

Licenciatura em Engenharia Informática Matemática Computacional

2º Semestre 2021-2022



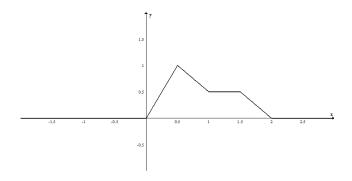
TP PL2 - Distribuições Contínuas

Distribuição Normal e Aditividade

1. Admite-se que a duração (em unidades de 1000 horas) da bateria de um telemóvel da marca EQUI, é uma v.a. X com a seguinte função de distribuição

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 1 - e^{-x}, & x > 0 \end{cases}$$

- (a) Calcule a probabilidade de uma bateria ter uma duração superior a 10000 horas.
- (b) Calcule a probabilidade de uma bateria ter uma duração compreendida entre 3000 e 5000 horas.
- (c) Qual a duração média de uma bateria de um telemóvel da marca EQUI?
- 2. A quantidade de álcool vendida, diariamente, pelo laboratório EQUIOL, em milhares de litros, é uma variável aleatória com a seguinte função densidade de probabilidade



- (a) Qual a percentagem de dias com uma venda de álcool compreendida entre 500 e 1250 litros?
- (b) Determine a quantidade média de álcool vendida diariamente pelo laboratório.
- 3. O tempo de permanência em laboratório de um técnico num período de trabalho de 45 minutos é uma v.a. X com f.d.p. definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{8}{3} - kx & , x \in \left[0, \frac{3}{4}\right] \\ 0 & , x \notin \left[0, \frac{3}{4}\right] \end{cases}, x - horas$$

- (a) Qual a probabilidade de um técnico escolhido ao acaso, permanecer em laboratório mais de 30 minutos?
- (b) Mostre que o tempo médio de permanência de um técnico em laboratório é de 15 minutos.

- (c) De 10 técnicos escolhidos ao acaso no conjunto dos técnicos que estão presentes no início do período de trabalho, qual a probabilidade de apenas 2 permanecerem no laboratório após 30 minutos?
- 4. Seja X uma variável aleatória com distribuição N(12.5;4). Calcule
 - (a) P(X < 15.1)
 - (b) P(X > 10)
 - (c) P(12.5 < X < 13.5)
 - (d) O valor de k que verifica P(X > k) = 0.2
- 5. O tempo de execução das operações de limpeza de uma máquina é uma v.a. com uma distribuição normal de média 43.5 minutos e um desvio padrão de 9.1 minutos. Calcule a probabilidade da execução de limpeza da máquina demorar mais de 33.1 minutos.
- 6. Um técnico de Biologia Marítima está interessado em analisar o tempo de sobrevivência de certos peixes tropicais, quando são transferidos para águas mais frias. Após uma série de experiências verificou-se que a vida média dos peixes em águas com temperaturas mais baixas era de 90 dias e o desvio padrão de 20 dias de acordo com uma distribuição normal. Qual a probabilidade dos peixes sobreviverem mais de 120 dias?
- 7. Admite-se que a durabilidade dos Pneus H21 se distribui normalmente com média 20000km e desvio-padrão 2000km.
 - (a) Qual a percentagem de pneus cuja durabilidade não excede 22000km?
 - (b) Determine a probabilidade da durabilidade de um p
neu H21 estar compreendida entre 20000 e 22000km.
- 8. Numa dada população o peso dos homens é uma v.a. com distribuição normal de média 75kg e desvio padrão 5kg e o peso das mulheres é uma v.a. com distribuição normal de média 58kg. Sabe-se ainda que 20% das mulheres pesam mais de 65kg.
 - (a) Calcule a probabilidade do peso total de 5 homens exceder 400kg.
 - (b) Determine a probabilidade de que o peso de uma mulher desta população esteja compreendido entre 60 e 65kg.
 - (c) Numa pequena embarcação sentam-se 6 mulheres a bombordo e 5 homens a estibordo. Qual a probabilidade da embarcação adornar para bombordo?
- 9. O peso de cada saco de "pellets" é uma v.a. com distribuição normal. Sabe-se que 50% dos sacos têm um peso superior a 15kg. Segundo o processo de enchimento actual 10% deles pesam menos de 11kg. Os sacos são vendidos em conjuntos de 10.
 - (a) Calcule a probabilidade do peso de um conjunto exceder 160kq.
 - (b) Pretende-se melhorar a qualidade do processo de enchimento para que apenas 4.95% dos conjuntos tenham peso inferior a 148kg. Para que valor se deve ajustar o desvio padrão?

- 10. Admite-se que o tempo de execução do processo de atualização "act21" é uma v.a. com distribuição normal de média 20 segundos e desvio padrão 4.8 segundos. Caso o processo demore mais de 25 segundos a ser executado é emitido um alerta.
 - (a) Calcule a probabilidade de numa execução do processo "act21"não ser emitido nenhum alerta.
 - (b) Considerando 10 execuções independentes deste processo "act21" calcule a probabilidade de ser recebido apenas um alerta.
 - (c) Calcule o tempo de execução que é ultrapassado apenas por 10% dos processos "act21".
- 11. A quantidade de açúcar consumida diariamente na pastelaria "BIN", na secção de confeção de bolos, segue uma distribuição normal N (1000, 150²).
 - (a) Determine a probabilidade de serem consumidos entre 980 e 1230kg de açúcar num dia.
 - (b) Qual deverá ser a quantidade diária em armazém de modo que a probabilidade de rutura não seja superior a 10%?
 - (c) Qual a probabilidade de numa semana serem consumidos pelo menos 7230kg de açúcar?
- 12. Num condomínio fechado, os pesos (em kg) dos adultos e das crianças nele residentes são variáveis aleatórias independentes que seguem uma distribuição normal de valor médio 70kg e desvio padrão 10kg para os adultos, e valor médio μ e desvio padrão 5kg para as crianças. Sabe-se ainda que 15.87% das crianças têm peso superior a 40kg.
 - (a) Calcule o peso médio de uma criança residente nesse condomínio.
 - (b) O elevador do prédio só funciona com uma carga inferior a 250kg. Qual a probabilidade do elevador não funcionar numa viagem quando no seu interior estão 2 adultos e 3 crianças?
- 13. Numa dada população, o valor de colesterol de um indivíduo é uma v.a. com uma distribuição normal de média 195mg/100ml e desvio padrão 14mg/100ml.
 - (a) Calcule a probabilidade de um indivíduo escolhido aleatoriamente ter um valor de colesterol entre $183 \ e \ 210mg/100ml$.
 - (b) Calcule a probabilidade do valor médio do colesterol para uma amostra de 8 indivíduos ser inferior a 198mg/100ml.
- 14. As velocidades de download (Mbps) de dois fornecedores de internet, AK1 e BTX, têm distribuição normal com parâmetros definidos na seguinte tabela

Fornecedor	Média (μ)	Desvio padrão (σ)
AK1	17.2	7.2
BTX	17.8	6.3

(a) Qual a probabilidade da velocidade de download do fornecedor AK1 ser superior a 25 Mbps?

- (b) Um vendedor da AK1 apostou com um colega da BTX que o acesso à internet da sua empresa era mais rápido. Assim, combinaram medir a velocidade de download a uma dada hora para decidirem quem seria o vencedor. Qual será a probabilidade do vendedor da AK1 ganhar a aposta?
- 15. Uma máquina empacota um certo produto em doses de peso X, com uma distribuição normal de média 25g e desvio padrão 0.4g. O peso de um pacote vazio, Y, tem também uma distribuição normal de média 5g e desvio padrão 0.2g. Escolhendo aleatoriamente uma amostra de 20 pacotes, qual é a probabilidade do peso médio dos 20 pacotes estar compreendido entre 29g e 31g?

Soluções:

Soluções:

- 1. (a) $\approx 4.54 \times 10^{-5}$ (b) 0.0430 (c) 1000h
- 2. (a) 50% (b) 875 litros
- 3. (a) ≈ 0.1111 (b) 0.1937
- 4. (a) 0.9032 (b) 0.8944 (c) 0.1915 (d) 14.18
- 5. 0.8729
- 6. 0.0668
- 7. (a) $\approx 84\%$ (b) 0.3413
- 8. (a) 0.0125 (b) 0.2047 (c) 0.1230
- 9. (a) 0.1562 (b) ≈ 0.38
- 10. (a) 0.8508 (b) 0.3474 (c) $\approx 26.14s$
- 11. (a) 0.4887 (b) 1192 (c) 0.2810
- 12. (a) 35kg (b) 0.3821
- 13. (a) 0.6628 (b) 0.7291
- 14. (a) 0.1401 (b) 0.4761
- 15. ≈ 1