

Teoria dos Grafos (Lista 2)

Prof. Tanilson Dias dos Santos

19 de setembro de 2023

1. [Circuitos eulerianos e ciclos hamiltonianos] Existe algum grafo euleriano com n par e m ímpar? Em caso positivo, descreva-o. Em caso negativo, justifique a não existência.
2. Um k -cubo, Q_k , são grafos bipartidos cujos vértices são k -tuplas de 0's e 1's, onde os vértices adjacentes diferem em exatamente uma coordenada. Considere os grafos k -cubo Q_k , definidos anteriormente. Mostre que se $k \geq 2$, então Q_k possui um ciclo hamiltoniano.
3. [Ordenação Topológica] Aplicar uma ordenação topológica (Algoritmo de Kahn) ao grafo da Figura 1.

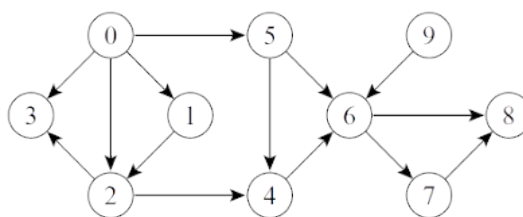


Figura 1: Digrafo para Ordenação Topológica

4. [Propriedades de Grafos] Verdadeiro ou Falso, se Verdadeiro Justifique, se Falso dê contra exemplo. G é Grafo hamiltoniano se e somente se G é biconexo em vértices.
5. Provar que o grafo de Petersen não é planar.

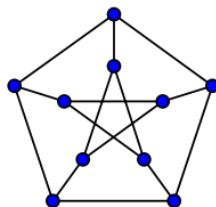


Figura 2: Grafo de Petersen

6. [Digrafos] Responda às questões a seguir.

(a) Provar que todo torneio tem um rei (Teorema de Landau).

- (b) Dar exemplo de um digrafo D que seja fracamente conexo e fortemente conexo ao mesmo tempo.
7. [Buscas em Grafos] Provar que um vértice $v \in V(G)$ é uma articulação se e somente se v pertencer a mais de um bloco do grafo G .
8. Seja G um grafo conexo, onde $|V(G)| \geq 2$, e seja $(p, q) \in E(G)$. A aresta (p, q) é ponte se e somente se p, q for o único caminho simples entre p e q no grafo G .
9. Seja $D(V, E)$ um digrafo. Uma aresta (v, w) é *implícita por transitividade* quando existir um caminho de v para w em D que não contém (v, w) . Então uma aresta (v, w) é implícita por transitividade se e somente se (v, w) é aresta de avanço em qualquer busca em profundidade em D . Provar ou dar contra-exemplo.
10. Provar que um grafo G é bipartido se e somente se uma busca em largura em G não produzir arestas primo nem irmão.
11. É possível orientar as arestas de um grafo não direcionado G de forma a obter um DAG que seja sem arestas implícitas por transitividade? E se G não contiver triângulos?

Referências

- [1] Thomas H. Cormen and Charles E. Leiserson and Ronald L. Rivest and Clifford Stein. *Introduction to Algorithms*. MIT Press. 2th edition, 2001.
- [2] SZWARCFITER, J. L. *Grafos e Algoritmos Computacionais*. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1984. v. 1. 216p.

Observação. Por favor, a resolução de cada questão deve ser iniciada em uma folha de papel separada das folhas utilizadas para descrever a resolução das demais questões. Além disso, antes do início de cada questão deve-se incluir o número da questão (com o enunciado, de preferência) e o nome completo do aluno.