2 - Prove que todo conjunto limitado inferiormente tem um ínfimo.

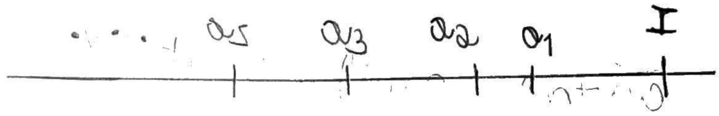
Um conjunto é limitado inferiormente quando:

$$\exists K \text{ tal que } K \leq c \ \forall c \in C$$

Um número é ínfimo quando:

I - $S \leq c$ para todo $c \in C$

II - Dado $\varepsilon > 0$, $\exists\ c \in C$ tal que $c < S + \varepsilon$



Além disso, o maior dos cotas inferiores é o ínfimo; I é uma conclusão direta de conjunto limitado inferiormente

Dado as condições para um número ser ínfimo; vamos considerar S ínfimo de A; sendo A um conjunto limitado inferiormente:

I - $S \leq a, \forall a \in A$

II - Considerando B o conjunto das cotas inferiores:

considerando $\varepsilon > 0$:

$\exists\, a \in A$ tal que $a < S + \varepsilon$, senão todo número menor que $S + \varepsilon$ estaria em B e S não seria supremo de S e A não teria um ínfimo, absurdo.