + z)
    den = [1, 3, 20];         % s^2 + 3s + 20

    sys = tf(num, den);

    [y, t] = step(sys);
    plot(t, y, 'DisplayName', ['z = ' num2str(z)]);
end

title('Resposta ao Degrau Unit rio para Diferentes Valores de z');
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('Sa da');
legend('show');
grid on;
hold off;
```

O gráfico referente às diferentes curvas de `z` conforme seu valor, pode ser visto na figura 14.

Abaixo segue a lista de todas as imagens dos gráficos referenciados durante o presente texto:

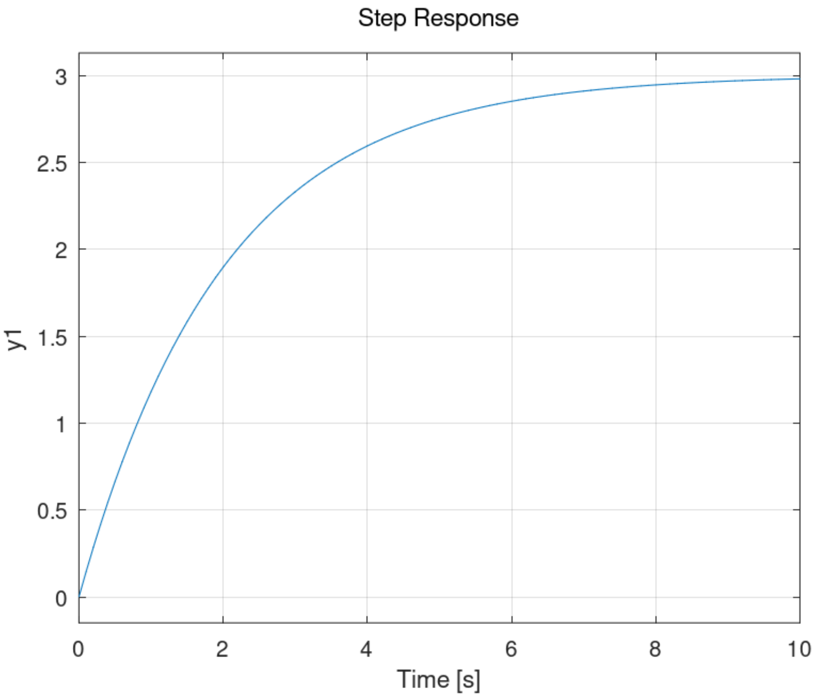

Figura 1: Resposta ao degrau `1a`

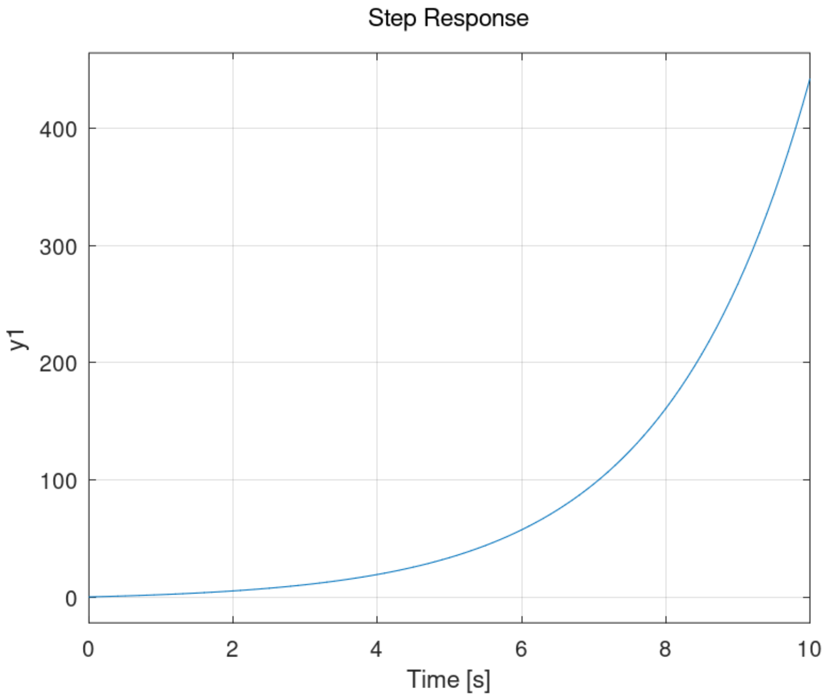

Figura 2: Resposta ao degrau `1b`

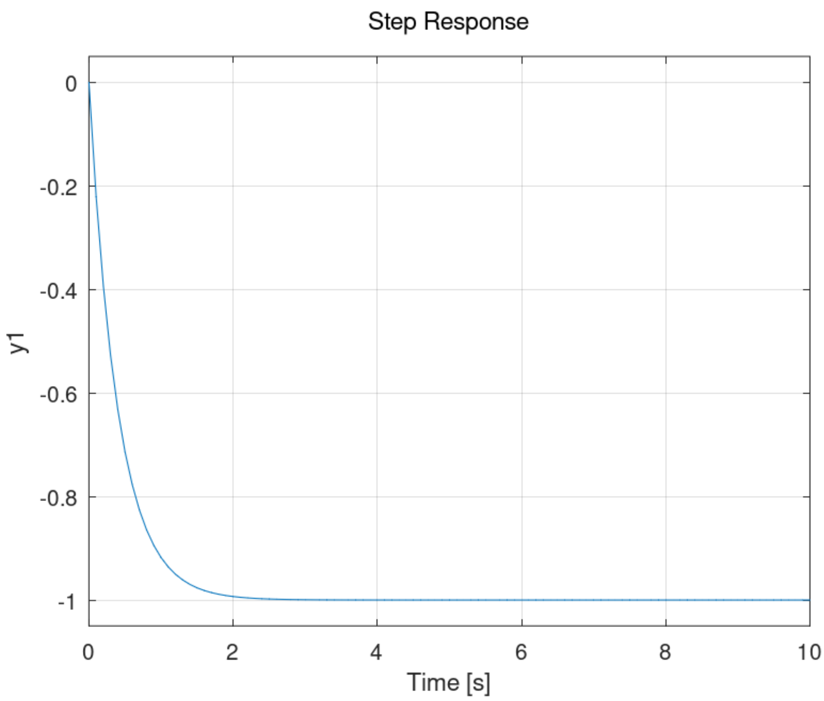

Figura 3: Resposta ao degrau `1c`

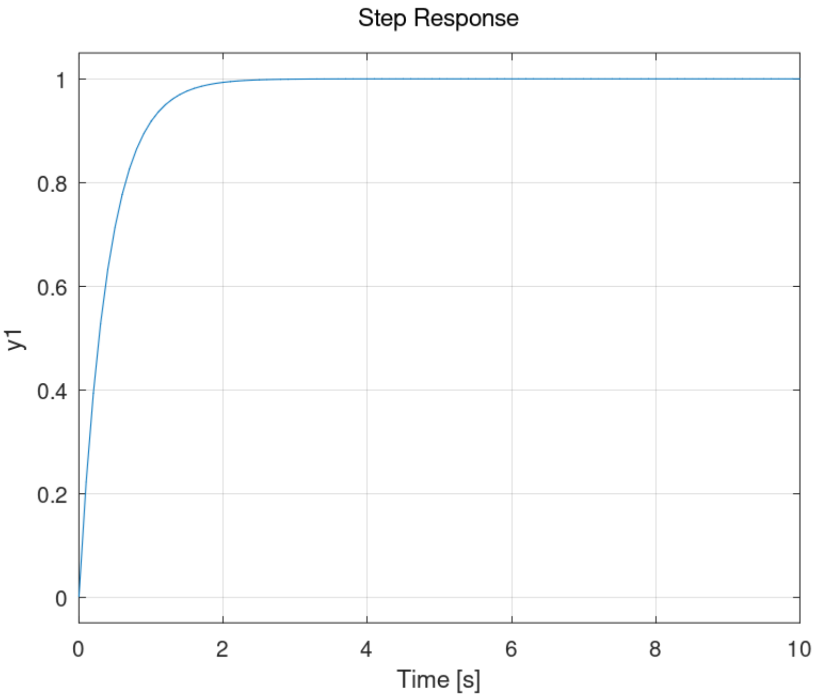

Figura 4: Resposta ao degrau `1d`

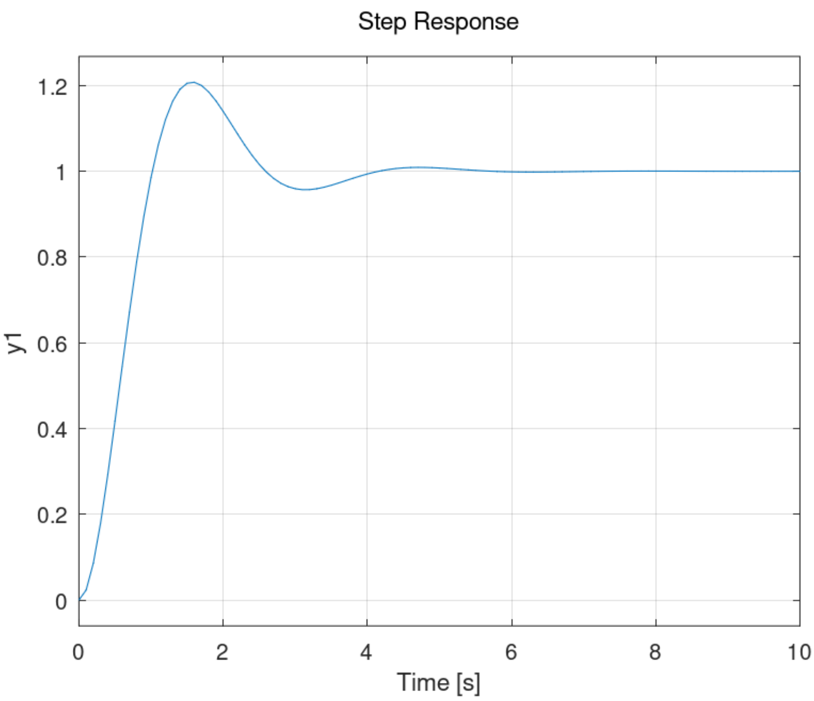

Figura 5: Resposta ao degrau `1e`

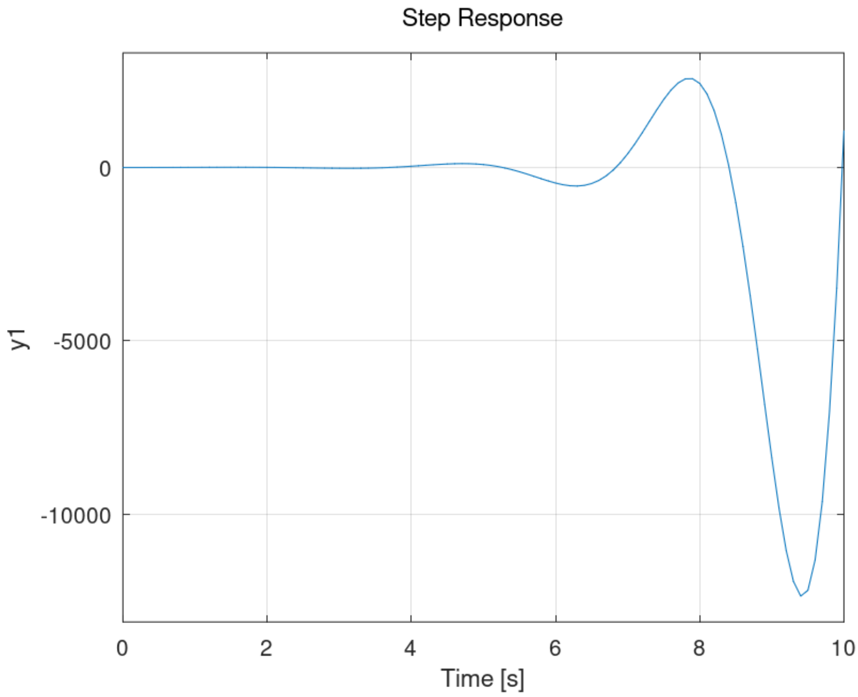

Figura 6: Resposta ao degrau `1f`

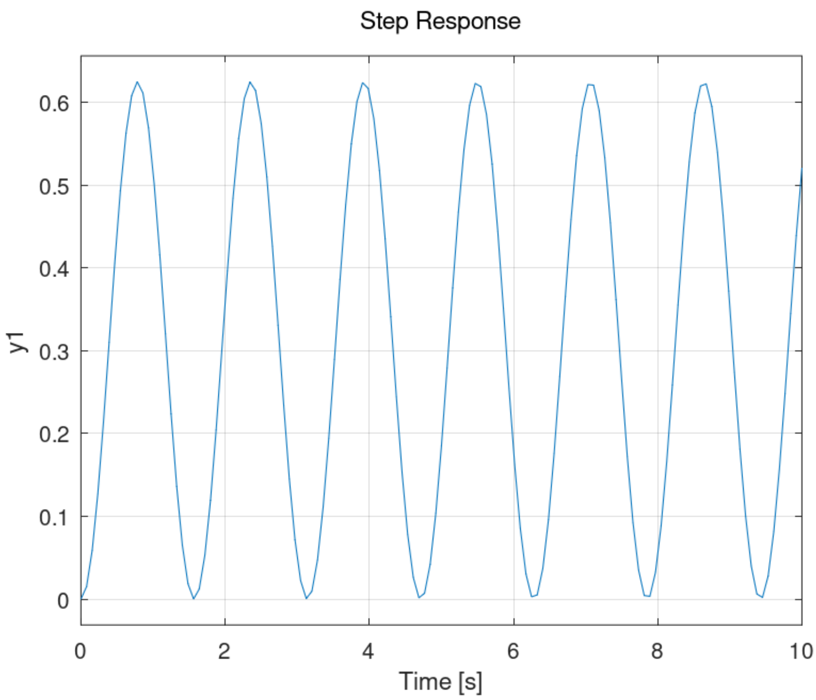

Figura 7: Resposta ao degrau `1g`

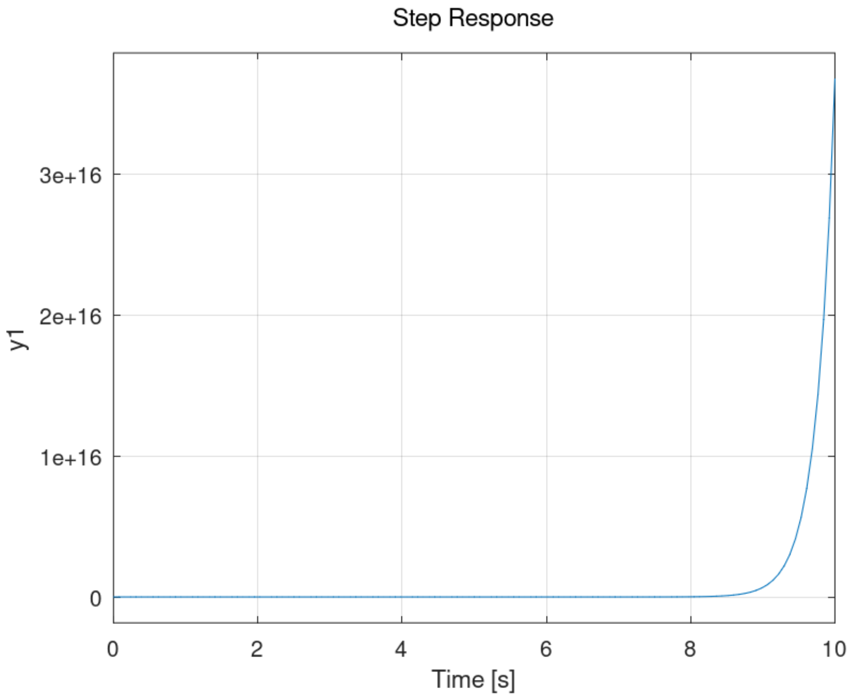

Figura 8: Resposta ao degrau `1h`

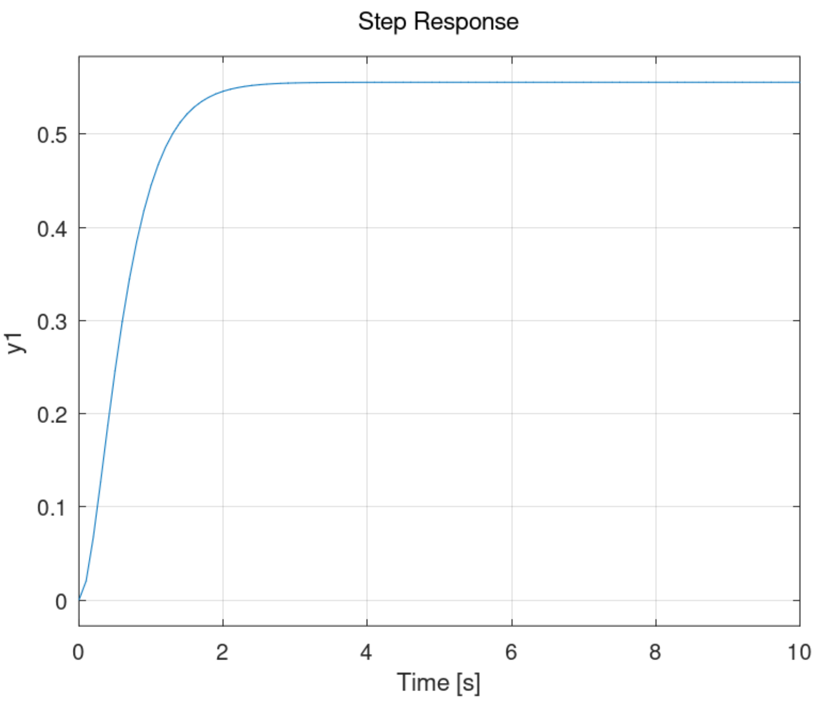

Figura 9: Resposta ao degrau `1i`

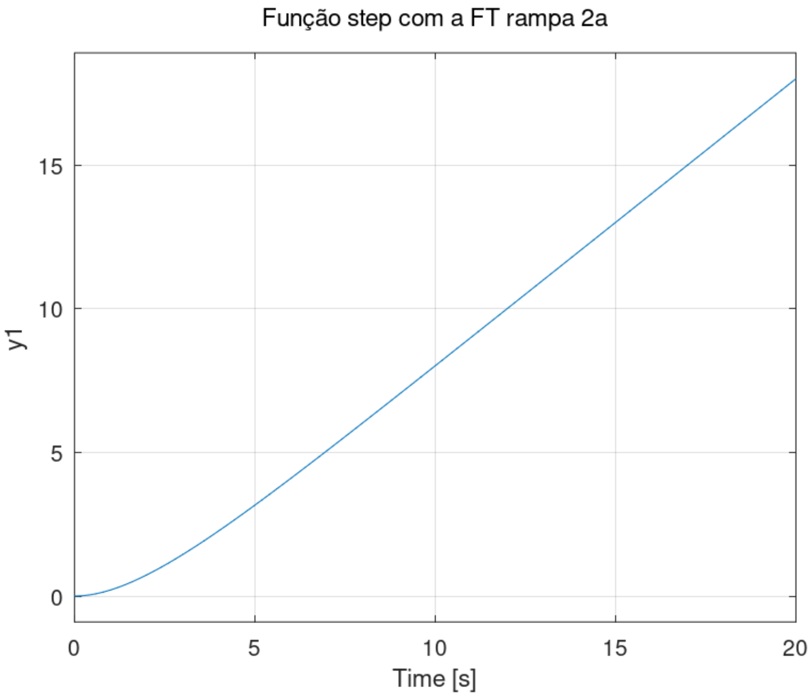

Figura 10: Resposta com função `Step` à FT

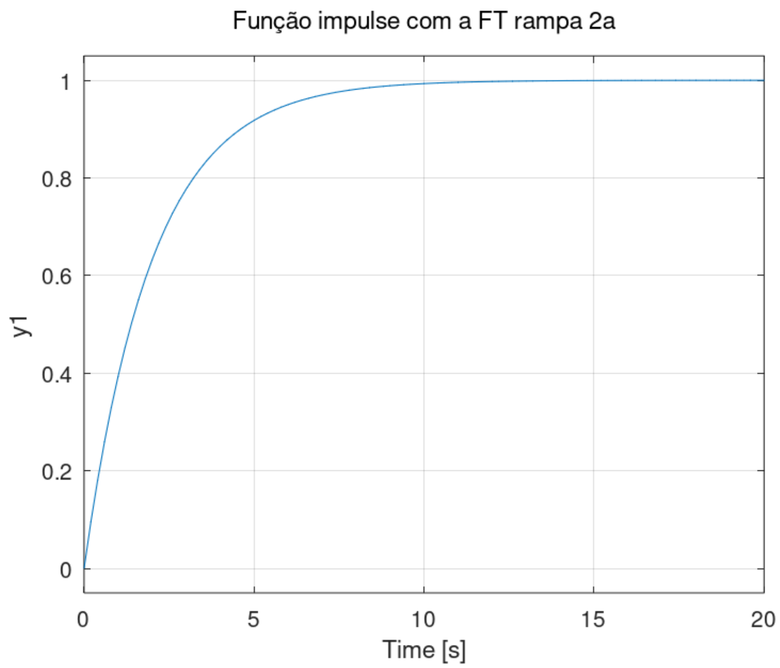

Figura 11: Resposta com função `Impulse` à FT

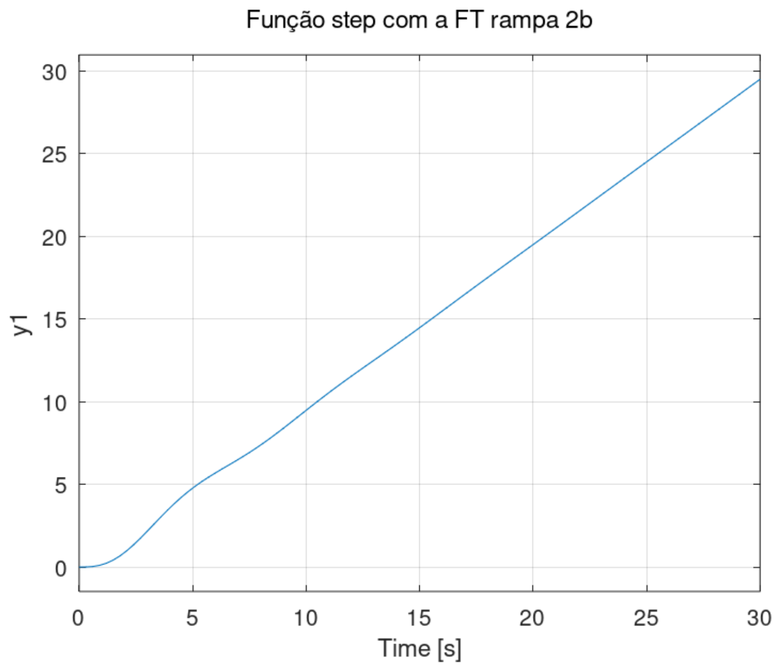

Figura 12: Resposta com função `Step` à FT

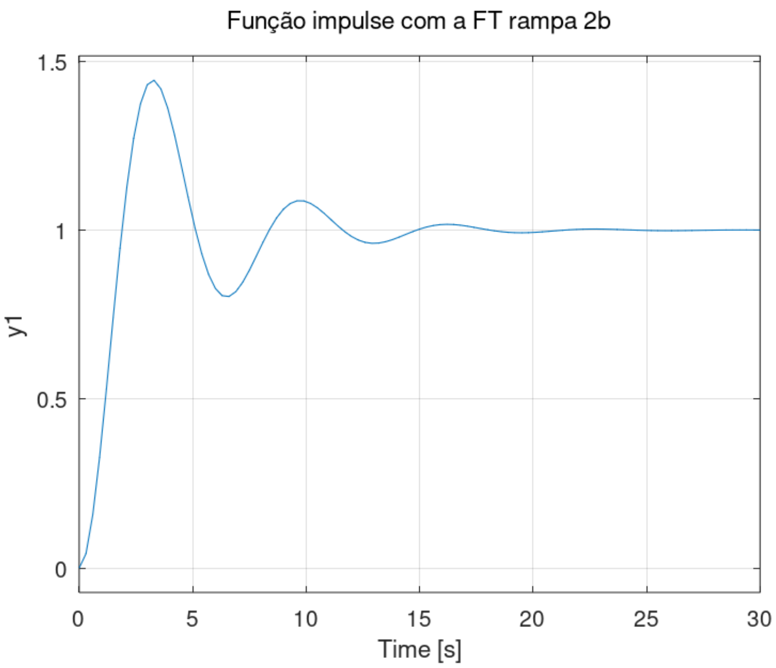

Figura 13: Resposta com função `Impulse` à FT

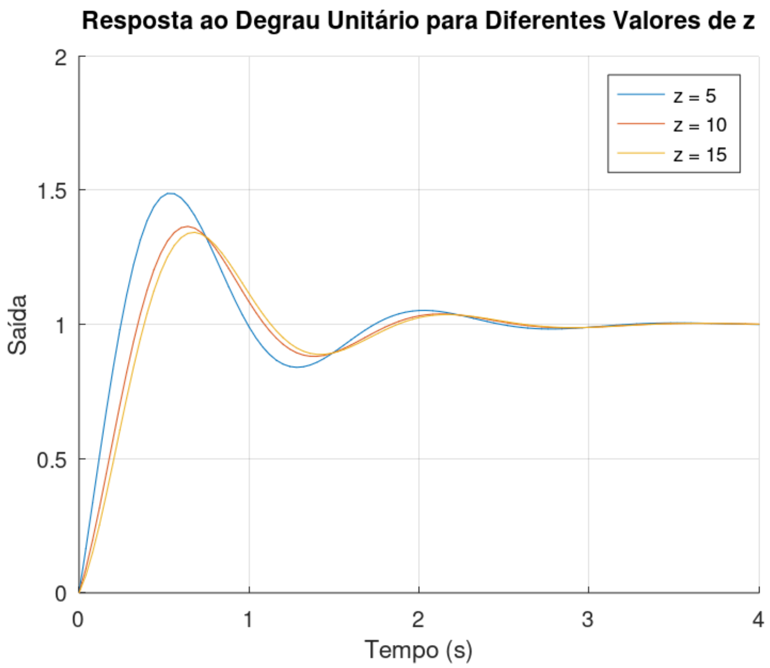

Figura 14: Resposta à variação da curva em função dos diferentes valores de z