Projeto de Pesquisa – Iniciação Científica
Estágio científico e tecnológico I (EE015)

Estudo e Aplicação de Modelos de Previsão no Contexto de Séries de Vazões de Rios

Submetido à
Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação (FEEC)

Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial (DCA)
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC)
Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)
CEP 13083-852, Campinas, São Paulo (SP)

Candidato: Daniel Neto
Orientador: Prof. Levy Boccato

Resumo

O problema de predição de séries temporais consiste em tentar estimar o valor futuro de uma sequência de observações de um fenômeno a partir do conhecimento de seu comportamento histórico. Para isso, vários modelos foram desenvolvidos na literatura, como o modelo autorregressivo. Uma instância particularmente desafiadora deste problema surge no contexto de medidas de vazões de rios, as quais formam séries não-estacionárias e com flutuações sazonais.

O objetivo deste projeto é estudar diferentes abordagens de predição, tanto lineares quanto não-lineares, e aplicar estas técnicas a séries de vazões, de modo a avaliarmos o desempenho obtido por cada modelo e estabelecer um quadro comparativo.

1 Introdução e Justificativa

Um desafio bastante comum em várias áreas do conhecimento, tais como engenharia, economia, matemática aplicada e computação, consiste em tomar decisões tendo como base informações históricas de um determinado fenômeno sob estudo. Entretanto, as incertezas relacionadas ao comportamento temporal do fenômeno dificultam ainda mais esta tarefa, bem como possíveis inter-dependências, explícitas ou implícitas, entre as diferentes fontes de informação.

Um exemplo prático deste desafio surge no âmbito do planejamento energético de uma região ou país, em que é preciso analisar um conjunto de variáveis ambientais com comportamento aleatório, como medidas de vazões de rios, ventos, e temperatura, para construir uma estratégia efetiva [1].

Neste contexto, uma abordagem bastante explorada consiste em tentar elaborar modelos matemáticos que sejam capazes de prever de forma suficientemente confiável o comportamento do fenômeno aleatório até um determinado horizonte de tempo [2]. Em outras palavras, dada uma série de observações relacionadas ao fenômeno aleatório de interesse, a qual constitui uma série temporal, o modelo de previsão deve realizar a estimação do valor da série em algum instante futuro.

Os diferentes esforços ao longo dos anos deram origem a vários modelos de séries temporais [2]. Cada modelo estabelece uma regra para a progressão teórica da distribuição de probabilidades subjacente aos dados amostrados e, com base nisto, gera uma estimativa do valor da série no instante futuro desejado.

O modelo autorregressivo (AR, do inglês *auto-regressive*) [2, 3, 4] representa uma das opções mais clássicas e amplamente utilizadas na literatura para representar e prever uma série temporal. No AR, o valor da série no instante n, aqui denotado por $x(n)$, é determinado a partir de uma combinação linear dos valores passados até um instante $n - M$, onde M determina a ordem do modelo. Em termos matemáticos, a regra de evolução temporal do modelo AR é dada por:

$$x(n) = a_1^* x(n-1) + \ldots + a_M^* x(n-M) + \eta(n), \tag{1}$$

onde $a_i, i = 1, \ldots, M$ são os coeficientes do modelo AR que ponderam as amostras passadas da série, $(\cdot)^*$ representa o complexo conjugado e $\eta(n)$ denota o erro instantâneo, cuja média é nula e cuja variância (σ_η^2) é constante. Este último termo constitui um ruído branco (em inglês, *white noise*) e também é chamado na literatura de "choque aleatório" [2].

A expressão (1) pode ser colocada em uma forma mais compacta:

$$\sum_{k=0}^{M} a_k^* x(n-k) = \eta(n), \tag{2}$$

com $a_0 = 1$. Agora, é possível reconhecer o lado esquerdo em (2) como uma soma de convolução, o que nos permite pensar no modelo AR à luz do arcabouço conceitual de sistemas lineares e invariantes com o tempo (LTI, do inglês *linear time-invariant*) [3]. Com efeito, conforme mostrado em [3], dado um processo aleatório AR, ele pode ser gerado a partir da filtragem de um ruído branco $\eta(n)$ através de um sistema LTI cuja função de transferência no domínio $\mathcal{Z}$ corresponde a:

$$H_{\text{síntese}}(z) = \frac{1}{\sum_{k=0}^{M} a_k^* z^{-k}} \tag{3}$$

Tendo em mãos uma série temporal $x(n)$, é necessário determinar os valores dos coeficientes $a_k, k = 1, \ldots, M$ de tal modo que o modelo AR forneça a melhor aproximação possível para $x(n)$. Se multiplicarmos ambos os lados de (2) por $x^*(n-l)$ e aplicarmos o operador de esperança estatística, obtemos:

$$E\left\{\sum_{k=0}^{M} a_k^* x(n-k) x^*(n-l)\right\} = E\left\{\eta(n) x^*(n-l)\right\} \tag{4}$$

O termo à esquerda em (4) corresponde à autocorrelação do processo $x(n)$ para um atraso $(l-k)$, enquanto o termo à direita representa a correlação cruzada entre $x(n-l)$ e o ruído branco $\eta(n)$, a qual é nula para todo $l > 0$ [3]. Então, para qualquer $l > 0$, temos que:

$$\sum_{k=0}^{M} a_k^* r(l-k)] = 0, \tag{5}$$

onde $r(m)$ é a autocorrelação do processo $x(n)$ para um atraso m. Considerando, finalmente, M valores sucessivos para o atraso $l > 0$, podemos montar um sistema de equações com M equações e M incógnitas, a saber, os coeficientes do modelo AR. Na forma matricial, temos que:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \dots & r(M-1) \\ r^*(1) & r(0) & \dots & r(M-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r^*(M-1) & r^*(M-2) & \dots & r(0) \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \underbrace{\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_M \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}} = \underbrace{\begin{bmatrix} r^*(1) \\ r^*(2) \\ \vdots \\ r^*(M) \end{bmatrix}}_{\mathbf{r}}, \tag{6}$$

onde $w_k = -a_k, k = 1, \dots, M$. O sistema em (6) define as chamadas equações de Yule-Walker, cuja solução é dada por [2, 3]:

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{r}. \tag{7}$$

Interessantemente, a solução para os coeficientes do modelo AR também pode ser obtida utilizando o arcabouço teórico de filtragem ótima (Wiener) [5, 3]. A vantagem desta última formulação é que ela explicitamente modela o problema como uma tarefa de otimização, na qual se deseja encontrar os coeficientes que levam ao mínimo erro quadrático médio de predição.

Outro modelo linear clássico na literatura de séries temporais assume que os valores de $x(n)$ resultam de uma combinação linear dos erros passados, ou, analogamente, de valores passados do próprio ruído branco, como mostra a expressão a seguir:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{K} b_k^* \eta(n-k), \tag{8}$$

onde $b_0 = 1$ e K representa a ordem do modelo, o qual é conhecido como médias móveis (MA, do inglês *moving-average*) [3, 2].

A combinação das ideias presentes nos modelos AR e MA dá origem a um modelo linear mais geral, denominado ARMA (*auto-regressive moving-average*). Neste caso, o valor da série temporal no instante n depende linearmente de valores passados da própria série e também do ruído branco, como mostra a expressão abaixo:

$$\sum_{k=0}^{M} a_k^* x(n-k) = \sum_{k=0}^{K} b_k^* \eta(n-k) \tag{9}$$

Assim como ocorre no caso do modelo AR, o uso do MA e do ARMA requer a obtenção dos valores ótimos para os coeficientes das regras lineares. Entretanto, diferentemente do

AR, não é mais possível determinar uma solução em forma fechada, de maneira que métodos iterativos e/ou heurísticos de busca devem ser empregados. Além disso, embora seja um pouco mais geral, o modelo ARMA ainda realiza a previsão por meio de uma regra linear, o que pode ser uma limitação crítica quando se tenta capturar o comportamento temporal de séries mais complexas.

Neste contexto, uma alternativa promissora para o problema de modelagem e previsão de séries temporais consiste em lançar mão de estruturas não-lineares para realizar a estimação. Por exemplo, a área de redes neurais artificiais oferece um conjunto de arquiteturas com maior flexibilidade para criar complexos mapeamentos, até mesmo dinâmicos, de entrada e saída [6]. Dentre as várias redes existentes, mencionamos a rede perceptron de múltiplas camadas (MLP, do inglês *multilayer perceptron*) e, também, dois modelos recorrentes, como as LSTM (*long short-term memory*) [7] e as GRUs (*gated recurrent units*) [8].

Tendo em mente esta exposição panorâmica de alguns modelos de séries temporais, a proposta deste trabalho de iniciação científica é realizar um amplo estudo acerca do problema de predição, tendo como aplicação-alvo o tratamento de dados reais de vazões mensais ou diárias em rios brasileiros.

No cenário nacional, dado o papel fundamental que as usinas hidroelétricas desempenham na geração de energia elétrica, é necessário realizar uma boa gestão do uso da reserva hídrica de cada usina para se ter uma estratégia adequada de geração e distribuição da energia. Neste sentido, a possibilidade de ter previsões confiáveis das vazões dos rios que deságuam na represa de cada usina se torna um fator bastante relevante [1], o que motiva o estudo de modelos de previsão para tais séries temporais.

Adicionalmente, as características típicas das séries de vazões, como sua não-estacionariedade e a presença de componentes sazonais, as quais refletem as variações de clima por conta das estações do ano, também aumentam o desafio de se tentar modelar sua evolução temporal.

Neste contexto, vamos considerar inicialmente a aplicação dos três modelos clássicos de séries temporais (AR, MA e ARMA). Para a adaptação dos modelos MA e ARMA, faremos uso de algoritmos de otimização inspirados na natureza, como os algoritmos evolutivos [9] e os sistemas imunológicos artificiais [10], dado o potencial que possuem de explorar o espaço de busca, escapando de soluções localmente ótimas, e de refinar soluções em torno de regiões que se mostrem promissoras.

Além disto, pretendemos explorar também alguns modelos não-lineares para a previsão destas séries, como, por exemplo, redes neurais artificiais. Para isto, será necessário realizar um estudo de fundamentos de aprendizado de máquina (*machine learning*) para que seja possível treinar estes modelos e, simultaneamente, evitar que ocorra sobreajuste aos dados de treinamento, melhorando, assim, sua capacidade de generalização.

O desempenho dos vários modelos de séries temporais implementados será avaliado em um conjunto de cenários de vazões de rios, com diferentes perfis hidrológicos. Com isto, buscaremos traçar um quadro abrangente das potencialidades e limitações de cada modelo.

A seguir, descrevemos os principais objetivos do projeto, bem como a metodologia e o plano de trabalho que serão adotados.

2 Objetivos

O primeiro objetivo do trabalho é a realização de um estudo teórico sobre o problema de previsão de séries temporais, dando destaque inicial aos modelos clássicos da literatura. Para isto, será necessário cobrir diversos fundamentos ligados a variáveis aleatórias e processos estocásticos, estimação e sinais/sistemas lineares.

O segundo objetivo do trabalho é a implementação do modelo AR. Esta etapa deve ser vista como um passo importante, pois já proporcionará ao aluno contato com conceitos e práticas importantes em aprendizado de máquina, como, por exemplo, validação cruzada.

O terceiro objetivo do trabalho se refere à implementação dos modelos MA e ARMA. Neste momento, será necessário fazer um breve estudo sobre ferramentas de otimização inspiradas na natureza, como, por exemplo, algoritmos evolutivos [9], os quais serão empregados para a adaptação dos parâmetros livres destes modelos.

O quarto objetivo do trabalho é incorporar algumas estruturas não-lineares de predição, como, por exemplo, alguns tipos de redes neurais artificiais, ao conjunto de modelos candidatos.

Uma vez implementados os diferentes modelos escolhidos neste trabalho, será feito um estudo comparativo do desempenho destes métodos em diferentes cenários do problema de previsão de vazões de rios. Neste contexto, vamos trabalhar com os dados mensais e/ou diários disponíveis no sítio eletrônico do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS). A realização desta comparação sistemática constitui o quinto objetivo do trabalho.

Podemos considerar como o sexto objetivo a elaboração do relatório final, documento que representará uma síntese do trabalho científico realizado.

3 Metodologia e Material

A primeira etapa do projeto consistirá de estudos sobre as diversas temáticas envolvidas no trabalho, bem como de uma ampla revisão bibliográfica. Em seguida, serão desenvolvidos programas em ambiente Matlab® ou em Python para implementar os diferentes modelos de séries temporais, assim como os algoritmos de treinamento e as rotinas para o tratamento dos dados. Estes programas serão utilizados no estudo comparativo entre as diversas técnicas abordadas.

Serão utilizados os recursos computacionais disponíveis no DSPCom (Laboratório de Processamento de Sinais para Comunicações), o qual está vinculado aos Departamentos de Comunicações (DECOM) e de Engenharia de Computação e Automação Industrial (DCA) da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC/UNICAMP). Serão também utilizados os recursos ligados ao sistema de bibliotecas da UNICAMP.

4 Plano de Trabalho e Cronograma

O projeto será realizado nas seguintes etapas:

I. Revisão bibliográfica e estudos teóricos.

II. Implementação do modelo AR.

III. Implementação dos modelos MA e ARMA, lançando mão de algoritmos inspirados na natureza para o ajuste dos parâmetros.

IV. Implementação de modelos não-lineares de predição.

V. Estudo comparativo dos diferentes modelos implementados em alguns cenários de vazões de rios.

VI. Redação do relatório final.

Devemos ressaltar que o desenvolvimento deste trabalho se dividirá entre as disciplinas EE015 e EE016. Para a primeira, pretende-se realizar a revisão bibliográfica e os estudos teóricos necessários para o entendimento do problema de predição no contexto de séries de vazões de rios. Como também pretende-se implementar modelos lineares e não-lineares para a resolução de tal problema. Na segunda disciplina, concluir-se-á a implementação dos algoritmos, e então, as eficiências de cada um deles serão comparadas entre si.

O cronograma a seguir apresenta a divisão e duração das etapas durante o desenvolvimento do trabalho.

Cronograma 1: Duração e divisão do trabalho na disciplina EE015

Etapa	Mês					
	1	2	3	4	5	6
I	X	X	X	X	X	X
II				X	X	X
III					X	X
V						X

Cronograma 2: Duração e divisão do trabalho na disciplina EE016

Etapa	Mês					
	1	2	3	4	5	6
III	X	X				
IV	X	X	X	X		
V	X	X	X	X	X	
VI	X	X	X	X	X	X

Referências

[1] M. H. N. Marinho, "Previsão de vazões afluentes vários passos à frente via agregação de vazões para o planejamento energético da operação de sistemas hidrotérmicos de potência," Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, 2005.

[2] G. E. P. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel, and G. M. Ljung, *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, 5th ed. Wiley, 2015.

[3] S. Haykin, *Adaptive filter theory*, 5th ed. Prentice Hall, 2013.

[4] T. M. Bartlett, "Modelagem de séries temporais não-estacionárias através de um modelo arma multimomental baseado em misturas de componentes normais," Tese de doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, 2018.

[5] P. P. Vaidyanathan, *The Theory of Linear Prediction.* Morgan and Claypool Publishers, 2008.

[6] S. Haykin, *Neural Networks and Learning Machines*, 3rd ed. Pearson, 2008.

[7] K. Greff, R. K. Srivastava, J. Koutník, B. R. Steunebrink, and J. Schmidhuber, "Lstm: A search space odyssey," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 28, no. 10, pp. 2222–2232, 2017.

[8] J. Chung, C. Gulcehre, K. Cho, and Y. Bengio, "Empirical evaluation of gated recurrent neural networks on sequence modeling," *arXiv:1412.3555 [cs.NE]*, 2014.

[9] T. Bäck, D. Fogel, and Z. Michalewicz, *Evolutionary Computation 1: Basic Algorithms and Operators*. Bristol, UK: Institute of Physics Publishing, 2000.

[10] L. N. de Castro, *Fundamentals of Natural Computing: Basic Concepts, Algorithms and Applications*. Chapman & Hall/CRC, 2006.