

4) Prove que não existe número racional tal que $n^2 = p$, onde p é um número primo qualquer?

p , um número somente divisível por 1 e ele mesmo

Um número racional pode ser definido como:

$$n = \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^*$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = p$$

$$a^2 = pb^2$$

$\therefore a$ e b tem um número primo como fator em comum, p que é um número primo e como a decomposição desta é única, logo a hipótese inicial é falsa.