

Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática

Cálculo II - Agrupamento 4

2020/21

Folha 1: Soluções

1. (a) $] -1, 1[$, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
(b) \mathbb{R} , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
(c) $] -1, 1[$, sendo simplesmente convergente em $x = 1$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
(d) $[1, 2[$, sendo simplesmente convergente em $x = 1$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
(e) \mathbb{R} , sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
(f) $\{2\}$, sendo absolutamente convergente nesse ponto.
(g) $[-3, -1[$, sendo simplesmente convergente em $x = -3$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
(h) $[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}]$, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
(i) $[-1, 1[$, sendo simplesmente convergente em $x = -1$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
(j) $] -\frac{4}{3}, \frac{8}{3}]$, sendo simplesmente convergente em $x = \frac{8}{3}$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
(k) $]0, 4[$, sendo absolutamente convergente em todos os pontos desse intervalo.
(l) $] -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, sendo simplesmente convergente em $x = \frac{1}{2}$ e absolutamente convergente nos restantes pontos.
2. —
3. (a) $T_0^3(x^3 + 2x + 1) = x^3 + 2x + 1$
(b) $T_\pi^3(\cos x) = -1 + \frac{(x-\pi)^2}{2}$
(c) $T_1^3(xe^x) = e + 2e(x-1) + \frac{3}{2}e(x-1)^2 + \frac{2}{3}e(x-1)^3$
(d) $T_0^5(\sin x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$
(e) $T_0^6(\sin x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$
(f) $T_1^n(\ln x) = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}(x-1)^n$.
4. (a) $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \frac{e^\theta}{(n+1)!}x^{n+1}$, para algum θ entre 0 e x .
(b) —
(c) Por exemplo, $\frac{1}{\sqrt{e}} \simeq T_0^2 f(-\frac{1}{2}) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8} = 0.625$, com erro inferior a $\frac{1}{6}$.
5. $|R_5(3)| \leq \frac{(3-\pi)^6}{6!}$
6. —
7. (a) $T_1^n(\frac{1}{x}) = 1 - (x-1) + (x-1)^2 + \dots + (-1)^n(x-1)^n$, $n \in \mathbb{N}$.
(b) $n = 3$ (ou outro superior a este).

8. $n = 6$.

9. —

10. (a) $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n x^n$, para $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$;

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} x^n$, para $-2 < x < 2$;

(c) $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x-1)^n$, para $0 < x < 2$.

11. $\frac{1}{x+1} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^{n+1}} (x-3)^n$, $x \in]-1, 7[$.