04 - Equações

Matemática



9° ano maio/2021

Exercício 1. Para cada situação abaixo, forneça uma equação (ou mais de uma, se preferir) que represente o problema. Em seguida resolva-a.

- **a)** A soma de três números ímpares consecutivos é 87. Que números são esses?
- **b)** Dois lados de um triângulo medem 5 cm e 7 cm a mais, respectivamente, do que o terceiro lado. Sabendo que o perímetro desse triângulo é 54 cm, ache a medida dos lados dele.
- **c)** O perímetro de um retângulo é 64 cm. O comprimento mede 4 cm a mais do que três vezes a altura. Que medidas têm os lados desse retângulo?
- d) Qual o comprimento da diagonal de um quadrado de lado 1?
- e) Qual o comprimento da diagonal de um quadrado de lado 2?
- f) Qual o comprimento da diagonal de um quadrado de lado 5?
- **g)** Qual o comprimento da diagonal de um quadrado de lado α ?

Lembrando que a raiz quadrada de um número a é um número positivo $b=\sqrt{a}$ tal que:

$$b \cdot b = a$$

Ou seja, a raiz quadrada de *a* vezes ela mesma resulta em *a*.

Exemplos: A raiz quadrada de 4 ($\sqrt{4}$) é 2, já que 2×2 = 4.

A raiz quadrada de 100 ($\sqrt{100}$) é 10, já que 10^2 = 100.

Propriedade distributiva

Faça o seguinte cálculo, mentalmente: $59 \cdot 101$. Talvez você tenha rapidamente chegado ao resultado, 5959, pelo seguinte raciocínio: 59 vezes 100 é igual a 5900. Basta adicionar 59 a isso para chegar ao resultado final: 5900 + 59 = 5959.

A propriedade numérica por trás desse raciocínio é a **propriedade distributiva**. Podemos entender o raciocínio da seguinte forma: vamos reescrever a conta

como

$$59 \cdot (100 + 1)$$

Repare que $59 \cdot 101$ e $59 \cdot (100 + 1)$ são a mesma conta: só fizemos reescrever o 101 como uma conta de mesmo valor. Repare também a importância dos parênteses:



eles indicam que queremos fazer primeiro a soma e só depois a multiplicação. Continuando, sabemos que isso é o mesmo que

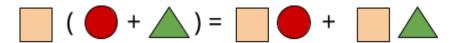
$$59 \cdot 100 + 59 \cdot 1$$

O que está acontecendo: ao multiplicar o 59 por uma soma, nós **distribuímos** o 59 para cada parcela dessa soma, multiplicando-o por cada uma:

$$59 \cdot (100 + 1) = 59 \cdot 100 + 59 \cdot 1$$



E isso vale em geral: sempre que multiplicamos um valor por uma soma, isso é o mesmo que a adição de cada parcela da soma multiplicada por esse valor. Ou então:



Ou, equivalentemente¹:

$$x(a + b) = xa + xb$$

Exercício 2. Resolva as equações (lembrando de apresentar o seu *raciocínio* e *todas as soluções*):

$$a^2$$
) $z^2 = 9$

b)
$$z^3 = -8$$

c)
$$3y^2 + 7 = 82$$

d)
$$2\sqrt{x} + 3 = 11$$

e)
$$2t^3 + 4 = -50$$

f)
$$4x + 3 + x^2 = 4x + 12$$

g)
$$y(y + 4) = 0$$

h)
$$(x + 2)(x - 5) = 0$$

i)
$$(z-3)^2=25$$

j)
$$(y + 4)^2 - 100 = 0$$

$$k^3$$
) $x^2 + 2x = 0$

$$1) 7y^2 - 3y = 0$$

Lembrando do seguinte raciocínio: se uma coisa vezes outra resulta em zero, então ou uma coisa ou a outra são iguais a zero. Ou seja, se

$$a \cdot b = 0$$

Então ou a = 0 ou b = 0

¹ Na verdade, a propriedade é mais genérica ainda, e se estende para somas de quaisquer número de parcelas: $x(a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n) = xa_1 + xa_2 + xa_3 + ... + xa_n$

² Lembre-se de considerar as soluções negativas!

³ Se empacar aqui, tente colocar o *fator comum em evidência*, ou então, fazer a *distributiva* ao contrário.



Note que o que vai no lugar do "quadradinho" na figura acima (ou seja, o que está multiplicando a soma) não precisa necessariamente ser um número ou uma variável; pode ser também uma outra expressão. Por exemplo, considere o mesmo exemplo:

$$x(a + b) = xa + xb$$

Agora suponha que no lugar do x, tivéssemos y + 1 (atenção aos parênteses):

$$(y + 1)(a + b) = (y + 1)a + (y + 1)b$$

Nesse caso poderíamos, inclusive, fazer mais uma etapa de distribuição:

$$(y + 1)(a + b) = (y + 1)a + (y + 1)b = ya + 1a + yb + 1b$$

Exercício 3. Faça a distributiva "ao contrário" para cada expressão algébrica. Os itens **y)** e **z)**, ao início, servem de exemplo.

$$y) xa + xb = x(a + b)$$

z)
$$5a + 5b = 5(a + b)$$

a)
$$3x + 4x$$

b)
$$5c + 5d$$

c)
$$6at + 5ap$$

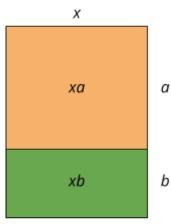
d)
$$3a + 9b$$

e)
$$25x + 5x$$

$$f^4$$
) $ya + a + yb + b$

g)
$$3i + 2i + 3j + 2j$$

$$h^5$$
) $5m + 2n + 10 + mn$



Exemplo y)

Exercício 4. Use a propriedade distributiva para reescrever as seguintes expressões sem parênteses:

a)
$$(a + b)^2$$

b)
$$(a - b)^2$$

c)
$$(a + b)(a - b)$$

d)
$$(a + b)(c + d)$$

⁴ Para fazer esse e o seguinte, releia a explicação logo antes do exercício

⁵ Esse é mais difícil!