01 - Potenciação

Matemática



9° ano fev/2021

Exercício 1. Em 15 minutos, alguém espalha um boato para 3 pessoas. Cada uma delas conta o boato a outras 3, no tempo médio de 15 minutos. Cada uma dessas outras pessoas difunde o boato da mesma maneira, no mesmo tempo médio, e assim por diante.

a) Faça uma tabela que relacione o **tempo decorrido** e o **número de pessoas informadas** do boato naquele período de tempo. Sua tabela deve ter no mínimo quatro entradas.

Tempo decorrido (min)	Novas pessoas informadas pelo boato
0 a 15	
16 a 30	
31 a 45	
46 a 60	
61 a 75	

- b) O que os números da coluna à direita da tabela têm em comum?
- **c)** Num determinado período, ao fim do dia, *n* pessoas foram informadas do boato. Quantas pessoas haviam sido informadas no período anterior? E no anterior ao anterior? Justifique.

Exercício 2.

a) Simplifique as seguintes expressões, de modo a restar apenas uma potência, como no exemplo.

Exemplo:

$$5^{4} \cdot 5^{3}$$

= $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5^{3}$
= $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$
= 5^{7}



i)
$$2^3 \cdot 2^4$$

ii)
$$171^8 \cdot 171^4$$

iii)
$$(-2)^3 \cdot (-2)^{17}$$

iv)
$$3^{10} \cdot 3^3 \cdot 27$$

vi)
$$7^3 \cdot 7^4 \cdot 7^5 \cdot 7^6$$

vii)
$$a^5 \cdot a^4$$

viii)
$$a^m \cdot a^n$$

b) Explique com suas palavras como simplificar uma multiplicação de potências de mesma base. Explique porque podemos fazer isso.

Notação científica

Observe alguns dados de comprimentos:

Distância da Terra ao Sol: 150.000.000.000 m

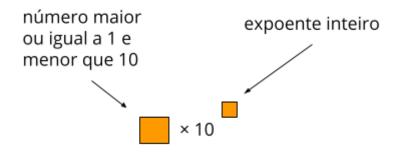
Distância do Sol à estrela mais próxima: 37.000.000.000.000.000 m

Superfície terrestre do Brasil: 8.510.000.000 m²

Esses números muito grandes são frequentemente escritos em **notação científica**. Veja como eles ficam:

Distância da Terra ao Sol: $1,5 \times 10^{11}$ Distância do Sol à estrela mais próxima: $3,7 \times 10^{16}$ m² Superfície terrestre do Brasil: $8,51 \times 10^{9}$ m²

Nesse tipo de notação, os números são escritos da seguinte forma:





Exercício 3. Escreva os seguintes números em notação científica. Use a mesma unidade de medida apresentada em cada item.

a) Diâmetro da terra: 12.000.000 m

b) Potência máxima da Usina Hidrelétrica de Itaipu: 14.000.000 W

c) Número de pessoas na terra: 7.594.000.000

d) Velocidade da luz: 299.000.000 m/s

Exercício 4.

a) Os seguintes números não estão em notação científica. Por que não? Explique e depois converta-os para notação científica.

i)
$$0.15 \times 10^4$$

ii
$$12 \times 10^{7}$$

iii)
$$100 \times 10^4$$

$$i_{V}$$
 2, 5 × 100⁴

b) Efetue os Cálculos. Escreva o resultado em notação científica.

i)
$$(1, 2 \times 10^7) \times (3 \times 10^3)$$

ii
$$(2,5 \times 10^7) \times (5 \times 10^{55})$$

iii) O tempo que leva um raio de luz para chegar do sol até a terra, ou seja, $(3,6\times10^{16})\div(3\times10^{8})$ segundos.

iv) O tempo que demora para um raio de luz percorrer o diâmetro da terra, ou seja, $(1,2\times 10^7)\div (3\times 10^8)$ segundos

c) Você acha vantajoso usar a notação científica? Em que contextos? Por quê?

Exercício 5.

Na atividade passada vimos dois números muito grandes. Eram o número de chaves possíveis de serem usadas pelos protocolos de criptografia *DES* e *AES*. Eram eles:

$$2^{56}$$
 2^{256}

Usando as aproximações $2^{10}=1000$ e $2^6=6\times 10^1$, escreva os dois números em notação científica.



Exercício 6.

a) Construa um plano cartesiano (pode ser no caderno, no geogebra ou onde mais preferir) e desenhe nele alguns pontos, como descrito a seguir. Escolha um número **negativo** qualquer. Vamos chamar esse número de α . Desenhe os seguintes pontos:

$$(1; a^1)$$
, $(2; a^2)$, $(3; a^3)$, $(4; a^4)$

Suponha, por exemplo, que você tenha escolhido o número 2. Então a=2. Então você deverá desenhar os pontos

$$(1; 2^1)$$
, $(2; 2^2)$, $(3; 2^3)$, $(4; 2^4)$

Nesse exemplo, escolhemos o número 2, positivo. No seu exercício, você deverá usar um **número negativo**. Os números podem ficar bem grandes, então tome o cuidado de desenhar um plano cartesiano na escala adequada.

b) Descreva com suas palavras o que está acontecendo com os pontos que você desenhou. As potências do número negativo estão crescendo? Estão decrescendo?

Exercício 7.

Repita o exercício anterior, mas, dessa vez, use um número maior que zero e menor do que 1. Pode usar uma calculadora. Lembre-se de descrever com suas palavras o que está acontecendo com os pontos que você desenhou.

Exercício 8.

- **a)** Calcule o resultado:
 - i) 2^{0}
 - ii) 5^{0}
 - iii) $17^3 \div 17^3$
 - iv) 1848⁰

v)
$$[2,34^{-2}-2,75\cdot(13-7,5^5)]^0$$

b) Explique com suas palavras o que acontece quando elevamos um número a zero. Mostre por que isso faz sentido.



Potências com o expoente negativo

Nesse exercício vamos investigar o que acontece quando uma potência tem o expoente negativo. Veja a tabela:

Х	$y = 2^x$	
3	2^3	8
2	2^2	4
1	21	2
0	2^0	1
-1	2^{-1}	?
-2	2^{-2}	?
-3	2^{-3}	?

Veja que sempre que o expoente decresce uma unidade, o *y* é dividido por 2. Para entender como calcular potências de expoente negativo, tente entender o que acontece com o y nas últimas três linhas da tabela.

Outro jeito de pensar é o seguinte (tente entender o que vai no lugar dos ponto de interrogação):

$$\frac{2^2}{2^0} = 2^2 = 4$$

$$\frac{2^2}{2^1} = 2^1 = 2$$

$$\frac{2^2}{2^2} = 2^0 = 1$$

$$\frac{2^2}{2^3} = 2^{-1} = ?$$

$$\frac{2^2}{2^4} = 2^{-2} = ?$$

Exercício 9.

a) Escreva os seguintes números na forma decimal (tente não usar calculadora):

010

- i) 5¹
- ii) 5⁰
- iii) 5^{-1}
- iv) 5^{-2}
- $v) 5^{-4}$
- **b)** Calcule o resultado:
 - i) 7^{-3}
 - ii) 15^{-2}
 - iii) 1^{-1}
 - iv) $\left(\frac{1}{123456}\right)^{-1}$
 - v) $[(\frac{2}{3})^{-1}]^{-1}$
 - vi) $123456^{-1} \cdot 123456^{1}$
 - vii) $(\frac{3}{5})^{-1}$
 - viii) $(\frac{1}{3})^{-4}$
- **c)** Explique com suas palavras o que acontece quando elevamos um número a número negativo. Mostre por que isso faz sentido.

Exercício 10.

- a) Reescreva as seguintes expressões como potências:
 - i) $3^{\frac{1}{2}}$
 - ii) $5 \div 5^{\frac{1}{2}}$
 - iii) $4^{\frac{3}{2}}$
 - iv) $4^{\frac{2}{3}}$
 - v) $11^{-\frac{4}{5}}$
- **b)** Explique com suas palavras o que acontece quando elevamos um número a uma fração. Mostre por que isso faz sentido.