

universidade de aveiro



theoria poiesis praxis

UNIVERSIDADE DE AVEIRO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
3810-193 AVEIRO

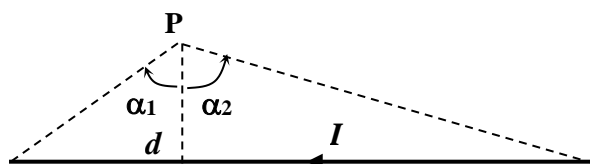
Mecânica e Campo Eletromagnético

Capítulo 3. Campos elétrico e magnético

3ª serie

Lei de Biot e Savart

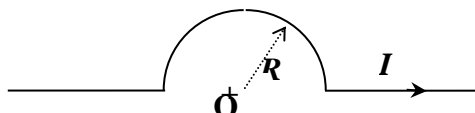
1. Considere um fio condutor retilíneo finito percorrido por uma corrente I :



- a) Determine o campo magnético criado no ponto P, em função dos parâmetros indicados.
b) Considere o fio muito comprido e calcule agora o campo magnético criado no mesmo ponto.

Solução: a) $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin |\alpha_1| + \sin |\alpha_2|) \text{ (T)}$; **b)** $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \text{ (T)}$.

2. Um fio infinito tem um troço semicircular de raio R . Este fio é percorrido por uma corrente I . Determine o campo magnético no centro da curvatura do troço.



Solução: $B = \frac{\mu_0 I}{4R} \text{ (T)}$

3. Considere um anel circular de raio r percorrido por uma corrente I .

- a) Determine o campo magnético no centro do anel.
b) Utilize o resultado da alínea anterior para calcular o campo magnético no centro de um disco isolador de raio R , carregado com densidade superficial de carga σ . O disco roda com velocidade angular ω .
c) Determine o campo magnético ao longo do eixo do anel de raio R , a uma distância d do seu centro. Obtenha uma aproximação para $d \gg r$.

Solução: a) $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$ (T) b) $B = \frac{\mu_0}{2} \sigma \cdot \omega \cdot R$ (T) c) $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + d^2)^{3/2}}$;

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2d^3}$$
 (T)

4. Considere uma espira quadrada de lado a , percorrida por uma corrente I .

- Determine o campo magnético no centro da espira.
- Determine o campo magnético ao longo do eixo da espira, a uma distância d do seu centro, numa aproximação válida para $d \gg a$.
- Compare os resultados das alíneas 3.c) e 4.b). Introduza nos resultados a grandeza *momento dipolar magnético*, p_m , que é (em módulo) igual ao produto (corrente \times área da espira).

Solução: a) $B = \frac{4\mu_0 I}{\sqrt{2} \pi a}$ (T) b) $B = \frac{\mu_0 I a^2}{2\pi d^3}$ (T)

5. Um átomo de hidrogénio consiste num protão e num eletrão separados por uma distância de $0,5 \times 10^{-10}$ m. Assumindo que o eletrão se move numa órbita circular em torno do protão com uma frequência de 10^{13} Hz, calcule o campo magnético, no sítio do núcleo, criado pelo movimento do eletrão.

Solução: $B = \frac{\mu_0 e f}{2r} \approx 2 \cdot 10^{-2}$ T

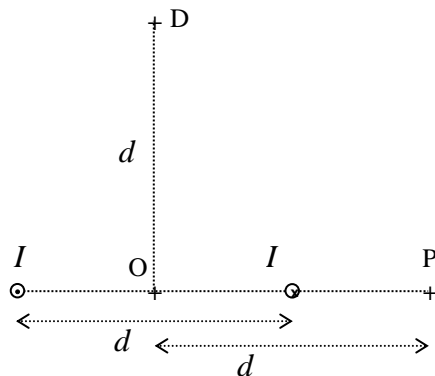
Força magnética:

6. Numa região do espaço coexistem um campo elétrico $\vec{E} = (3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}) \cdot 10^4$ V/m e um campo magnético desconhecido.

Uma partícula de carga $Q = 10^{-10}$ C sofre, num instante em que possui a velocidade de $\vec{v} = 10^3 \hat{i}$ m/s, uma força $\vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j}) \cdot 10^{-6}$ N. Determine o vetor campo magnético e o ângulo entre este campo e a direção da aceleração da partícula.

Solução: $\vec{B} = B_x \vec{i} + 20\vec{j} + 30\vec{k}$ (T); $\alpha = \arccos\left(\frac{3B_x + 40}{\sqrt{13B_x^2 + 16900}}\right)$ (rad)

7. Considere dois fios infinitos, paralelos, distanciados de d , e percorridos por correntes iguais mas de sentidos opostos.



- Calcule o campo magnético no ponto P situado a uma distância d , do ponto médio entre os fios.
- Calcule o campo magnético no ponto D sobre a reta perpendicular ao plano que contém os fios e passa pelo ponto médio, situado a uma distância d do plano.
- Calcule a força por unidade de comprimento que atua em cada fio.

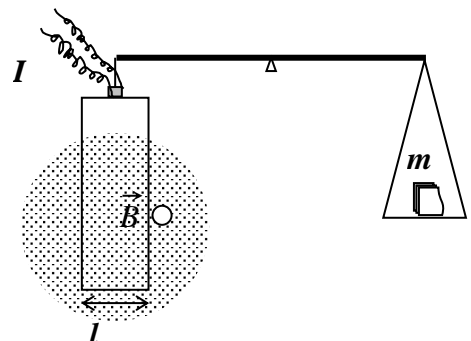
Solução: a) $\vec{B} = \frac{-2}{3} \frac{\mu_0 I}{\pi d} \vec{j}$ (T); b) $\vec{B} = \frac{2}{5} \frac{\mu_0 I}{\pi d} \vec{j}$ (T); c) $\vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \vec{i}$ (N)

8. Dois fios condutores retilíneos, paralelos e infinitos, distanciados de d , estão percorridos pelas correntes I e I' . Entre eles e no mesmo plano, coloca-se um terceiro fio condutor de comprimento L , percorrido por I'' e podendo deslocar-se lateralmente.

- Como devem ser os sentidos das correntes para existir uma posição de equilíbrio do 3º condutor entre os dois primeiros?
- Qual é a posição de equilíbrio do 3º condutor? Será que o comprimento desse tem uma influência? Discuta a estabilidade do equilíbrio.

Solução: a) I e I' de mesmo sentido b) $x = \frac{I}{|I - I'|} d$ (m)

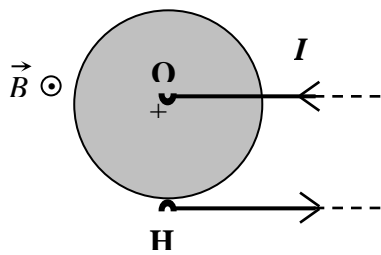
9. Considere a balança indicada na figura, onde um dos pratos está substituído por um quadro condutor por onde passa uma corrente I no sentido horário. A balança está em equilíbrio quando se coloca no prato uma massa m .



- a) Suponha que se cria um campo magnético uniforme perpendicular ao plano do papel. A balança fica em equilíbrio se se adicionar ao outro prato uma massa m_1 . Determine o sentido e o módulo do campo aplicado.
- b) Se tirar as massas m e m_1 , determine o sentido e o módulo do campo magnético capaz de manter a balança em equilíbrio.

Solução: a) $B = \frac{m_1 g}{I l}$ (T) b) $B = \frac{m g}{I l}$ (T)

10. Um disco metálico de raio R , capaz de rodar livremente sobre o seu eixo, está mergulhado num campo magnético uniforme e paralelo ao seu eixo. Uma corrente I circula como indicado na figura, graças a contactos sem atrito, percorrendo o disco radialmente. Este dispositivo é chamado de *roda de Barlow*.



- a) Utilizando coordenadas polares no plano do disco, exprima a força elementar dF que atua sobre um elemento de raio r e espessura dr do disco. Qual será o sentido de rotação do disco?
- b) Calcule o momento relativamente a O das forças magnéticas. Compare com o que se obtém considerando que a corrente circula apenas seguindo o raio OH.

Solução: a) $dF = B \cdot I \cdot dr$ (N) b) $\vec{M}_O = -\frac{I R^2}{2} \vec{B}$ (T)

11. Uma pequena esfera de massa m e carga q pode-se mover livremente no plano xy encontrando-se inicialmente ($t < 0$) em $(x,y) = (0,0)$. Existe no espaço um campo magnético uniforme $\vec{B} = B_z \hat{k}$. No instante $t = 0$ estabelece-se no espaço um campo elétrico uniforme $\vec{E} = E_x \hat{i}$.

- a) Determine a velocidade da esfera como função do tempo.
- b) Escreva um conjunto de equações paramétricas (parâmetro t – tempo), que traduzam a posição da esfera no plano xy em função do tempo.

Solução: a) $\vec{v}(t) = \frac{E_x}{B_z} [\hat{i} \cdot \sin(\omega t) + \hat{j}(\cos(\omega t) - 1)]$ (m/s) com $\omega = \frac{q \cdot B_z}{m}$

(rad/s)

b) $x(t) = \frac{E_x}{w B_z} (1 - \cos(\omega t))$ (m) ; $y(t) = \frac{E_x}{B_z} \frac{1}{\omega} \sin(\omega t)$ (m)

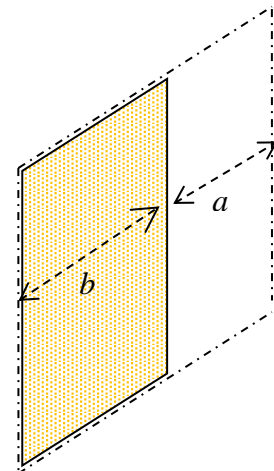
Lei de Ampère

12. Usando a Lei de Ampère calcule o campo \vec{B} , criado por um fio infinito percorrido por uma corrente I . Calcule a circulação de \vec{B} ao longo de uma circunferência de raio d centrada no ponto médio entre dois fios paralelos, distanciados de d , e percorridos por correntes iguais mas de sentidos opostos.

Solução: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$ (T) ; $\int \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$

13. Uma longa e fina superfície condutora de largura b é percorrida uniformemente por uma corrente I . Determine o campo magnético num ponto no mesmo plano da superfície condutora, mas fora dela, à distância a como mostra a figura.

Solução: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \cdot \log\left(\frac{a+b}{a}\right)$ (T)



14. Um condutor de secção circular de raio a é percorrido por uma corrente cuja densidade é dada por $j = \alpha r$. Determine o campo magnético em todo o espaço (dentro e fora do condutor).

Solução: dentro: $B = \frac{\mu_0 \alpha \cdot r^2}{3}$ (T) ; fora : $B = \frac{\mu_0 \alpha \cdot a^3}{3r}$ (T)

15. Um solenóide é constituído por um fio enrolado uniformemente sobre um corpo de superfície cilíndrica. Considere um solenóide de raio R , comprimento L ($L \gg R$) e N voltas por metro. Calcule o campo magnético num ponto do eixo do solenóide, no interior deste.

Solução: $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$ (T)

16. Um fio condutor está enrolado sobre um toróide de eixo vertical \hat{z} e de raio b . As espiras formam círculos de raio a ($a < b$) e são juntas, de modo que se conta N espiras/rad. Determine o campo magnético no interior das espiras, e no exterior, quando o fio está percorrido por uma intensidade I .

Solução: $\vec{B}_{int} = \mu_0 \frac{NI}{r} \vec{u}_\theta$; $\vec{B}_{ext} = \vec{0}$ (T)

17. Num sistema de eixos cartesiano considere um condutor plano vertical e infinito de espessura a , paralelo ao plano yOz com $x \in [-a/2 ; +a/2]$. Está percorrido por uma corrente uniforme de densidade $\vec{j} = j \hat{z}$.

- Determine a direção e a expressão do campo magnético em todo o espaço.
- Considere um segundo condutor plano paralelo ao anterior, de mesma espessura e centrado em $x = d$, percorrido pela corrente oposta. Determine o campo magnético produzido pelo conjunto em todo o espaço :

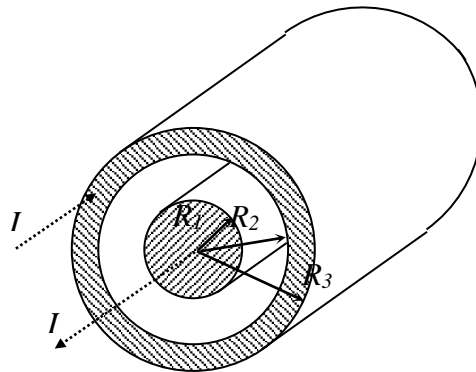
(i) por sobreposição dos dois casos

(ii) diretamente pela lei de Ampère

Solução: a) $\vec{B}_{int} = \mu_0 j x \hat{y}$; $\vec{B}_{ext} = \pm \mu_0 j \frac{a}{2} \hat{y}$ (T)

x	$-\infty$	$-a/2$	$+a/2$	$d-a/2$	$d+a/2$	$+\infty$
\vec{B}_{tot}	$\vec{0}$	$\mu_o j \left(x + \frac{a}{2} \right) \hat{y}$	$\mu_o j a \hat{y}$	$\mu_o j \left(d + \frac{a}{2} - x \right) \hat{y}$	$\vec{0}$	

18. Um cabo coaxial é formado por um cilindro condutor sólido de raio R_1 , envolvido por um cilindro condutor oco concêntrico com raio interno R_2 externo R_3 .



Na prática a corrente I é enviada pelo fio interno e retorna pela parte externa.

- Usando a lei de Ampère determine o campo magnético para todos os pontos, dentro e fora do condutor. Faça o gráfico de B em função de r . Suponha que a densidade de corrente é uniforme.
- Suponha que o condutor interior está ligeiramente descentrado. Determine o campo magnético no plano perpendicular aos condutores, ao longo da reta que passa pelos eixos de ambos.

Solução:

$$r < R_1 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{R_1^2} \text{ (T)}; \quad R_1 < r < R_2 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r} \text{ (T)}$$

$$R_2 < r < R_3 \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r} \left(1 - \frac{r^2 - R_2^2}{R_3^2 - R_2^2} \right) \text{ (T)}; \quad r > R_3 \Rightarrow B = 0 \text{ (T)}$$

Divergência do campo magnético

19. Um anel circular de raio R é percorrido por uma corrente de intensidade I .

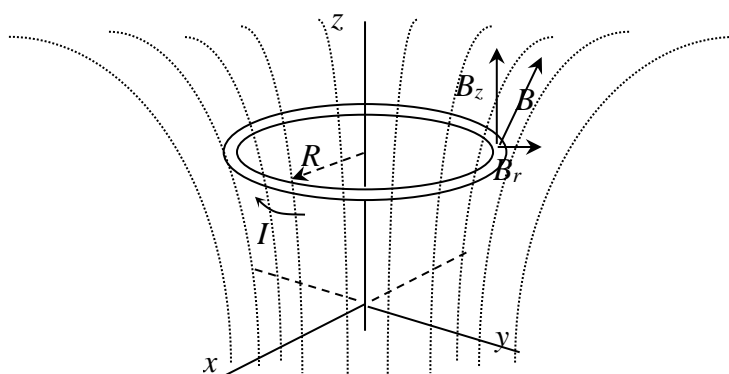
- Calcule o valor do campo magnético num ponto genérico P situado no eixo do anel a uma distância z deste. Verifique que em todos os pontos sobre o eixo do anel, $B = B_z(z)$.
- Faça uma análise quantitativa de \vec{B} num ponto próximo do eixo do anel mas não pertencente a este. Verifique que neste caso o campo não tem só componente segundo z , e que do facto de $\text{div } \vec{B} = 0$, o campo tem simetria axial, sendo a componente radial dada por $B_r = -\frac{r}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z}$.

- c) Ao produto (*corrente*) \times (*área*) damos o nome de momento dipolar magnético do anel de corrente, p_m . Verifique que para distâncias muito grandes comparadas com o raio do anel, o campo determinado na alínea a) é dado aproximadamente por: $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{z^3}$.

Solução:

$$\text{a) } B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \text{ (T)}$$

20. Considere um anel de corrente de raio R , e massa m , percorrido pela corrente I .



- a) Determine a componente radial de um campo magnético capaz de equilibrar o anel no campo gravítico, e qual o sentido do mesmo.
- b) Mostre que esse campo radial tem de ter uma componente B_z não nula, e determine-a.

Solução:

$$\text{a) } B_r = \frac{mg}{2\pi RI} \text{ (T)} \qquad \text{b) } B_z = \frac{-z}{r} \frac{mg}{2\pi RI} + C \text{ (T)}$$