12 - Sejam A e B conjuntos numéricos não vazios, limitados inferiormente e n um número tal que $n \leq a+b$ para todo $a \in A$ e $b \in B$, prove que $n \leq \operatorname{Inf} A + \operatorname{Inf} B$?

Intuição: (Tenho dúvidas se está correto)

Def: Limitado inferiormente se e só se:

$$\exists k \leq c \in C$$

Como A e B são limitados inferiormente:

$$\exists c \leq a \ \forall a \in A$$
$$\exists d \leq b \ \forall b \in B$$

Dessa forma:

$$n \leq \operatorname{Inf} A + \operatorname{Inf} B \leq d + c \leq a + b$$

Demonstração:

Pela definição

$$\operatorname{Inf} A \leq a$$
$$\operatorname{Inf} B \leq b$$

Portanto:

$$n \leq \operatorname{Inf} A + \operatorname{Inf} B \leq a+b$$

Então

$n \leq \operatorname{Inf} A + b \leq a+b \Rightarrow n > \operatorname{Inf} A + b$ é um absurdo

$n \leq a + \operatorname{Inf} B \leq a+b \Rightarrow n > a + \operatorname{Inf} B$ é um absurdo