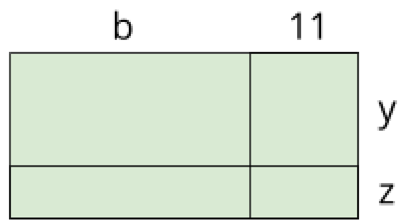
05 - Cálculo algébrico (pp. 5-9)*

Matemática

8º ano out/2021

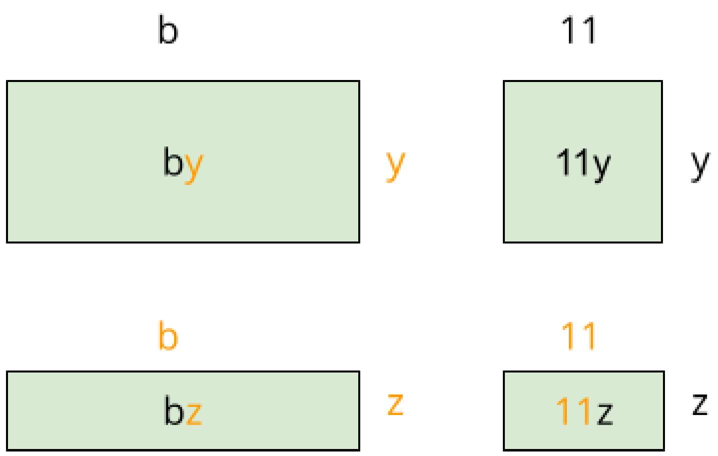
Distribuindo e redistribuindo

Vamos relembrar uma figura que vimos há pouco tempo. Trata-se de um retângulo repartido em quatro.



Vimos dois jeitos diferentes de calcular a área dessa figura. Alguns pensam: “Bom, temos quatro retângulos. Basta calcular a área de cada um deles e depois somar o resultado todo”.

Bem, por esse raciocínio, concluímos que a área A do retângulo todo é:



$$A = by + bz + 11y + 11z$$

Outros, no entanto, pensam o seguinte: “trata-se de um grande retângulo, com base $b + 11$ e altura $y + z$”. Ora, então A deve ser dado por

$$A = (b + 11)(y + z)$$

Mas é a mesma área! Trata-se de equações equivalentes. De fato, da segunda, é possível chegar na primeira valendo-se da propriedade distributiva. Veja:

Esse material é parte da atividade “05 - Cálculo algébrico”, disponível em sua totalidade pelo link: arco.coop.br/~jseckler/mat-8-2021/05.pdf

$$
\begin{aligned}
A &= (b+11)(y+z) \\
&= (b+11)y + (b+11)z \\
&= (b+11)y + (b+11)z \\
&= by + 11y + (b+11)z \\
&= by + 11y + bz + 11z
\end{aligned}
$$

Note que no primeiro passo, estamos distribuindo a expressão entre parênteses inteira. Depois, é preciso distribuir mais vezes ainda!

Exercício 7. Distribua e simplifique as expressões, como no exemplo.

a) $(x + 2)(x + 7)$

b) $(a - 2)(a - 7)$

c) $(x + y)(x + 2)$

d) $(y^2 - 1)(y + 5)$

Exemplo

$$
\begin{gathered}
(z+3)(z+4) \\
(z+3)z + (z+3)4 \\
z^2 + \underbrace{3z + 4z}_{} + 12 \\
z^2 + 7z + 12
\end{gathered}
$$

$$
(a+b)(x+y) = \underbrace{ax + ay}_{a\cdot(x+y)} + \underbrace{bx + by}_{b\cdot(x+y)}
$$

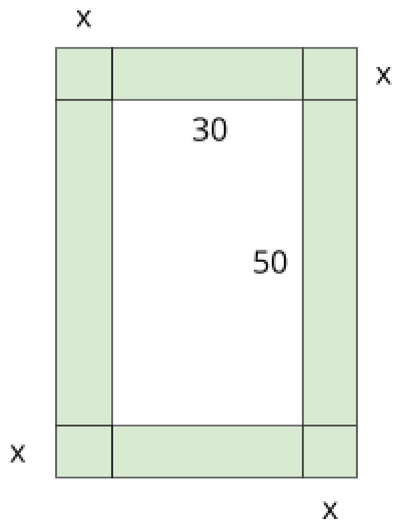
Repare que, ao final, fazer essa distribuição é somar a combinação dos elementos do parênteses da frente com os parênteses de trás, como no exemplo ao lado.

Exercício 8. Usando a dica apresentada acima, distribua e simplifique as expressões.

a) $(b + c)(b + 7)$ **b)** $(3 - a)(a + 5)$

c) $(x + y)(x + y)$ **d)** $(y - 1)(y + 1)$

Exercício 9. Considere a área da moldura ao lado. As medidas marcadas estão em centímetros.



a) Deduza uma fórmula para a área A da moldura, em função de x.
b) Se x = 10, qual é a área da moldura?

Exercício 10. Resolva a seguinte equação: $(x + 3)^2 = (x + 2)(x + 5)$.

Fatoração

Fatorar significa decompor em fatores. Você já aprendeu a decompor um número em seus fatores primos[1]. Agora, vamos decompor expressões algébricas em seus fatores.

Considere a expressão $2x^2 + 2xy$. Vamos tentar responder à pergunta. Há alguma multiplicação que tem como resultado a expressão $2x^2 + 2xy$?

Podemos ver que cada uma de suas parcelas tem o **fator comum** $2x$.

$$2x^2 + 2xy = 2x \cdot x + 2x \cdot y$$

Nesses casos, dizemos que o $2x$ é o **fator comum** aos dois termos. Se tentarmos usar a **distributiva ao contrário**, veremos que

$$2x^2 + 2xy = 2x(x + y)$$

E dizemos que estamos colocando o fator comum **em evidência**. Veja outro exemplo:

$$6x^2y + 9x^2 + 12x$$

[1] Por exemplo, ao dizer que 30 é 3 vezes 2 vezes 5.

$$= 3x \cdot 2xy + 3x \cdot 3x + 3x \cdot 4$$

$$= 3x(2xy + 3x + 4)$$

Exercício 11. Você pode colocar o fator comum em evidência também nas expressões numéricas.

a) Coloque o fator comum em evidência, e depois resolva a conta.

i) $25 \cdot 731 + 75 \cdot 731$

ii) $11 \cdot 354 + 11 \cdot 5$

iii) $2 \cdot 35 + 35 \cdot 6$

b) Coloque os fatores comuns em evidência, e depois simplifique:

$$\frac{7 \cdot 9 + 9 \cdot 38 + 4 \cdot 58}{58 \cdot 3 + 38 \cdot 2}$$

Exercício 12. Fatore as seguintes expressões algébricas:

a) $ax + bx$ **b)** $ax^2 + bx^3$ **c)** $6x^3 + 9x^2 + 12x$

d) $ab + \frac{a}{3}$ **e)** $15xy + 20x$

Exercício 13. Fatore as seguintes expressões. Para resolver esse exercício, olhe a sua solução do exercício 8.

a) $b^2 + 7b + bc + 7c$ **b)** $- 2a + 15 - a^2$

c) $x^2 + 2xy + y^2$ **d)** $y^2 - 1$