3) Em $M(2,2)$ verifique as matrizes $E^{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $E^{21} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$E^{12} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ e $E^{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, formam uma base? Logo a dimensão de $M(2,2)$ é 4?

I - As matrizes E estão no espaço $M(2,2)$

1) O conjunto S pode ser descrito da seguinte forma:

$$a\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + b\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + c\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + d\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Logo $\{E^{11}, E^{12}, E^{21}, E^{22}\}$ são geradores de S.

2) Tomando a equação:

$$a_1\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_2\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + a_3\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + a_4\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\therefore a_1 = a_2 = a_3 = a_4$$

$\{E^{11}, E^{12}, E^{21}, E^{22}\}$ é linearmente - independente e gera o subespaço de S, logo forma

Uma base para S.

$\therefore \operatorname{Dim}(S) = 4$