

Exercício EAD, 04/09/2018

Dedução Natural

Questão 1.

Prove os seguintes seqüentes usando dedução natural:

(a) $\neg(\neg p \vee q) \vdash p$.

1	$\neg(\neg p \vee q)$	PREMISSA
2	$\neg p$	HIPOTESE
3	$\neg p \vee q$	\vee_i 2
4	\perp	\neg_e 1,3
5	$\neg\neg p$	\neg_e 2-4
6	p	$\neg\neg_e$ 5

(b) $p \wedge \neg q \rightarrow r, \neg r, p \vdash q$

1	$p \wedge q \rightarrow r$	PREMISSA
2	$\neg r$	PREMISSA
3	p	PREMISSA
4	$\neg q$	HIPOTESE
5	$p \wedge \neg q$	\wedge_i 3,4
6	r	\rightarrow_e 1,5
7	\perp	\neg_e 2,6
8	q	\neg_i 4-7

(c) $(p \vee q) \vee r \vdash p \vee (q \vee r)$

1	$(p \vee q) \vee r$	PREMISSA
2	$p \vee q$	HIPOTESE
3	p	HIPOTESE
4	$p \vee (q \vee r)$	$\vee_i 3$
5	q	HIPOTESE
6	$q \vee r$	$\vee_i 5$
7	$p \vee (q \vee q)$	$\vee_i 6$
8	$p \vee (q \vee r)$	$\vee_e 2, 3-4, 5-7$
9	r	HIPOTESE
10	$(p \vee q) \vee r$	$\vee_i 9$
11	$(p \vee q) \vee r$	$\vee_e 2, 2-8, 9-10$

(d) $(p \wedge q) \vee (p \wedge r) \vdash p \wedge (q \vee r)$.

1	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	PREMISSA
2	$p \wedge q$	HIPOTESE
3	p	$\wedge_e 1, 2$
4	$p \wedge r$	HIPOTESE
5	p	$\wedge_e 1, 4$
6	p	$\vee_e 1, 2-3, 4-5$
7	$p \wedge q$	HIPOTESE
8	q	$\wedge_e 2, 7$
9	$q \vee r$	$\vee_i 8$
10	$p \wedge r$	HIPOTESE
11	r	$\wedge_e 2, 10$
12	$q \vee r$	$\vee_i 11$
13	$q \vee r$	$\vee_e 1, 7-9, 10-12$
14	$p \wedge (q \vee r)$	$\wedge_i 6, 13$