Por volta do século VI a.C. pensadores gregos da escola de Pitágoras se interessavam pelas relações entre os números naturais. Uma das ideias que surge nesse período é a de que alguns números **originam** outros. Por exemplo, considere o número *1*: ele forma todos os outros números naturais: basta somar o um a ele mesmo tantas vezes quanto for necessário.

$$1 = 1$$
$$2 = 1 + 1$$
$$3 = 1 + 1 + 1$$
$$\dots$$
$$n = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{n \text{ vezes}}$$

Bem, mas isso só é verdade quando se considera a adição. Na **multiplicação**, o *1* passa de super-poderoso para nulo, pois não forma nenhum número novo! Dizemos que o 1 é o *elemento neutro da multiplicação*. A partir daqui, vamos pensar a geração de números somente pela multiplicação.

E o 2? Que outros números podemos formar?

$$2 = 2$$
$$4 = 2 \cdot 2$$
$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$$
$$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$
$$\dots$$

Note que não conseguimos gerar o próprio 2 a partir de nenhum outro número natural. Podemos pensar que o 2 é **gerador** de outros números, mas não é gerado por nenhum outro.

exercício 1.

a) Quantos são os números que podem ser gerados pelo número dois?
b) Como chamam-se os números que podem ser gerados pelo número dois?
c) Dê um exemplo de um número que não pode ser gerado pelo número dois.

***

Você deve ter notado que existem mais números geradores além do dois. Veja os exemplos:

- O número **210** pode ser obtido multiplicando-se **6** por **35**
    - O número **6** pode ser obtido multiplicando-se **2** por **3**
    - O número **35** pode ser obtido multiplicando-se **5** e **7**
    - Os números 2, 3, 5, e, 7 não podem ser formados por outros números naturais por meio da multiplicação. Logo, eles são os geradores ou **fatores** do **210**.

$$210 = 6 \cdot 35$$
$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 35$$
$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Produto e fatores

Suponha que estamos fazendo uma conta de multiplicação qualquer:

$$2 \cdot 4 \cdot 6 = 48$$

Fator é o nome que damos aos números que estão sendo multiplicados
Produto é o nome que damos ao resultado da multiplicação

Analogamente, na soma temos as **parcelas** e a **soma**.

Daí o nome **fatoração**. **Fatorar** quer dizer escrever alguma coisa **como uma multiplicação**. Veja como exemplo a fatoração do número 210:

$$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

Os números naturais que formam outros números naturais por meio da multiplicação são chamados **números primos**. Porque primo? Um dos significados da palavra primo é “primeiro”. Os antigos gregos julgavam que os números primos são os primeiros em importância, pelo fato de gerarem todos os demais. Dizemos que os números que não são primos são **compostos**.

gerador	<->	primo
gerado	<->	composto

exercício 2.

a) O número 2171 é múltiplo de 13 e de 167. O número 2171 é primo? E o número 41, é primo? Justifique as respostas.

b) Estamos considerando aqui a seguinte definição de número primo: “aquele que é gera mas não é gerado”. Existe outra definição, que você já deve ter ouvido, que diz que o número primo é “aquele que só é divisível pelo número 1 e por ele mesmo”. Essas duas definições são equivalentes? Ou seja, existe algum número que é primo de acordo com uma das definições mas não é primo de acordo com a outra?

c) Complete as sentenças.

i) $30 = \ldots.. \cdot 5 = \ldots.. \cdot \ldots.. \cdot \ldots..$

ii) $44 = \ldots.. \cdot 11 = \ldots..^2 \cdot \ldots..$

iii) $200 = 8 \cdot \ldots.. = \ldots..^3 \cdot \ldots..^2$

d) Considere a sequência dos múltiplos de 6:

6, 12, 18, 24, 30 ...

Decomponha os seguintes múltiplos de 6 em fatores primos: **6, 18, 30 e 42**. Quais são os fatores primos comuns a todas essas decomposições?

e) Veja que coincidência:

- divisores de 6: **1, 2, 3**
- soma desses divisores: **1 + 2 + 3 = 6**

O que que é um divisor, mesmo?

Os gregos da escola de Pitágoras chamaram os números que apresentam essa propriedade de **números perfeitos**.

i) Descreva com suas palavras a propriedade a que estamos nos referindo. Ou então: o que faz um número ser **perfeito?**

ii) O número 10 é perfeito? Justifique.
iii) Há um número perfeito entre 25 e 30. Que número é esse? Justifique.

exercício 3.

Faça uma tabela como a mostrada abaixo, preenchendo-a até n = 20. Sugiro usar uma planilha eletrônica. Se fizer no caderno, você vai precisar de uma calculadora.

n	1	2	3	4	5	6	...
1/n	1	0,5	0,333...	?	?	?	?

Alguns desses quocientes são números decimais com um número **finito** de casa decimais e outros são **dízimas periódicas**, ou seja, têm infinitas casas decimais. Reflita sobre o motivo por que algumas divisões terminam e outras não, e responda a pergunta: que característica deve ter o número n para que $\frac{1}{n}$, na forma decimal, tenha um número finito de casas decimais? Registre as etapas da investigação:

exploração
elaboração de hipóteses
verificação das hipóteses elaboradas
conclusão (*somente se possível: essa é a parte menos importante*)

f) Além dos números perfeitos, os gregos antigos estavam interessados pelos **números amigáveis**. São duplas de números tais que a soma dos divisores do primeiro é igual ao segundo, e vice-versa. Sabe-se que o número 220 faz parte de um par de números amigáveis. Qual é o seu número “amigo”? Ou então, qual é o outro número desse par?