UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

TEORIA DOS GRAFOS

LISTA 2

Marcus Vinícius Souza Fernandes

19.1.4046

Ouro Preto

2021

1)

Questão 1)

10 vértices e 15 arestas

fórmula $2m \geq 5f$ $\quad f = 2 + m - n$

$2m \geq 5.(2+m-n)$

$2m \geq 10 + 5m - 5n$

$2m - 5m \geq 10 - 5n$

$-3m \geq 10 - 5n \quad \times(-1)$

$3m < -10 + 5n$

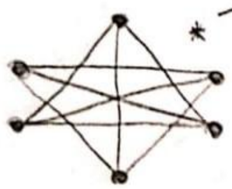
Substituindo os valores m (arestas) e n (vértices) temos: $3.(15) < -10 + 5.(10) = 45 < -10 + 50$

$45 < 40$

Como podemos ver, chegamos a um absuido, portanto, o grafo de Petersen não é planar.

2)

Questão 2)



*

-> 6 vértices e 9 arestas

Seguindo os conceitos de complemento e planaridade, caso o número de vértices (n) seja:

$n > 8$; G ou G(c) é não planar

$n < 8$; G ou G(c) é planar

$n = 8$; nada pode ser dito

Como nosso n é igual a 6, afirmamos ser planar.

3)

Questão 3)

Toda árvore é conexa e possui mais de uma aresta, portanto, utilizando a fórmula $m \leq 3n - 6$, onde m é o número de arestas e n o número de vértices podemos substituir em m a seguinte condição de uma árvore: $m = n - 1$, pois uma árvore possui o número de vértices menos uma aresta.

$$m \leq 3n - 6 \qquad m = n - 1$$
$$n - 1 \leq 3n - 6$$
$$n - 3n \leq -6 + 1$$
$$-2n \leq -5 \quad \cdot (-1)$$
$$2n > 5$$
$$n > 5/2$$

Com este resultado, concluímos que toda árvore com mais de dois vértices é planar, e aquelas que possuem um ou dois vértices apenas, não existe a possibilidade de ser planar, uma vez que ela possuirá respectivamente zero e uma aresta, não existindo cruzamento de arestas.

4) Um determinado grafo G que não seja 2-conexo, pode-se dizer que há possibilidade de o mesmo ser 1-conexo, neste sentido podemos concluir que G nestas condições não é hamiltoniano. Dentre as propriedades que um grafo deve possuir para ser caracterizado como hamiltoniano tem-se que deve possuir ciclo e que um caminho neste grafo deve passar por cada vértice apenas uma vez. Um grafo 1-conexo não possui ciclos, uma vez que ele possui apenas uma aresta ligada a cada vértice, portanto a aresta utilizada para chegar até o vértice em questão não pode ser utilizada para prosseguir o caminho, não havendo outra alternativa.

5) 1 - É hamiltoniano.
2 - Não é hamiltoniano.
3 - É hamiltoniano.

4 - É hamiltoniano.

6) 1 - Não é euleriano.
   2 - Não é euleriano.
   3 - Não é euleriano.
   4 - Não é euleriano.

7) 1 - É semi-hamiltoniano.
   2 - Não é semi-hamiltoniano.
   3 - É semi-hamiltoniano.
   4 - É semi-hamiltoniano.

8) 1 - Não é semi-euleriano.
   2 - Não é semi-euleriano.
   3 - Não é semi-euleriano.
   4 - Não é semi-euleriano.

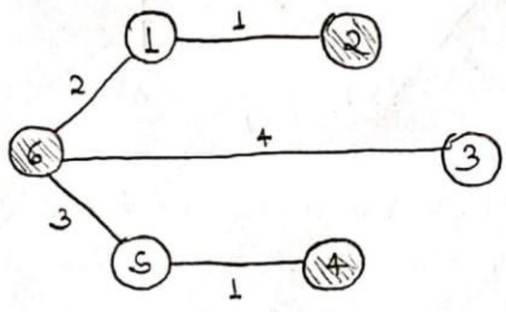
9) Não é possível executar o algoritmo de fleury para os grafos mencionados pois nenhum deles é euleriano.

10)

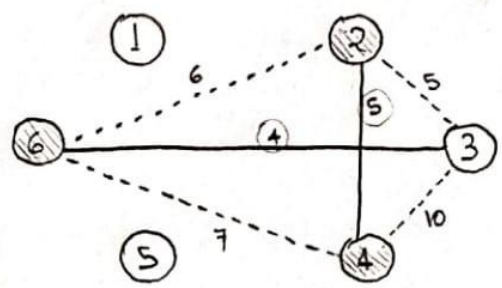
Questão 10)

(x) - grau ímpar

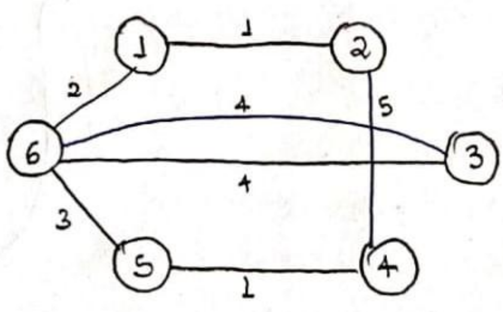
1 - 1,2 •
1 - 5,4 •
2 - 1,6 •
3 - 5,6 •
4 - 1,3
4 - 6,3 •★
5 - 2,3
5 - 2,4 ★
6 - 6,2
7 - 5,2
7 - 6,4
8 - 1,5
9 - 1,4
10 - 4,3
10 - 5,3



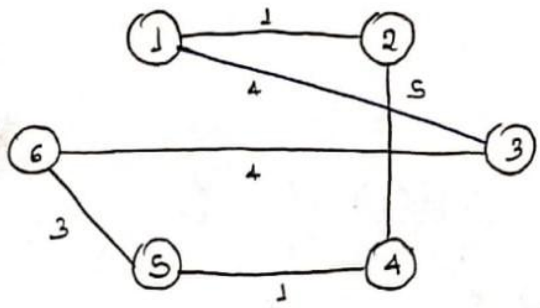
- Custo da árvore geradora mínima: 11



- Custo casamento perfeito mínimo: 9



- Ciclo euleriano: {6,3,6,1,2,4,5,6}
- Custo do ciclo euleriano: 20



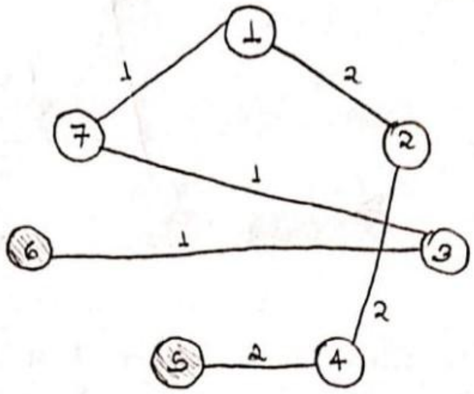
- Ciclo hamiltoniano: {6, 3, 1, 2, 4, 5, 6}
- Custo do ciclo hamiltoniano: 18

11)

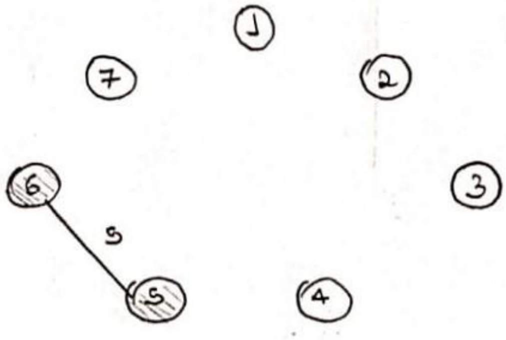
Questão 11)

1 - 1,7 •
1 - 6,3 •
1 - 7,3 •
2 - 1,2 •
2 - 1,3
2 - 1,6
2 - 2,4 •
2 - 5,4 •
3 - 1,4
3 - 1,5
3 - 2,3
3 - 7,6
4 - 5,2
4 - 6,4
5 - 4,3
5 - 6,5 ★
5 - 7,5
6 - 6,2
7 - 7,2
8 - 5,3
8 - 7,4

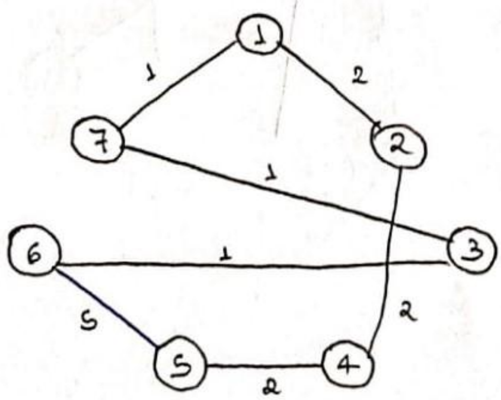
ⓧ grau ímpar



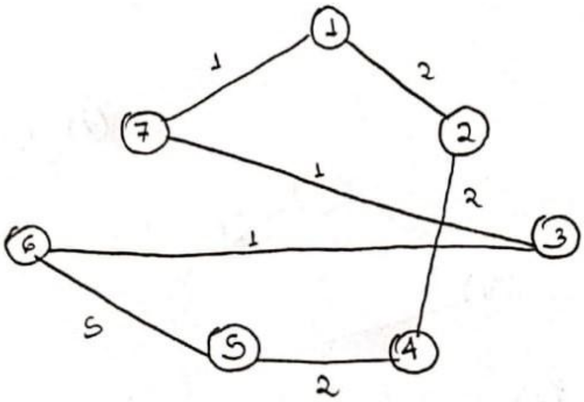
- Custo da árvore geradora mínima: 9



- Custo casamento perfeito mínimo: 5



- Ciclo euleriano: {6, 3, 7, 1, 2, 4, 5, 6}
- Custo do ciclo euleriano: 14



o Ciclo hamiltoniano : {6, 3, 7, 1, 2, 4, 5, 6}

o Custo do ciclo hamiltoniano : 14

12) Arestas adicionadas: {1, 2}, {3, 6} e {4, 5}.
Ciclo Euleriano: [1, 2, 1, 6, 5, 4, 5, 2, 3, 6, 3, 1, 5, 3, 4, 2, 6, 4, 1].
Custo do ciclo Euleriano: 88.

13) Arestas adicionadas: Não houve a necessidade de adicionar nenhuma aresta.
Ciclo Euleriano: [1, 7, 2, 1, 6, 7, 3, 2, 6, 3, 4, 7, 5, 6, 4, 2, 5, 3, 1, 5, 4, 1].
Custo do ciclo Euleriano: 77.

14) Dada a situação descrita, podemos modelá-la com o uso do problema do caixeiro viajante. Neste contexto, cada vértice equivale a um local que deverá receber uma entrega e as arestas representam as ruas/caminhos (conexão) entre estes locais. O motivo da escolha é devido a característica do caminho solicitado, onde ele deve ser o de menor comprimento/distância, e é exatamente o que o problema do caixeiro viajante nos dispõe.

15) Dada a situação descrita, podemos modelá-la com o uso do problema do carteiro chinês. Neste contexto, cada aresta equivale a uma rua da cidade e cada vértice representa uma interseção entre as ruas envolvidas. O motivo da escolha é devido a especificação do problema onde diz que todos os imóveis de todas as ruas da cidade devem ser recadastrados (visitados), e é exatamente o que o problema do carteiro chinês nos oferece.

16) Dada a situação descrita, podemos modelá-la com o uso do problema do caixeiro viajante. Neste contexto, cada vértice equivale a um componente do chip e as arestas representam as conexões entre estes componentes na “placa”. O motivo da escolha é devido a especificação do problema onde afirma que o uso de material

deve ser minimizado, portanto deve-se conectar os componentes através dos “caminhos” mais curtos, e é exatamente o que o problema do caixeiro viajante nos oferece.

17) Dada a situação descrita, podemos modelá-la com o uso do problema do carteiro chinês. Neste contexto, cada aresta equivale a um rio da região determinada e cada vértice representa um cruzamento entre estes rios. O motivo da escolha é devido a especificação do problema onde afirma que planejam que as margens de todos os rios da região sejam limpas, portanto, como os rios equivalem as arestas de nosso problema e todos serão “visitados”, podemos deduzir que a solução se dá com o uso do problema do carteiro chinês.