Material inspirado no livro "Matemática Atual 7ª série", Antônio José Lopes Bigode. São Paulo, Atual, 1994

A matemática se divide em vários ramos ou subáreas. A aritmética, por exemplo, é o ramo que estuda os números e as operações. A geometria estuda as formas. A álgebra trata das expressões matemáticas com letras, por exemplo, as fórmulas e as equações. A álgebra difere da aritmética pois faz uso da *abstração* ao usar letras para representar números desconhecidos ou que podem assumir muitos valores.

Vamos usar números, letras e sinais de operação para expressar operações e relações. Se quisermos representar **um número qualquer**, usaremos simplesmente uma letra, por exemplo, *x*. Se quisermos representar o dobro de um número qualquer, poderemos usar o número dois, que está associado à ideia de dobro, e multiplicá-lo por esse número qualquer escolhido anteriormente: *2x*.

> Lembrando que quando multiplicamos um número por uma letra, podemos omitir o sinal de multiplicação:
>
> $y \times 3 = y \cdot 3 = 3y$
>
> Nesse caso, prefere-se colocar o número antes da letra. Evita-se usar o sinal em cruz para a multiplicação (×) já que ele pode ser confundido com a letra x

Exercício 1. Complete as lacunas seguindo os exemplos:

um número qualquer:	x
outro número qualquer:	y
o dobro de um número:	2x
o sucessor de um número:	_______
o sucessor do dobro de um número:	_______
o triplo de um número:	_______
o quádruplo de um número:	_______
um número mais 5:	_______
a soma de dois números quaisquer:	_______
o quadrado de um número:	_______
o dobro do sucessor de um número:	_______

Chamamos expressões simbólicas como essas de **expressões algébricas**. Podemos relacionar duas ou mais expressões algébricas. Por exemplo, se quisermos dizer que um número é igual ao dobro de outro número, poderemos lançar mão do símbolo da igualdade (=) e escrever $a = 2b$. Se quisermos dizer que um número é maior que outro, escreveremos $m > n$.

Exercício 2. Complete as lacunas seguindo os exemplos:

um número é igual ao dobro de outro:	$a = 2b$
um número é maior que outro:	$m > n$
um número é menor que seu dobro:	$x < 2x$
um número é igual a outro número mais 5:	_______
o sucessor de um número é igual a outro número:	_______
o dobro de um número é menor ou igual ao triplo de outro número:	_______
um número é maior do que sete:	_______
um número é menor que seu sucessor:	_______

Compare agora as seguintes sentenças:

i) $3 + 7 = 10$
ii) $xy = 10$
iii) $m > 7$
iv) $3 < 5$
v) 8 é primo
vi) $2 \cdot 3 = 5$

Você deve ter percebido que as sentenças i e iv são verdadeiras. As sentenças v e vi são falsas. E a ii e iii?

Uma **sentença** matemática é uma expressão que afirma algo sobre alguma coisa. Por exemplo: $5 = 2 + 3$ está afirmando que cinco **é** igual a dois mais três. Existem expressões que não são sentenças, por exemplo:

$(3 + 5) \cdot 8$

Essa expressão não afirma nada, apenas apresenta uma conta.

i) $3 + 7 = 10$	verdadeiro
ii) $xy = 10$	?
iii) $m > 7$	?
iv) $3 < 5$	verdadeiro
v) 8 é primo	falso
vi) $2 \cdot 3 = 5$	falso

Nesses casos, *x*, *y*, e *m* são letras que podem representar qualquer número. Chamamos esses números sem valor definido de **variáveis**. Por exemplo, se *m* for igual a 8, então a ii é verdadeira. Se *m* for igual a 100, também. Se, no entanto, *m* for igual a 5, então a ii é falsa. Dá pra entender por que chamamos *m* de uma variável: seu valor varia! Ou seja, se perguntarmos se a sentença $m > 7$ é verdadeira, a resposta é: *depende do valor de m*.

Sentenças sobre as quais não é possível afirmar se são verdadeiras ou falsas devido à presença de uma variável são chamadas de **sentenças abertas**.

Exercício 3. Considere as sentenças abaixo. Para cada uma, decida se é verdadeira, falsa, ou aberta. Se for aberta, ache um ou mais valores para as variáveis que tornem a sentença verdadeira. Os três primeiros itens são exemplos.

x) $3 \cdot 4 = 7$ **Sentença falsa.**
y) $5 + 2 \leq 7$ **Sentença verdadeira.**
z) $4x = 8$ **Sentença aberta.** Ela torna-se verdadeira se x = 2
a) $0,6 \cdot 4 = 24 \div 10$ ...
b) $x + y = 17$
c) $5a = 10$
d) $3^3 = 81$
e) $5 + t = 35$
f) $\frac{x}{y} = 1$

Valor numérico de uma expressão

Dizemos que o **valor numérico** de uma expressão algébrica (ou seja, uma expressão com letras, números e operações) é o valor obtido pelo seguinte procedimento:

1) *substituir* todas as variáveis da expressão por números;
2) efetuar todas as operações.

Os números pelos quais as variáveis vão ser substituídas são dados. Por exemplo, considere a expressão algébrica correspondente a "o antecessor do triplo de um número":

$$3n - 1$$

Vamos descobrir qual é o valor numérico dessa expressão **quando o n é igual a 15**.

$3n - 1$	Expressão inicial
$3 \cdot 15 - 1$	1) substituímos a variável pelo número correspondente (15)
$45 - 1$	2) efetuamos as operações
44	

Pronto! Quando $n = 15$, O valor numérico de $3n - 1$ é 44. Podemos expressar essa ideia, em português, da seguinte maneira:

> "qual é o valor do antecessor do triplo de um número se esse número é o 15?"

Para outros valores de n, o valor numérico da mesma expressão seria diferente. Verifique que, por exemplo, quando $n = 5$ o valor numérico da expressão é 14.

Exercício 4. Encontre o valor numérico das expressões abaixo:

i) $2z + 1$, para $z = 3$
ii) $2z + 1$, para $z = 2$
iii) $2z + 1$, para $z = 1$
iv) $2z + 1$, para $z = 0$
v) $2z + 1$, para $z =- 1$

vi) $t^2 - 1$, para $t =- 2$
vii) $t^2 - 1$, para $t =- 1$
viii) $t^2 - 1$, para $t = 0$
ix) $t^2 - 1$, para $t = 2$
x) $t^2 - 1$, para $t = 5$

Exercício 5. Complete a tabela:

a	b	c	$a + b$	$2(a + b)$	$3c$	$2(a + b) - 3c$
1	-3	-2	-2	-4	-6	2
2	-2	-1	0	0	-3	3
3	-1	0				
4	0	1				
5	1	2				
6	2	3				

7	3	4				
8	4	5				

Antes de continuar lendo, certifique-se de que você tem claro o significado dos seguintes conceitos:

- Expressão algébrica
- Valor numérico de uma expressão algébrica
- Sentença matemática
- Variável

Equações

O termo **equação** provém etimologicamente da palavra latina *æquatĭo*, que significa igualação ou igualdade. Uma equação é uma sentença matemática com uma ou mais variáveis e que afirma uma **igualdade**. Em outras palavras, é uma expressão matemática com letras, números, operadores e um símbolo de igual (=). Note que uma equação é uma sentença com uma ou mais variáveis e, portanto, é sempre uma sentença aberta.

Exercício 6. Complete tabela abaixo, cujas linhas dizem respeito a uma lista de sentenças matemáticas e cujas colunas indiquem, a respeito dessas sentenças, o seguinte:

- Se a sentença é uma equação ou não;
- Exemplos de valores para as variáveis que tornam a sentença verdadeira;
- Quantas combinações de valores para as variáveis tornam a sentença verdadeira: uma, duas, muitas ou nenhuma?

Use as primeiras três linhas como exemplo.

sentença	**é equação?**	**exemplos de valores para as variáveis que tornam a sentença verdadeira**	**quantos valores tornam a sentença verdadeira: um, muitos ou nenhum?**
$4x = 8$	sim	$x = 2$	um
$m < 7$	não	$m = 6$ $m = 5$ $m = 4$ $m =- 1000$ ...	muitos
$i = j$	sim	$i = 1 \, e \, j = 1$ $i = 2 \, e \, j = 2$ $i = 3 \, e \, j = 3$ $i = 15 \, e \, j = 15$ ...	muitos
$5x - 3 = 42$			
$2(a + b) = 0$			
$0 \cdot t = 15$			
$z + 3 > 100$			
$x = 2y$			
$c = c + 3$			
$3y - 4 = 11$			
$4(x + 2) = 36$			
$7k \leq 28$			

Em seguida, analise a tabela e responda:

i) Que características deve ter uma sentença matemática para haja no máximo uma combinação de valores para as variáveis que a tornem verdadeira? Ou seja, que características têm as sentenças com “nenhum” ou “um” na última coluna?
ii) Que características têm as sentenças com ou “muitos” na última coluna?