

# IA707 – Computação Evolutiva

## Exercício de Fixação de Conceitos (EFC) 1

Turma A – 1º semestre de 2023

Prof: Levy Boccato Email: lboccato@dca.fee.unicamp.br

## Apresentação do Problema

O problema quadrático de alocação (QAP, do inglês *quadratic assignment problem*) foi proposto inicialmente por Koopmans e Beckmann, em 1955, e é considerado um dos mais importantes dentro da otimização combinatória. Com efeito, o QAP é um problema da classe NP-difícil, de modo que não há até hoje um algoritmo que o resolva em tempo polinomial.

Em termos simples, o QAP pode ser enunciado da seguinte forma:

**Definição (QAP).** Considere um conjunto de  $n$  instalações e um conjunto de  $n$  localidades. Para cada par de localidades, uma distância é especificada, enquanto para cada par de instalações existe um fluxo previsto (e.g., a carga total transportada entre as instalações). O desafio consiste em designar as instalações para as localidades disponíveis de tal modo a minimizar a soma das distâncias multiplicadas pelos fluxos correspondentes.

Matematicamente, o problema pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\min \sum_{i,j=1}^n \sum_{k,p=1}^n f_{ij} d_{kp} x_{ik} x_{jp} \quad (1)$$

$$\text{s.a. } \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad 1 \leq j \leq n, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad 1 \leq i, j \leq n \quad (4)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a instalação } i \text{ foi alocada na localidade } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (5)$$

As restrições expostas nas equações (2) e (3) garantem que para cada localidade, sempre haverá uma – e apenas uma – instalação alocada. Intuitivamente, espera-se que instalações com alto fluxo entre si sejam designadas a localidades próximas.

## Atividade

Neste exercício, vamos abordar a instância do QAP tratada em [Elshafei, 1977], que estudou a alocação de 19 clínicas em um departamento do Hospital Ahmed Maher, no Cairo, Egito, considerando o fluxo de pacientes entre elas, com o auxílio de um algoritmo genético (GA, do inglês *genetic algorithm*). O arquivo `elshafei.QAP.mat` traz a matriz **W** com os fluxos previstos entre as instalações, assim como a matriz **D** com as distâncias entre as localidades.

- Escolha uma representação adequada para as soluções candidatas e uma função de avaliação (*fitness*). Discuta as razões que o motivaram a tais escolhas, além de apontar a cardinalidade do espaço de busca.
- Descreva um algoritmo genético adaptado ao QAP tendo em vista a codificação adotada. Justifique as escolhas feitas com relação aos operadores (e.g., seleção) e parâmetros do algoritmo (e.g., tamanho da população e critério de parada).
- Execute o GA construído no item b) 10 vezes, gerando, em cada caso, uma população inicial aleatória. Apresente a melhor solução obtida pelo algoritmo e o respectivo custo em cada execução. Além disso, compute o custo médio e o desvio padrão nesse conjunto de execuções. Comente.

**Observação:** a solução ótima para esta instância possui um custo igual a 17.212.548.

- (d) Para cada uma das 10 realizações do item c), apresente as curvas de custo médio da população, bem como do custo do melhor indivíduo (ou seja, do custo mínimo) em função do número de gerações. Discuta o desempenho do algoritmo à luz dos resultados obtidos, das curvas de custo geradas e das próprias características do problema.
- (e) Implemente, por fim, uma busca aleatória e faça 10 execuções independentes considerando a mesma quantidade de avaliações da função de *fitness* que o GA consumiu. Compare os resultados obtidos pelos dois métodos.

## Referências

[Elshafei, 1977] A. N. Elshafei, *Hospital layout as a quadratic assignment problem*. Operations Research Quarterly, vol. 28, pp. 167–179, 1977.