

6) Prove que todo conjunto limitado superiormente tem supremo?

1- Um conjunto é limitado superiormente se e só se existe um conjunto C :

$$c \leq k, c \in C$$

O supremo de um conjunto C é o menor de seus cotos superiores, se isso ocorre se e só se:

$$I - c \leq s, \forall c \in C$$

$$II - \text{Dado } \varepsilon > 0 \exists c \in C \text{ tal que } s - \varepsilon < c$$

Dado que I e II representam o mesmo conceito e que dado que A é o conjunto limitado superiormente e se é limitado superiormente vamos introduzir o conjunto B dos cotos superiores; então:

$\exists c > s - \varepsilon$ então todo $s - \varepsilon \in B$ e s não será o infimo de B o que obsendo, portanto C tem supremo.