

3) Prove que não existe número racional π em que $\pi^2 = 2$?

Um número racional pode ser definido como:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Dessa forma, digamos que:

$$\pi = \frac{a}{b}$$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^2 = 2$$

$$a^2 = 2b^2$$

\therefore a e b sempre tem um fator comum, 2 que é um número primo e como a decomposição deste é única

$m^2 = 2n^2$ é absurda logo a suposição inicial é falsa.