

Esse material é parte da atividade “05 - Conjuntos”, disponível em sua totalidade pelo link:

arco.coop.br/~jseckler/mat-9-2021/05.pdf

Conjuntos numéricos

O conjunto dos números naturais

O conjunto dos números naturais é o mais simples entre os que nos interessam aqui. Através de seus elementos, as crianças têm seus primeiros contatos com a matemática, e foram os primeiros a aparecerem na história da humanidade. Também são conhecidos como *números para contar*: um, dois, três, quatro... Os matemáticos acrescentaram o número 0 e o denominaram conjunto dos números naturais:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Exercício 12. Dê dois exemplos de subconjuntos de \mathbb{N} com 6 elementos que satisfaçam simultaneamente às seguintes condições:

- i) Todos maiores que 100 e menores que 200;
- ii) Não podem ser múltiplos de 5;
- iii) Dois elementos quaisquer não podem satisfazer à equação $x + y = 300$

Exercício 13. Aponte um subconjunto de cardinalidade infinita em que qualquer elemento, com exceção do menor de todos, pode ser obtido a partir da soma de outro elemento com 3.

Exercício 14. Um conjunto se diz **fechado** em relação à adição se, somando quaisquer dois elementos desse conjunto, o resultado também pertence a esse conjunto. De forma análoga, o mesmo se diz sobre um conjunto ser fechado em relação à multiplicação.

Em outras palavras, um conjunto A é fechado em relação à adição se e somente se, para todo $x, y \in A$, for verdade que $x + y \in A$.

- a) O conjunto \mathbb{N} é fechado em relação à adição? E em relação à multiplicação?
- b) Forneça um subconjunto de \mathbb{N} que seja fechado em relação à adição.
- c) Forneça um subconjunto de \mathbb{N} que seja fechado em relação à multiplicação.
- d) Forneça um subconjunto de \mathbb{N} que não seja fechado em relação à adição nem à multiplicação.
- e) Existe algum subconjunto de \mathbb{N} de cardinalidade finita fechado em relação à adição? Se sim, forneça-o.

f) Existe algum subconjunto de \mathbb{N} de cardinalidade finita fechado em relação à multiplicação? Se sim, forneça-o.

g) O conjunto \mathbb{N} é fechado em relação à subtração?

h) Encontre alguma operação que não seja a adição, multiplicação e subtração em relação à qual o conjunto dos naturais *não* seja fechado.

i) Encontre alguma operação que não seja a adição, multiplicação e subtração em relação à qual o conjunto dos naturais seja fechado.

Exercício 15. Dizemos que um elemento de um conjunto é **neutro** em relação a uma operação quando fazer essa operação entre ele e qualquer outro elemento do conjunto nos dá esse outro elemento mesmo. Ou seja, fazer a operação com esse elemento é a mesma coisa que não fazer nada.

Por exemplo, o elemento neutro da adição é o 0. Isso porque qualquer número mais zero é igual a ele mesmo.

a) Qual é o elemento neutro da multiplicação.

b) E o da divisão?

c) E o da subtração?

O conjunto dos números inteiros

Juntando os elementos do conjunto dos números naturais com seus opostos¹, obtemos um novo conjunto: o dos números inteiros.

$$\mathbb{Z} = \{\dots - 5, - 4, - 3, - 2, - 1, 0\} \cup \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

O símbolo comumente utilizado para identificar os números inteiros é o Z maiúsculo, inicial da palavra *Zahl*, que em alemão significa “número”.

Exercício 16.

a) Qual a cardinalidade de \mathbb{Z} ?

b) Dê três exemplos de subconjuntos infinitos de \mathbb{Z} .

c) Quantos subconjuntos tem o conjunto \mathbb{Z} ?

d) Decida se a seguinte proposição é verdadeira: “existe um elemento em \mathbb{Z} que é menor que qualquer outro número”

e) Faça o mesmo para essa: “existe um elemento em \mathbb{N} que é menor que qualquer outro número”

Exercício 17. Verifique se \mathbb{Z} é fechado para cada uma das 4 principais operações (soma, subtração, multiplicação e divisão).

Exercício 18.

¹ Dizemos que um número a é **oposto** a b se $a = -b$



- a)** Forneça um subconjunto de \mathbb{Z} fechado em relação à adição
- b)** Forneça um subconjunto de \mathbb{Z} fechado em relação à subtração
- c)** Forneça um subconjunto de \mathbb{Z} fechado em relação à multiplicação
- d)** Forneça um subconjunto de \mathbb{Z} fechado em relação à divisão