Cálculo Numérico - BCC760
2020/1
Avaliação 1 - Turma 6
14/07/2021
Limite de Tempo: 120 minutos

Nome Completo: Marcus Vinícius Souza Fernandes.

Matrícula: 19.1.40.46

Esta prova contém 5 páginas (incluindo esta capa) e 4 questões. Confira se há páginas faltando. Preencha toda a informação no topo desta página e coloque suas iniciais no topo de cada página, caso as páginas se separem.

Você deve demonstrar o seu raciocínio em cada problema deste teste. As seguintes regras se aplicam:

- **Retenha os cálculos em 4 casas decimais** caso aproximações sejam necessárias.
- **Organize seu arquivo** de maneira razoavelmente clara e coerente. O formato entregue deve ser *PrimeiroNome_matricula.pdf*.
- Envie o arquivo pelo formulário google: `https://forms.gle/bZZULpLaSJ3ji9dy7`
- **Respostas misteriosas não receberão crédito total**. Uma resposta correta sem cálculos que a suporte, explicação, ou desenvolvimento algébrico não receberão crédito. Uma resposta incorreta apoiada por cálculos substancialmente corretos e explicações pode receber crédito parcial.

Problema	Pontos	Nota
1	2	
2	2	
3	3	
4	3	
Total:	10	

Valores:
M:6 S:4

Suponha como valor M e S o último e penúltimo número do seu número de matrícula. Por exemplo, $M = 4$ e $S = 3$ para número de matrícula 15.1.1234.

1. Considere o sistema a seguir;

$$\begin{cases} (S+1)x_1 - x_2 - x_3 &= M+2 \\ -2x_1 - (S+1)x_2 - x_3 &= M+3 \\ -4x_1 + 2x_2 - (S+1)x_3 &= M+1 \end{cases}$$

(a) $\boxed{\text{1 ponto}}$ O sistema possui uma única solução?

Print aqui os cálculos para chegar na solução.

$$\begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -2 & -5 & -1 \\ -4 & 2 & -5 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 \\ 9 \\ 7 \end{vmatrix}$$

Como o determinante da matriz é diferente de zero, temos como verdade que ele possui uma única solução.

$$\left|\begin{array}{ccc|cc} 5 & -1 & -1 & 5 & -1 \\ -2 & -5 & -1 & -2 & -5 \\ -4 & 2 & -5 & -4 & 2 \end{array}\right.$$

$-(-20-10-10)+(125-4+4)$

$20+20+125=165$

$\Delta = 165$

(b) $\boxed{\text{1 ponto}}$ Resolva o seguinte sistema de equações pelo método de Gauss, sem pivotação. Calcule também o resíduo da solução encontrada.

Print aqui os cálculos para chegar na solução.

4

Sistema 3x3										
Sistema original										
5,0000	x1		-1,0000	x2		-1,0000	x3		=	8,0000
-2,0000	x1		-5,0000	x2		-1,0000	x3		=	9,0000
-4,0000	x1		2,0000	x2		-5,0000	x3		=	7,0000

	Mult		Coefic.			T. Ind.	Transf.
L1			5,0000	-1,0000	-1,0000	8,0000	
L2	M21	0,4000	-2,0000	-5,0000	-1,0000	9,0000	
L3	M31	0,8000	-4,0000	2,0000	-5,0000	7,0000	
L21			0,0000	-5,4000	-1,4000	12,2000	L2+(L1*M21)
L31	M32	0,2222	0,0000	1,2000	-5,8000	13,4000	L3+(L1*M31)
L32			0,0000	0,0001	-6,1111	16,1108	L31+(L21*M32)

Sistema triangular superior final										
5,0000	x1		-1,0000	x2		-1,0000	x3		=	8,0000
			-5,4000	x2		-1,4000	x3		=	12,2000
						-6,1111	x3		=	16,1108

	x1	0,7576
X	x2	-1,5758
	x3	-2,6363
Solução		

	r1	-0,0001
R	r2	-0,0001
	r3	0,0005
Resíduo		

2. Considere o sistema a seguir;

$$\begin{cases} \alpha x_1 + 3x_2 + 1x_3 &= S+2 \\ \alpha x_1 + 11x_2 + (\frac{M}{10}+1)x_3 &= S+3 \\ (\frac{M}{10}+1)x_1 + \alpha x_2 - 7x_3 &= S+1 \end{cases}$$

(a) $\boxed{\text{1 ponto}}$ para quais valores de α haverá convergência se aplicarmos o método de Jacobi?
Print aqui os cálculos para chegar na solução.

$\alpha x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$

$\alpha x_1 + 11x_2 + 1{,}6x_3 = 7$

$1{,}6x_1 + \alpha x_2 - 7x_3 = 5$

Linhas: $L_1: \alpha > 4$ Colunas: $C_1: \alpha > \alpha + 1{,}6$

$L_2: \alpha < 9{,}4$ $C_2: \alpha < 8$

$L_3: \alpha < 5{,}4$ $C_3: 7 > 2{,}6$

$4 < \alpha < 5{,}4$ A condição é falsa.

(b) $\boxed{\text{1 ponto}}$ Tomando o menor inteiro para α , pertencente ao intervalo determinado na letra a), resolva o sistema utilizando 4 iterações do método de Jacobi com a estimativa inicial $x_0 = [0\ 0\ 0]$. Print aqui os cálculos para chegar na solução.

JACOBI

x1	3,0000	x2	1,0000	x3	=	6,0000
x1	11,0000	x2	1,6000	x3	=	7,0000
x1	4,0000	x2	-7,0000	x3	=	5,0000

Função de iteração

6,0000		-3,0000	x2		-1,0000	x3)	0,2500
7,0000		-4,0000	x1		-1,6000	x3)	0,0909
5,0000		-1,6000	x1		-4,0000	x2)	-0,1429

k	x1	x2	x3	max
0	0,0000	0,0000	0,0000	-------
1	1,5000	0,6363	-0,7145	1,5000
2	1,2014	0,1948	-0,0078	0,7067
3	1,3559	0,2006	-0,3285	0,3207
4	1,4317	0,1911	-0,2898	0,0758

3. Considere o conjunto de pontos abaixo, tal que $y = f(x)$.

i	x	y
0	1,0	(1,02 + S/10)
1	1,4	0,6096
2	1,8	-1,9984
3	2,2	-3,5184

(a) $\boxed{1\frac{1}{2} \text{ pontos}}$ Estime o valor de y para $x = 1,1$ utilizando o polinômio interpolador de Lagrange de grau 1. Print aqui os cálculos para chegar na solução.

i	x	y
0	1,0	1,8000
1	1,4	0,6096
2	1,8	-1,9984
3	2,2	-3,5184

$$L_0 = \frac{1,1 - 1,4}{1,0 - 1,4} = \frac{-0,3}{0,4} = 0,7500$$

$$L_1 = \frac{1,1 - 1,0}{1,4 - 1,0} = \frac{0,1}{0,4} = 0,2500$$

$$L(x) = Y_0 \cdot L_0(x) + Y_1 \cdot L_1(x)$$

$$L(x) = 1,8000 \cdot 0,7500 + 0,6096 \cdot 0,2500$$

$$L(x) = 1,5024$$

(b) $\boxed{1\frac{1}{2} \text{ pontos}}$ Estime o valor de y para $x = 1,1$ utilizando um polinômio interpolador de Lagrange de grau 2. Print aqui os cálculos para chegar na solução.

Lagrange - Polinômio de grau 2

	i	x	y
i	0	1	1,8000
0	1	1,4	0,6096
1	2	1,8	-1,9984
2	3	2,2	-3,5184

L0(x) = 2,40630
L1(x) = -2,06250
L2(x) = 0,65620
L(x) = 3,2798

NCD=	4	X =	1,1

4. Um veículo de fabricação nacional, após vários testes, apresentou os seguintes resultados quando analisado o consumo de combustível de acordo com a velocidade média imposta ao veículo. Os testes foram realizados em rodovia em operação normal de tráfego, numa distância de 72 km.

Velocidade (km/h)	70	85	100	115	130
Consumo (km/l)	13,56	13,28	12,27	11,30	10,40

Verifique o consumo aproximado para o caso de ser desenvolvida a velocidade de (80 + 2M) km/h.

(a) $\boxed{1\frac{1}{2}\text{ pontos}}$ utilizando polinômio interpolador de diferença dividida de grau 1, Print aqui os cálculos para chegar na solução.

(b) $\boxed{1\frac{1}{2}\text{ pontos}}$ utilizando polinômio interpolador de diferença dividida de grau 2.