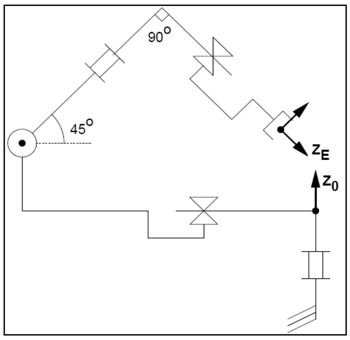
ROBÓTICA 2020/2021

Modelo Geométrico Directo e Inverso de manipuladores

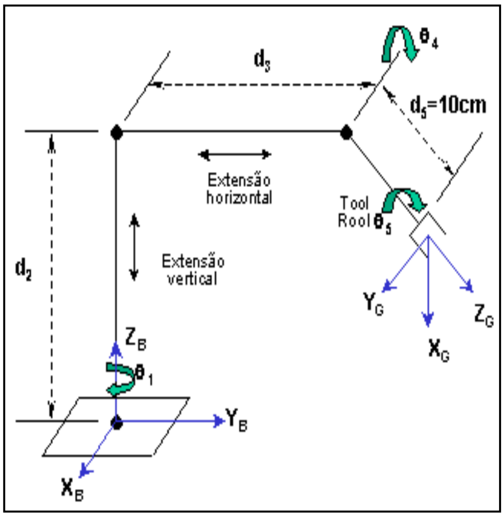
HOMEWORK #2 *Data de Entrega: 07 de Novembro 2020*

Os problemas 4, 10 e 12 são de resolução OBRIGATÓRIA.

1. Observe o esquemático do manipulador RPRRP que se apresenta. Atribua os sistemas de coordenadas de cada elo e indique os parâmetros cinemáticos do manipulador usando o algoritmo de Denavith-Hartenberg.



2. Considere o manipulador de cinco graus de mobilidade (RPPRR) cujo diagrama se apresenta na figura.



   a. Recorrendo à representação de Denavit-Hartenberg obtenha ${}^{B}T_{G}$.
   b. Sabendo que ${}^{B}T_{G}$ para a posição de Home do manipulador é igual a

$$
{}^{B}T_{G} = \begin{bmatrix} 0.7071 & -0.5 & 0.5 & 28.2843 \\ -0.7071 & -0.5 & 0.5 & 28.2843 \\ 0 & -0.7071 & -0.7071 & 30.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

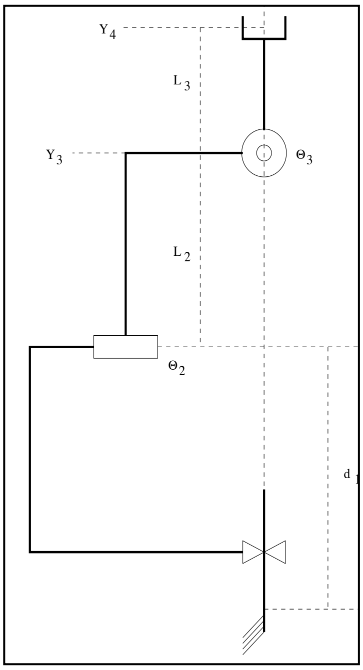
   c. obtenha os valores de $\theta_1, d_2, d_3, \theta_4$ e θ_5 para essa posição.

3. Considere o manipulador PRR cuja tabela de Denavit-Hartenberg é apresentada de seguida. O sistema referencial da 1ª junta está relacionado com um sistema de coordenadas base através da transformação expressa na 1ª linha da tabela (transformação corpo-rígido).

i	a_i	d_i	α_i	θ_i
$B \mapsto 0$	a_0	d_0	$-\pi/2$	$-\pi/2$
$0 \mapsto 1$	0	$*$	0	0
$1 \mapsto 2$	a_2	0	$\pi/2$	$*$
$2 \mapsto G$	a_3	0	$-\pi/2$	$*$

a) Obtenha o desenho esquemático do manipulador na sua posição de "home" (variáveis de junta nulas).
b) Dado ${}^{B}d_{B,G}$, obtenha ${}^{0}d_{0,G}$
c) Conhecendo ${}^{0}d_{0,G}$ é possivel obter uma das váriáveis de junta independentemente das restantes variáveis. Indique qual a variável de junta e obtenha a equação de cinemática inversa para essa variável de junta.
d) Obtenha as equações de cinemática inversa para as restantes variáveis do manipulador, mantendo a consideração de que apenas é conhecido ${}^{0}d_{0,G}$.

4. Analise o manipulador PRR que se apresenta em anexo. Assumindo comprimentos genéricos para os elos, obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standard). Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico directo do manipulador.



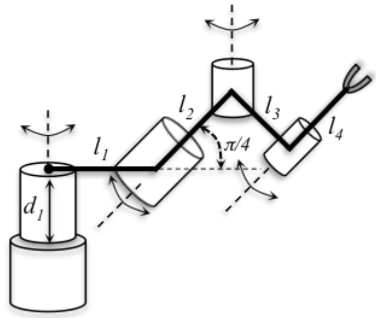
a) Apresente as matrizes de transformação associadas a cada elo (${}^{i-1}_{i}T$).
b) Apresente a função de configuração da ferramenta para o robot, isto é, os 6 graus de liberdade $w(q) = \begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z & roll & pitch & yaw \end{bmatrix}^T$.
c) Apresente a solução de cinemática inversa que assegura ${}^{0}p_{4,org} = \begin{bmatrix} -L_2 & L_3 & d_1 \end{bmatrix}^T$.
d) Assumindo que $L_2 = 2L_3 = 0.5m$ e que $0.5m \le d_1 \le 1.0m$, $-\pi \le \theta_2 \le 0$ e $-\pi/2 \le \theta_3 \le 0$, apresente o espaço de trabalho 3D do manipulador.

5. Identifique os parâmetros de Denavit-Hartenberg $[\theta, d, a, \alpha]$ da matrix

$$ {}^{i-1}_{i}T = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2} \\ 0 & -1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

a) Considere que os parâmetros de rotação apresentam valores no intervalo $[0..2\pi]$.
b) Desenho o esquemático do elo *i*.

6. Analise o manipulador PRRR que se apresenta na figura. Assumindo os comprimentos de elo (l_1=2, l_2=2, l_3=l_4=1), obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standart). Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico directo do manipulador. Apresente as matrizes de transformação associadas a cada elo (${}^{i-1}_{i}T$).



NOTA : A configuração apresentada na figura corresponde à posição de "*home*".

7. Considere um manipulador cilíndrico (*PRP*) equipado com uma garra esférica ao qual corresponde a tabela de DH que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por $q=\left[d_1,\theta_2,d_3,\theta_4,\theta_5,\theta_6\right]$.

	θ_i	d_i	a_i	α_i
0->1	0°	d_1	0	0°
1->2	θ_2	0	0	-90°
2->3	0°	d_3	0	-90°
3->4	θ_4	2	0	90°
4->5	θ_5	0	0	-90°
5->6	θ_6	1	0	0°

Obtenha:

a) O desenho esquemático do manipulador na sua posição de "home";

b) As expressões de cinemática inversa do manipulador;

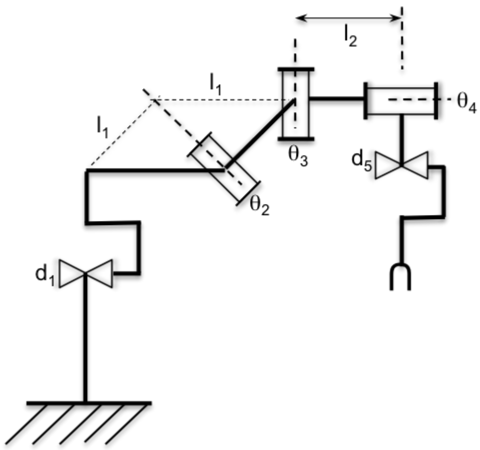
8. Considere um manipulador RRP equipado com uma garra esférica ao qual corresponde a tabela de Denavit-Hartenberg que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por $q=\left[\theta_1,\theta_2,d_3,\theta_4,\theta_5,\theta_6\right]^T$.

	θ_i	d_i	a_i	α_i
0 -> 1	pi/2 + θ_1	10	0	-pi/2
1 -> 2	-pi/2 + θ_2	0	0	-pi/2
2 -> 3	0º	d_3	0	0º
3 -> 4	θ_4	0	0	-pi/2
4 -> 5	θ_5	0	0	pi/2
5 -> G	θ_6	1	0	0º

Obtenha:

a) O desenho esquemático do manipulador na sua posição de “home”;
b) O modelo geométrico direto do manipulador;
c) As expressões de cinemática inversa do manipulador;

9. Considere o manipulador PRRRP que se apresenta na figura.



a) Obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standard).
b) Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico direto do manipulador.
c) Apresente as matrizes de transformação associadas a cada elo (${}^{i-1}_{i}T$) e a matriz de transformação ${}^{0}_{G}T$.
d) Desenhe o espaço de trabalho do manipulador, considerando as seguintes amplitudes de movimento para as juntas:

d_1= [0..25]cm; θ_2 = [0º..+180º]; θ_3= [-90º..+90º];
θ_4= [-90º..+90º]; d_5= [0..25]cm;

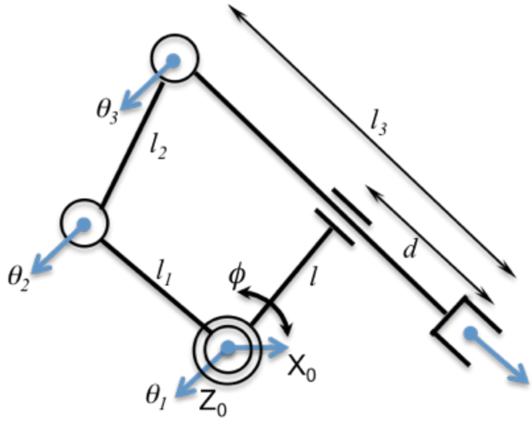
NOTA : A configuração apresentada na figura corresponde à posição de “*home*”.

10. Considere o manipulador RRRR cujos parâmetros de DH são apresentados na tabela.

	θ_i	d_i	a_i	α_i	Offset
$0 \to 1$	θ_1	0	l_1	$-\pi/2$	0
$1 \to 2$	θ_2	0	l_2	$\pi/2$	0
$2 \to 3$	θ_3	0	0	$\pi/2$	$\pi/2$
$3 \to 4$	θ_4	d	0	0	0

a) Desenhe o esquemático do manipulador na sua posição de repouso (“home”). Apresente os eixos x_i e z_i dos sistemas referenciais associados a cada junta.
b) Conhecendo a matriz de “pose” do “end-effector” no referencial base (${}^{0}_{4}T$), i.e., conhecendo ${}^{0}_{4}R$ e ${}^{0}p_{04}$, obtenha a expressão que permite conhecer ${}^{0}p_{02}$.
c) Obtenha as expressões de cinemática inversa para as juntas do manipulador, i.e, $(\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4)$. Considere comprimentos unitários para l_1,l_2,d.

11. Considere o sistema manipulador em malha fechada que se apresenta na figura. O sistema é constituído por dois mecanismos cooperantes que permitem o deslocamento linear da garra função do ângulo de orientação ϕ.

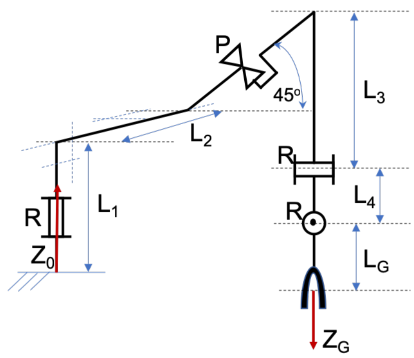


a) Apresente o modelo geométrico direto deste sistema manipulador;

b) Obtenha as expressões para as variáveis de junta $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ função da variável de orientação do mecanismo ϕ e amplitude de deslocamento d.

c) Sabendo que $l_1 = l_2 = \sqrt{2} \cdot l$, calcule o comprimento de elo l_3 que assegura a máxima amplitude de movimento d.

12. Considere o manipulador RPR-R que se apresenta na figura. Considerando distâncias genéricas, obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standard).



a) Transfira o esquemático do manipulador para a folha de prova e acrescente os referenciais necessários à obtenção do modelo geométrico direto do manipulador.

b) Apresente as matrizes de transformação associadas a cada elo (${}^{i-1}_{i}T$) e a matriz de transformação ${}^{0}_{G}T$.

NOTA : A configuração apresentada na figura corresponde à posição de "*home*".

13. Considere um manipulador cilíndrico (*RRP-RRR*) ao qual corresponde a tabela de DH que se apresenta. O vector das variáveis de junta é dado por $q = [\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]$.

	θ_i	d_i	a_i	α_i	off_i
B->0	θ_1	0	0	-90°	0°
1->2	θ_2	a	0	-90°	-90°
2->3	0°	d_3	0	0°	0
3->4	θ_4	0	0	90°	90°
4->5	θ_5	0	0	-90°	0°
5->G	θ_6	l_G	0	0°	-90°

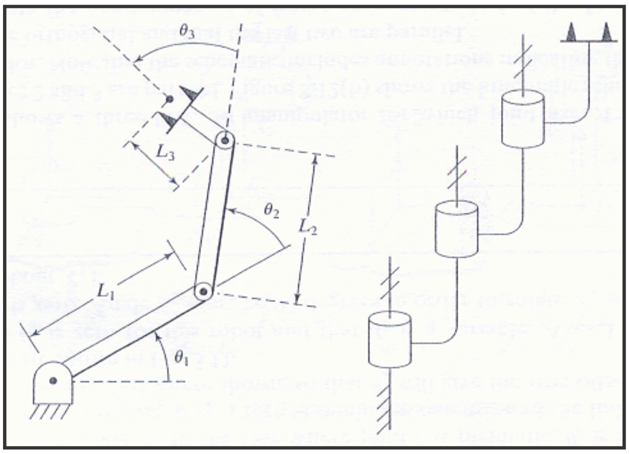
Obtenha:

a) O esquemático do manipulador na sua configuração “home”;
b) As equações de cinemática inversa do manipulador, i.e, obtenha as expressões simbólicas para as variáveis de junta $q = [\theta_1, \theta_2, d_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6]$
c) A função de configuração do punho do manipulador, i.e., obtenha o vetor $w\left(\begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & d_3 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} p_x & p_y & p_z & \alpha & \beta & \gamma \end{bmatrix}^T$

LABWORK #2

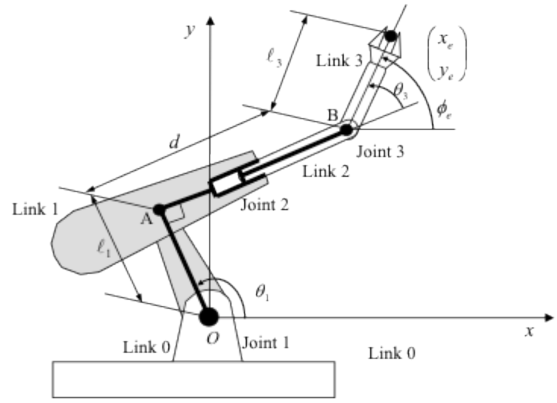
- Observe o rôbo planar com 3-DOF (RRR) da figura. O comprimento dos elos são conhecidos e são iguais a $L_1 = 4$, $L_2 = 3$e $L_3 = 2$ (m).
    a. Obtenha a matriz dos parâmetros de D-H: *PJ_DH*.
    b. Desenvolva uma função (*MGD_DH*) que calcule as matrizes de cinemática direta de um manipulador cuja matriz de parâmetros é *PJ_DH.*
    c. Usando a função *MGD_DH(PJ_DH)* obtenha as matrizes de cinemática directa ${}^0_2A$ e ${}^0_HA$ para as situações:
        i. $q = \begin{bmatrix}\theta_1 & \theta_2 & \theta_3\end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix}0^\circ & 0^\circ & 0^\circ\end{bmatrix}^T$
        ii. $q = \begin{bmatrix}10^\circ & 20^\circ & 30^\circ\end{bmatrix}^T$
        iii. $q = \begin{bmatrix}90^\circ & 90^\circ & 90^\circ\end{bmatrix}^T$

        Confirme visualmente (desenho) os resultados obtidos.



    d. Confirme todos os seus resultados usando as funções da toolbox Robotics (explore as funções *Link* e *SerialLink*).
    e. Deduza analiticamente a solução de cinemática inversa para o referido manipulador. Dada uma transformação ${}^0_HT$, calcule todas as possíveis soluções para $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$.
    f. Com base nas expressões deduzidas analiticamente em d), implemente uma função em MATLAB que resolva o problema da cinemática inversa deste manipulador. Teste os resultados para as matrizes ${}^0_HA$ obtidas em b) (validação circular). Confirme os valores obtidos comparando-os com os resultados obtidos com a função da *toolbox,* nomeadamente as funções *fkine* e *ikine*.

- Analise o manipulador RPR que se apresenta na figura.
    a) Considerando os comprimentos e orientações dos elos apresentados na figura, obtenha a tabela dos parâmetros de D-H (standard). Considere que $l_1 = l_3 = 2\,cm$.
    b) Utilizando as funções da *toolbox*, *link* e *serialLink*, valide a modulação realizada em a).

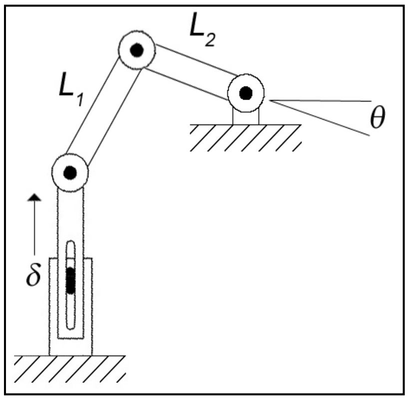


c) Obtenha as equações de cinemática inversa do manipulador de modo a definir as variáveis de junta $(\theta_1, d_2, \theta_3)$ função da localização do end-effector (x_e, y_e, ϕ_e).

d) Considere agora que acopla um punho esférico (RRR) ao “end-effector” do manipulador. Modele o manipulador RPR-RRR obtido, de acordo com o modelo de D-H. Resolva as equações do modelo inverso do manipulador e utiliza a validação circular para confirmar as soluções obtidas.

e) Confirme a validade das soluções encontradas usando as funções da toolbox Robotics (*link, seriallink, fkine, ikine*).

- Considere o robot planar PRRR apresentado na figura.



  a) Obtenha o modelo geométrico do manipulador de acordo com a metodologia de D-H standard

  b) Assumindo que os três elos apresentam um comprimento L e que o eixo prismático realiza um deslocamento $d_1 = \delta$, obtenha $\theta = f(\delta, L)$. Considere que os pontos de acoplamento de ambas as extremidades do manipulador estão afastadas $[x \quad 0 \quad z]$, sendo que $x = z = 1.5L$.

  c) Usando as funções disponíveis na Toolbox Robotics, apresente graficamente a estrutura articulada e modele o funcionamento da estrutura articulada anteriormente estudada.