1- Prove que o número 1 é efetivamente o supremo do conjunto definido em (1.1), mostrando que, dado $\varepsilon > 0$, existe N tal que:

$$n \geq N \Rightarrow 1 - \varepsilon < \frac{n}{n+1}$$

Conjunto definido em (1.1) $\Rightarrow A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{n}{n+1}, \dots \right\}$

* Um número é supremo quando:

I - $c \leq S$ para todo $c \in C$.

II - Dado $\varepsilon > 0$ existe um elemento $c \in C$ tal que $S - \varepsilon < c$

I - O livro afirma que 1 é maior que qualquer elemento de A.

II - $1 - \varepsilon \leq \frac{n}{n+1}$

Como $n \geq N$:

$(1-\varepsilon)(n+1) < n$

$1 - \varepsilon < n - n + \varepsilon n$

$\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} < n$

$n \geq N > \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}$