João Pedro Reposo Ferreira
103625

$$= \lim_{y \to -\infty} \int_{y}^{-2} u^{-3/2} \, du - \lim_{z \to +\infty} \left(e^{-z} - e^{2} \right)$$

$$= \lim_{y \to -\infty} \left[u^{-\frac{1}{2}} \right]_{y}^{-2} - \lim_{z \to +\infty} \left(e^{-z} - e^{2} \right) \qquad u = (1-x)$$

$$= \lim_{y \to -\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{1-x}} \right]_{y}^{-2} - \left(0 - e^{2} \right)$$

$$= \lim_{y \to -\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{1-y}} \right) + e^{2}$$

$$= \lim_{y \to -\infty} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{1-y}} \right) + e^{2}$$

$= \frac{\sqrt{3}}{3} + e^{2}$, logo o integral impróprio é convergente.

2.

a)

i) $$\left| \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n + (-1)^n}{n^3 + 3n^2 + 4} \right| =$$

$$= \left| \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n}{n^3 + 3n^2 + 4} + \frac{(-1)^n}{n^3 + 3n^2 + 4} \right| \leq$$

$$= \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2n}{n^3 + 3n^2 + 4} + \frac{1}{n^3 + 3n^2 + 4}$$

$n^3 + 3n^2 + 4 > n^3 \Leftrightarrow \frac{2n}{n^3 + 3n^2 + 4} < \frac{2n}{n^3} = \frac{2}{n^2}$ $\qquad \frac{1}{n^\alpha} \Rightarrow$ se $\alpha > 1$ converge pelo critério de Riemann

como $\alpha = 2$ a série converge

$\frac{1}{n^3 + 3n^2 + 4} < \frac{1}{n^3}$ como $\alpha = 3$ a série converge

A soma de duas séries convergente origina uma convergente.