FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO



TEORIA DO TRATAMENTO DE SINAL

M.EMG

Trabalho Final - Versão Provisória

Estudantes: João SÁ PEREIRA Docentes:
Prof. Jorge CARVALHO
Prof. Teresa LAJINHA

Conteúdo

1	Four	rier Theory Made Easy (?)					
	1.1	Uma o	nda sinusoidal	1			
	1.2	Transfo	ormadas de Fourier Famosas	4			
		1.2.1	Função Seno $ ightarrow$ Função Delta $\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	4			
		1.2.2	Função Gaussiana	5			
		1.2.3	Função Seno Cardinal → Pedestal	6			

Lista de Figuras

1.1	Onda sinusoidal	1
1.2	Taxa de amostragem	2
1.3	Sinal subamostrado	3
1.4	Função Seno.	5
1.5	Função Delta	5
1.6	Função Gaussiana.	6
1.7	Função Gaussiana - TF	6

1. Fourier Theory Made Easy (?)

1.1. Uma onda sinusoidal

Começaremos por reproduzir uma onda sinusoidal. A sua forma mais básica, como função do tempo, é dada pela seguinte expressão:

$$y(t) = A \cdot \sin(2\pi f t + \phi) \tag{1.1}$$

Para o primeiro exemplo, iremos representar em MATLAB uma onda sinusoidal com amplitude 5 e frequência de 4 Hz. Para isso, é necessário definir o eixo do tempo. Neste caso, o eixo do tempo começa em zero e acaba em 1 (segundos), com incrementos de 0.01. O código que fornece a imagem é o seguinte:

```
1  dt = 0.01;
2  t = 0:dt:1;
3  F = 4;
4  A = 5;
5  y = A * sin(2 * pi * F * t);
6  plot(t,y);
7  xlabel('Segundos');
```

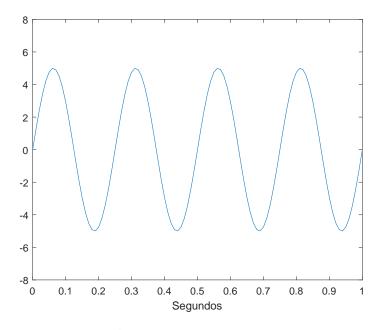


Figura 1.1: Onda sinusoidal.

Se definirmos a taxa de amostragem (*sampling rate*) como sendo igual a 256 e a duração da amostragem (*sampling duration*) como sendo igual a 1, podemos definir a variável dt como sendo o quociente entre a *sampling duration* e o *sampling rate*. E se representarmos a figura com pontos, podemos verificar que por cada segundo, temos 256 pontos.

```
sampling_rate = 256;
sampling_duration = 1;
dt = sampling_duration/sampling_rate;
t = 0:dt:1;
F = 4;
A = 5;
y = A * sin(2 * pi * F * t);
plot(t, y, 'o', 'MarkerSize',4);
xlabel('Segundos')
```

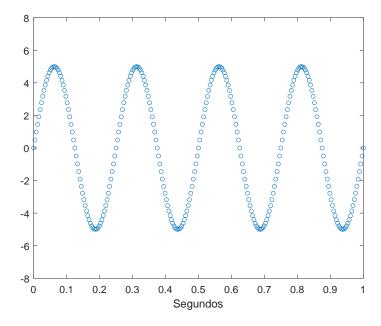


Figura 1.2: Taxa de amostragem.

Agora uma função sinusoidal com frequência de 8 Hz e com uma determinada taxa de amostragem. Quando se altera o valor do passo de amostragem, para 8.5 Hz, obtêm-se um sinal com frequência de 0.5 Hz. Este exercicio, recriado em MATLAB no código da página seguinte, mostra a importância da escolha do passo de amostragem.

```
1
   sampling_rate = 8.5;
2
   sampling_duration = 1;
3
   dt1 = 1/256;
   dt2 = sampling_duration/sampling_rate;
  % Vetor tempo e função seno 1
5
   t1 = 0:dt1:2;
6
7
   y1 = sin(2 * pi * 8 * t1);
  % Vetor tempor e função seno 2
8
   t2 = 0:dt2:2;
10 |y2 = \sin(2 * pi * 8 * t2);
11 % Plots
12
   hold on
13
   plot(t1,y1)
   plot(t2,y2, 'o', 'MarkerFaceColor', 'red', 'MarkerSize', 4)
   legend('Sinal', 'Sinal subamostrado')
15
   xlabel('Segundos')
17 hold off
18
   axis([0 2 -2 2])
```

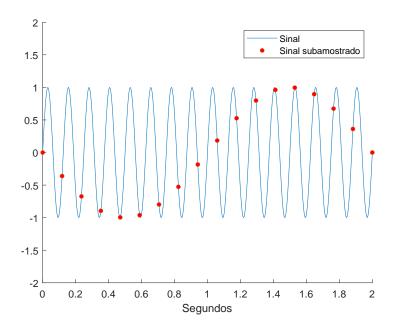


Figura 1.3: Sinal subamostrado.

1.2. Transformadas de Fourier Famosas

Uma transformada pega numa função (ou sinal) e transforma-a numa outra função (ou sinal). A transformada discreta de Fourier é dada pela seguinte expressão:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot e^{2\pi i f t} \cdot dt$$
 (1.2)

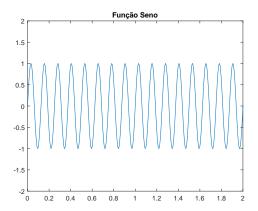
A transformada rápida de Fourier (do inglês: *Fast Fourier Transform*, abreviado FFT), é um algoritmo que calcula a transformada discreta de Fourier. A análise de Fourier converte um sinal do domínio original (tempo) para uma representação no domínio das frequências e vice-versa.

1.2.1. Função Seno ightarrow Função Delta

A transformada de Fourier de uma função sinusoidal é uma função delta de Dirac, pelo menos em parte. Quando aplicamos a transformada de Fourier no MATLAB (função fft) a uma função sinusoidal, o resultado é uma combinação de deltas de Dirac localizados nas frequências da função sinusoidal. A transformada de Fourier da função é zero em todas as frequências exceto na frequência da função seno, onde há um Dirac localizado.

```
% Criar os incrementos dt
2 | sampling_duration = 1;
   sampling_rate = 250;
   dt = sampling_duration/sampling_rate;
5
6
  % Vetor tempo e função Seno
  t = 0:dt:2;
7
8 | A = 1;
  F = 8;
9
10
  y = \sin(2 * pi * F * t);
11
12 | figure ();
13
   plot(t,y);
   title ('Função Seno');
14
   axis([0 2 -2 2]);
15
16
17 % Função Delta
   ft_y = fft(y);
19 | df = (1/dt)/length(ft_y);
20
   freq = (0:length(ft_y)-1)*df;
21
22 | figure ();
   plot(freq, abs(ft y));
   title ('Função Delta');
   axis([0 125 0 300]);
25
```

É possível verificar pelos gráficos produzidos pelo código anterior, que o Dirac ocorre na frequência $7.98403 \approx 8$, que é a frequência da função sinusoidal.



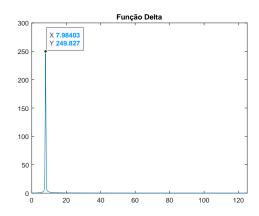


Figura 1.4: Função Seno.

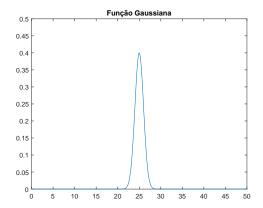
Figura 1.5: Função Delta.

1.2.2. Função Gaussiana

A transformada de Fourier de uma função gaussiana é também uma função gaussiana mas com parâmetros diferentes.

```
% Parâmetros e função Gaussiana
1
2
   media = 25;
3
   std = 1;
4
   A = 0.4;
5
   dt = 0.1;
   t = 0: dt:50;
6
7
   s = A * exp(-0.5 * ((t - media)/std).^2);
8
   figure();
9
   plot(t,s);
   title ('Função Gaussiana');
   axis([0 50 0 0.5]);
11
12
13 % Transformada de Fourier
   S = fftshift(abs(0.5*fft(s))); % Multiplicação por 0.5 para igualar ao
14
       apresentado no ppt
   f = 0:0.5:250;
15
   figure();
16
   plot(f,S, Color='#A2142F');
17
18
   title ('Função Gaussiana - TF')
```

Neste caso, a amplitude da transformada de Fourier é 5 e a média é 125. As figuras da página seguinte mostram a resposta do código apresentado.



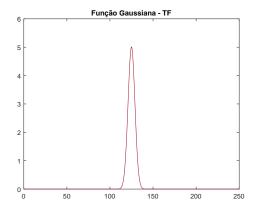


Figura 1.6: Função Gaussiana.

Figura 1.7: Função Gaussiana - TF.

1.2.3. Função Seno Cardinal ightarrow Pedestal

Isto é apenas um teste meu amigo.