ROBÓTICA 2020/2021

Planeamento de Trajectórias

Labwork #4 *Data de Entrega: 22-Dez-2020*

Resolução OBRIGATÓRIA para os problemas 3 & 5.

1.
Pretende-se mover para a posição θ_{p_f} uma junta de rotação de um manipulador que se encontra em repouso na posição θ_{p_0}. O tempo de execução do movimento é definido por t_f e pretende-se realizar o movimento utilizando funções com troços parabólicos (Funções de velocidade trapezoidal). Mostre que a velocidade definida para este movimento está condicionada ao intervalo

$$\frac{\theta_{p_f} - \theta_{p_f}}{t_f} < V \leq \frac{2\left(\theta_{p_f} - \theta_{p_f}\right)}{t_f}$$

para que o mesmo seja possível.

2.
Pretende-se mover a garra de um manipulador PRR da posição P_A para a posição P_B, estando as posições representadas, respetivamente, pelas matrizes de transformação

$$ {}^{0}_{P_A}T = \begin{bmatrix} 0.3536 & 0.866 & -0.3536 & 2.4142 \\ -0.6124 & 0.5 & 0.6124 & -4.1815 \\ 0.7071 & 0 & 0.7071 & 7.8284 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{0}_{P_B}T = \begin{bmatrix} 0.7071 & 0 & 0.7071 & 4.8284 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.7071 & 0 & 0.7071 & 2.1716 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

As equações de cinemática inversa do manipulador são conhecidas e definidas por

$$d_1 = t_z - 4 \cdot n_z \quad \theta_2 = tg^{-1}\left(\frac{t_y}{t_x}\right) \quad \theta_3 = tg^{-1}\left(\frac{t_z - d_1}{C_2 \cdot t_x + S_2 \cdot t_y - 2}\right)$$

O manipulador deverá realizar a trajetória em 2 segundos e cada junta do manipulador deverá movimentar-se com velocidade constante durante metade do percurso.

a) Qual a aceleração necessária em cada junta para concretizar a trajetória?
b) Qual o valor da velocidade linear de cada junta?
c) Qual o valor das juntas quando se inicia e finaliza o percurso em velocidade linear.

3.
Considere um manipulador PRR do qual se conhecem as expressões de cinemática inversa das juntas.

$$d_1 = t_z - 3 \cdot n_z \quad \theta_2 = \mathrm{atan2}(t_y, t_x) \quad \theta_3 = \mathrm{atan2}(n_z, a_z)$$

Pretende-se mover a garra do manipulador da posição P_A para a posição P_B, estando as posições representadas, respetivamente, pelas matrizes de transformação

$$
{}^{0}_{P_A}T = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{3}/2 & 0.5 & 1.5 \\ 0 & 0.5 & -\sqrt{3}/2 & -2.5981 \\ 1 & 0 & 0 & 6.0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^{0}_{P_B}T = \begin{bmatrix} 0.5 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 3.0 \\ \sqrt{3}/2 & 0.5 & 0 & 5.1962 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$

O manipulador deverá realizar a trajetória em 5 segundos e cada junta do manipulador deverá movimentar-se com velocidade constante durante 60% do percurso.

1. Qual a aceleração necessária em cada junta para concretizar a trajetória?
2. Qual o valor da velocidade linear de cada junta?
3. Qual o valor das juntas quando se inicia e finaliza o percurso em velocidade linear.

Se adotasse uma estratégia de planeamento de trajetória baseada em funções polinomiais de grau 3, quais as relações de velocidade máxima por junta entre as duas abordagens?

4.

Pretende mover-se para a posição $\theta_f = 35^\circ$ uma junta de rotação de um manipulador que se encontra em repouso na posição $\theta_i = -45^\circ$.

a) Tendo como objetivo realizar o movimento com a menor velocidade máxima possível, identifique qual das seguintes estratégias (funções polinomiais de vs. rampa de aceleração/desaceleração) é a mais adequada, considerando um tempo desejado para realização do movimento igual a $t_f = 4seg$.
b) Calcule a amplitude das velocidades máximas obtidas em ambas as estratégias.
c) Durante quanto tempo se desloca a junta com a velocidade máxima em qualquer das estratégias analisadas?
d) Qual das estratégias exige maiores requisitos de aceleração para a junta na condição de velocidade máxima? Qual a amplitude da aceleração necessária para a estratégia baseada em rampa de aceleração/desaceleração.

5.

Pretende-se mover uma junta de rotação de uma posição inicial $\theta_i = \pi/4$ para uma posição final $\theta_f = \pi$. O movimento deve ser realizado em 1 *seg*, iniciando-se e terminando-se o movimento em condição de repouso, i.e, com velocidade inicial e final nula.

a) Usando uma abordagem baseada em funções de segunda ordem (*Parabolic Blends*), mostre que é possível concretizar o movimento da junta com uma velocidade linear de amplitude igual a $|V| = \pi\ {}^{rad}/_{s}$. Durante quanto tempo é possível movimentar a junta com essa velocidade e qual a aceleração necessária para concretizar o deslocamento com a velocidade proposta?
b) Assumindo que a junta de rotação apresenta uma aceleração máxima igual a $\frac{\pi}{2}\ {}^{rad}/_{s^2}$, calcule o tempo mínimo necessário para efetuar o movimento. Qual a máxima velocidade de rotação que a junta consegue atingir? Durante quanto tempo se desloca a junta com velocidade linear?
c) Se lhe fosse pedido para concretizar o movimento no intervalo temporal obtido em b) mas utilizando funções polinomiais de ordem 3, calcule a máxima velocidade da junta para essa solução. Qual o valor da aceleração máxima exigida à junta? Caso não tenha realizado b) considere $t_f = 5seg$.

6.

Sabendo que a cinemática inversa de um manipulador PPR é dada por

$$
d_1 = t_z - d_4 \cdot a_z \quad d_2 = t_y - d_4 \cdot a_y \quad \theta_3 = tg^{-1}\left(\frac{a_z}{a_y}\right)
$$

pretende-se planear a trajetória do manipulador de um ponto de partida p_A no instante $t_0 = 0(seg)$ para um ponto de chegada p_B no instante $t_f = 12(seg)$. Como condições de movimento, a trajetória deve ter uma velocidade inicial e final NULA e deve integrar o ponto de passagem (*via point*) p_I no instante $t_1 = 7(seg)$ para evitar a colisão com um obstáculo existente no espaço de trabalho.

$$ {}_G^0T^A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 28,660 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 27 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}_G^0T^I = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 40 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 23,660 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}_G^0T^B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 37.071 \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 22.071 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

1. Usando splines cúbicos para a modelização da trajetória ($p_0 \to p_i \to p_f$), obtenha as expressões que permitem calcular os valores dos coeficientes das funções polinomiais, assumindo que a trajetória tem velocidades e acelerações contínuas no ponto de passagem p_i. Quais as velocidades máximas de movimento das juntas?
2. Se o troço de trajetória $p_0 \to p_i$ fosse planeado recorrendo a funções trapezoidais de velocidade, qual o valor de aceleração/desaceleração mínimo para a junta de rotação que garante a obtenção da velocidade $v = \pi(rad/s)$. Qual o tempo de execução do movimento da junta de rotação nessas circunstâncias?
3. Durante quanto tempo se movia a junta de rotação com a velocidade $v = \pi(rad/s)$ se o valor da aceleração/desaceleração fosse duas vezes o valor obtido anteriormente?

LABWORK

1.
Considere o manipulador do RR cuja matriz de parâmetros de D-H se apresenta.

	θ_i	d_i	a_i	α_i	Off_i
$0 \rightarrow 1$	θ_1	0	0	-90°	0°
$1 \rightarrow 2$	θ_2	a	0	90°	90°
$2 \rightarrow 3$	0°	l	0	0°	0°

Para movimentar o manipulador pretende-se elaborar um planeamento de trajectória com controlo das juntas. Assumindo que o comprimento dos elos é igual a 1 ($a = l = 1$) pretende-se que a trajetória do "end-effector" se inicie no ponto A, de coordenadas $P_A = \left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}, \frac{-1+\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, passe pelo ponto B, de coordenadas $P_B = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ e termine no ponto C, de coordenadas $P_C = \left(-1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.
Obtenha a função polinomial cúbica que modela a trajectória da junta.

a) Desenhe as configurações do manipulador nos três pontos que definem a trajectória e indique os respectivos valores das juntas para cada configuração.

b) Pretende-se que a trajectória seja efectuada em 10 segundo, devendo o manipulador efectuar o movimento entre os pontos A e B em 3 segundos, gastando 7 segundos na execução do movimento entre os pontos B e C. Obtenha as expressões das velocidades angulares das juntas em função do tempo. Implemente um algoritmo em Matlab que concretize a trajetória definida.

c) Considere agora que se pretendia realizar um movimento sequencial $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow \cdots$. Considere um tempo de movimento entre C e A igual a 3 segundos. Adapte o programa implementado em b) de modo a concretizar esse objetivo.

d) Apresente uma solução alternativa de planeamento à realizada na alínea b) mas adoptando funções parabólicas. Considere que a aceleração máxima de cada uma das juntas é $\left|\ddot{\theta}\right| = 60^\circ / s^2$. Implemente esta solução em Matlab.