UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

TEORIA DOS GRAFOS

LISTA 1

Marcus Vinícius Souza Fernandes

19.1.4046

Ouro Preto

2021

1) Grafo 01:

A) Fluxo viável:

Fluxo viável	
Arco	Fluxo
(vértice S, vértice 1)	0
(vértice S, vértice 2)	0
(vértice S, vértice 3)	2
(vértice 1, vértice 2)	4
(vértice 1, vértice 4)	2
(vértice 1, vértice 5)	0
(vértice 2, vértice 4)	7
(vértice 3, vértice 1)	2
(vértice 3, vértice 7)	2
(vértice 4, vértice 3)	2
(vértice 4, vértice 6)	7
(vértice 5, vértice 2)	3
(vértice 5, vértice T)	0
(vértice 6, vértice 5)	3
(vértice 6, vértice 7)	2
(vértice 6, vértice T)	2
(vértice 7, vértice 1)	2
(vértice 7, vértice T)	0
(vértice T, vértice S)	2

B) Fluxo máximo e corte mínimo:

Fluxo máximo	
Arco	Fluxo
(vértice S, vértice 1)	10
(vértice S, vértice 2)	5
(vértice S, vértice 3)	10
(vértice 1, vértice 2)	4
(vértice 1, vértice 4)	2
(vértice 1, vértice 5)	10
(vértice 2, vértice 4)	12
(vértice 3, vértice 1)	2
(vértice 3, vértice 7)	10
(vértice 4, vértice 3)	2
(vértice 4, vértice 6)	12
(vértice 5, vértice 2)	3
(vértice 5, vértice T)	9
(vértice 6, vértice 5)	2
(vértice 6, vértice 7)	3
(vértice 6, vértice T)	7
(vértice 7, vértice 1)	4
(vértice 7, vértice T)	7

Capacidade de corte mínimo	
X	= {S, 2}
X'	= {1, 3, 4, 5, 6, 7, T}

2) Grafo 02:

A) Fluxo viável:

Fluxo viável	
Arco	Fluxo
(vértice S, vértice 1)	0
(vértice S, vértice 2)	0
(vértice 1, vértice 4)	0
(vértice 1, vértice 3)	0
(vértice 2, vértice 4)	0
(vértice 2, vértice 3)	0
(vértice 3, vértice T)	0
(vértice 4, vértice 3)	0
(vértice 4, vértice T)	0
(vértice T, vértice S)	0

B) Fluxo máximo e corte mínimo:

Fluxo máximo	
Arco	Fluxo
(vértice S, vértice 1)	3
(vértice S, vértice 2)	4
(vértice 1, vértice 4)	3
(vértice 1, vértice 3)	0
(vértice 2, vértice 4)	3
(vértice 2, vértice 3)	1
(vértice 3, vértice T)	3
(vértice 4, vértice 3)	2
(vértice 4, vértice T)	4

Capacidade de corte mínimo	
X	= {S, 2}
X'	= {1, 3, 4, T}

3) Grafo 03:

A) Fluxo viável:

Fluxo viável	
Arco	Fluxo
(vértice S, vértice 1)	4
(vértice 1, vértice 2)	0
(vértice 1, vértice 3)	3
(vértice 1, vértice 4)	1
(vértice 2, vértice 4)	2
(vértice 3, vértice 2)	2
(vértice 3, vértice 4)	1
(vértice 4, vértice T)	4
(vértice T, vértice S)	4

B) Fluxo máximo e corte mínimo:

Fluxo máximo	
Arco	Fluxo
(vértice S, vértice 1)	9
(vértice 1, vértice 2)	2
(vértice 1, vértice 3)	3
(vértice 1, vértice 4)	4
(vértice 2, vértice 4)	4
(vértice 3, vértice 2)	2
(vértice 3, vértice 4)	1
(vértice 4, vértice T)	9

Capacidade de corte mínimo	
X	= {S}
X'	= {1, 2, 3, 4, T}

4) Grafo 04

A) Fluxo viável:

Fluxo viável	
Arco	Fluxo
(vértice S, vértice 3)	4
(vértice 3, vértice 2)	3
(vértice 3, vértice 4)	1
(vértice 3, vértice 6)	1
(vértice 2, vértice 6)	1
(vértice 2, vértice 5)	2
(vértice 4, vértice 7)	1
(vértice 5, vértice 6)	2
(vértice 6, vértice 7)	0
(vértice 6, vértice T)	4
(vértice T, vértice S)	4

B) Fluxo máximo e corte mínimo:

Fluxo máximo	
Arco	Fluxo
(vértice S, vértice 3)	9
(vértice 3, vértice 2)	5
(vértice 3, vértice 4)	1
(vértice 3, vértice 6)	4
(vértice 2, vértice 6)	1
(vértice 2, vértice 5)	4
(vértice 4, vértice 7)	1
(vértice 5, vértice 6)	4
(vértice 6, vértice 7)	0
(vértice 6, vértice T)	9

Capacidade de corte mínimo	
X	= {S}
X'	= {2, 3, 4, 5, 6, 7, T}

5)

Questão 5)

$$
\left|\begin{array}{cccc} 1 & 4 & 6 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 9 \\ 4 & 5 & 11 & 7 \\ 8 & 7 & 8 & 5 \end{array}\right| \begin{array}{c} -1 \\ -7 \\ -4 \\ -5 \end{array} \rightarrow
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & & -3 & \end{array} \\ \left|\begin{array}{cccc} 0 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 7 & 3 \\ 3 & 2 & 3 & 0 \end{array}\right| \end{array} \rightarrow
$$

$$
\left|\begin{array}{cccc} 0 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \end{array}\right| \begin{array}{c} \\ -1 \\ \\ \\ \end{array} \rightarrow
\left|\begin{array}{cccc} 0^* & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 0^* & 2 \\ 0 & 0^* & 3 & 2 \\ 4 & 2 & 0 & 0^* \end{array}\right|
$$

Custo da solução: 1 + 5 + 10 + 5 = R$ 21

6)

Questão 6)

$$
\left|\begin{array}{ccccc} 10000 & 37000 & 15000 & 16000 & 11000 \\ 8000 & 30000 & 119000 & 21000 & 9000 \\ 12000 & 32000 & 14000 & 20000 & 9000 \\ 15000 & 35000 & 4000 & 22000 & 10000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right| \begin{array}{c} -10000 \\ -8000 \\ -9000 \\ -4000 \\ \\ \end{array} \rightarrow
$$

$$
\left|\begin{array}{ccccc} 0 & 27000 & 5000 & 8000 & 1000 \\ 0 & 22000 & 111000 & 13000 & 1000 \\ 3000 & 23000 & 5000 & 11000 & 0 \\ 11000 & 31000 & 0 & 18000 & 6000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right| \; - 8000 \rightarrow
$$

$$
\begin{vmatrix}
0 & 19000 & 5000 & 0^{*} & 1000 \\
0^{*} & 14000 & 11000 & 5000 & 1000 \\
3000 & 15000 & 5000 & 3000 & 0^{*} \\
11000 & 23000 & 0^{*} & 10000 & 6000 \\
8000 & 0^{*} & 8000 & 0 & 8000
\end{vmatrix}
$$

Custo da solução: 8000 + 0 + 4000 + 18000 + 9000 = $\underline{\$\,39000}$

7) O problema descrito pode ser modelado com a utilização do conceito de conjuntos determinantes. Neste contexto, um vértice equivale a um posto de vacinação e esses postos podem ser de coordenação ou distribuição, já as arestas representam a conexão entre estes. Os postos de coordenação fazem referência ao conjunto dominante e os de distribuição aos dominados. A quantidade mínima de postos de coordenação necessários é exatamente a cardinalidade do menor conjunto dominante do grafo evidenciado.

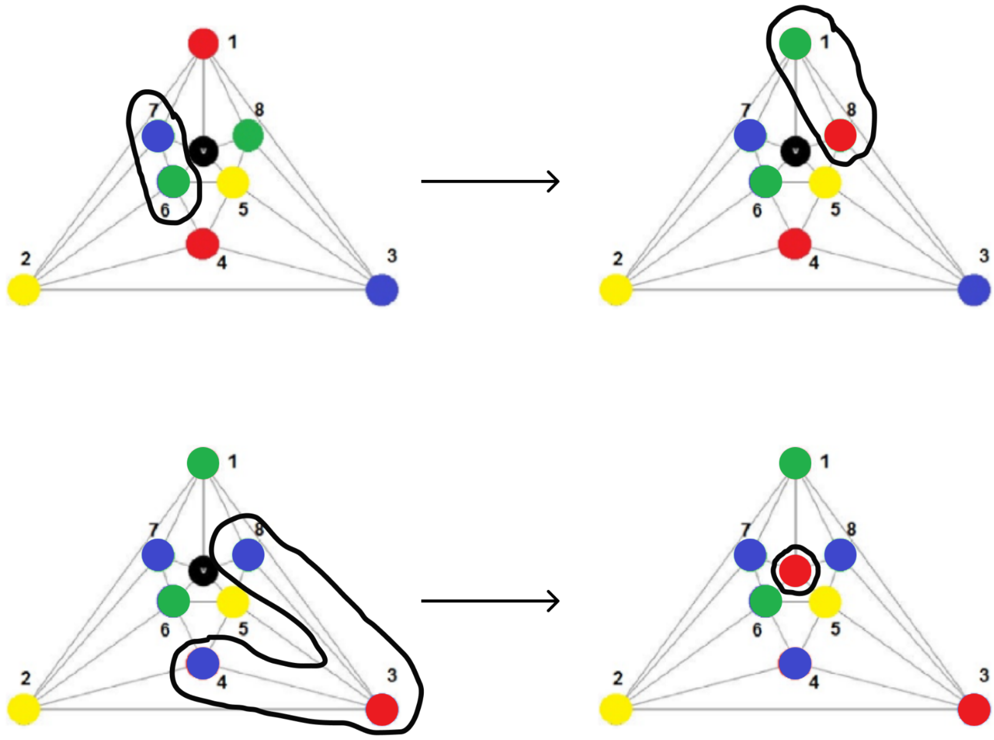
8) O problema descrito pode ser modelado com a utilização do conceito de coloração de vértices. Neste contexto, um vértice equivale ao exame de uma disciplina, já as arestas representam a conexão entre estas, significando que possuem algo em comum, no caso, alunos que farão exame. As disciplinas que possuem alunos em comum não podem agendar o exame para a mesma data. Apesar de não especificado mas buscando atender o menor número de dias possível (equivalente a buscar o menor número de subconjuntos independentes) podemos obter este valor analisando o número mínimo de cores necessárias para colorir o grafo dado, que seria seu número cromático.

9) O problema descrito pode ser modelado com a utilização do conceito de cliques. Neste contexto, um vértice equivale a uma criança da creche, já as arestas representam a conexão entre elas, neste caso, o horário comum que elas estão presentes na creche. Como gostaríamos de obter o número mínimo de escaninhos que atenda a demanda da creche em todos os horários, podemos fazer o uso do conceito citado e obter este valor através da cardinalidade da clique máxima, uma vez que ela iria satisfazer o número de alunos presentes no intervalo mais lotado e consequentemente os intervalos de menor lotação também.

10) O problema descrito pode ser modelado com a utilização do conceito de coloração de vértices. Neste contexto, um vértice equivale a uma lâmina, já as arestas significam a distinção de temperatura de refrigeração das lâminas, quer dizer que não podem ser armazenadas em um mesmo refrigerador. Como gostaríamos de obter o número mínimo de refrigeradores, com o uso do conceito citado, um conjunto de lâminas cujo necessitam de uma temperatura específica comum seriam preenchidas com a mesma coloração. Desta

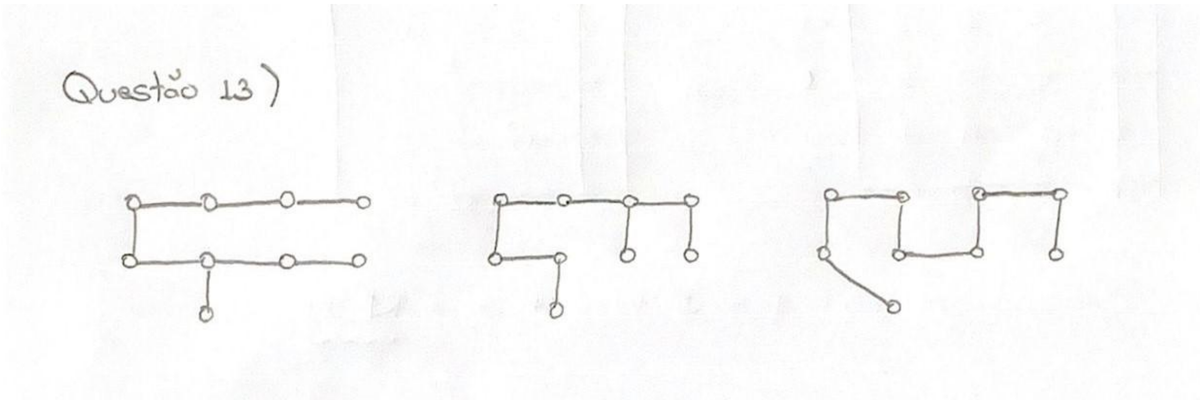
forma obteremos o número mínimo de refrigeradores a partir do número cromático (quantidade de cores presentes no grafo).

11)



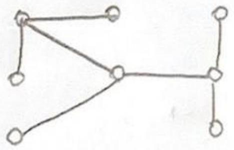
12) Grafos isomorfos são aqueles que possuem o mesmo número de vértices, grau de vértices, componentes e arestas, podendo haver divergência apenas na questão visual (disposição do grafo), como o número cromático está diretamente relacionado com as adjacências dos vértices, podemos concluir que caso G e H sejam isomorfos, $\chi(G) = \chi(H)$ é verdadeiro.

13)



14)

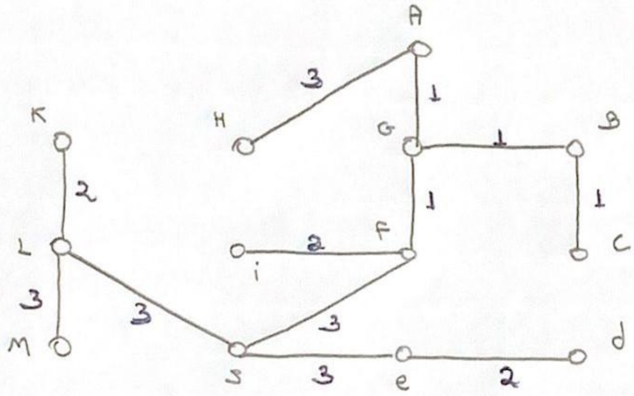
Questão 14)



A única árvore geradora é o próprio grafo dado.

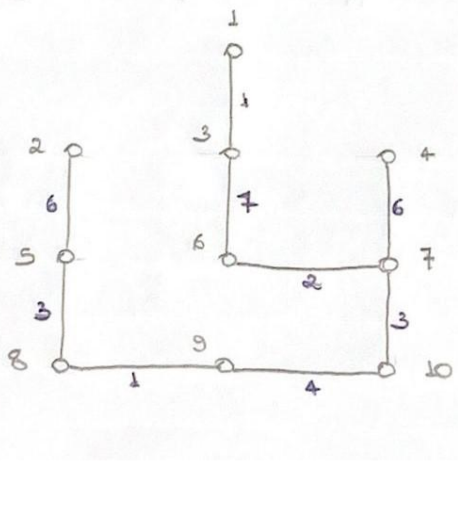
15)

Questão 15)

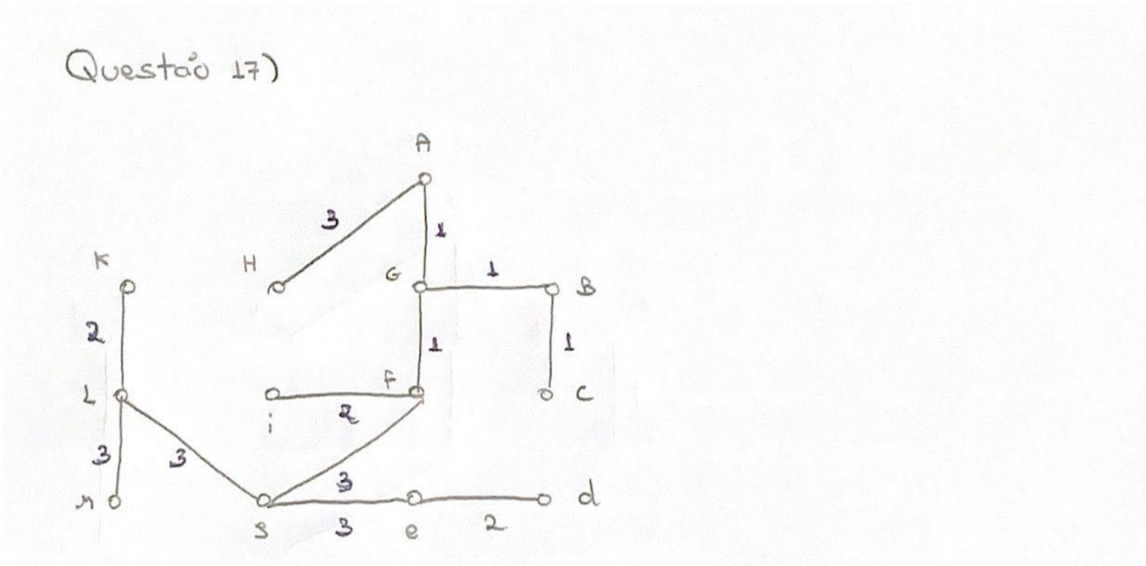


16)

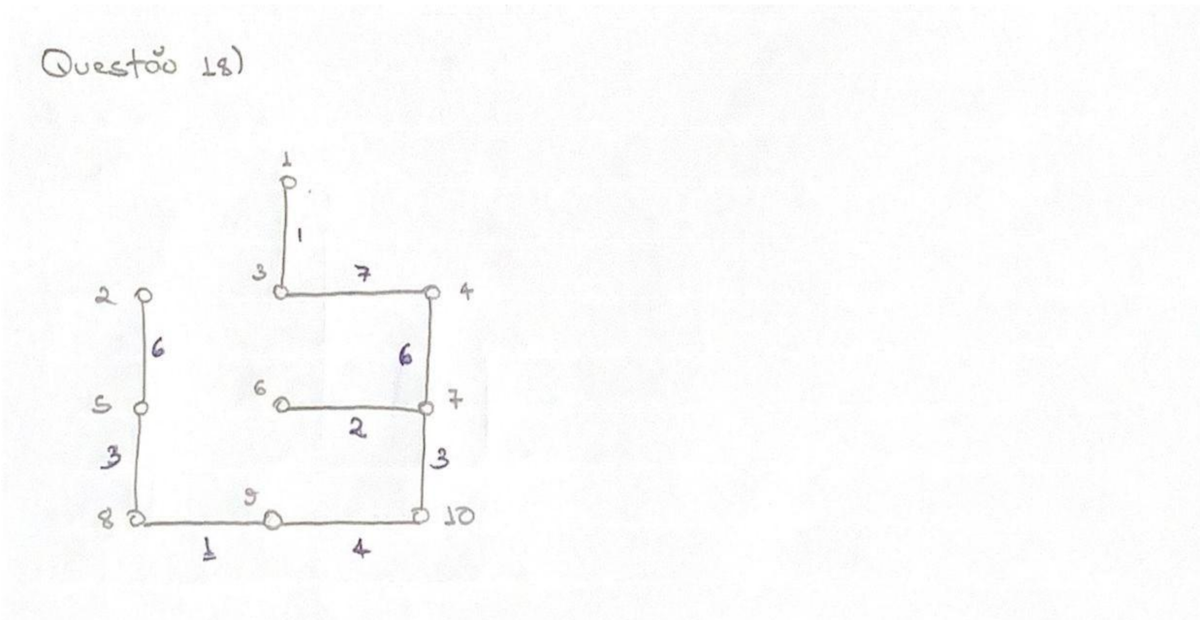
Questão 16)



17)



18)



19) L = {Shopping, Listening to music, Driving to work, Inspiration, Coffe, Making music, Coding, Driving home, Gamming, Supper, Sleeping}.

20) L = {7, 5, 11, 2, 3, 8, 9, 10}.