

universidade de aveiro



theoria poiesis praxis

**UNIVERSIDADE DE AVEIRO**  
**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**  
**3810-193 AVEIRO**

**Mecânica e Campo Eletromagnético**

**Capítulo 3. Campos elétrico e magnético**

**2ª serie**

1. Considere um condensador cilíndrico de comprimento infinito, cujas armaduras possuem raios  $r_1$  (interna) e  $r_2$  (externa).

- Determine a capacidade deste condensador, por unidade de comprimento.
- Mostre que se  $r_1 \approx r_2$ , ou seja  $(r_2 - r_1) \ll r_1$ , a expressão se pode aproximar à de um condensador plano de comprimento supostamente infinito, com largura  $(2\pi r_1)$  e distância entre placas  $(r_2 - r_1)$ .

**Solução:**      a)  $\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\log\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \text{ (F/m)}$       b)  $\frac{C}{L} \approx \frac{2\pi r_1 \epsilon_0}{(r_2 - r_1)} \text{ (F/m)}$

2. Considere um condensador plano de capacidade  $C$  ligado a um gerador que fornece uma tensão constante  $V$ .

- Calcule a energia armazenada no condensador.
- Se mantiver o gerador ligado, o que aconteceria à energia armazenada se a distância entre placas aumentar para o triplo? Utilize a expressão da capacidade de um condensador de placas paralelas.
- Verifique que a resposta é a mesma se utilizar a expressão da energia em função do campo elétrico.
- Se o afastamento das placas se fizesse depois de desligar o gerador, como iria variar a energia do condensador? De onde vem a energia extra?

**Solução:**      a)  $W = \frac{1}{2} CV^2 \text{ (J)}$       b) c)  $W' = \frac{1}{3} W \text{ (J)}$       d)  $W'' = 3W \text{ (J)}$

3. Considere um condensador de capacidade  $C$ , carregado com uma carga  $Q$ . Suponha que o liga em paralelo a outro condensador de capacidade  $C'$ , inicialmente descarregado.

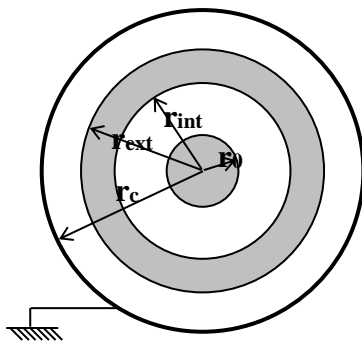
- Calcule a carga e a d.d.p. final de cada condensador.
- Calcule a energia do condensador inicial e do conjunto dos dois.
- Justifique a diferença de energia, tendo em consideração que a mesma é uma grandeza conservativa.

**Solução:**

a)  $Q_f = \frac{CQ}{C+C'} \text{ (C)}; Q'_f = \frac{C'Q}{C+C'} \text{ (C)}; V_f = \frac{Q}{C+C'} \text{ (C)}$

b)  $W_i = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \text{ (J)}; W_f = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C+C'} \text{ (J)}$

4. Considere uma esfera condutora de raio  $r_o$  envolvida por uma coroa esférica condutora de raios, respetivamente,  $r_{int}$  e  $r_{ext}$ . No exterior, existe uma coroa esférica de raio  $r_c$ , de espessura infinitesimal e, também, metálica. Suponha que a esfera interior tem carga  $+Q$  e que a exterior está ligada à terra.



- Determine o campo elétrico, em todas as regiões.
- Determine a relação entre a carga da esfera e o seu potencial.
- Compare o resultado com o que obterá se remove-se a coroa esférica intermédia. Comente.

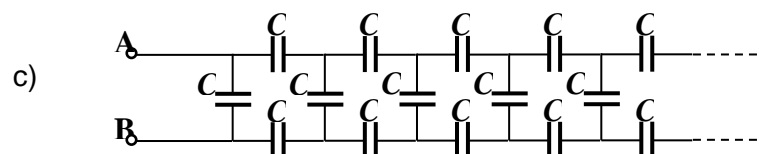
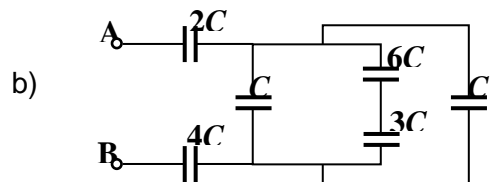
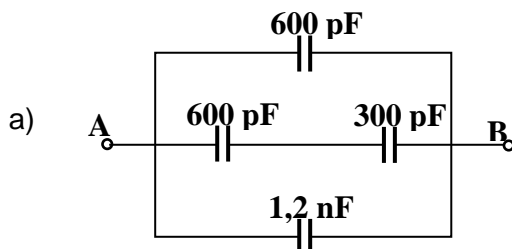
**Solução:**

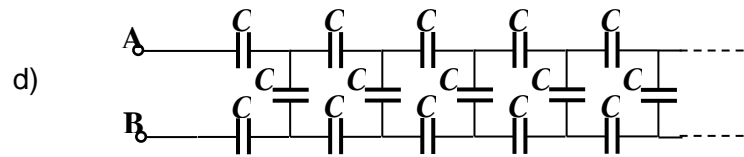
a)  $r < r_o$  e  $r_{int} < r < r_{ext}$ :  $\vec{E} = \vec{0} \text{ (V/m)}; r_o < r < r_{int}$  e  $r > r_{ext}$ :  $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r \text{ (V/m)}$

b)  $\frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left( -\frac{1}{r_c} + \frac{1}{r_{ext}} - \frac{1}{r_{int}} + \frac{1}{r_o} \right)^{-1} \text{ (F)}$  c)

$\frac{Q'}{V} = 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{1}{r_o} - \frac{1}{r_c} \right)^{-1} \text{ (F)}$

5. Determine a capacidade das seguintes associações de condensadores:





**Solução:** a)  $C_{eq} = 2 \text{ (nF)}$ ; b)  $C_{eq} = C \text{ (F)}$ ; c)  $C_{eq} = \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)C \text{ (F)}$ , d)  $C_{eq} = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)C \text{ (F)}$

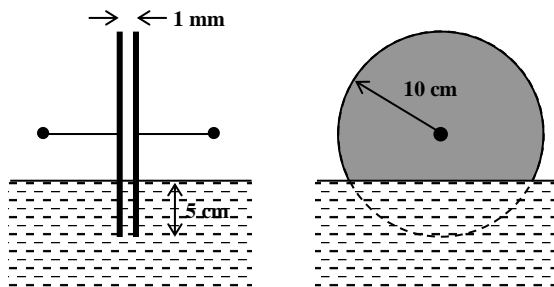
6. Considere um condensador plano com área  $A$  e distância entre as placas igual a  $d$ .

a) Se colocar uma placa metálica muito fina à distância  $d/3$  de uma das placas, qual será a nova capacidade do condensador? Justifique o cálculo.

c) E se a placa tiver uma espessura  $d/6$ ?

**Solução:** a)  $C' = \frac{\epsilon_0 A}{d} = C \text{ (F)}$  b)  $C'' = \frac{6 \epsilon_0 A}{5 d} = \frac{6}{5} C \text{ (F)}$

7. Um condensador é constituído por duas placas circulares **10 cm** de raio e com uma separação de **1,0 mm** entre si.

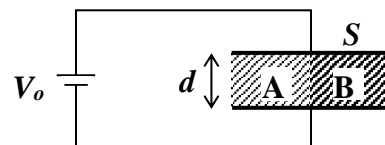


Calcule a capacidade deste condensador quando:

- a) Entre as placas existe apenas ar.
- b) O espaço entre as placas é preenchido por água, cuja permissividade relativa vale **81**.
- c) As placas são mergulhadas verticalmente em **5 cm** de água.

**Solução:** a)  $C = 10 \pi \epsilon_0 \approx 278 \text{ pF}$  b)  $C = 810 \pi \epsilon_0 \approx 22,5 \text{ nF}$  c)  $C \approx 4,62 \text{ nF}$

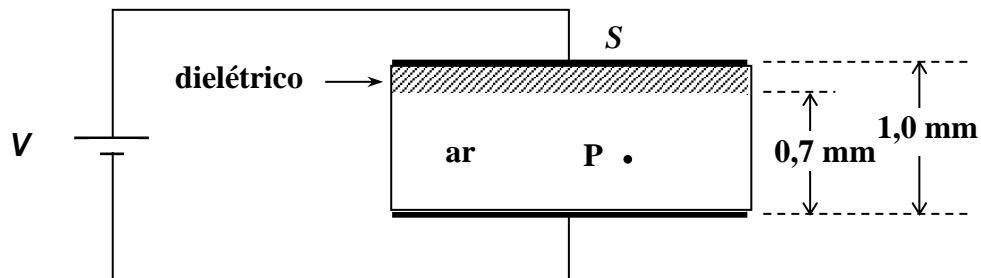
8. Um condensador de placas paralelas de área  $S$  é preenchido por dois materiais **A** e **B**, caracterizados, respetivamente, por constantes dielétricas  $\epsilon$  e  $2\epsilon$ . Os volumes dos dois materiais são iguais, como indica a figura.



- Calcule a capacidade do condensador.
- Obtenha a expressão para o campo elétrico, em cada um dos materiais.
- Determine as densidades de carga (livre) nas placas do condensador.
- Escreva a expressão da energia total armazenada no condensador e indique de que modo essa energia se distribui pelos dois dielétricos.

**Solução:** a)  $C = \frac{3 \epsilon S}{2 d}$  (F) b)  $|\vec{E}| = \frac{V_o}{d}$  (V/m) c)  $\sigma_A = D_A = \frac{\epsilon V_o}{d}$  (C/m<sup>2</sup>);  
 $\sigma_B = D_B = \frac{2 \epsilon V_o}{d}$  (C/m<sup>2</sup>) d)  $W = \frac{3 \epsilon S}{4 d} V_o^2$ ;  $W_A = \frac{1}{3} W$ ;  $W_B = \frac{2}{3} W$  (J)

9. Considere o seguinte condensador de placas paralelas, com área  $S=10\text{cm}^2$  e  $V=6\text{V}$ .



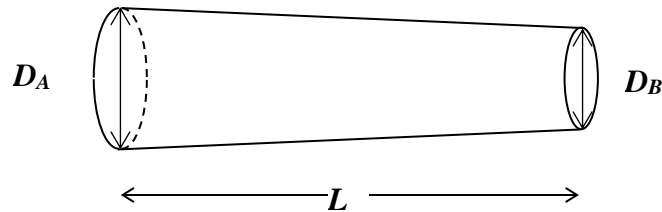
- Supondo que o dielétrico se caracteriza por  $\epsilon_r = 5,6$ , determine o campo elétrico no interior do dielétrico e no ponto P.
- Calcule as densidades de carga livre ( $\sigma$ ).
- Suponha que se retira o dielétrico. Compare a nova capacidade do condensador com a capacidade anterior.
- Explique, sucintamente, por que é que num material com polarização uniforme tudo se passa como se houvesse apenas dois planos de carga em lados opostos do material.
- Escreva a forma mais geral da lei de Gauss e interprete-a.

**Solução:** a)  $E_{int} = \frac{6}{(0,3 + 5,6 \times 0,7) \cdot 10^{-3}} \approx 1.422 \text{ V/m}$ ;  $E_P = \epsilon_r \cdot E_{int} = 7.962 \text{ V/m}$   
b)  $\sigma = |\vec{P}| = 57,8 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^2$  c)  $C_i = 117,4 \text{ pF}$ ;  $C_f = 88,5 \text{ pF}$

10. Um fio metálico de 2,5 m de comprimento e de 0,20 mm de diâmetro tem uma resistência de 1,4  $\Omega$ . Quanto vale a condutividade desse metal?

**Solução:**  $\frac{1}{\rho} = \sigma = 5,68 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$

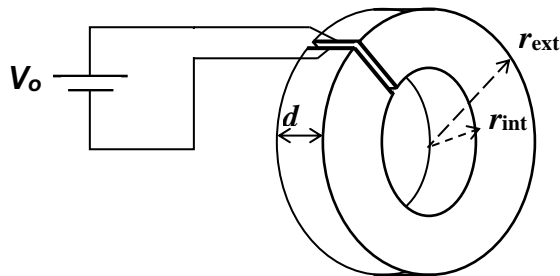
11. Na figura seguinte está representado um corpo em forma de cone truncado, alongado, feito de um material com resistividade  $\rho$ .



- Calcule a resistência entre as duas bases do corpo.
- Qual deverá ser o diâmetro de um cilindro do mesmo material e com o mesmo comprimento para que tenha a mesma resistência?

**Solução:** a)  $R = \frac{4\rho L}{\pi D_A D_B}$  (m)    b)  $D = \sqrt{D_A \cdot D_B}$  (m)

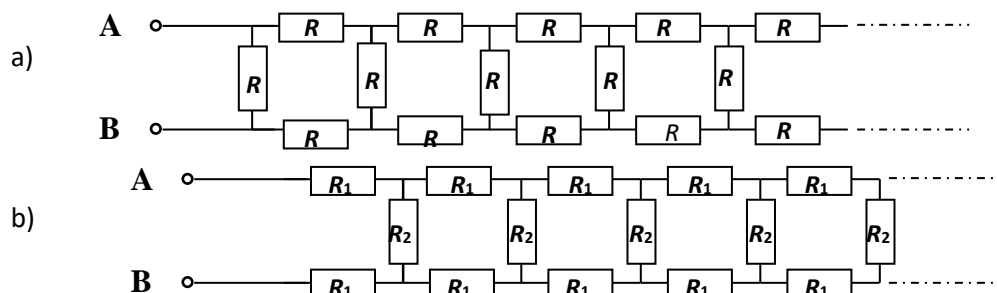
12. Uma coroa circular de espessura  $d$ , constituída por um material condutor de resistividade  $\rho$ , possui uma ranhura radial estreita. Uma bateria está ligada às faces dessa ranhura. Supondo que a corrente flui circularmente, calcule a intensidade de corrente total.



estreita. Uma bateria está ligada às faces dessa ranhura. Supondo que a corrente flui circularmente, calcule a intensidade de corrente total.

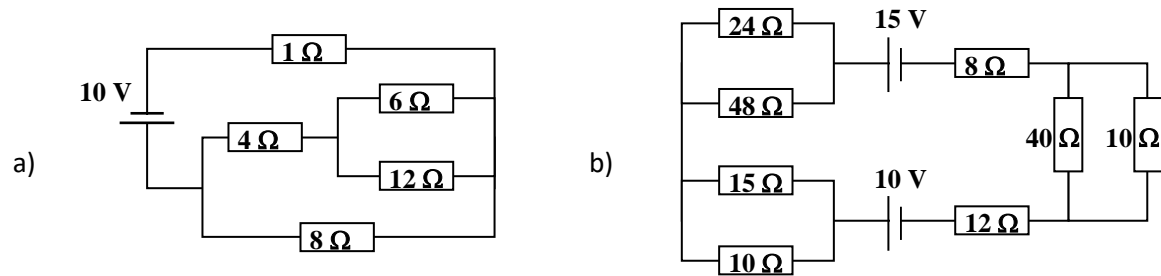
**Solução:**  $I = \frac{dV_0}{2\pi\rho} \log\left(\frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{int}}}\right)$

13. Calcule uma resistência equivalente entre os terminais A e B dos seguintes circuitos, que se prolongam indefinidamente para a direita:

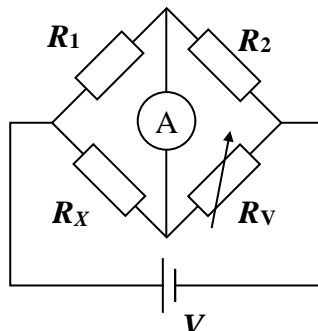


**Solução:** a)  $R_{eq} = (\sqrt{3} - 1)R \text{ } (\Omega)$  b)  $R_{eq} = R_1 + \sqrt{R_1^2 + 2R_1R_2} \text{ } (\Omega)$

**14.** Para cada um dos seguintes circuitos, determine a intensidade da corrente que passa em cada uma das baterias e em cada uma das resistências. Calcule também a potência dissipada nas várias resistências.

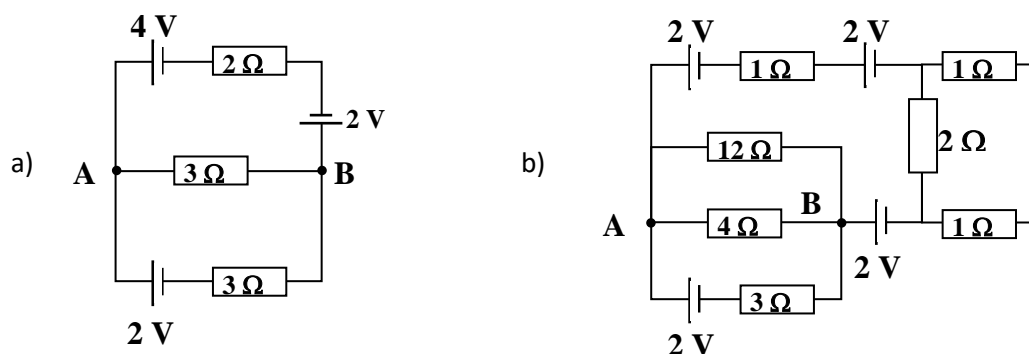


**15.** Determine a relação que existe entre as quatro resistências de uma ponte de Wheatstone quando esta se encontra equilibrada, ou seja, quando a corrente medida pelo galvanómetro é nula.



**Solução:**  $R_x = \frac{R_1 R_v}{R_2} \text{ } (\Omega)$

**16.** Calcule as intensidades das correntes nos vários ramos dos seguintes circuitos e indique os respetivos sentidos. Determine também a d.d.p. entre B e A.



**Solução:** a)  $V_{AB} = 1,428 \text{ V}$

b)  $V_{AB} = 1,428 \text{ V}$