## **Estruturas de Concreto**

ISSN 1519-4086

Número 1

## A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO E CRITÉRIOS DE RUPTURA PARA O CONCRETO



**Editora DUNAS** 

**Estruturas de Concreto** é uma publicação seriada com o objetivo de abordar diversos temas relativos ao projeto e à construção das estruturas de concreto simples, concreto armado e concreto protendido. Em cada número da série, são analisados aspectos específicos, visando manter atualizada a bibliografia nessa área da Engenharia Civil.

A publicação não se destina a servir como texto básico para um curso completo sobre estruturas de concreto. Por isso, não há nenhuma preocupação com a seqüência e com a profundidade com que os diversos assuntos são abordados. Porém, a publicação é sugerida como material didático complementar aos estudantes e aos profissionais interessados nessa área.

### **Estruturas de Concreto**

ISSN 1519-4086

Número 1

# A RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO E CRITÉRIOS DE RUPTURA PARA O CONCRETO

JOSÉ MILTON DE ARAÚJO

Professor titular da FURG Doutor em Engenharia

#### **ESTUTURAS DE CONCRETO**

© Copyright Editora DUNAS

A663c Araújo, José Milton de

Estruturas de concreto : a resistência à compressão e critérios de ruptura para o concreto / José Milton de Araújo. - Rio Grande: Dunas, 2001, Número 1

Bibliografia

1. Concreto. I. Título

CDU 624.012.45

CDD 624.1834

ISSN 1519-4086

Editora DUNAS Rua Tiradentes, 105 - Cidade Nova 96211-080 RIO GRANDE - RS - Brasil

e-mail: ed.dunas@mikrus.com.br

Número 1, Abril de 2001

## **SUMÁRIO**

1. Introdução	1
2. Influência da forma e das dimensões do corpo de prova na resistência à compressão	4
3. Variação da resistência à compressão com a idade	6
4. Influência da temperatura na resistência à compressão do concreto	10
5. Resistência do concreto sob carga de longa duração	14
6. Resistência à compressão do concreto sob carga dinâmica	16
7. Concreto sob um estado multiaxial de tensões	17
Referências Bibliográficas	21

#### 1 - Introdução

A resistência à compressão do concreto é determinada através de ensaios padronizados de curta duração (carregamento rápido). Em alguns regulamentos de projeto, adota-se a resistência cúbica, obtida em cubos de 15cm ou 20cm de lado. No Brasil e nas recomendações do CEB<sup>(6)</sup>, adota-se a resistência obtida em corpos de prova cilíndricos. Em geral, os ensaios são realizados na idade padrão de 28 dias, convencionando-se que esta é a idade em que a estrutura deverá entrar em carga.

Os corpos de prova cilíndricos devem possuir uma relação altura/diâmetro igual ou maior do que 2 (em geral, adota-se uma relação igual a 2). Para concretos feitos com agregados de diâmetro máximo igual ou inferior a 38mm, adota-se o corpo de prova cilíndrico com 15cm de diâmetro e 30cm de altura. No caso de concretos com agregados de diâmetro máximo superior a 38mm (concreto massa), adotam-se corpos de prova maiores. Alternativamente, faz-se o peneiramento do concreto, para eliminar os agregados com diâmetros superiores a 38mm, e adotam-se correlações entre as resistências obtidas nos corpos de prova 15x30 com as resistências do concreto integral<sup>(8)</sup>.

Devido a fatores de natureza aleatória, como a falta de homogeneidade da mistura, graus de compactação diferentes para corpos de prova diferentes, dentre outros, verifica-se experimentalmente uma razoável dispersão dos valores da resistência obtidos em um lote de corpos de prova. Assim, reconhecendo que a resistência do concreto,  $f_c$ , é uma variável aleatória, deve-se recorrer à Teoria das Probabilidades para uma análise racional dos resultados. Usualmente, admite-se que a função densidade de probabilidade das resistências segue a curva normal de Gauss, conforme é indicado na fig. 1.1.

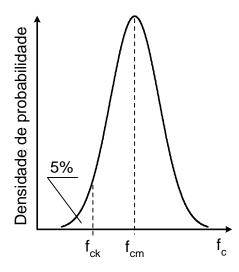


Fig. 1.1 - Densidade de probabilidade da resistência à compressão do concreto

De acordo com a fig. 1.1, são definidas a resistência média à compressão do concreto,  $f_{cm}$ , e a resistência característica à compressão,  $f_{ck}$ . A resistência característica é um valor tal que existe uma probabilidade de 5% de se obter resistências inferiores à mesma. De acordo com a equação da distribuição normal de probabilidades, tem-se que

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,645S \tag{1.1}$$

onde S é o desvio padrão das resistências dado por

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (f_{ci} - f_{cm})^2 / (n-1)}$$
 (1.2)

sendo  $f_{ci}$  os valores genéricos da resistência obtidos em  $n\,$  corpos de prova de concreto.

Assim, conhecendo-se o valor do desvio padrão S, utiliza-se a equação (1.1) para o cálculo da resistência de dosagem ( $f_{cm}$ ) em função do valor de  $f_{ck}$  especificado no projeto. Deve ser salientado que o desvio padrão está intimamente relacionado ao controle de qualidade adotado na produção do concreto. Quando o desvio padrão não é conhecido, pode-se adotar valores típicos, dados em função do controle de qualidade, como os valores sugeridos no item 8.3.1.2 da NBR- $6118^{(4)}$ .

Em algumas verificações, é necessário fazer referência ao valor médio da resistência à compressão associado a uma resistência característica especificada no projeto. Neste caso,  $f_{\it cm}$  pode ser estimada por

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \tag{1.3}$$

onde  $\Delta f$  é um valor definido nas normas de projeto.

Considerando as equações (1.1) e (1.3), verifica-se que  $\Delta f=1,645S$ . O CEB/90<sup>(6)</sup> adota o valor constante  $\Delta f=8$  MPa, o que consiste em admitir um desvio padrão da ordem de 5MPa.

Os concretos são classificados em grupos de resistência, grupo I e grupo II, conforme a resistência característica à compressão  $f_{ck}$ . Dentro dos grupos, os concretos de massa específica

normal são designados pela letra C seguida do valor da resistência característica à compressão expressa em MPa. Os concretos de massa específica normal são aqueles que apresentam uma massa específica seca compreendida entre 2000kg/m³ e 2800kg/m³ (geralmente, o valor médio adotado nos cálculos é igual a 2400kg/m³). Na tabela 1.1, indicam-se os grupos e as classes de resistência padronizados pela NBR-8953<sup>(3)</sup>.

Tabela 1.1 - Classes de resistência do concreto

Grupo I	C10	C15	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
Grupo II	C55	C60	C70	C80					

Segundo as recomendações do CEB/90<sup>(6)</sup>, para concreto armado, deve-se empregar a classe C16 ou superior( $f_{ck} \ge 16\,\mathrm{MPa}$ ). Para concreto protendido, o CEB/90 recomenda empregar a classe C25 ou superior.

De acordo com o projeto de revisão da NBR-6118<sup>(2)</sup>, para concreto armado, deve-se empregar a classe C20 ou superior. Concretos da classe C15 podem ser usados apenas em fundações e em obras provisórias. Em obras de pequeno porte, de até 4 pavimentos, com vãos inferiores a 4 metros, sem lajes cogumelo, permite-se, também, o emprego da classe C15.

Usualmente, os concretos do grupo II são considerados como concretos de alto desempenho. Em geral, as equações e os procedimentos apresentados nas normas de projeto são aplicáveis aos concretos do grupo I. Essas equações devem ser usadas com cautela para os concretos de alto desempenho pois, de um modo geral, a base de dados utilizada para as suas formulações consistiu apenas de concretos com  $f_{ck} \leq 50 \, \mathrm{MPa}$ .

É interessante salientar que, do ponto de vista mecânico, a qualidade do concreto é definida pelo valor de sua resistência característica  $f_{ck}$ , já que a resistência média sozinha não fornece informações sobre a variabilidade dessa propriedade. Esse fato é ilustrado na fig.1.2, onde indicam-se as distribuições de probabilidade das resistências de dois concretos com a mesma resistência média  $f_{cm}$ .

Conforme se observa na figura, as resistências do concreto 1 apresentam uma menor dispersão em torno do valor médio. Isto reflete diretamente no valor da resistência característica, indicando que  $f_{ck,1} > f_{ck,2}$ . Logo, apesar de possuírem a mesma resistência média, o concreto 1 é de melhor qualidade que o concreto 2.

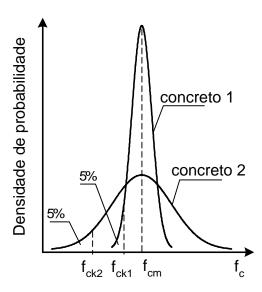


Fig. 1.2 - Densidades de probabilidade da resistência à compressão de dois concretos

A resistência à compressão do concreto depende de vários fatores,  $como^{(14)}$ :

- composição (consumo e tipo de cimento, fator água-cimento, etc.);
- tipos de agregados (naturais ou britados);
- condições de cura (temperatura e umidade);
- forma de aplicação da carga (ensaio estático ou dinâmico);
- duração do carregamento (ensaio de curta ou de longa duração);
- idade do concreto (efeito do envelhecimento);
- estado de tensões (compressão simples ou multiaxial);
- forma e dimensões dos corpos de prova.

Alguns desses fatores serão estudados ao longo deste trabalho.

#### 2 - Influência da forma e das dimensões do corpo de prova na resistência à compressão

Em relação à forma dos corpos de prova, o CEB/90 apresenta os valores da tabela 2.1, que permitem correlacionar a resistência característica obtida em corpos de prova cilíndricos,  $f_{ck,cil}$ , com a resistência característica obtida em corpos de prova cúbicos de 15cm de lado,  $f_{ck,cub}$ . Observa-se que o CEB define a classe C12 no lugar da classe C10 da NBR-8953.

Classe	C12	C20	C30	C40	C50	C60	C70	C80
$f_{ck,cil}$	12	20	30	40	50	60	70	80
$f_{ck,cub}$	15	25	37	50	60	70	80	90

Tabela 2.1 - Valores da resistência característica (MPa)

Na fig. 2.1, indica-se a variação da resistência à compressão,  $f_c$ , com as dimensões adotadas para o corpo de prova cilíndrico<sup>(13)</sup>. Nessa figura,  $f_{c2}$  representa a resistência obtida em um corpo de prova com relação altura/diâmetro h/d=2.

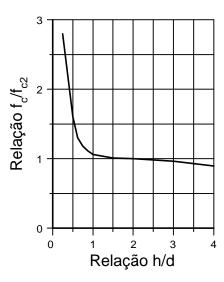


Fig. 2.1 - Variação da resistência à compressão com as dimensões do corpo de prova

Observa-se que, reduzindo a altura do corpo de prova, ocorre um aumento da resistência à compressão. Esse aumento de resistência decorre do impedimento à deformação transversal, causado pelas placas de aço da máquina de ensaio. Entretanto, esse efeito é pequeno quando a relação altura/diâmetro do corpo de prova é superior a 2.

Em vista desses fatos, a norma brasileira NBR-6118<sup>(4)</sup> e o CEB<sup>(6,7)</sup> padronizam suas recomendações em função de uma resistência à compressão obtida em corpos de prova cilíndricos de 15cm de diâmetro e de 30cm de altura.

#### 3 - Variação da resistência à compressão com a idade

As propriedades do concreto, como o módulo de deformação longitudinal e as resistências à tração e à compressão, sofrem uma contínua variação no tempo em virtude das reações químicas decorrentes da hidratação do cimento. Esse fenômeno, denominado *envelhecimento*, ocorre durante praticamente toda a vida útil da estrutura, sendo muito acentuado nos primeiros dias após a concretagem.

As propriedades do concreto em uma idade t dependem do tipo de cimento e das condições de cura (temperatura e umidade). De acordo com o CEB/90, para uma temperatura média de  $20^{\circ}$ C, a resistência média à compressão do concreto em uma idade t dias,  $f_{cm}(t)$ , pode ser obtida pela expressão

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t)f_{cm} \tag{3.1}$$

onde  $f_{\it cm}~$  é a resistência média aos 28 dias de idade.

A função  $eta_{cc}(t)$ , que representa a evolução da resistência no tempo, é dada por

$$\beta_{cc}(t) = \exp\left\{s \left[1 - \left(\frac{28}{t}\right)^{1/2}\right]\right\}$$
(3.2)

onde s = 0,20 para cimentos de alta resistência inicial, s = 0,25 para cimentos de endurecimento normal e s = 0,38 para cimentos de endurecimento lento.

Essa expressão foi incorporada ao projeto de reformulação da NBR-6118<sup>(2)</sup>. De acordo com a classificação brasileira, o coeficiente *s* tem os seguintes valores:

s = 0.38, para cimento de alto forno (CP III) e cimento pozolânico (CP IV);

s = 0.25, para cimento Portland comum (CP I) e cimento composto (CP II);

s = 0.20, para cimento de alta resistência inicial (CP V).

Na fig. 3.1, mostra-se a evolução da resistência à compressão dos concretos utilizados na barragem brasileira de Água Vermelha. Os pontos correspondem aos resultados experimentais extraídos da ref. [17]. Nessa figura, são apresentados os resultados para os concretos feitos com

agregados graúdos de diâmetro máximo igual a 19mm. As curvas apresentadas na figura, correspondem à previsão teórica com o emprego da equação (3.2).

O concreto foi feito com uma mistura de agregados britados (de basalto) e agregados naturais (cascalhos). Foi utilizado cimento Portland misturado com pozolana, obtida pela calcinação e moagem de argilas cauliníticas. Portanto, o coeficiente que melhor define o tipo de cimento é s=0.38.

Na fig. 3.1, apresentam-se as curvas teóricas para s = 0.38 e para s = 0.25. Observa-se um excelente ajuste da curva correspondente a s = 0.38 em relação às médias dos resultados experimentais.

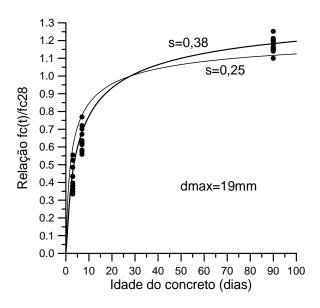


Fig. 3.1 - Variação da resistência à compressão com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 17)

Na fig. 3.2, apresentam-se os resultados para os concretos com diâmetro máximo do agregado igual a 38mm. Os pontos experimentais foram extraídos da ref. [17]. Novamente, verifica-se que a curva teórica com s = 0.38, representa bem a lei de evolução da resistência à compressão do concreto.

Nas figuras 3.3 e 3.4, apresentam-se os resultados correspondentes a concretos de diversas barragens, feitos com agregados de diâmetros máximos iguais a 19mm e 38mm. Os pontos experimentais foram extraídos da ref. [8]. O cimento é pozolânico e s = 0.38.

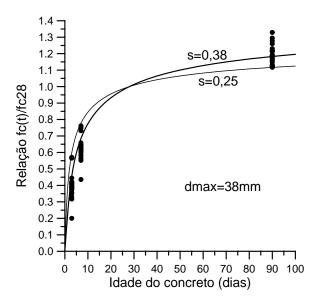


Fig. 3.2 - Variação da resistência à compressão com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 17)

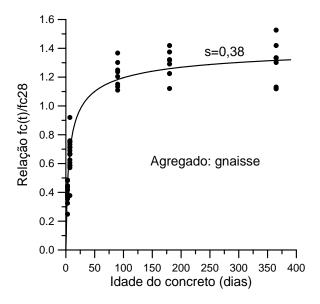


Fig. 3.3 - Variação da resistência à compressão com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 8)

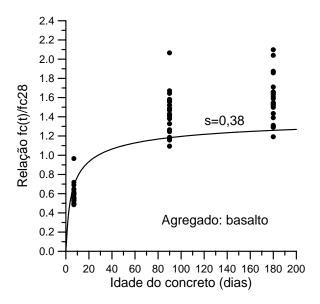


Fig. 3.4 - Variação da resistência à compressão com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 8)

Na fig. 3.5, apresenta-se a variação da resistência à compressão com a idade. Os pontos experimentais correspondem a concretos de diferentes consistências, cujos resultados são apresentados na ref. [9]. O agregado graúdo é brita granítica número 1. O cimento utilizado nos ensaios foi o cimento Portland composto, para o qual tem-se s = 0.25.

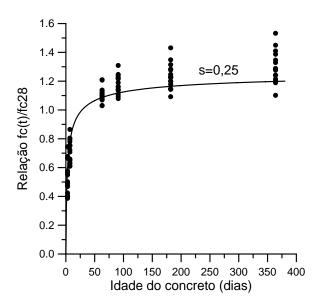


Fig. 3.5 - Variação da resistência do concreto com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 9)

Para facilitar a visualização dos resultados obtidos nas primeiras idades (3 dias e 7 dias), apresenta-se a fig. 3.6, na qual a idade do concreto é representada em uma escala logarítmica.

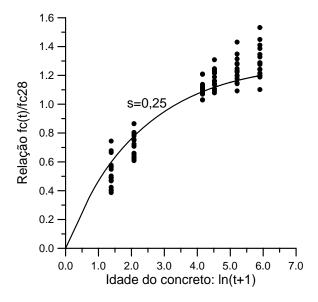


Fig. 3.6 - Variação da resistência à compressão com a idade (resultados experimentais extraídos da ref. 9)

Em função desses resultados, conclui-se que a expressão (3.1) representa razoavelmente bem a lei de evolução da resistência à compressão do concreto. Essa expressão pode ser empregada na fase de projeto, quando for necessário analisar a estrutura em uma idade diferente da idade de referência de 28 dias. Entretanto, para uma avaliação mais precisa, é necessário realizar ensaios em várias idades e determinar a lei de evolução da resistência para o concreto a ser empregado na obra.

#### 4 - Influência da temperatura na resistência à compressão do concreto

A expressão (3.1) é válida para temperatura de cura em torno de 20°C. Temperaturas de cura inferiores retardam o endurecimento, enquanto que temperaturas mais elevadas aceleram o processo. Abaixo de -12°C o concreto não mostra sinais de aumento da resistência com o tempo<sup>(14)</sup>. Por isso, são necessárias algumas precauções ao se fazer a concretagem em dias muito frios. Se a temperatura ambiente for inferior a 5°C, é recomendável suspender a concretagem. Caso isto não seja possível, devem ser tomadas algumas medidas para aumentar a temperatura de lançamento do concreto, como o aquecimento da água de amassamento e dos agregados<sup>(10,13)</sup>.

Quando se deseja acelerar o processo de endurecimento do concreto, pode-se realizar a denominada cura a vapor. Neste caso, após transcorridas cerca de 4 horas da concretagem, eleva-se gradualmente a temperatura ambiente (por meio de vapor) até uma temperatura limite. Essa temperatura é mantida durante um certo período, reduzindo-se em seguida até atingir a temperatura ambiente. Por sua natureza, a cura a vapor é adequada para peças pré-fabricadas.

No caso de estruturas de concreto massa (as barragens são um exemplo típico), o problema se inverte. Nessas estruturas, não há a necessidade de uma grande resistência nos primeiros dias, já que as tensões de compressão no concreto durante a fase construtiva são muito pequenas. A grande preocupação consiste em reduzir o calor gerado na massa de concreto devido à hidratação do cimento. Em vista do grande volume de concreto que é lançado em cada etapa da concretagem, a temperatura do concreto poderá subir muito além da temperatura ambiente. Ao se resfriar para atingir o equilíbrio térmico com o ambiente, surgem tensões de tração que podem fissurar o concreto. Assim, nessas estruturas o que se faz é a pré-refrigeração do concreto (adicionando gelo à água de amassamento e resfriando os agregados) para que a temperatura máxima atingida não fique muito acima da temperatura ambiente.

Para levar em conta a história de temperatura a que o concreto é submetido durante o período de envelhecimento, deve-se considerar sua maturidade em vez de sua idade real. Concretos com a mesma idade real, mas que foram curados em temperaturas diferentes, possuem maturidades diferentes e, portanto, resistências diferentes.

Em geral, as formulações disponíveis nos códigos de projeto são limitadas a um valor máximo da temperatura. Por exemplo, a formulação do CEB/90 para levar em conta os efeitos da temperatura nas propriedades do concreto é válida até uma temperatura máxima de 80°C.

Segundo o CEB/90, o efeito da temperatura na maturidade do concreto pode ser levado em conta, substituindo-se a idade real t por uma idade equivalente  $t_e$ , dada por

$$t_e = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i \exp\left[13,65 - \frac{4000}{273 + T_i}\right]$$
 (4.1)

onde  $\Delta t_i$  é o número de dias em que a temperatura foi igual a  $T_i$  °C.

Na fig. 4.1, apresenta-se a evolução da resistência à compressão do concreto com a idade, considerando temperaturas de cura constantes e iguais a  $10^{\circ}$ C,  $20^{\circ}$ C e  $40^{\circ}$ C. O coeficiente s que define o tipo do cimento foi tomado igual a 0.25 e a resistência aos 28 dias é  $f_{cm}=20\,\mathrm{MPa}$ .

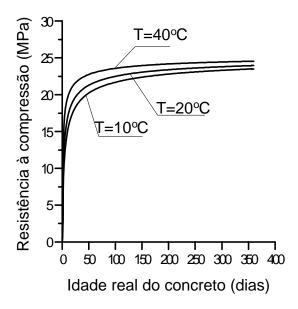


Fig. 4.1 - Variação da resistência à compressão do concreto com a idade e com a temperatura

Observa-se pela fig. 4.1 que temperaturas mais elevadas são favoráveis para o aumento da resistência, principalmente nos primeiros dias após a concretagem. Entretanto, a resistência final sofre pouca influência da temperatura existente durante o período de endurecimento.

Na fig. 4.2, representa-se uma história de temperatura típica empregada nos processos de cura a vapor. Na fig. 4.3, apresenta-se a variação teórica da resistência à compressão com a idade, considerando-se essa história de temperatura. A curva teórica correspondente a uma temperatura constante  $T=20^{\circ}$ C, também é apresentada. O coeficiente s que define o tipo de cimento foi considerado igual a 0,25.

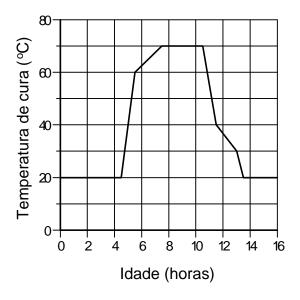


Fig. 4.2 - História de temperatura (cura a vapor)

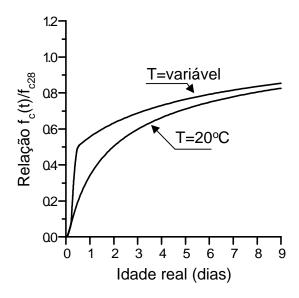


Fig. 4.3 - Evolução da resistência à compressão do concreto (cura a vapor)

Conforme se observa na fig. 4.3, a cura a vapor acelera significativamente o processo de endurecimento do concreto. Para a história de temperatura considerada, a idade teórica equivalente (dada pela expressão (4.1)) ao final da cura (duração de 14h) é superior a 2 dias.

A resistência à compressão do concreto depende, também, da temperatura ambiente no momento da realização do ensaio. Segundo o CEB/90, para temperaturas no instante do ensaio variando entre  $0^{\circ}$ C < T <  $80^{\circ}$ C, a resistência à compressão  $f_{cm}(T)$  pode ser estimada como

$$f_{cm}(T) = f_{cm}(1,06 - 0,003T) \tag{4.2}$$

onde  $f_{cm}$  é a resistência obtida quando a temperatura ambiente no momento do ensaio é igual a  $20^{\circ}\mathrm{C}$ .

A expressão (4.2) é válida para corpos de prova selados, onde não há perda de umidade para o ambiente. Observa-se que a resistência diminui com a elevação da temperatura no instante do ensaio.

Se o corpo de prova perde água para o ambiente, o efeito da temperatura na resistência depende do tamanho e da forma do corpo de prova. Como uma aproximação, o efeito da temperatura pode ser desprezado, pois a redução de resistência que ocorre com o aumento da temperatura é contrariada pelo aumento de resistência devido à secagem do corpo de prova.

#### 5 - Resistência do concreto sob carga de longa duração

Outro fenômeno que ocorre com o concreto é a redução de sua resistência sob carga de longa duração. Esse fenômeno, descrito por Rüsch<sup>(16)</sup>, é conhecido como *Efeito Rüsch*. A redução da resistência é contrariada pelo aumento de resistência decorrente do envelhecimento. Devido a esses efeitos contrários, a resistência do concreto passa por um mínimo, cujo valor depende da idade de aplicação da carga.

No ensaio convencional para a determinação da resistência à compressão, o concreto é levado à ruína em pouco tempo após o início do carregamento (ensaio rápido). Se a velocidade de aplicação da carga for reduzida, resultando em uma maior duração do ensaio, ocorre uma diminuição da resistência, conforme é ilustrado na fig. 5.1.

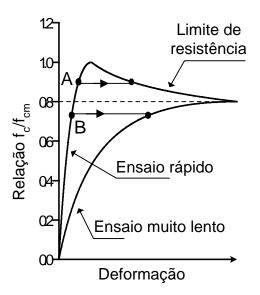


Fig. 5.1 - Efeito Rüsch

De acordo com a fig. 5.1, se o corpo de prova for carregado rapidamente até o ponto A e a tensão for mantida constante, ocorre um aumento da deformação até ser atingido o limite de resistência, com a consequente ruptura do corpo de prova. A tensão de ruptura, neste caso, é inferior à resistência  $f_{cm}$  obtida no ensaio rápido convencional.

Se o corpo de prova for carregado rapidamente até o ponto B e a tensão for mantida constante, as deformações aumentam (devido à fluência) até a estabilização. Neste caso, não haverá a ruptura do corpo de prova.

Em uma estrutura de concreto, uma parcela significativa das cargas é aplicada e mantida constante durante praticamente toda a vida da estrutura. Assim, o projeto deve ser elaborado de forma a se obter uma situação semelhante àquela representada pelo ponto B. Em outras palavras, deve-se limitar as tensões de compressão no concreto a  $0.8f_{cm}$ .

Segundo o CEB/90, a resistência à compressão sob carga mantida,  $f_{cm,sus}(t,t_o)$ , pode ser obtida pela expressão

$$f_{cm,sus}(t,t_o) = \beta_{cc}(t)\beta_{c,sus}(t,t_o)f_{cm}$$
(5.1)

onde  $f_{cm}$  é a resistência média aos 28 dias de idade obtida no ensaio rápido,  $\beta_{cc}(t)$  é a função de envelhecimento dada na equação (3.2) e  $\beta_{c,sus}(t,t_o)$  leva em conta a redução da resistência com a duração do carregamento.

A função  $eta_{c,sus}(t,t_o)$  é dada por

$$\beta_{c,sus}(t,t_o) = 0.96 - 0.12 \left\{ \ln \left[ 72(t - t_o) \right] \right\}^{1/4}$$
(5.2)

onde t é a idade do concreto no instante considerado e  $t_o$  é a idade no momento da aplicação da carga.

Na fig. 5.2, apresenta-se a variação da resistência à compressão com a idade de acordo com a equação (5.1). Nessa figura, o concreto apresenta uma resistência média aos 28 dias  $f_{cm} = 20\,$  MPa (obtida no ensaio convencional) e é carregado em dois instantes diferentes ( $t_o = 28\,$ dias e  $t_o = 180\,$ dias).

Conforme se observa na fig. 5.2, a resistência passa por um mínimo. A duração do carregamento,  $t-t_o$ , em que o mínimo ocorre é de aproximadamente 2,8 dias para  $t_o=28$  e de 41 dias para  $t_o=180$ . Os valores mínimos da resistência são  $0.79\,f_{cm}$  e  $0.89\,f_{cm}$ , conforme a carga seja aplicada aos 28 dias ou aos 180 dias de idade, respectivamente.

Para levar em conta esse efeito, e considerando que em uma estrutura real nem todas as cargas são aplicadas na idade convencional de 28 dias (e além do mais, nem todas as cargas são de longa duração), as normas de projeto limitam a máxima tensão no concreto em 85% de sua resistência.

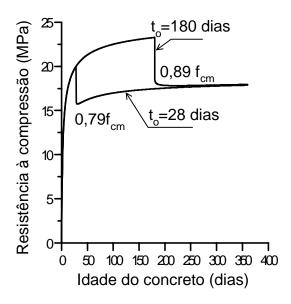


Fig. 5.2 - Variação da resistência do concreto com a idade (efeito da carga de longa duração)

#### 6 - Resistência à compressão do concreto sob carga dinâmica

Normalmente, a resistência média à compressão do concreto  $f_{cm}$ , assim como as demais propriedades mecânicas, são determinadas através de ensaios estáticos, com baixa velocidade de carga ou de deformação. Como uma referência, consideram-se que as tensões de compressão sejam incrementadas a uma taxa de  $|\dot{\sigma}_c| \cong 1,0\,\mathrm{MPa/s}$ . Alternativamente, pode-se admitir um incremento das deformações a uma taxa de  $|\dot{\varepsilon}_c| \cong 30x10^{-6}\,\mathrm{s}^{-1}$ . As propriedades assim obtidas são aquelas empregadas nas situações usuais de projeto.

Experimentalmente, verifica-se que a resistência à compressão, assim como outras propriedades do concreto, depende da velocidade com que o ensaio é realizado. Aumentando-se a taxa de tensão ou a taxa de deformação, aumenta-se a resistência à compressão do concreto.

O conhecimento dos efeitos da taxa de tensão nas propriedades do concreto é importante para a análise dinâmica de estruturas submetidas, por exemplo, a cargas de impacto.

O CEB/90 apresenta uma formulação para a estimativa da resistência à compressão do concreto sob impacto,  $f_{c,imp}$ , válida para taxas de tensão 1 MPa/s  $<|\dot{\sigma}_c|<$   $10^7$  MPa/s. Essa resistência é dada por

$$f_{c,imp}/f_{cm} = (\dot{\sigma}_c/\dot{\sigma}_{co})^{\alpha}$$
, para  $|\dot{\sigma}_c| \le 10^6$  MPa/s (6.1)

$$f_{c,imp}/f_{cm} = \beta (\dot{\sigma}_c/\dot{\sigma}_{co})^{1/3}$$
, para  $|\dot{\sigma}_c| > 10^6$  MPa/s (6.2)

onde

$$\alpha = \frac{1}{5 + 0.9 f_{cm}}$$
;  $\log \beta = 6\alpha - 2$  (6.3)

Nessas expressões,  $f_{cm}$  (MPa) é a resistência média à compressão dada em (1.3) e  $\dot{\sigma}_{co} = -1 \, \text{MPa/s}.$ 

O CEB/90 também apresenta expressões para a resistência sob impacto, dadas em termos da taxa de deformação  $\dot{\mathcal{E}}_c$ . Essas expressões são válidas para taxas de deformação dentro do intervalo  $30 \times 10^{-6} \; \mathrm{s^{-1}} \; < |\dot{\mathcal{E}}_c| < 3 \times 10^2 \; \mathrm{s^{-1}}$ . Quando a análise estrutural for realizada com o emprego do método dos elementos finitos, é conveniente utilizar as expressões em termos da taxa de deformação. Neste caso, a resistência sob impacto é dada por

$$f_{c,imp}/f_{cm} = (\dot{\varepsilon}_c/\dot{\varepsilon}_{co})^{1,026\alpha}$$
, para  $|\dot{\varepsilon}_c| \le 30 \,\mathrm{s}^{-1}$  (6.4)

$$f_{c,imp}/f_{cm} = \gamma \left(\dot{\varepsilon}_c/\dot{\varepsilon}_{co}\right)^{1/3}$$
, para  $|\dot{\varepsilon}_c| > 30 \,\text{s}^{-1}$  (6.5)

onde

$$\log \gamma = 6.156\alpha - 2 \tag{6.6}$$

Nessas expressões,  $\dot{\varepsilon}_{co} = -30x10^{-6} \, \mathrm{s}^{-1}$ . O coeficiente  $\alpha$  é dado na equação (6.3).

#### 7 - Concreto sob um estado multiaxial de tensões

Alguns dados experimentais sobre o comportamento do concreto em um estado biaxial de tensões são disponíveis<sup>(12)</sup>. Em função desses dados, é possível resumir o comportamento observado como se segue:

- a) Em compressão biaxial, ocorre um aumento da resistência do concreto. O aumento máximo de 25% é alcançado quando a razão entre as duas tensões principais for igual a 0,5. Para duas tensões de compressão iguais, o aumento de resistência é da ordem de 16%.
- b) Em tração-compressão, a resistência à tração diminui de forma aproximadamente linear com o crescimento da tensão de compressão.
  - c) Sob tração biaxial, a resistência é a mesma que em tração simples.

Esses resultados são sintetizados na envoltória de ruptura indicada na fig. 7.1, a qual representa o critério de ruptura de Kupfer e Gerstle<sup>(12)</sup>.

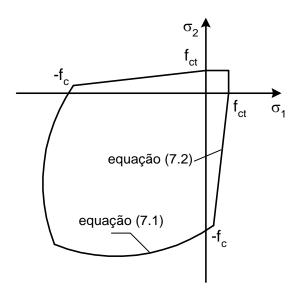


Fig. 7.1 - Envoltória de ruptura bidimensional

Para compressão biaxial, a envoltória é definida por (6)

$$\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{f_c}\right)^2 + \frac{\sigma_2}{f_c} + 3,80\frac{\sigma_1}{f_c} = 0$$
(7.1)

onde  $\sigma_2 \leq \sigma_1 \leq 0$  são as tensões principais de compressão e  $f_c$  é a resistência à compressão simples.

Para tração-compressão, com  $\sigma_1>0$  e  $\sigma_2<0$ , Kupfer e Gerstle sugerem um linha reta dada por

$$\sigma_1 = \left(1 + 0.8 \frac{\sigma_2}{f_c}\right) f_{ct} \tag{7.2}$$

onde  $f_{ct}$  é a resistência à tração simples.

Em um estado de tração biaxial, considera-se que a resistência à tração é igual a  $f_{\it ct}$  .

Diversos critérios de ruptura triaxiais para o concreto têm sido propostos na bibliografia  $^{(1,5,11,15,18)}$ . Os parâmetros desses modelos são determinados a partir de ensaios bem definidos (compressão simples, tração simples, compressão biaxial com  $\sigma_1 = \sigma_2$ , etc.).

Um critério de ruptura bastante empregado é devido a Ottosen<sup>(15)</sup>, o qual é recomendado no CEB/90. Segundo esse critério, a superfície de ruptura do concreto é representada por<sup>(6)</sup>

$$\alpha \frac{J_2}{f_c^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + \beta \frac{I_1}{f_c} - 1 = 0$$
 (7.3)

onde

$$\lambda = c_1 \cos \left[ \frac{1}{3} \cos^{-1} \left( c_2 \cos 3\theta \right) \right] \quad \text{se } \cos 3\theta \ge 0 \tag{7.4}$$

$$\lambda = c_1 \cos \left[ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \cos^{-1} \left( -c_2 \cos 3\theta \right) \right], \text{ se } \cos 3\theta < 0$$
 (7.5)

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \tag{7.6}$$

O parâmetro  $I_1$  representa o primeiro invariante do tensor de tensões, enquanto os parâmetros  $J_2$  e  $J_3$  são invariantes do tensor desviador de tensões. Esses parâmetros caracterizam o estado de tensões a que o material é submetido e são dados por

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \tag{7.7}$$

$$J_{2} = \frac{1}{6} \left[ \left( \sigma_{1} - \sigma_{2} \right)^{2} + \left( \sigma_{2} - \sigma_{3} \right)^{2} + \left( \sigma_{3} - \sigma_{1} \right)^{2} \right]$$
 (7.8)

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m) \tag{7.9}$$

$$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3 \tag{7.10}$$

onde  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  são as tensões principais.

Os coeficientes  $\, \alpha \, , \, \beta \, , \, c_1 \, \, {\rm e} \, \, c_2 \,$  são parâmetros do material dados por

$$\alpha = \frac{1}{9k^{1.4}} \; ; \; \beta = \frac{1}{3.7k^{1.1}} \; ; \; c_1 = \frac{1}{0.7k^{0.9}} \; ; \; c_2 = 1 - 6.8(k - 0.07)^2$$
 (7.11)

onde  $k=f_{ct}/f_c$  é a relação entre a resistência à tração simples e a resistência à compressão simples.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1. Ahmad, S. H.; Shah, S. P. *Complete triaxial stress-strain curves for concrete*. Journal of the Structural Division, ASCE, v.108, n. ST4, p.728-742, 1982.
- 2. Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Projeto de Estruturas de Concreto*. Projeto de revisão da NBR-6118. Janeiro, 2000.
- 3. Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Concreto Para Fins Estruturais Classificação por grupos de resistência*. NBR-8953. Rio de Janeiro, 1992.
- 4. Associação Brasileira de Normas Técnicas. *Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado. NBR-6118*. Rio de Janeiro, 1980.
- 5. Bresler, B.; Pister, K. S. *Strength of concrete under combined stresses*. Journal of the American Concrete Institute, v.55, n.9, p.321-345, 1958.
- 6. Comité Euro-International du Béton. CEB-FIP Model Code 1990. Lausanne, 1993.
- 7. Comité Euro-International du Béton. *Code-modèle CEB/FIP pour les Structures en Béton*. Paris, 1978 (Bulletin d'Information 124/125).
- 8. Equipe de FURNAS, Laboratório de Concreto. *Concretos Ensaios e Propriedades*. Editor: Walton Pacelli de Andrade. São Paulo, PINI, 1997.
- 9. Helene, P. R. L. Estudo da variação do módulo de elasticidade do concreto com a composição e características do concreto fresco e endurecido. Relatório à ABCP, São Paulo, Janeiro, 1998.
- 10. Jimenez Montoya, P.; Garcia Mesegner, A.; Moran Cabre, F. *Hormigón Armado*. Barcelona, Gustavo Gili, v.1, 1979.
- 11. Kotsovos, M. D.; Newman, J. B. Mathematical description of deformational behavior of concrete under generalized stress beyond ultimate strength. ACI Journal, p.340-346, Sept.-Oct., 1980
- 12. Kupfer, H. B.; Gerstle, K. H. *Behavior of concrete under biaxial stresses*. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, v.99, p.852-866, 1973.
- 13. Leonhardt, F.; Mönnig, E. *Construções de Concreto*. Rio de Janeiro, Interciência, v.1, 1977.
- 14. Neville, A. M. *Propriedades do Concreto*. Tradução de Salvador E. Giammusso. São Paulo, PINI, 1997.
- 15. Ottosen, N. S. *A failure criterion for concrete*. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, v.103, n.EM4, p.527-535, 1977.
- 16. Rüsch, H. *Researches toward a general flexural theory for structural concrete*. Journal of the American Concrete Institute. v.57, p.1-28, 1960.
- 17. Sgarboza, B. C.; Andrade, J. R. A. Resultados históricos dos concretos utilizados na hidroelétrica de Água Vermelha. Reunião do Ibracon de 1981, M33, 64 p., Ibracon, São Paulo, julho, 1981.
- 18. Wu, Han-Chin *Dual failure criterion for plain concrete*. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, v.100, n.EM6, p.1167-1181, 1974.