

4) Prove que não existe número natural tal que $n^2 = p$, onde p é um número primo qualquer?

p , um número somente divisível por 1 e ele mesmo

Um número natural pode ser definido como:

$$n = \frac{a}{b}, \quad a \in \mathbb{Z}^* \text{ e } b \in \mathbb{Z}^*$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = p$$

$$a^2 = p b^2$$

$\therefore a$ e b tem um número primo comum, p que é um número primo e como a decomposição destes é única, logo a hipótese é contraditória.