Funções injetoras, sobrejetoras e injetoras:

São abordados à seguir de forma seccionada funções e transformações lineares.

Dado os seguintes definições para uma transformação linear em matrizes.

$AB = C$

$AB = C$

→ Transformação linear

Injeção: Uma função $f: A \to B$ é injetora se

Função: $\forall x, y \in A$ implica em $x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$, ou seja, elementos distintos possuem imagens distintos.

Transformação linear: A transformação linear $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ é injetora quando, para $\vec{b} \in \mathbb{R}^m$, a equação $T(\vec{x}) = \vec{b}$ possui solução única ou nenhuma.

Sobrejeção:

Função: Uma função é sobrejetora se $f: A \to B$ é sobrejetora se $Im(f) = B$.

Transformação Linear: A transformação linear $T: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ é sobrejetora, devemos verificar que para qualquer $T(\vec{X}) = \vec{B}$ possui alguma solução.

Bijeção: Ambos: tem que ser sobrejetiva tanto quanto injetiva.

Ex: considerando a função:

$$F: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

$$(r, \theta) \longmapsto F(r, \theta) = (r\cos\theta,\ r\sin\theta)$$

Verifique as seguintes afirmações:

(A) F é injetora

(B) F é sobrejetora

a) considerando $(0,0)$ e $(0,\pi)$

$$(0,0) \mapsto F(0,0) = (0,0)$$

$$(0,\pi) \mapsto F(0,\pi) = (0,0)$$

$$(0,0) \neq (0,\pi) \Rightarrow F(0,0) = F(0,\pi)$$

$\therefore$ Não é injetora

b) sobrejetora: $Im = CD$

$CD = \mathbb{R}^2$

$Im = \mathbb{R}^2$, a imagem vai ser a ampliação da Imagem de $r\sin\theta$ e $r\cos\theta$.