

3) Prove que não existe número racional n em que $n^2 = 2$?

Um número racional pode ser definido como:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Dessa forma, digamos que:

$$n = \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^2 = 2$$

$$a^2 = 2b^2$$

∴ a e b sempre tem um fator comum, 2 que é um número primo e como a decomposição desse é única

$n^2 = 2m^2$ é absurda logo a suposição inicial é falsa.