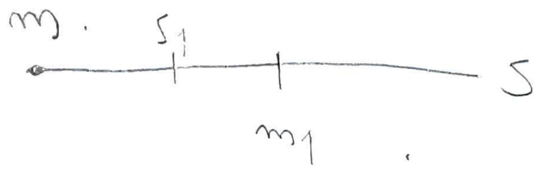
$\mathrm{Inf}(S) = -\sup(-S)$

$m = \mathrm{Inf}(S) \Leftrightarrow$ Para $\forall\, m_1 \in S$ tem $s_1 \in S$ que $s_1 < m_1$:

m_1:



DEF: Se S é um sub conjunto de $\mathbb{R}$ então, $-S = \{-x \mid x \in S\}$

Ex: $S = [2, 5]$

$$-S = [-5, -2]$$

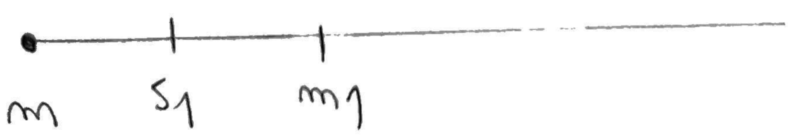
$$\sup(-S) = -2$$

$$-\sup(-S) = 2$$

Prof:

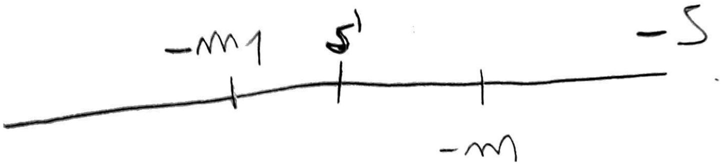
Let $m = -\sup(-S)$

É necessário mostrar $\mathrm{Inf}(S) = m$

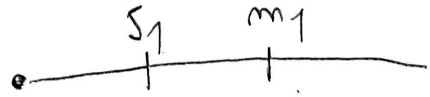


Se $m_1 > m$, então $\exists s_1 \in S$ que $s_1 < m_1$:

$m_1 > m \Rightarrow -m_1 < -m = \sup(-S)$



Pela definição de supremo, $su(-S)$ sabe-se que $\exists\ s' \in -S$ no qual $s' > -m_1$, por definição de $-S$, $s' = -S$ com $s_1 \in -S \Rightarrow s_1 = s'$.



Como $s' > -m_1 \Rightarrow -s_1 > -m_1$

$\Rightarrow s_1 < m_1$

Então $m = \operatorname{Inf}(S)$

$-\sup(-S) = \operatorname{Inf}(S)$