

FUNDAÇÃO DE AMPARO À PESQUISA DO ESTADO DE SÃO PAULO  
BOLSA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

DEFINIÇÃO DE CURVAS PV PELO FLUXO DE CARGA  
CONTINUADO PARA SISTEMAS DE TRANSMISSÃO COM ELOS DE  
CORRENTE CONTÍNUA

Relatório científico referente ao período de 1 de agosto a 28 de fevereiro de 2022.  
Processo FAPESP: 2020/15051-3

**Beneficiário:** Joaquim Minarelli Gaspar

**Responsável:** Prof. Dr. Guilherme Guimarães Lage

São Carlos  
2022



# Assinaturas

Este é o relatório final referente ao acompanhamento das atividades relacionadas à realização do projeto de pesquisa intitulado “Definição de Curvas PV pelo Fluxo de Carga Continuo para Sistemas de Transmissão com Elos de Corrente Contínua”, cujo número do processo FAPESP é 2020/15051-3.

Cientes das informações prestadas, agradecemos e ficamos à disposição para esclarecimentos de eventuais dúvidas.

São Carlos, 9 de março de 2022.

---

Prof. Dr. Guilherme Guimarães Lage  
Orientador

---

Joaquim Minarelli Gaspar  
Bolsista IC



# Resumo

Este projeto de pesquisa tem como objetivo a definição dos pontos de equilíbrio estáveis que definem as curvas PV de sistemas de transmissão energia elétrica com elos CC. O principal objetivo é, portanto, verificar a influência dos diferentes modos de controle dos elos CC na determinação do máximo carregamento desses Sistemas de Energia Elétrica (SEEs). Esta pesquisa fundamenta-se metodologicamente na determinação do ponto de máximo carregamento de sistemas de transmissão de energia elétrica com elos CC via fluxo de carga continuado. Para isso foram obtidos dados teóricos a partir de levantamentos bibliográficos que explicitaram os conceitos associados à resolução do problema de máximo carregamento pelo fluxo de carga continuado e a modelagem dos diferentes modos de controle dos elos CC. Resultados numéricos foram obtidos para sistemas CEPEL AC/DC.

**Palavras chave:** fluxo de carga, fluxo de carga continuado, elos CC, modos de controle de elos CC.



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Considerações Iniciais</b>	<b>9</b>
1.1	Atividades realizadas . . . . .	9
1.2	Artigo SpliTech 2021 . . . . .	11
1.3	Artigo Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects . . . . .	11
1.4	Objetivos . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Introdução</b>	<b>13</b>
2.1	Motivação . . . . .	14
2.2	Levantamento Bibliográfico . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>17</b>
3.1	Fluxo de Carga . . . . .	17
3.1.1	Formulação básica do problema de Fluxo de Carga . . . . .	17
3.1.2	Expressões gerais para o Fluxo de Carga . . . . .	20
3.1.3	Resolução do Problema de Fluxo de Carga - Formulação Básica . . . . .	22
3.2	Fluxo de Carga Continuado . . . . .	24
3.2.1	Análise de Bifurcações . . . . .	24
3.2.2	Equacionamento do Problema de Fluxo de Carga Continuado . . . . .	28
3.2.3	Resolução do Problema de Fluxo de Carga Continuado . . . . .	28
3.3	Modelo do elo CC . . . . .	28
3.3.1	Modos de controle do elo CC . . . . .	30
3.3.2	Equações de balanço de potência para o FC com elo CC . . . . .	34
3.4	Algoritmo de resolução do fluxo de carga continuado com elo CC . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>37</b>
4.1	Resolução do caso base para o sistema CEPEL AC/DC . . . . .	37
4.2	FCC para o sistema CEPEL AC/DC . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Considerações finais</b>	<b>41</b>
5.1	Atividades futuras . . . . .	41

<b>Bibliografia</b>	<b>43</b>
<b>A Dados do sistema CEPEL AC/DC</b>	<b>45</b>
<b>B Código em AMPL</b>	<b>49</b>
B.1 Arquivo cepel.dat . . . . .	49
B.2 Arquivo fccacdc.mod . . . . .	50
B.3 Arquivo fccacdc.run . . . . .	56
<b>C Artigo SpliTech 2021</b>	<b>61</b>
<b>D Artigo submetido à <i>Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects</i></b>	<b>69</b>



# Capítulo 1

## Considerações Iniciais

O presente relatório compõe o segundo dos dois relatórios de acompanhamento do projeto de pesquisa intitulado “Definição de curvas PV pelo fluxo de carga continuado para sistemas de transmissão com elos CC”, e refere-se aos resultados finais obtidos durante o período de 1 de agosto de 2021 a 28 de fevereiro de 2022.

Neste capítulo serão detalhadas as atividades realizadas durante o referido período, destacando-se a publicação de um artigo em um congresso internacional, além da submissão de um artigo em uma revista internacional relacionado a parte das atividades deste projeto de pesquisa.

### 1.1 Atividades realizadas

Durante o referido período foram realizadas as seguintes atividades:

1. Levantamento bibliográfico:

Neste período foi realizado o levantamento bibliográfico sobre abordagens de incorporação do elo de corrente contínua no problema de fluxo de carga e fluxo de carga continuado, envolvendo tanto metodologias que resolvem o problema de maneira alternada (resolvendo separadamente os sistemas CC e CA) quanto de maneira simultânea.

2. Adaptação do modelo genérico do sistema de energia elétrica e dos algoritmos do Fluxo de Carga e, conseqüentemente, Fluxo de Carga Continuado com a inclusão de elos de corrente contínua e seus modos de controle:

Os algoritmos para a resolução de problema de Fluxo de Carga e de Fluxo de Carga Continuado para sistemas com elos de corrente contínua foram implementados em AMPL. O cálculo do Fluxo de Carga é baseado no modelo genérico de um sistema de transmissão de energia elétrica, considerando linhas de transmissão, transformadores

em-fase e bancos de capacitores/reatores conectados às barras do sistema. São considerados também os limites de geração de potência reativa nas barras de geração, além de considerar os novos parâmetros e variáveis associados à adição do elo de corrente contínua, juntamente com os modos de controle do elo CC. Já o Fluxo de Carga Continuado é resolvido de forma parametrizada em relação ao fator de carregamento do sistema, cujo valor máximo é determinado de forma iterativa por sucessivas resoluções do problema de Fluxo de Carga.

3. Realização de testes computacionais e análise dos resultados obtidos utilizando sistemas de transmissão de energia elétrica com elos de corrente contínua referenciados na literatura correlata:

Os testes computacionais foram realizados para o sistema CEPEL AC/DC, que apresenta 8 barras e 7 linhas, dois elos CC entre as barras 1 e 2 e as barras 3 e 5. Através do fluxo de carga continuado, foi possível obter as curvas PV que descrevem o carregamento do sistema, além da obtenção do ponto de máximo carregamento.

4. Divulgação dos resultados do projeto de pesquisa pela elaboração de relatórios à FAPESP, submissão de artigos para reuniões científicas e periódicos indexados.

Além das atividades previstas no projeto de pesquisa originalmente submetido à FAPESP, também foi publicado um artigo para o *SpliTech 2021* em conjunto com pesquisadores da Universidade Federal do Piauí (UFPI). Esse artigo foi publicado nos anais do congresso e disponibilizado na plataforma IEEEExplore (DOI: 10.23919/SpliTech52315.2021.9566411). O referido artigo foi anexado ao Apêndice C e será detalhado na Seção 1.2.

Também em conjunto com pesquisadores da UFPI, foi escrito e submetido um artigo à revista internacional *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*. O referido artigo foi anexado ao Apêndice D, juntamente com o comprovante de submissão do artigo, e será detalhado na Seção 1.3.

O cronograma apresentado na Tabela 1.1 constitui-se pelas atividades realizadas durante o referido período.

Tabela 1.1: Cronograma de atividades

Atividade	2021					2022		
	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.	Jan.	Fev.	Mar.
1	•	•						
2		•	•	•	•			
3			•	•	•	•	•	
4					•		•	•

Na Tabela 1.1, cada • corresponde a 4 semanas de dedicação à atividade.

## 1.2 Artigo SpliTech 2021

Durante os meses de abril a junho de 2021, em parceria com os pesquisadores Enza R. de Sampaio Ferreira, Rafael M. Barros e Ricardo A. L. Rabelo do Departamento de Computação da Universidade Federal do Piauí (UFPI), foi elaborado um artigo para o *6th International Conference on Smart and Sustainable Technologies 2021* (SpliTech 2021).

O artigo intitulado *A Two-Stage Approach to Solve Voltage-Stability/Security Constrained Optimal Power Flow Auction Systems by means of PSO and the Continuation Power Flow* descreve uma abordagem em dois estágios para resolver o problema de Fluxo de Potência Ótimo com restrições de estabilidade/segurança de tensão. Essa abordagem consiste em, de maneira alternada, resolver o problema do leilão de energia elétrica por um PSO (*Particle Swarm Optimization*) e verificar se as soluções obtidas estão dentro das margens de estabilidade/segurança de tensão pelo Fluxo de Carga Continuado.

## 1.3 Artigo Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects

Em parceria com os pesquisadores em parceria com os pesquisadores Enza R. de Sampaio Ferreira, Rafael M. Barros e Ricardo A. L. Rabelo do Departamento de Computação da Universidade Federal do Piauí (UFPI), foi elaborado um artigo que foi submetido à revista *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*.

O artigo intitulado *An Approach based on Particle Swarm Optimization and Continuation Power Flow for Solving Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow Auction Systems* consiste em uma extensão do artigo publicado no SpliTech 2021 a convite dos organizadores do referido congresso e descreve uma abordagem para resolver um problema de fluxo de potência ótimo com restrições de estabilidade/segurança de tensão utilizando PSO e o fluxo de carga continuado. Testes computacionais foram realizados em um sistema IEEE de 6 barras com limites de magnitude de tensão e geração de potência reativa a fim de validar o modelo e mostrar sua eficácia para a resolução de problemas envolvendo mercado de energia.

## 1.4 Objetivos

Este projeto de pesquisa teve como objetivo a definição dos pontos de equilíbrio estáveis que definem as curvas PV de sistemas de transmissão energia elétrica com elos CC. O principal objetivo é, portanto, verificar a influência dos diferentes modos de controle dos elos CC na determinação do máximo carregamento desses Sistemas de Energia Elétrica.



# Capítulo 2

## Introdução

Devido ao crescente aumento do carregamento nos Sistemas de Energia Elétrica (SEEs), aliado à falta de investimentos na expansão e manutenção do setor, a operação desses sistemas, mais especificamente do sistema de transmissão, tem sido feita cada vez mais próxima aos seus limites controle, dificultando, com isso, o pleno atendimento da demanda por energia elétrica. Restrições ecológicas e/ou econômicas associadas à tendência de maximização do uso de recursos e dispositivos de controle dos SEEs também contribuem, de forma decisiva, na consolidação deste cenário. Com o advento de um ambiente desregulamentado, a malha de transmissão, interconectada e extremamente complexa, passou a ser utilizada para fins os quais esta não foi originalmente projetada. Além disso, a reestruturação institucional e regulamentar do setor elétrico brasileiro e de vários outros países, marcada pela mudança de um modelo monopolista e verticalmente integrado para um modelo competitivo e desverticalizado, resultou no surgimento de dificuldades no controle e monitoramento dos sistemas de transmissão devido à existência de contratos bilaterais entre a geração e a distribuição.

Como consequência direta do aumento do carregamento, os SEEs passaram a operar em uma região na qual um pequeno acréscimo de carga gera um sensível aumento das perdas reativas nas linhas de transmissão. Nesses sistemas, mesmo aqueles que operam com tensões muito próximas de 1 p.u., pequenas variações nas magnitudes das tensões pouco afetarão os suportes de reativos dos elementos shunt do tipo capacitivo, inclusive os de linha. Por outro lado, pequenas variações na diferença de tensão entre os extremos de uma linha de transmissão, associadas às grandes diferenças angulares, podem causar alterações substanciais nas “perdas” série de potência reativa. Na tentativa de se manter um perfil adequado de tensão, a progressiva exaustão das reservas de reativos, provenientes das barras com controle da magnitude de tensão pela injeção de reativos por geradores e condensadores síncronos, tem como consequência a perda de controle da tensão por parte dos geradores. Isso resulta em uma queda contínua da tensão que, por sua vez, causa um sensível aumento da diferença angular entre os extremos da linha de transmissão, a

fim de se manter a transmissão de potência ativa. O aumento dessa diferença angular, somado à queda de tensão e a consequente redução compulsória do suporte de reativos por parte dos shunts do tipo capacitivo, causa um novo aumento nas perdas reativas das linhas de transmissão que leva o sistema a operar próximo a uma região na qual o controle de tensão não é mais possível (ALVES et al., 2000).

Essa queda gradual e viciosa das magnitudes de tensão é o estágio inicial do colapso de tensão. Em situações de um decaimento muito rápido da tensão para um pequeno aumento de carga em sistemas carregados, as ações dos controles ou dos operadores pouco ou nada podem fazer para evitá-lo.

Embora o colapso de tensão seja um fenômeno essencialmente dinâmico, sua análise tem sido intensamente realizada através de métodos de análise estática. Isso porque análises dinâmicas no domínio do tempo, além de demandar um alto custo computacional, não fornecem informações quanto à sensibilidade ou ao grau de estabilidade de um sistema elétrico. Essas limitações acabam por inviabilizar o uso da abordagem dinâmica tanto para o monitoramento em tempo-real quanto para a análise de estabilidade de tensão de sistemas elétricos de grande porte (ALVES et al., 2000).

Pela abordagem estática, a determinação do máximo carregamento de um SEE consiste em um resultado imediato da utilização de ferramentas analíticas capazes de prever os limites de transferência de potência de um SEE. A variação de carga entre um dado ponto de operação e o ponto de máximo carregamento, para um padrão específico de acréscimo de carga, corresponde à margem de carregamento de um sistema.

O objetivo das empresas concessionárias de energia elétrica é tornarem-se cada vez mais eficientes. Essa eficiência, porém, somente será atingida a partir de inovações e aperfeiçoamentos nos modelos e programas computacionais utilizados como ferramentas de auxílio à tomada de decisões na operação de seus sistemas. Para os SEEs de grande porte como o Sistema Interligado Nacional (SIN) do Brasil, no qual empreendimentos de grande porte para a geração de grandes blocos de energia são implementados cada vez mais distantes dos principais centros consumidores, a transmissão em Corrente Contínua (CC) surge como a alternativa mais técnica e economicamente viável, e inovações e aperfeiçoamentos nos modelos e programas computacionais para a análise desses sistemas demandam maior atenção.

## 2.1 Motivação

A criação da entidade Itaipu Binacional, em 1974, com início das obras de construção da usina hidrelétrica de Itaipu no Rio Paraná no ano seguinte, bem como questões que dizem respeito às diferentes formas de transmissão de energia elétrica passaram a ser um recorrente tópico de estudos para os pesquisadores da área (BERNARDES,

2020). Isso se deveu, principalmente, porque a energia produzida no setor de 50 Hz de Itaipu (destinada ao Paraguai) não podia ser injetada diretamente no sistema brasileiro (cuja frequência nominal é 60 Hz) (ITAIPU, 2020).

Em 1984 começou a operar em Itaipu o primeiro sistema de transmissão de energia elétrica com elo CC brasileiro. Esse sistema é formado por duas linhas de transmissão com tensões de  $\pm 600\text{kV}$  e extensão de aproximadamente 810 km, interligando as subestações de Foz do Iguaçu (FURNAS), no Paraná, e Ibiúna (FURNAS), em São Paulo (ITAIPU, 2020). No entanto, o debate a respeito de qual a forma mais técnica e economicamente viável de se transmitir grandes blocos de energia elétrica por grandes distâncias até um centro consumidor não é atual e se originou na ocasião da construção do complexo de Niagara Falls, nos Estados Unidos, no ano de 1876 (MONTICELLI; GARCIA, 1999).

Àquela época não se sabia se a transmissão de energia elétrica por grandes distâncias deveria ser feita em CC ou Corrente Alternada (CA) e, caso a escolha fosse transmissão em CA, quais seriam a frequência, número de fases e magnitude de tensão mais adequadas. Com contribuições importantes de expoentes físicos no estudo de sistemas de transmissão de energia elétrica como Thomas Alva Edson, Oliver Shallenberger, Nikola Tesla e outros, chegou-se à conclusão que para se flexibilizar o planejamento e a operação de sistemas interligados de grande porte subsistemas em CC seriam usados de maneira auxiliar (e complementar) aos sistemas CA, resultando em SEEs constituídos basicamente por uma rede interligada em CA com elos CC (MONTICELLI; GARCIA, 1999), assim como ocorre no SIN com os elos CC de Itaipu no Rio Paraná, do complexo hidrelétrico Jirau e Santo Antônio no Rio Madeira e de Belo Monte no Rio Xingu.

Dada a importância e a relevância desses subsistemas em CC, é apresentado a seguir um breve levantamento bibliográfico acerca de modelos e metodologias de determinação dos pontos de equilíbrio estáveis de SEEs em CA com elos CC.

## 2.2 Levantamento Bibliográfico

O cálculo dos pontos de equilíbrio estáveis de um Sistema de Energia Elétrica (SEE) pode ser realizado por meio da resolução do problema de fluxo de carga, que consiste na resolução das equações algébricas não lineares que definem o modelo estático do sistema por métodos iterativos, dentre os quais destacam-se os métodos de Gauss-Seidel (STEVENSON, 1974), de Newton-Raphson (TINNEY; HART, 1967), de Newton desacoplado (STOTT, 1972) e o desacoplado rápido (STOTT; ALSAC, 1974).

O cálculo do ponto de máximo carregamento de SEEs para um determinado padrão de acréscimo de geração e carga é de fundamental importância para o planejamento da operação desses sistemas e define um “limitante inferior” para os pontos de equilíbrio estáveis. A metodologia mais comumente empregada para o cálculo do ponto de máximo

de carregamento consiste em sucessivas resoluções do problema de fluxo de carga em função de um fator de carregamento  $\sigma$  (parâmetro) para um dado padrão de acréscimo de geração e carga (AJJARAPU; CHRISTY, 1992). Se um ponto de equilíbrio estável é encontrado,  $\sigma$  é acrescido e obtém-se um ponto de equilíbrio estável em função de um maior carregamento do SEE. Esse procedimento continua iterativamente até que um novo ponto de equilíbrio estável do SEE não possa ser determinado dentro de um acréscimo mínimo de  $\sigma$ . O ponto de máximo carregamento consiste na fusão dos pontos de equilíbrio estável e instável do sistema algébrico não linear que modela o SEE e, a partir do qual, a solução do problema fluxo de carga deixa de existir para maiores valores de  $\sigma$ . Esse ponto é matematicamente representado por uma bifurcação, que comumente se distingue em dois tipos: Bifurcação Sela-Nó (BSN) e Bifurcação Induzida por Limite (BIL) (AVALOS et al., 2008; JORDAN; SMITH; SMITH, 2007).

Progressos consideráveis têm sido realizados no cálculo do ponto de máximo carregamento de SEEs. Entre algumas das metodologias existentes destacam-se os métodos os métodos de continuação (IBA et al., 1991); (CANIZARES; ALVARADO, 1993); (SEYDEL, 2009), diretos (CANIZARES; ALVARADO, 1993); (SEYDEL, 2009); (CAÑIZARES, 1995) e os métodos de otimização (CUTSEM, 1991); (IRISARRI et al., 1997). Um importante estudo referente à técnica de otimização é encontrado em (IRISARRI et al., 1997), onde o método de pontos interiores é aplicado em uma abordagem não linear do primal-dual em suas versões pura e preditor-corretor. Quanto aos modelos propostos, destaca-se o uso, em métodos de otimização, de restrições de complementaridade que modelam a perda do controle da magnitude de tensão pela injeção de reativos por geradores e condensadores síncronos à medida que um de seus limites de geração de potência reativa é atingido (ROSEHART; ROMAN; SCHELLENBERG, 2005). Esses avanços, tanto nas metodologias quanto nos modelos empregados, têm permitido a determinação do ponto de máximo carregamento de forma eficiente e cada vez mais confiável.

A resolução do problema de fluxo de carga para SEEs com elos CC é amplamente discutida em (ARRILLAGA; ARNOLD, 1990); (KUNDUR, 2007)), usando o método de Newton-Raphson (TINNEY; HART, 1967) e algumas variações desse. Em (KUNDUR, 2007) também é descrito detalhadamente os modos de controle do elos CC e como deve ser modificado o método de Newton-Raphson (TINNEY; HART, 1967) para a inclusão desse controle por ajustes alternados.

Em (FILHO, 2000) é apresentada uma modelagem para a incorporação dos modos de controle de elos CC diretamente no sistema de equações algébricas que modelam o SEE. Em (FILHO et al., 2004), esse mesmo modelo é aplicado à análise de um SEE com um elo CC infinito. Já em (CARVALHO, 1983), o sistema de equações algébricas do elo CC é resolvido de maneira alternada com a parte CA para vários SEE brasileiros que apresentam o elo CC.



# Capítulo 3

## Metodologia

Neste capítulo serão apresentados a modelagem do problema de fluxo de carga, fluxo de carga continuado, o modelo do elo CC juntamente com o algoritmo de resolução do problema de fluxo de carga e fluxo de carga continuado para sistemas que apresentam linhas CC e CA.

### 3.1 Fluxo de Carga

O problema do Fluxo de Carga (FC) consiste em determinar o estado da rede de transmissão de energia elétrica (magnitude e o ângulo de fase da tensão em cada barra da rede). Com o estado do sistema conhecido, é possível determinar todas as outras grandezas de interesse do sistema, tais como a geração de potência ativa e reativa nas barras de geração e as perdas de potência nas linhas de transmissão. Dessa forma, determina-se todas as grandezas que caracterizam o comportamento do sistema em regime permanente (MONTICELLI, 1983).

Esse problema é normalmente representado por um conjunto de equações e inequações algébricas, visto que a modelagem do sistema é estática. Esse sistema de equações e inequações correspondem, respectivamente, as leis de Kirchhoff e ao conjunto de restrições operacionais/segurança do sistema.

#### 3.1.1 Formulação básica do problema de Fluxo de Carga

Na formulação básica do problema de FC, apenas duas grandezas são conhecidas em cada barra. Dependendo de quais grandezas são conhecidas, as barras são classificadas como um dos três tipos:

1. Barra  $V\theta$ , barra de referência angular ou *slack*:

- $V$  e  $\theta$  são conhecidos;

- $P$  e  $Q$  são variáveis do sistema (calculadas de forma a fechar o balanço de potência do sistema).

2. Barra  $PV$  ou barra de geração:

- $P$  e  $V$  são conhecidos;
- $Q$  e  $\theta$  são variáveis do sistema.

3. Barra  $PQ$  ou barra de carga:

- $P$  e  $Q$  são conhecidos;
- $V$  e  $\theta$  são variáveis do sistema.

A barra  $V\theta$ , na formulação básica do problema de FC, apresenta duas funções: fornece a referência angular para todas as outras barras do sistema (normalmente defini-se o ângulo do barra *slack* como sendo  $0^\circ$ ) e fecha o balanço de potência do sistema levando em conta as perdas na transmissão (MONTICELLI, 1983).

Nos bancos de dados que caracterizam os sistemas de transmissão de energia elétrica, a notação para diferenciar os 3 tipos de barras é dada da seguinte forma: barra *slack* ( $V\theta$ ) é denominada do tipo 3; barras de geração ( $PV$ ) são denominadas do tipo 2 e as barras de carga ( $PQ$ ) são denominadas do tipo 0 (JR et al., 1973).

Visto que cada barra do sistema apresenta dois parâmetros e duas variáveis associadas, para que o sistema de equações algébricas não-lineares se torne possível e determinado, cada barra deve apresentar duas equações. Para a formulação básica do problema de FC, essas são representadas pelas equações de injeção de potência ativa e reativa nas barras do sistema. Através da Primeira Lei de Kirchhoff, é possível igualar a injeção de potência ativa e reativa em uma barra com a soma dos fluxos de potência que entram e deixam a barra (MONTICELLI, 1983). Isso é matematicamente expresso por:

$$P_{Gk} - P_{Lk} = \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m, t_{km}, \phi_{km}), \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.1)$$

$$Q_{Gk} + Q_k^{sh}(V_k, b_k^{sh}) - Q_{Lk} = \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m, t_{km}, \phi_{km}), \quad \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.2)$$

em que:

- $k \in \mathcal{K}$ , onde  $\mathcal{K}$  é o conjunto de todas as barras do sistema;
- $\Omega_k$  é o conjunto de todas as barras do sistema adjacentes a barra  $k$ ;

- $V_k$  e  $V_m$  são, respectivamente, a tensão na barra  $k$  e a tensão na barra  $m$ ;
- $\theta_k$  e  $\theta_m$  são, respectivamente, os ângulos das barras  $k$  e  $m$  em relação à barra *slack*;
- $P_{Gk}$  é a geração de potência ativa na barra  $k$ ;
- $P_{Lk}$  é a potência ativa consumida na barra  $k$ ;
- $Q_{Gk}$  é a geração de potência reativa na barra  $k$ ;
- $Q_{Lk}$  é a potência reativa consumida na barra  $k$ ;
- $Q_k^{sh}$  é a injeção de potência reativa na barra  $k$  devido a uma susceptância shunt associada a essa barra. Seu valor é dado a partir da equação (3.3), em que  $b_k^{sh}$  é a susceptância *shunt* associada a barra  $k$  (MONTICELLI, 1983);

$$Q_k^{sh} = b_k^{sh} V_k^2 \quad (3.3)$$

- $P_{km}$  é o fluxo de potência ativa no ramo  $k$ - $m$ ;
- $Q_{km}$  é o fluxo de potência reativa no ramo  $k$ - $m$ ;
- caso exista um transformador em-fase no ramo  $k$ - $m$ ,  $t_{km}$  é o *tap* desse transformador;
- caso exista um transformador defasador no ramo  $k$ - $m$ ,  $\phi_{km}$  é a componente defasadora desse transformador.

As equações (3.1) e (3.2) são denominadas equação de balanço de potência ativa e reativa, respectivamente.

Além das equações de igualdade que representam o balanço de potência nas barras do sistema, há também as inequações que representam as restrições operacionais/segurança do sistema. O conjunto de restrições operacionais é representado por:

- Restrição de magnitude da tensão nodal:

$$V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max}, \forall V_k \in \mathcal{C} \quad (3.4)$$

em que  $V_k^{min}$  e  $V_k^{max}$  são, respectivamente, o limite inferior e superior de tensão na barra  $k$  e  $\mathcal{C}$  é o conjunto de todas as barras de carga do sistema.

- Restrição de geração de potência reativa na barra k:

$$Q_k^{min} \leq Q_k \leq Q_k^{max}, \forall Q_k \in \mathcal{G} \quad (3.5)$$

em que  $Q_k^{min}$  e  $Q_k^{max}$  são, respectivamente, o limite inferior e superior de geração de potência reativa na barra k e  $\mathcal{G}$  é o conjunto de todas as barras de geração do sistema.

- Restrição da magnitude dos *taps*:

$$t_{km}^{min} \leq t_{km} \leq t_{km}^{max}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (3.6)$$

em que  $t_{km}^{min}$  e  $t_{km}^{max}$  são, respectivamente, o limite inferior e superior da magnitude do *tap* no ramo k-m e  $\mathcal{T}$  é o conjunto de todos os *taps* controláveis do sistema.

Por fim, com o objetivo de simplificar a notação, utiliza-se  $P_k = P_{Gk} - P_{Lk}$  e  $Q_k = Q_{Gk} - Q_{Lk}$  para referir-se a injeção (geração menos carga) de potência ativa e reativa, respectivamente, na barra k.

### 3.1.2 Expressões gerais para o Fluxo de Carga

As expressões gerais do fluxo de potência ativa e reativa em um ramo k-m de um sistema de transmissão de energia elétrica são encontradas a partir do modelo genérico de um circuito de transmissão (Figura 3.1), através da análise desse sistema pelas leis de Kirchhoff.

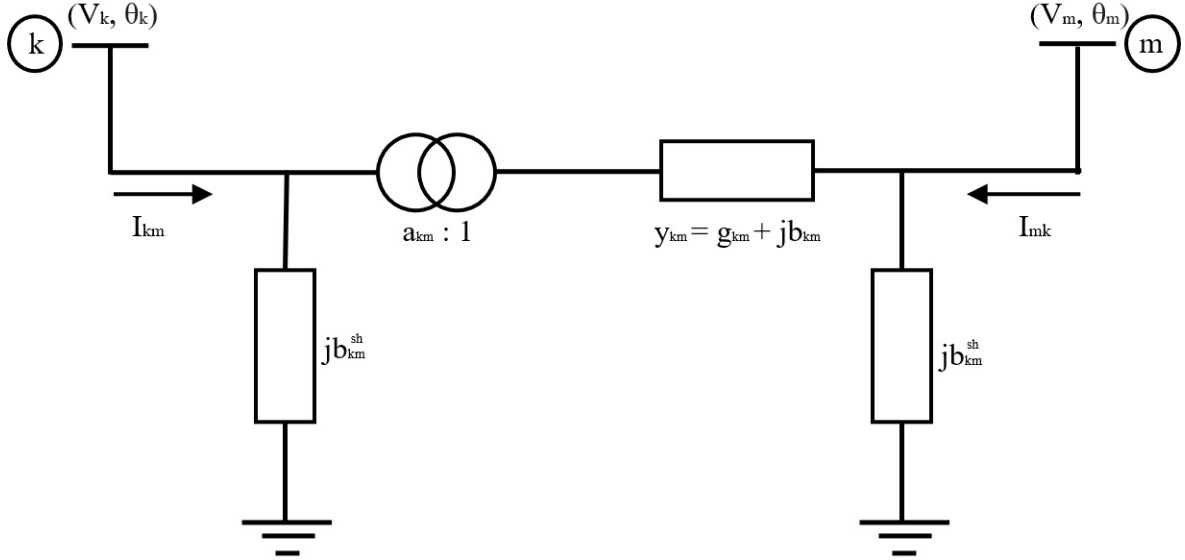


Figura 3.1: Circuito ramos de transmissão genéricos (linhas de transmissão, transformadores em-fase e transformadores defasadores) conectando as barras  $k$  e  $m$ .

A Figura 3.1 ilustra um ramo  $k$ - $m$  de um sistema de transmissão genérico que, dependendo dos valores dos parâmetros  $y_{km}$  (admitância de linha),  $a_{km}$  ( $tap$  do transformador) e  $b_{km}^{sh}$  (susceptância de linha), pode representar uma linha de transmissão, um transformador em fase e um transformador defasador puro (MONTICELLI, 1983).

Note que, para quando o circuito da Figura 3.1 representa um transformador, sua expressão é dada pela equação (3.7), em que  $t_{km}$  representa a componente em-fase do transformador e  $\phi_{km}$  representa a componente defasadora.

$$a_{km} = t_{km} e^{j\phi_{km}} \quad (3.7)$$

A distinção entre os tipos de conexão presente entre as barras  $k$  e  $m$  do ramo de transmissão ocorre segundo os seguintes preceitos:

- Para uma linha de transmissão,  $t_{km} = 1$  e  $\phi_{km} = 0$ ;
- Para um transformador em fase,  $b_{km}^{sh} = 0$  e  $\phi_{km} = 0$ ;
- Para um transformador defasador puro,  $b_{km}^{sh} = 0$  e  $t_{km} = 1$ .

Em (MONTICELLI, 1983), as equações do fluxo de potência são encontradas tanto de forma algébrica quanto em sua forma matricial. Entretanto, o  $tap$  do transformador é considerado como sendo  $1 : a_{km}$ , ao contrário do que é fornecido nos bancos de dados (JR et al., 1973). Além disso, trabalhar com as equações na forma matricial pode

não ser vantajoso caso o *tap* dos transformadores seja uma variável de controle do sistema, visto que as equações na forma matricial (fornecidas em (MONTICELLI, 1983)) incluem os *taps* de forma implícita nas equações de balanço de potência e demandam a constante atualização da matriz admitância nodal do sistema.

Por fim, as equações demonstradas em (MONTICELLI, 1983) não diferenciam a barra  $k$  como sendo a barra conectada diretamente ao transformador (denominada “barra do *tap*”) ou como sendo conectada à admitância  $y_{km}$  (denominada “barra da impedância”), como feito em (LAGE, 2013).

O conjunto de equações que caracterizam o fluxo de potência ativa e reativa em um ramo  $k$ - $m$  é representado pelas equações (3.8), (3.9), (3.10), (3.11), em que (3.8) e (3.9) representam as equações do fluxo de potência caso a barra  $k$  seja a barra do transformador, e (3.10) e (3.11) caso a barra  $k$  seja a barra da impedância. Além disso,  $g_{km}$  corresponde a parte real da admitância de linha e  $b_{km}$  a parte complexa da admitância de linha (LAGE, 2013). Por fim, a notação  $\theta_{km}$  é uma simplificação para a subtração dos termos  $\theta_k$  e  $\theta_m$ .

$$P_{km} = g_{km} \frac{1}{t_{km}^2} V_k^2 - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km} - \phi_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km} - \phi_{km})] \quad (3.8)$$

$$Q_{km} = - \left( b_{km} \frac{1}{t_{km}^2} + b_{km}^{sh} \right) V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_{km} - \phi_{km}) - g_{km} \sin(\theta_{km} - \phi_{km})] \quad (3.9)$$

$$P_{km} = g_{km} V_k^2 - \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [g_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) + b_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km})] \quad (3.10)$$

$$Q_{km} = -b_{km} V_k^2 + \frac{1}{t_{km}} V_k V_m [b_{km} \cos(\theta_{km} + \phi_{km}) - g_{km} \sin(\theta_{km} + \phi_{km})] \quad (3.11)$$

### 3.1.3 Resolução do Problema de Fluxo de Carga - Formulação Básica

Foi visto que, com o estado do sistema ( $V$  e  $\theta$  de todas as barras), é possível encontrar todas as outras grandezas de interesse (MONTICELLI, 1983). Dessa forma, o sistema de equações não-lineares representados por (3.1) e (3.2) são separados em dois subsistemas: o primeiro apenas para encontrar o estado do sistema, e o segundo para encontrar as restantes grandezas de interesse.

Os dois subsistemas são representados da seguinte maneira:

- Subsistema 1:

No primeiro subproblema, são fornecidos os valores de injeção (geração menos carga) de potência ativa e reativa para todas as barras do tipo  $PQ$  e a injeção de potência ativa para todas as barras do tipo  $PV$ . Seja  $n_{PQ}$  o número de barras do tipo  $PQ$  e  $n_{PV}$  o número de barras do tipo  $PV$ . Dessa forma, a dimensão do primeiro subsistema, de acordo com as equações (3.1) e (3.2) será  $2n_{PQ} + n_{PV}$  em que as incógnitas são os ângulos  $\theta$  das barras  $PQ$  e  $PV$  e as magnitudes de tensão das barras  $PQ$ .

O primeiro subsistema pode ser matematicamente expresso por:

$$P_k - \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m, t_{km}, \phi_{km}) = 0, \forall k \in \mathcal{K}' \quad (3.12)$$

$$Q_k + Q_k^{sh} - \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m, t_{km}, \phi_{km}) = 0, \forall k \in \mathcal{L} \quad (3.13)$$

em que  $\mathcal{K}'$  é o conjunto de todas as barras do sistema exceto a barra *slack* e  $\mathcal{L}$  é o conjunto de todas as barras  $PQ$  do sistema.

- Subsistema 2:

Após encontrado o estado do sistema (Subsistema 1), as únicas variáveis que ainda não foram determinadas são a injeção de potência ativa e reativa na barra *slack* e as injeções de potência reativa nas barras do tipo  $PV$ . Dessa forma, a dimensão do segundo subsistema é  $2n_{V\theta} + n_{PV}$ , em que  $n_{V\theta}$  é o número de barras do tipo  $V\theta$  no sistema (normalmente tem-se  $n_{V\theta} = 1$ ).

O segundo subsistema pode ser matematicamente expresso por:

$$P_k - \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m, t_{km}, \phi_{km}) = 0, \forall k \in \mathcal{V}\theta \quad (3.14)$$

$$Q_k + Q_k^{sh} - \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m, t_{km}, \phi_{km}) = 0, \forall k \in \mathcal{G} \quad (3.15)$$

em que  $\mathcal{V}\theta$  é o conjunto de todas as barras do tipo  $V\theta$  do sistema e  $\mathcal{G}$  é o conjunto de todas as barras de geração do sistema ( $V\theta$  e  $PV$ ).

Note que as variáveis do primeiro subsistema são encontradas de forma implícita, o que não ocorre no segundo subsistema. Dessa forma, para encontrar o estado do sistema é necessário fazer o uso de métodos iterativos, tais como o método de Newton-Raphson (MONTICELLI, 1983), (TINNEY; HART, 1967) e o desacoplado rápido (STOTT, 1972). Como tais métodos são numéricos, a resolução do subsistema 1 é alcançada quando o erro das equações de balanço for menor do que a tolerância desejada.

## 3.2 Fluxo de Carga Continuado

O Fluxo de Carga Continuado (FCC) é um algoritmo baseado em sucessivas soluções do sistema de equações do FC, reformulado para incluir o parâmetro de carregamento  $\sigma$ . Com o acréscimo de uma nova variável, as equações do FC são resolvidas de forma parametrizada em função do aumento do parâmetro de carregamento ( $\sigma$ ) (AJJAPAPU; CHRISTY, 1992). O conjunto de curvas obtido através do FCC é denominado curva PV, visto que caracteriza o comportamento da tensão das barras do sistema conforme há uma variação na injeção de potência.

Dessa forma, é possível encontrar o ponto de máximo carregamento ( $\sigma_c$ ), o que caracteriza o ponto de colapso de tensão. Nesse ponto, as soluções de alta e baixa tensão apresentam o mesmo conjunto de valores, o que é representado matematicamente por uma bifurcação. A partir desse ponto, o conjunto de equações do FC não apresenta mais soluções.

A vantagem de se utilizar o FCC em relação a métodos diretos (métodos de otimização) como forma de encontrar o ponto de máximo carregamento é obter informações adicionais à respeito das variáveis do sistema conforme são obtidas as soluções do FCC, que podem ser utilizadas para a predição do ponto de colapso do sistema. Tais informações abrangem a influência dos limites operacionais do sistema nos pontos de equilíbrio estáveis das soluções do FC, e o tipo de bifurcação que ocasionou o colapso do sistema.

### 3.2.1 Análise de Bifurcações

A teoria das bifurcações fornece informações quantitativas e qualitativas referente às mudanças de comportamento do conjunto de solução de uma equação ou sistemas de equações conforme um parâmetro  $\sigma$  (denominado parâmetro de bifurcação) é variado. As mudanças no comportamento do conjunto de solução do sistema de equações é normalmente contínua. Dessa forma, quando há uma mudança descontínua de comportamento, esse ponto é caracterizado como um ponto de bifurcação (JORDAN; SMITH; SMITH, 2007).

Em Sistemas Elétricos de Potência (SEP), como o parâmetro  $\sigma$  varia de maneira



discreta, as bifurcações podem ser determinadas a partir de uma mudança na estrutura da matriz Jacobiana associada ao conjunto de equações de balanço do sistema ou com o desaparecimento de soluções para esse conjunto de equações (caracterizando o ponto de máximo carregamento  $\sigma^c$ ). Tais bifurcações podem ser caracterizadas em duas principais categorias:

- Bifurcação sela-nó (*BSN*):

Esse tipo de bifurcação ocorre quando dois pontos de equilíbrio do sistema se “fundem” para um determinado valor do parâmetro  $\sigma$  (denominado  $\sigma^c$ ). Matematicamente, um ponto em que ocorre a *BSN* é caracterizado pela singularidade da matriz Jacobiana associada ao sistema (CAÑIZARES, 1995). A partir desse ponto, o sistema não apresentará mais solução para valores de  $\sigma$  superiores  $\sigma^c$ .

Em SEP, essa bifurcação caracteriza o ponto de colapso do sistema, visto que ele atingiu seu ponto de máximo carregamento. A Figura 3.2 representa as curvas PV de um sistema em que ocorre uma *BSN*. Note que os pontos que representam as soluções de alta e baixa tensão se “fundem”. Além disso, esse ponto representa uma solução que está dentro dos limites operacionais do sistema, visto que os limites de geração de potência reativa ainda não foram atingidos ( $Q_{Gk} < Q_{Gk}^{max}$ ).

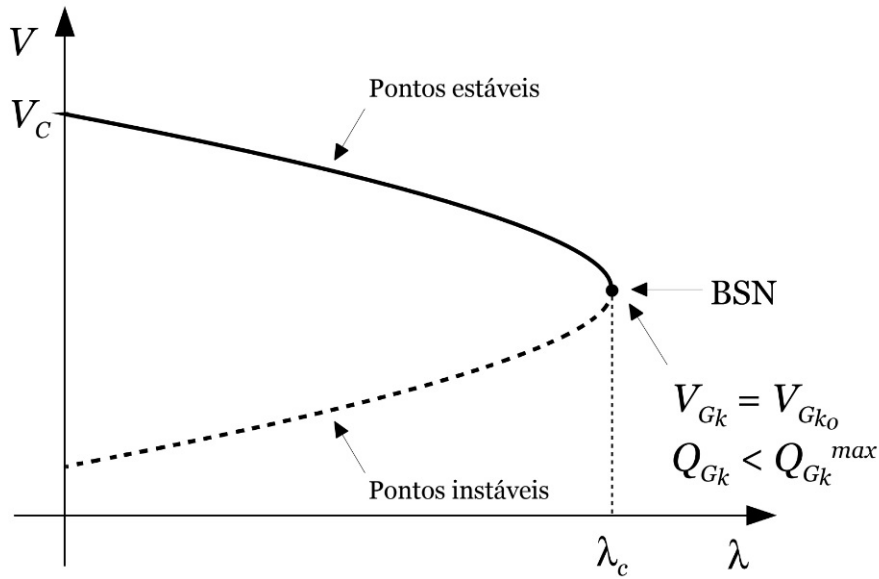


Figura 3.2: Curva *PV* de um sistema com *BSN*

- Bifurcação Induzida por Limites (*BIL*):

As *BIL* são bifurcações que ocorrem quando alguma variável do sistema atinge o seu limite (inferior ou superior), ocasionando uma mudança no sistema de equações e, conseqüentemente, na estrutura da matriz Jacobiana. As *BIL* se dividem em dois grupo: as dinâmicas (*BDIL*) e as estáticas (*BEIL*).

No caso das BDIL, o sistema continua apresentando uma solução mesmo para um valor de  $\sigma$  superior ao que ocasionou a bifurcação, como é ilustrado na Figura 3.3.

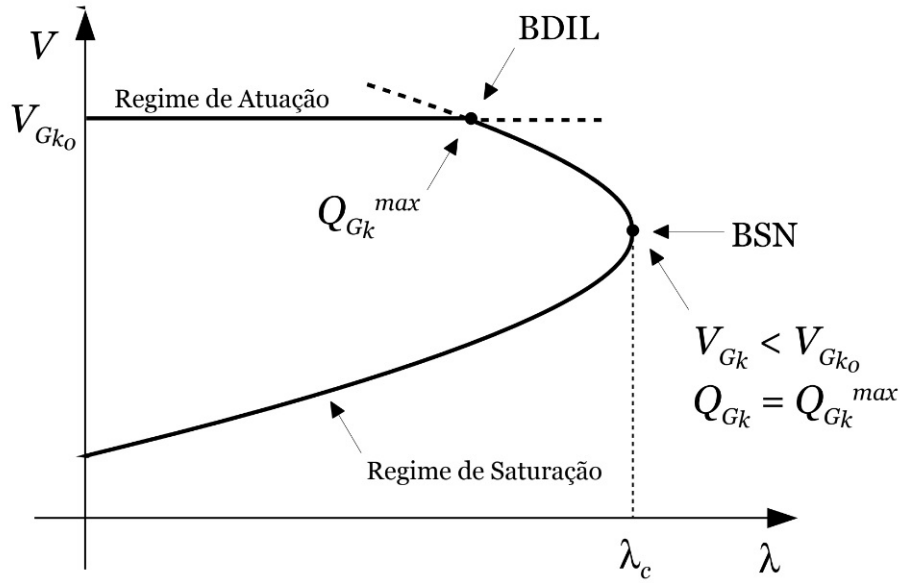


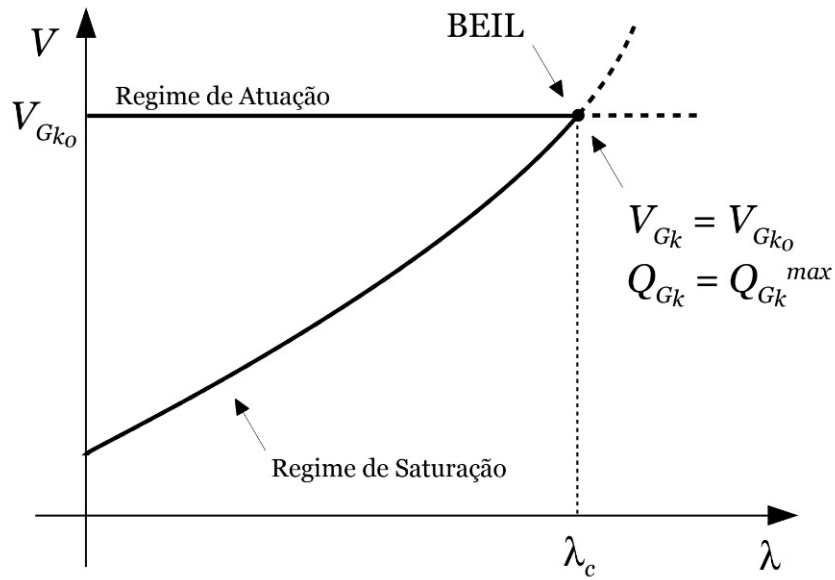
Figura 3.3: Curva  $PV$  de um sistema com  $BDIL$  e  $BSN$

Note que, na Figura 3.3, para um determinado valor do parâmetro de carregamento, a barra  $k$  atingiu o seu limite máximo de geração de potência reativa ( $Q_{Gk}^{max}$ ), ocasionando a diminuição da magnitude de tensão da barra  $k$  pela insuficiência de suporte de reativos (MONTICELLI, 1983). Entretanto, apesar de uma das barras ter atingido o seu limite operacional, o sistema ainda apresenta soluções estáveis para um valor de carregamento superior ao que ocasionou a BDIL. Por fim, o sistema representado pela Figura 3.3 entrou em colapso devido a uma BSN.

Já a BEIL é similar a BSN pois, em ambas, os pontos de equilíbrio estáveis de dois conjuntos diferentes de soluções se “fundem” para um determinado valor do parâmetro  $\sigma^c$ , deixando de existir solução para valores de  $\sigma$  superiores a  $\sigma^c$  (no caso de SEP, os valores que se fundem são as soluções de alta e baixa tensão). Dessa forma, as BDIL são associadas a mudanças “dinâmicas” do sistema, enquanto as BSN e BEIL estão associadas ao ponto de máximo carregamento do SEP.

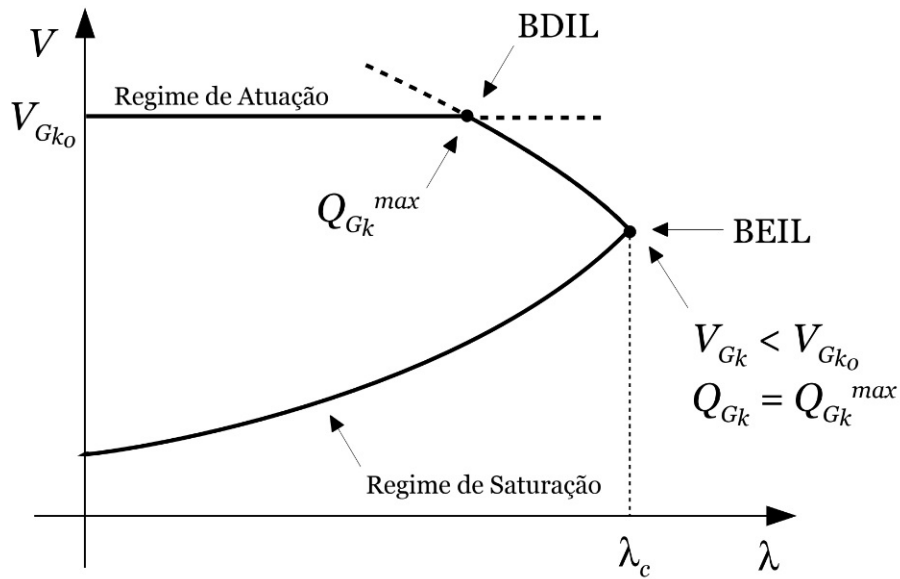
Além disso, a BEIL surge de maneira similar as BDIL: quando alguma variável do problema atinge seu limite (superior ou inferior) para um determinado valor de  $\sigma$  (Figura 3.4).

É importante notar que as bifurcações do tipo BDIL e BEIL alteram a estrutura da matriz Jacobiana associada ao sistema mas não as tornam singular. Assim, caso um sistema tenha seu ponto de máximo carregamento caracterizado por uma

Figura 3.4: Curva  $PV$  de um sistema com  $BEIL$ 

$BEIL$ , diferentemente da  $BSN$ , esse ponto não apresentará uma matriz Jacobiana com determinante nulo.

Por fim, há também o caso em que um sistema apresenta tanto a  $BDIL$  quanto a  $BEIL$ . Nesses casos, algumas variáveis atingem o seu limite operacional mas não ocasionam o colapso do sistema, e alguma atinge o limite e caracteriza o ponto de máximo carregamento (Figura 3.5).

Figura 3.5: Curva  $PV$  de um sistema com  $BDIL$  e  $BEIL$

### 3.2.2 Equacionamento do Problema de Fluxo de Carga Continuado

Com a adição do parâmetro de carregamento  $\sigma$ , as equações de balanço de potência ativa e reativa do problema de FC podem ser reescritas como (3.16) e (3.17), respectivamente, sujeitas as restrições de desigualdades (3.4), (3.5) e (3.6).

$$\sigma P_{Gk} - \sigma P_{Lk} - \sum_{m \in \Omega_k} P_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m, t_{km}, \phi_{km}) = 0, \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.16)$$

$$Q_{Gk} + Q_k^{sh} - \sigma Q_{Lk} - \sum_{m \in \Omega_k} Q_{km}(V_k, V_m, \theta_k, \theta_m, t_{km}, \phi_{km}) = 0, \forall k \in \mathcal{K} \quad (3.17)$$

Note que, nas equações (3.16) e (3.17), o parâmetro de carregamento  $\sigma$  corresponde ao porcentual de carregamento adicionado ao sistema. Se  $\sigma = 2$ , por exemplo, a carga do sistema aumentou 100% em relação ao carregamento base ( $\sigma = 1$ ).

### 3.2.3 Resolução do Problema de Fluxo de Carga Continuado

O problema de FCC é resolvido de maneira parametrizada de acordo com a variação do parâmetro de carregamento  $\sigma$ . O algoritmo de resolução desse problema é descrito como:

1. Adote  $\sigma^0 = 1$  e resolva o FC (caso base  $n = 0$ );
2. Atualize o valor de  $\sigma^{n+1} = \sigma^n + \epsilon$ , sendo  $\epsilon$  o seu passo de carregamento;
3. Resolva o FC para  $\sigma^{n+1}$ . Se o FC apresentar solução, tome  $\sigma^n = \sigma^{n+1}$  e volte para 2. Se o FC não apresentar solução, vá para 4;
4. Diminua o valor do passo de carregamento  $\epsilon$  e volte para 2. Se a precisão de  $\sigma$  já estiver dentro da tolerância desejada, o problema de FCC foi resolvido e o ponto de máximo carregamento foi encontrado ( $\sigma^c$ ).

## 3.3 Modelo do elo CC

O elo de corrente contínua (ou *link* CC) pode ser apropriadamente representado pelo circuito ilustrado na Figura 3.6 (CARVALHO, 1983), em que os subscritos  $r$  e  $i$  representam, respectivamente, retificador e inversor. Já o subscrito  $d$  é utilizado para

diferenciar a magnitude de tensão do lado  $CA$  e  $CC$  do sistema (sendo  $d$  utilizado para referenciar o lado  $CC$ ) (KUNDUR, 2007), (FILHO, 2000), (CARVALHO, 1983).

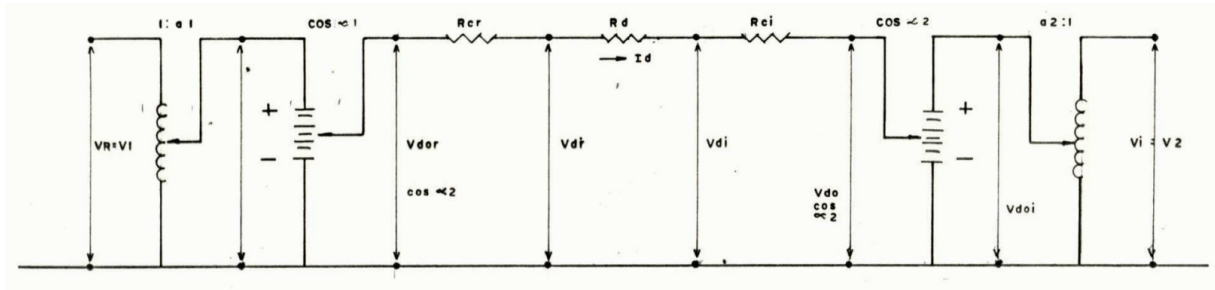


Figura 3.6: Elo de Corrente Contínua (*link CC*)

A representação do modelo do *link CC* será feita baseada nas seguintes suposições:

- Indutância do lado  $CC$  é muito elevada ( $L_d \rightarrow \infty$ ), implicando na não existência de ondulação (*ripple* nulo) nas correntes  $CC$  ( $I_r$  e  $I_i$ );
- Todos os componentes são ideais. Os tiristores utilizados nos conversores  $CA - CC$  e  $CC - CA$  apresentam resistência nula (não há queda de tensão quando estão no período de condução), não saturam e não apresentam falha na comutação;
- As características dos sistemas  $AC$  são ideais, apresentando frequência constante e uma onda perfeitamente senoidal em ambos os lados do elo  $CC$  (retificador e inversor). Além disso, o sistema não sofre com a propagação de harmônicas devido ao processo de comutação.

O conjunto de equações algébricas que modelam o elo  $CC$  pode ser convenientemente escrito em função de sete variáveis do modelo (CARVALHO, 1983), sendo elas:

1.  $V_{dr}$ : tensão contínua no terminal do retificador;
2.  $V_{di}$ : tensão contínua no terminal do inversor;
3.  $I_d$ : corrente contínua do elo  $CC$ ;
4.  $a_r$ : tap do transformador do retificador;
5.  $a_i$ : tap do retificador do inversor;
6.  $\alpha_r$ : ângulo de disparo do retificador;
7.  $\alpha_i$ : ângulo de extinção do inversor.

Visto que 7 variáveis foram adicionadas ao problema, é necessário que haja 7 equações para que o sistema se torne possível e determinado. Três delas advém do próprio equacionamento do elo CC, a partir das leis de Kirchhoff aplicadas no circuito equivalente ilustrado na Figura 3.6. Tais expressões gerais podem ser observadas nas equações (3.18), (3.19) e (3.20).

$$V_{dr} - k_r a_r V_r \cos(\alpha_r) - \frac{3}{\pi} R_{cr} I_d = 0 \quad (3.18)$$

$$V_{di} - k_i a_i V_i \cos(\alpha_i) + \frac{3}{\pi} R_{ci} I_d = 0 \quad (3.19)$$

$$V_{dr} - V_{di} - R_d I_d = 0 \quad (3.20)$$

Nas equações (3.18), (3.19) e (3.20),  $V_r$  e  $V_i$  são os valores de tensão eficaz fase-fase nos barramentos de interface CA-CC,  $R_d$  é a resistência da linha CC,  $R_{cr}$  e  $R_{ci}$  são as reatâncias de comutação do retificador e inversor, respectivamente, e  $k_r = k_i = \frac{3\sqrt{2}}{\pi}$  é uma constante adimensional relacionada ao número de pulsos do conversor (neste trabalho, foi utilizado o conversor de 6 pulsos).

As quatro restantes são determinadas pelo modo de controle do elo CC, e serão discutidas adiante.

### 3.3.1 Modos de controle do elo CC

As quatro equações restantes do elo CC dependem do modo de controle de cada terminal conversor, que é feito independentemente, e de acordo com as condições de funcionamentos desejadas para o elo CC (CARVALHO, 1983).

Os principais modos de controle são (CARVALHO, 1983):

- Controle de potência;
- Controle de corrente;
- Controle do ângulo de disparo do retificador;
- Controle do ângulo de extinção do inversor;
- Controle do tap do transformador do conversor;

- Controle de tensão.

Cada modo de controle consite em igualar os valores de determinadas variáveis do elo CC ao seu valor especificado.

As equações de controle para cada um dos 6 modos de controle são (CARVALHO, 1983):

### Controle de potência

As equações do modo de controle de potência do elo CC podem ser escritas de acordo com (3.21), (3.22), (3.23) e (3.24).

$$\alpha_r = \alpha_r^{esp} \quad (3.21)$$

$$\alpha_i = \alpha_i^{esp} \quad (3.22)$$

$$V_{dr}I_d = P_r^{esp} \quad (3.23)$$

$$V_{di} = V_{di}^{esp} \quad (3.24)$$

### Controle de corrente

As equações do modo de controle de corrente do elo CC podem ser escritas de acordo com (3.25), (3.26), (3.27) e (3.28).

$$\alpha_r = \alpha_r^{esp} \quad (3.25)$$

$$\alpha_i = \alpha_i^{esp} \quad (3.26)$$

$$I_d = I_d^{esp} \quad (3.27)$$

$$V_{di} = V_d^{esp} \quad (3.28)$$

### Controle do ângulo de disparo do retificador

As equações do modo de controle do ângulo de disparo do retificador do elo CC podem ser escritas de acordo com (3.29), (3.30), (3.31) e (3.32).

$$a_r = a_r^{lim} \quad (3.29)$$

$$\alpha_i = \alpha_i^{esp} \quad (3.30)$$

$$I_d = I_d^{reduzida} \quad (3.31)$$

$$V_{dr} = V_{dr}^{esp} \quad (3.32)$$

### Controle do ângulo de extinção do inversor

As equações do modo de controle do ângulo de extinção do inversor do elo CC podem ser escritas de acordo com (3.33), (3.34), (3.35) e (3.36).

$$\alpha_r = \alpha_r^{esp} \quad (3.33)$$

$$a_i = a_i^{lim} \quad (3.34)$$

$$I_d = I_d^{esp} \quad (3.35)$$



$$V_{dr} = V_{dr}^{esp} \quad (3.36)$$

### Controle do tap do transformador do conversor

As equações do modo de controle do tap do transformador do retificador do elo CC podem ser escritas de acordo com (3.37), (3.38), (3.39) e (3.40).

$$a_r = a_r^{esp} \quad (3.37)$$

$$\alpha_i = \alpha_i^{esp} \quad (3.38)$$

$$I_d = I_d^{esp} \quad (3.39)$$

$$V_{dr} = V_{dr}^{esp} \quad (3.40)$$

### Controle de tensão

As equações do modo de controle de tensão do elo CC podem ser escritas de acordo com (3.41), (3.42), (3.43) e (3.44).

$$\alpha_r = \alpha_r^{esp} \quad (3.41)$$

$$\alpha_i = \alpha_i^{esp} \quad (3.42)$$

$$V_{dr} I_r = P_r^{esp} \quad (3.43)$$

$$V_{dr} = V_{dr}^{esp} \quad (3.44)$$

### 3.3.2 Equações de balanço de potência para o FC com elo CC

Para sistemas de transmissão de energia elétrica com elo CC, as equações de balanço de potência ativa e reativa para as barras de interface do elo devem ser reescritas de forma a incluir as potências ativas e reativas providas da operação do elo. Dessa forma, as equações (3.1) e (3.2) passam a ser, para as barras de interface do elo CC, as equações (3.45) e (3.46), respectivamente.

$$P_{Gk} - P_{Lk} - \sum P_{km} - P_{CC} = 0, \forall k \in \mathcal{K}_{CC} \quad (3.45)$$

$$Q_{Gk} + Q_k^{sh} - Q_{Lk} - \sum Q_{km} - Q_{CC} = 0, \forall k \in \mathcal{K}_{CC} \quad (3.46)$$

Note que, em (3.45) e (3.46),  $\mathcal{K}_{CC}$  é o conjunto de todas as barras de interface dos elos CC, e  $P_{CC}$  e  $Q_{CC}$  são calculadas segundo (3.47) e (3.48) caso a barra  $k$  seja a barra de interface do retificador, e segundo (3.49) e (3.50) caso a barra  $k$  seja a de interface do inversor. Por fim, em (3.48) e (3.50), o fator 0,995 é um fator de compensação pela existência do overlap.

$$P_{CCr} = V_{dr} I_d \quad (3.47)$$

$$Q_{CCr} = \sqrt{\left(0,995 \frac{3\sqrt{2}}{\pi} a_r V_r I_d\right)^2 - P_{CCr}^2} \quad (3.48)$$

$$P_{CCi} = V_{di} I_d \quad (3.49)$$

$$Q_{CCi} = \sqrt{\left(0,995 \frac{3\sqrt{2}}{\pi} a_i V_i I_d\right)^2 - P_{CCi}^2} \quad (3.50)$$

### 3.4 Algoritmo de resolução do fluxo de carga continuado com elo CC

O algoritmo de resolução do problema de fluxo de carga continuado para SEE com elos de corrente contínua pode ser visto na Figura 3.7.

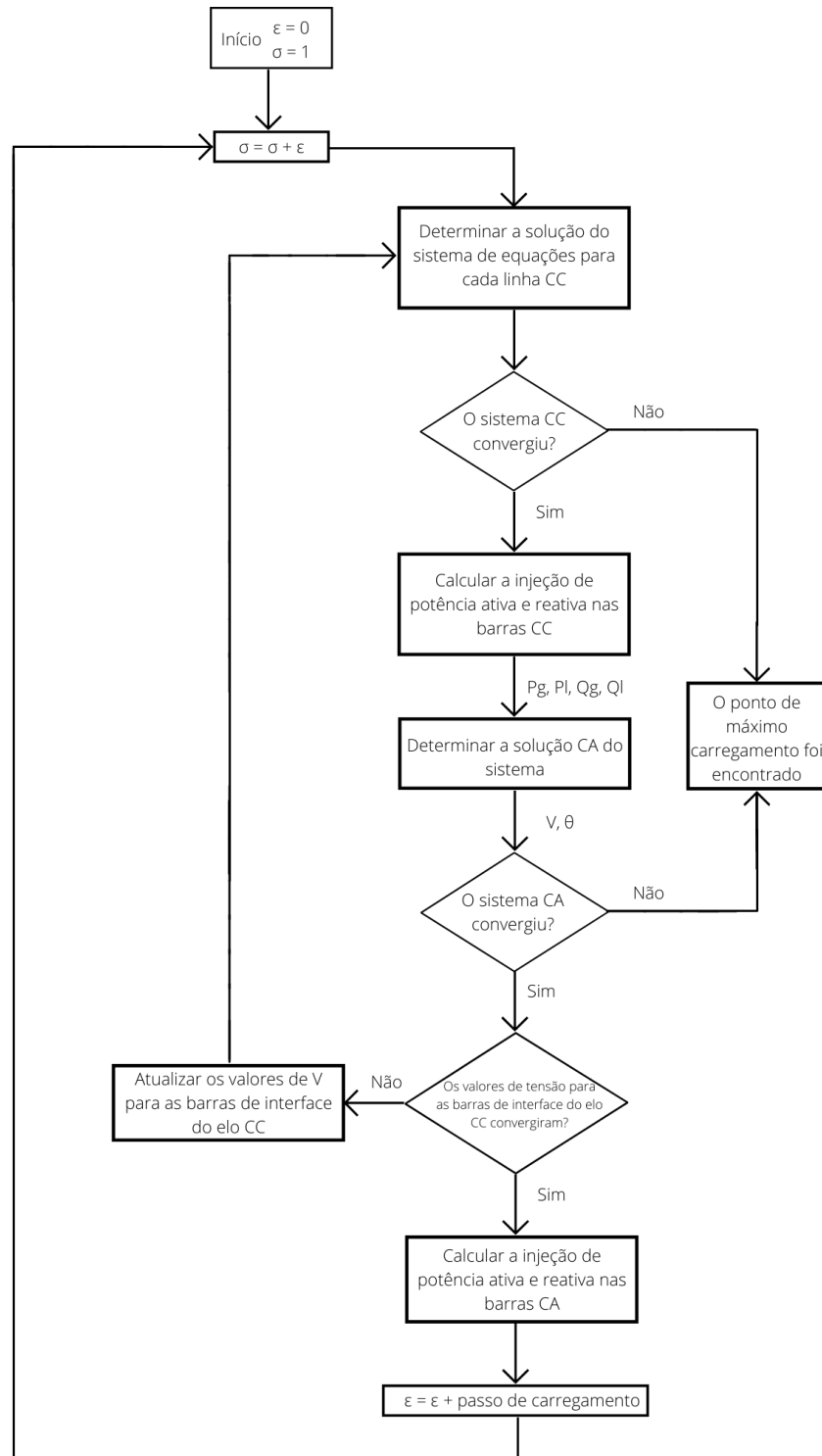


Figura 3.7: Algoritmo de resolução do fluxo de carga continuado com elo CC

# Capítulo 4

## Resultados

Nesse capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos através da aplicação do FCC para o sistema CEPEL AC/DC, que contém 8 barras, 7 linhas CA e 2 elos de corrente contínua. Os dados das barras, linhas CA e dos elos de corrente contínua, juntamente com o diagrama unifilar do sistema, podem ser observados no apêndice A. O apêndice B inclui todos os códigos utilizados para resolver o problema no software AMPL.

### 4.1 Resolução do caso base para o sistema CEPEL AC/DC

O problema de FC para o sistema com elo CC foi resolvido considerando o modo de controle de corrente do elo (descrito pelas equações 3.25, 3.26, 3.27 e 3.28), em que o retificador controla a corrente  $I_d$  e o inversor controla a tensão  $V_{di}$ , mantendo-a em seu valor especificado. Tal modo de controle foi especificado pelo banco de dados do sistema CEPEL AC/DC.

O estado do sistema, após a resolução do FC para o caso base ( $\sigma = 1$ ), pode ser visto na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Estado do sistema ( $\sigma = 1$ ) - Sistema CEPEL AC/DC

Barra ( $k$ )	Tipo	$V(p.u.)$	$\theta(^{\circ})$	$P_G(p.u.)$	$Q_G(p.u.)$
1	3	1.05	0	17.1264	7.063
2	1	1.007	-16.6936	0	-7.7388
3	1	1	-24.9653	0	0.50671
4	0	1.0237	-30.7874	0	0
5	1	0.992	-43.6944	0	-4.1743
6	1	1	-42.3318	2.4	0.26155
7	0	1.0291	-2.2913	0	0
8	0	0.98575	-29.031	0	0

Os valores das 7 variáveis dos elos CC entre as barras 1 e 2 e entre as barras 3 e 5, para o caso base, podem ser vistos nas tabelas 4.1 e 4.1.

Tabela 4.2: Variáveis CC do elo CC entre as barras 1 e 2 - Caso base ( $\sigma = 1$ )

$V_{dr}(p.u.)$	1.038
$V_{di}(p.u.)$	1.02
$I_D (p.u.)$	4.5
$a_r$	1.05819
$a_i$	1.12089
$\alpha_r (^\circ)$	12
$\alpha_i (^\circ)$	18

Tabela 4.3: Variáveis CC do elo CC entre as barras 3 e 5 - Caso base ( $\sigma = 1$ )

$V_{dr}(p.u.)$	1.03404
$V_{di}(p.u.)$	1.02
$I_D (p.u.)$	2.6
$a_r$	0.970747
$a_i$	0.995431
$\alpha_r (^\circ)$	12
$\alpha_i (^\circ)$	18

## 4.2 FCC para o sistema CEPEL AC/DC

Após a resolução do FCC para o sistema CEPEL AC/DC, foi possível obter as curvas PV que caracterizam o carregamento desse sistema. A Figura 4.1 ilustra o comportamento de todas as barras do sistema durante o carregamento. Já a Figura 4.2 contém apenas as barras de carga (barras 4, 7 e 8).

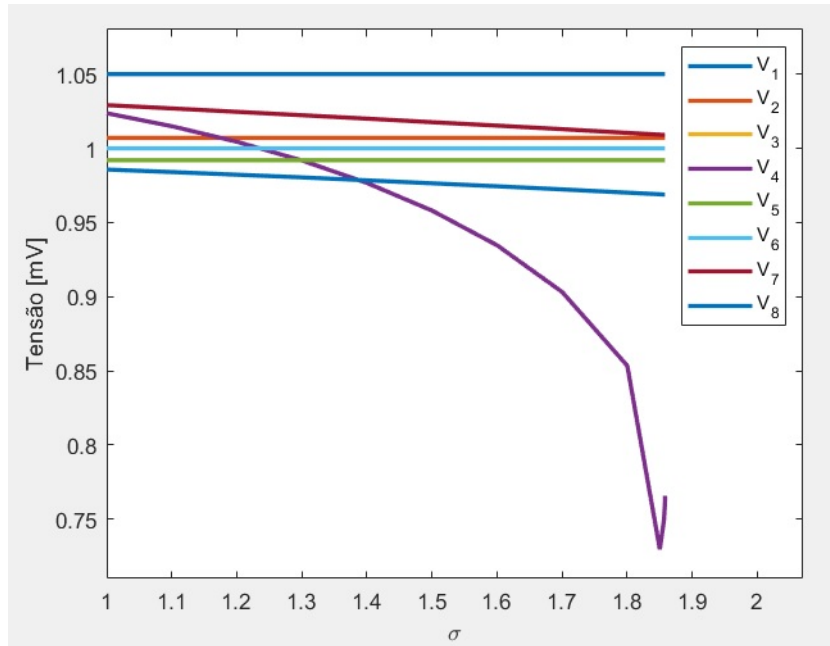


Figura 4.1: Curvas PV para o sistema CEPEL AC/DC

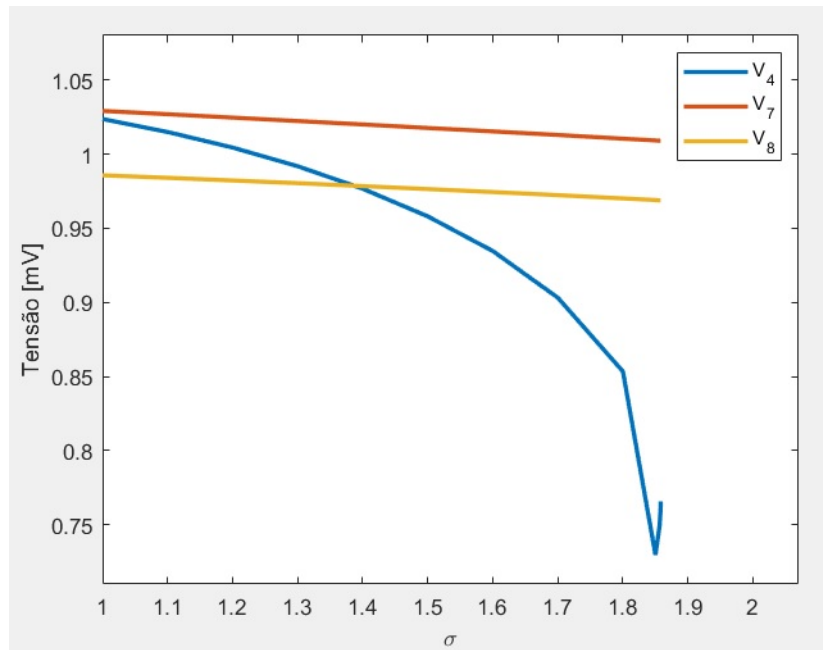


Figura 4.2: Curvas PV para as barras de carga do sistema CEPEL AC/DC

Note que, como o sistema não apresenta limite de geração de potência reativa nas barras de geração, há apenas um ponto de bifurcação em que ocorre uma BSN. Esse ponto ocorre em  $\sigma = 1,858075$ , caracterizando o máximo carregamento do sistema.

A variação da tensão em cada uma das 8 barras conforme o sistema é carregado pode ser vista na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Dados da curva PV conforme o carregamento do sistema

$\sigma$	$V_1$ (p.u.)	$V_2$ (p.u.)	$V_3$ (p.u.)	$V_4$ (p.u.)	$V_5$ (p.u.)	$V_6$ (p.u.)	$V_7$ (p.u.)	$V_8$ (p.u.)
1	1.05	1.007	1	1.0237	0.992	1	1.0291	0.9857
1.1	1.05	1.007	1	1.0149	0.992	1	1.0269	0.984
1.2	1.05	1.007	1	1.0044	0.992	1	1.0246	0.9822
1.3	1.05	1.007	1	0.9918	0.992	1	1.0223	0.9804
1.4	1.05	1.007	1	0.9766	0.992	1	1.02	0.9784
1.5	1.05	1.007	1	0.958	0.992	1	1.0176	0.9764
1.6	1.05	1.007	1	0.9346	0.992	1	1.0153	0.9744
1.7	1.05	1.007	1	0.9031	0.992	1	1.0129	0.9723
1.8	1.05	1.007	1	0.8534	0.992	1	1.0104	0.9701
1.85	1.05	1.007	1	0.7297	0.992	1	1.0092	0.969
1.8562	1.05	1.007	1	0.7489	0.992	1	1.009	0.9688
1.8578	1.05	1.007	1	0.7594	0.992	1	1.009	0.9688
1.858	1.05	1.007	1	0.7626	0.992	1	1.009	0.9688
1.8581	1.05	1.007	1	0.7641	0.992	1	1.009	0.9688
1.8581	1.05	1.007	1	0.7648	0.992	1	1.009	0.9688
1.8581	1.05	1.007	1	0.7658	0.992	1	1.009	0.9688

Por fim, o estado do sistema no ponto de máximo carregamento, juntamente com

o valor das 7 variáveis para cada um dos elos CC podem ser vistos nas tabelas 4.5, 4.2 e 4.2.

Tabela 4.5: Estado do sistema no ponto de máximo carregamento ( $\sigma = 1,858075$ ) - Sistema CEPEL AC/DC

Barra ( $k$ )	Tipo	$V(p.u.)$	$\theta(^{\circ})$	$P_G(p.u.)$	$Q_G(p.u.)$
1	3	1.05	0	34.3694	16.1464
2	1	1.007	-44.6917	0	18.9027
3	1	1	-56.7268	0	2.0668
4	0	0.76577	-89.5705	0	0
5	1	0.992	-132.1212	0	12.0324
6	1	1	-129.5664	2.4	0.20852
7	0	1.009	-4.3453	0	0
8	0	0.96879	-64.4302	0	0

Tabela 4.6: Variáveis CC do elo CC entre as barras 1 e 2 - Máximo carregamento ( $\sigma = 1,858075$ )

$V_{dr}(p.u.)$	1.038
$V_{di}(p.u.)$	1.02
$I_D$ (p.u.)	4.5
$a_r$	1.05819
$a_i$	1.12089
$\alpha_r (^{\circ})$	12
$\alpha_i (^{\circ})$	18

Tabela 4.7: Variáveis CC do elo CC entre as barras 3 e 5 - Máximo carregamento ( $\sigma = 1,858075$ )

$V_{dr}(p.u.)$	1.03404
$V_{di}(p.u.)$	1.02
$I_D$ (p.u.)	2.6
$a_r$	0.970747
$a_i$	0.995431
$\alpha_r (^{\circ})$	12
$\alpha_i (^{\circ})$	18

Note, a partir das curvas ilustradas nas figuras 4.1 e 4.2 e pela Tabela 4.4 que, antes de atingir o máximo carregamento, o valor da tensão na barra 4 aumentou, diferente do padrão observado pelas outras barras de carga ao atingir o ponto onde ocorre a BSN. Isso se deve a não-linearidade do sistema, o que pode levar o sistema a apresentar um comportamento diferente a partir de um determinado ponto de operação.



# Capítulo 5

## Considerações finais

No período referente a esse relatório, foram realizados estudos com a finalidade de descrever, modelar e implementar o elo de corrente contínua e seus modos de controle em problemas de fluxo de carga e fluxo de carga continuado.

Os resultados obtidos, que incluem o ponto de máximo carregamento para o sistema CEPEL AC/DC com dois elos CC, juntamente com as curvas PV e com a obtenção de uma BSN no ponto de colapso condizem com a teoria descrita, além de descrever o comportamento de um sistema de energia elétrica durante o carregamento.

É necessário salientar a dificuldade de se obter dados dos elos CC condizentes com os sistemas-teste de estudos de fluxo de carga (sistemas IEEE), visto que todos os dados encontrados eram de sistemas reais que apresentavam elos CC, mas que não disponibilizavam todas as informações necessárias para a resolução do FC e do FCC.

### 5.1 Atividades futuras

A partir da teoria descrita e dos resultados ilustrados, possibilidades de futuros trabalhos surgem a partir da resolução do problema de FCC para sistemas com elos CC. Entre elas:

- Resolução do problema de FCC para sistemas maiores, considerando outros possíveis modos de controle;
- Resolução do problema de FC e FCC para sistemas com elos de corrente contínua bipolares e com pontes de 12 pulsos;
- Análise de estabilidade de tensão de sistemas com elos CC diante de perturbações no sistema.



# Bibliografia

AJJARAPU, V.; CHRISTY, C. The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. *IEEE transactions on Power Systems*, Ieee, v. 7, n. 1, p. 416–423, 1992.

ALVES, D. A. et al. Obtenção do ponto de máximo carregamento em sistemas elétricos de potência utilizando novas técnicas de parametrização para o método de continuação. [sn], 2000.

ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. *Computer analysis of power systems*. [S.l.]: Wiley Online Library, 1990.

AVALOS, R. J.; CANIZARES, C. A.; MILANO, F.; CONEJO, A. J. Equivalency of continuation and optimization methods to determine saddle-node and limit-induced bifurcations in power systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, IEEE, v. 56, n. 1, p. 210–223, 2008.

BERNARDES, J. *Corrente contínua é melhor na transmissão a longa distância*. 2020. (<http://www.usp.br/agen/?p=207540>). Acesso em 19 nov. 2020.

CANIZARES, C. A. Conditions for saddle-node bifurcations in ac/dc power systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Elsevier, v. 17, n. 1, p. 61–68, 1995.

CANIZARES, C. A.; ALVARADO, F. L. Point of collapse and continuation methods for large ac/dc systems. *IEEE transactions on Power Systems*, IEEE, v. 8, n. 1, p. 1–8, 1993.

CARVALHO, E. M. R. d. Simulação de fluxo de cargas ac/dc. Universidade Federal de Campina Grande, 1983.

CUTSEM, T. V. A method to compute reactive power margins with respect to voltage collapse. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 6, n. 1, p. 145–156, 1991.

FILHO, J. A. P. Modelagem e incorporação de dispositivos de controle no problema de fluxo de potência. *Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil: Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. UFJF*, 2000.

FILHO, J. A. P.; COSTA, V. M. D.; OLIVEIRA, M. L. D.; JUNIOR, S. G. Modelagem do elo de corrente continua de itaipu para estudos de regime permanente. *IX SEPOPE, Rio de Janeiro, RJ, Brasil*, 2004.

IBA, K.; SUZUKI, H.; EGAWA, M.; WATANABE, T. Calculation of critical loading condition with nose curve using homotopy continuation method. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 6, n. 2, p. 584–593, 1991.

IRISARRI, G.; WANG, X.; TONG, J.; MOKHTARI, S. Maximum loadability of power systems using interior point nonlinear optimization method. *IEEE transactions on Power Systems*, IEEE, v. 12, n. 1, p. 162–172, 1997.

ITAIPU. *Integração ao sistema brasileiro*. 2020. <<https://www.itaipu.gov.br/energia/integracao-ao-sistema-brasileiro>>. Acesso em 19 nov. 2020.

JORDAN, D.; SMITH, P.; SMITH, P. *Nonlinear ordinary differential equations: an introduction for scientists and engineers*. [S.l.]: Oxford University Press on Demand, 2007. v. 10.

JR, H. P.; COLBORN, H. W.; COLEMAN, D.; MARRIAGE, E.; RICHARD, J.; RINDT, L.; RUBINO, L.; STAGG, G.; TRAUB, T.; VANDERGRIFF, J. et al. Common format for exchange of solved load flow data. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v. 92, n. 6, p. 1916–1925, 1973.

KUNDUR, P. Power system stability. *Power system stability and control*, CRC Press New York, NY, USA, p. 7–1, 2007.

LAGE, G. G. *O fluxo de potência ótimo reativo com variáveis de controle discretas e restrições de atuação de dispositivos de controle de tensão*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2013.

MONTICELLI, A. J. *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. [S.l.]: E. Blucher, 1983.

MONTICELLI, A. J.; GARCIA, A. *Introdução a sistemas de energia elétrica*. [S.l.]: Ed Unicamp, 1999.

ROSEHART, W.; ROMAN, C.; SCHELLENBERG, A. Optimal power flow with complementarity constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, IEEE, v. 20, n. 2, p. 813–822, 2005.

SEYDEL, R. *Practical bifurcation and stability analysis*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2009. v. 5.

STEVENSON, W. D. *Elementos de análise de sistemas de potência*. [S.l.]: McGraw-Hill do Brasil, 1974.

STOTT, B. Decoupled newton load flow. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, IEEE, n. 5, p. 1955–1959, 1972.

STOTT, B.; ALSAC, O. Fast decoupled load flow. *IEEE transactions on power apparatus and systems*, IEEE, n. 3, p. 859–869, 1974.

TINNEY, W. F.; HART, C. E. Power flow solution by newton's method. *IEEE Transactions on Power Apparatus and systems*, IEEE, n. 11, p. 1449–1460, 1967.

# Apêndice A

## Dados do sistema CEPEL AC/DC

O diagrama unifilar do sistema CEPEL AC/DC pode ser visto na Figura A.1 (CARVALHO, 1983). Note que o sistema apresenta dois elos de corrente contínua: um entre as barras 1 e 2, e outro entre as barras 3 e 5. Ambos elos de corrente contínua são monopolares e utilizam ponte de 6 pulsos.

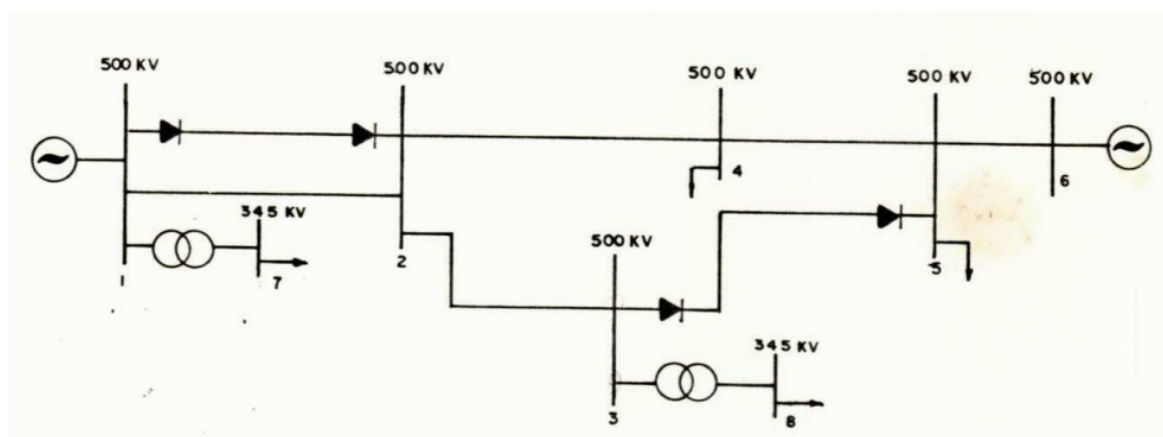


Figura A.1: Diagrama unifilar do sistema CEPEL AC/DC

Os dados das barras e linhas CA podem ser vistos nas tabelas A.1 e A.2, respectivamente. A potência base do sistema CA é 100MVA. Já os dados dos elos CC entre as barras 1 e 2 e entre as barras 3 e 5, adaptados para possibilitar a conclusão deste projeto de pesquisa, podem ser encontrados nas tabelas A.3 e A.4, respectivamente.

Tabela A.1: Dados das barras CA - Sistema CEPEL AC/DC

Barra ( $k$ )	Tipo	$V(p.u.)$	$V_{base}(kV)$	$\theta(^{\circ})$	$P_L(p.u.)$	$Q_L(p.u.)$	$P_G(p.u.)$	$b_k^{sh}(p.u.)$
1	3	1.05	500	0	0	0	0	0
2	1	1.007	500	0	0	0	0	0.65
3	1	1	500	0	0	0	0	1.75
4	0	1	500	0	1.34	-0.32	0	-1.4
5	1	0.992	500	0	13	0.5	0	0.7
6	1	1	500	0	0	0	2.4	0
7	0	1.031	345	0	1.8	0.86	0	0
8	0	1.007	345	0	2.9	0.48	0	0

Tabela A.2: Dados das linhas CA - Sistema CEPEL AC/DC

$k$	$m$	$r(p.u.)$	$x(p.u.)$	$b_{km}^{sh}(p.u.)$	$tap$
1	2	0.0017	0.0289	1.0828	0
2	3	0.0015	0.0258	0.9646	0
2	4	0.0016	0.0264	0.9871	0
4	5	0.0017	0.0286	1.0716	0
5	6	0.0006	0.01	0.4225	0
1	7	0	0.024	0	1
3	8	0	0.0241	0	1

Tabela A.3: Dados do elo CC entre as barras 1 e 2

Linha	1 - 2
$P_{base}$ (MVA)	100
$V_{base}$ (kV)	500
$R_{cr}$ (p.u.)	0.1
$R_{ci}$ (p.u.)	0.1
$R_d$ (p.u.)	0.0040
$\alpha_r^{esp}$ ( $^{\circ}$ )	12
$\alpha_i^{esp}$ ( $^{\circ}$ )	18
$\alpha_r^{min}$ ( $^{\circ}$ )	10
$\alpha_i^{min}$ ( $^{\circ}$ )	15
$I_d^{esp}$ (p.u.)	4.5
$V_{di}^{esp}$ (p.u.)	1.02
$a_r^{esp}$	1
$a_i^{esp}$	1
$a_r^{min}$	0.85
$a_r^{max}$	1.15
$a_i^{min}$	0.85
$a_i^{max}$	1.15

Tabela A.4: Dados do elo CC entre as barras 3 e 5

Linha	3 - 5
$P_{base}$ (MVA)	100
$V_{base}$ (kV)	500
$R_{cr}$ (p.u.)	0.1
$R_{ci}$ (p.u.)	0.1
$R_d$ (p.u.)	0.0054
$\alpha_r^{esp}$ ( $^{\circ}$ )	12
$\alpha_i^{esp}$ ( $^{\circ}$ )	18
$\alpha_r^{min}$ ( $^{\circ}$ )	10
$\alpha_i^{min}$ ( $^{\circ}$ )	15
$I_d^{esp}$ (p.u.)	2.6
$V_{di}^{esp}$ (p.u.)	1.02
$a_r^{esp}$	1
$a_i^{esp}$	1
$a_r^{min}$	0.85
$a_r^{max}$	1.15
$a_i^{min}$	0.85
$a_i^{max}$	1.15





# Apêndice B

## Código em AMPL

Nessa seção, será disponibilizado o código em AMPL com a implementação do problema de FC e FCC para o sistema CEPEL AC/DC.

### B.1 Arquivo cepel.dat

O arquivo cepel.dat contém os dados do sistema CEPEL AC/DC.

---

```
CEPEL AC/DC system data:

# AC bus data:

param:
bus: tipo_b volt vbase pg qgmin qgmax pc qc bsh_b :=
1 3 1.0500 500.0 0.0000 -999.9999 999.9999 0.0000 0.0000 0.0000
2 1 1.0070 500.0 0.0000 -999.9999 999.9999 0.0000 0.0000 0.6500
3 1 1.0000 500.0 0.0000 -999.9999 999.9999 0.0000 0.0000 1.7500
4 0 1.0000 500.0 0.0000 0.0000 0.0000 1.3400 -0.3200 -1.4000
5 1 0.9920 500.0 0.0000 -999.9999 999.9999 13.0000 0.5000 0.7000
6 1 1.0000 500.0 2.4000 -999.9999 999.9999 0.0000 0.0000 0.0000
7 0 1.0310 345.0 0.0000 0.0000 0.0000 1.8000 0.8600 0.0000
8 0 1.0070 345.0 0.0000 0.0000 0.0000 2.9000 0.4800 0.0000 ;

# AC branch data:

param:
branch: tipo_c r x bsh_l tap :=
1 1 2 0 0.0017 0.0289 1.0828 0.0000
2 2 3 0 0.0015 0.0258 0.9646 0.0000
3 2 4 0 0.0016 0.0264 0.9871 0.0000
4 4 5 0 0.0017 0.0286 1.0716 0.0000
5 5 6 0 0.0006 0.0100 0.4225 0.0000
```

```

6   1   7       1  0.0000  0.0240  0.0000  1.0000
7   3   8       1  0.0000  0.0241  0.0000  1.0000 ;

# Other data:

let base_MVA := 100.0;
let base_kV := 500.0;
let base_Iac := (base_MVA*10^3) / (sqrt(3)*base_kV);
let base_Idc := sqrt(3)*base_Iac;
let base_Zdc := base_kV*10^3/base_Idc;
let pi := 3.1415926535897931;

# DC data

# DC link 1-2:

let Rcr_12 := 0.1;
let Rci_12 := 0.1;
let Rd_12 := 0.0040;

let alphaset_12 := 12*(pi/180);
let alphaiset_12 := 18*(pi/180);
let Idset_12 := 4.5;
let Vdiset_12 := 1.02;

# DC link 3-5:

let Rcr_35 := 0.1;
let Rci_35 := 0.1;
let Rd_35 := 0.0054;

let alphaset_35 := 12*(pi/180);
let alphaiset_35 := 18*(pi/180);
let Idset_35 := 2.6;
let Vdiset_35 := 1.0200;

```

---

## B.2 Arquivo fccacdc.mod

O arquivo fccacdc.mod contém a declaração de parâmetros e variáveis do modelo desenvolvido para a resolução dos problemas de FC e FCC.

---

```

# AC/DC Load Flow:

```

```

# Set bus, subsets and parameters:

set bus;

param tipo_b {bus};
param volt {bus};
param vbase {bus};
param pg {bus};
param qgmin {bus};
param qgmax {bus};
param pc {bus};
param qc {bus};
param bsh_b {bus};

param p_link {bus};
param q_link {bus};

set ger = setof {k in bus: tipo_b[k] != 0} k;
set load = setof {k in bus: tipo_b[k] == 0} k;
set shunt = setof {k in bus: bsh_b[k] != 0} k;

# Set branch and parameters:

set branch within 1 .. 99999 cross bus cross bus;

param tipo_c {branch};
param r {branch};
param x {branch};
param bsh_l {branch};
param tap {branch};
param tap_min {branch};
param tap_max {branch};

param g {branch};
param b {branch};

set trafo = setof {(l,k,m) in branch: tipo_c[l,k,m] == 1 or tipo_c[l,k,m]
    == 2 or tipo_c[l,k,m] == 3} (l,k,m);

# Other AC parameters:

param base_MVA;
param base_kV;
param base_Iac;

```

```

param base_Idc;
param base_Zdc;
param pi;

param flag;
param I;
param i;
param sigma;
param delta;

# DC link data:

param Rcr_12;
param Rci_12;
param Rd_12;

param alpharset_12;
param alphaset_12;
param Idset_12;
param Vdiset_12;

param armin_12;
param armax_12;
param aimin_12;
param aimax_12;

param Rcr_35;
param Rci_35;
param Rd_35;

param alpharset_35;
param alphaset_35;
param Idset_35;
param Vdiset_35;

param armin_35;
param armax_35;
param aimin_35;
param aimax_35;

# DC variables:

var Vdr_12;
var Vdi_12;
var Id_12;

```

```

var ar_12;
var ai_12;
var alphas_12;
var alphai_12;

var Vr_12;
var Vi_12;

var Vdr_35;
var Vdi_35;
var Id_35;
var ar_35;
var ai_35;
var alphas_35;
var alphai_35;

var Vr_35;
var Vi_35;

# AC Variables:

var v {bus};
var a {bus};
var t {branch};
var va {bus};
var vb {bus};

var qg {k in ger} = -bsh_b[k]*v[k]^2 + sigma*qc[k] +
  (sum {(l,k,m) in branch} (-(b[l,k,m]+bsh_l[l,k,m])*(v[k]/t[l,k,m])^2 +
    (v[k]*v[m]/t[l,k,m])*(b[l,k,m]*cos(a[k]-a[m])-g[l,k,m]
    *sin(a[k]-a[m])))) +
  sum {(l,m,k) in branch} (-(b[l,m,k]+bsh_l[l,m,k])*v[k]^2 +
    (v[k]*v[m]/t[l,m,k])*(b[l,m,k]*cos(a[k]-a[m])-g[l,m,k]
    *sin(a[k]-a[m])))) + q_link[k]);

# Equations:

# DC link 1-2:

subject to y1_12: Vdr_12 - (3*sqrt(2)/pi)*ar_12*Vr_12*cos(alphas_12) +
  (3/pi)*Rcr_12*Id_12 = 0;

subject to y2_12: Vdi_12 - (3*sqrt(2)/pi)*ai_12*Vi_12*cos(alphai_12) +
  (3/pi)*Rci_12*Id_12 = 0;

```

```

subject to y3_12: Vdr_12 - Vdi_12 - Rd_12*Id_12 = 0;

subject to y4_12: alphaset_12 - alphas_12 = 0;

subject to y5_12: alphaset_12 - alphai_12 = 0;

subject to y6_12: Idset_12 - Id_12 = 0;

subject to y7_12: Vdiset_12 - Vdi_12 = 0;

# DC link 3-5:

subject to y1_35: Vdr_35 - (3*sqrt(2)/pi)*ar_35*Vr_35*cos(alphas_35) +
    (3/pi)*Rcr_35*Id_35 = 0;

subject to y2_35: Vdi_35 - (3*sqrt(2)/pi)*ai_35*Vi_35*cos(alphai_35) +
    (3/pi)*Rcr_35*Id_35 = 0;

subject to y3_35: Vdr_35 - Vdi_35 - Rd_35*Id_35 = 0;

subject to y4_35: alphaset_35 - alphas_35 = 0;

subject to y5_35: alphaset_35 - alphai_35 = 0;

subject to y6_35: Idset_35 - Id_35 = 0;

subject to y7_35: Vdiset_35 - Vdi_35 = 0;

# AC system:

subject to lamb_DP {k in bus: tipo_b[k] != 3}:
    sigma*pg[k] - sigma*pc[k] -
    (sum {(l,k,m) in branch} (g[l,k,m]*(v[k]/t[l,k,m])^2 -
        (1/t[l,k,m])*v[k]*v[m]*(g[l,k,m]*cos(a[k]-a[m])+b[l,k,m]
            *sin(a[k]-a[m])))) +
    sum {(l,m,k) in branch} (g[l,m,k]*v[k]^2 -
        (1/t[l,m,k])*v[k]*v[m]*(g[l,m,k]*cos(a[k]-a[m])+b[l,m,k]
            *sin(a[k]-a[m])))) + p_link[k]) = 0;

subject to lamb_DQ {k in load}:
    - bsh_b[k]*v[k]^2 - sigma*qc[k] -
    (sum {(l,k,m) in branch} (-(b[l,k,m]+bsh_l[l,k,m])*(v[k]/t[l,k,m])^2 +
        (1/t[l,k,m])*v[k]*v[m]*(b[l,k,m]*cos(a[k]-a[m])-g[l,k,m]

```

```

    *sin(a[k]-a[m])) +
    sum {(l,m,k) in branch} (-(b[l,m,k]+bsh_l[l,m,k])*v[k]^2 +
    (1/t[l,m,k])*v[k]*v[m]*(b[l,m,k]*cos(a[k]-a[m])-g[l,m,k]
    *sin(a[k]-a[m])) + q_link[k]) = 0;

subject to lamb_v {k in ger}:
    v[k] - volt[k] - va[k] + vb[k] = 0;

subject to lamb_qgva {k in ger}:
    (qg[k] - qgmin[k])*va[k] = 0;

subject to lamb_qgvb {k in ger}:
    (qgmax[k] - qg[k])*vb[k] = 0;

subject to pi_qgmin {k in ger}:
    qg[k] - qgmin[k] >= 0;

subject to pi_qgmax {k in ger}:
    qgmax[k] - qg[k] >= 0;

# Problem specification:

problem dc_link_12:
    Vdr_12,
    Vdi_12,
    Id_12,
    ar_12,
    ai_12,
    alphas_12,
    alphai_12,
    y1_12,
    y2_12,
    y3_12,
    y4_12,
    y5_12,
    y6_12,
    y7_12;

problem dc_link_35:
    Vdr_35,
    Vdi_35,
    Id_35,
    ar_35,
    ai_35,

```

```

    alphas_35,
    alphai_35,
    y1_35,
    y2_35,
    y3_35,
    y4_35,
    y5_35,
    y6_35,
    y7_35;

problem ac_load_flow:
    {k in bus: tipo_b[k] != 3} a[k],
    {k in bus: tipo_b[k] == 0} v[k],
    lamb_DP,
    lamb_DQ;

problem ac_load_flow_vg_control:
    {k in bus: tipo_b[k] != 3} a[k],
    {k in bus: tipo_b[k] == 0} v[k],
    {k in ger} va[k],
    {k in ger} vb[k],
    lamb_DP,
    lamb_DQ,
    lamb_v,
    lamb_qgva,
    lamb_qgvb,
    pi_qgmin,
    pi_qgmax;

```

---

## B.3 Arquivo fccacdc.run

O arquivo fccacdc.run contém o algoritmo de resolução do problema de FC e FCC. Os resultados do FCC são impressos em um arquivo de texto nomeado “results.txt”.

---

```

# Problem resolution:

reset;
option solver conopt;

# Problem model and data:

model fccacdc.mod;

data cepel.dat;

```



```

# Initialization of variables, specification of limits and calculation of
  parameters:

for {k in bus}
{
  let a[k] := 0.0;
  let v[k] := volt[k];

  let p_link[k] := 0.0;
  let q_link[k] := 0.0;

  let va[k] := 0.0;
  let vb[k] := 0.0;
};

for {(l,k,m) in branch}
{
  let g[l,k,m] := r[l,k,m]/(r[l,k,m]^2 + x[l,k,m]^2);
  let b[l,k,m] := -x[l,k,m]/(r[l,k,m]^2 + x[l,k,m]^2);

  if tap[l,k,m] = 0.0 then
    let t[l,k,m] := 1.0;
  else
    let t[l,k,m] := tap[l,k,m];

  let tap_min[l,k,m] := 0.90;
  let tap_max[l,k,m] := 1.10;
};

# AC/DC Continuation Load Flow:

let flag := 0;
let I := 0;
let i := 0;

let sigma := 1;
let delta := 0.1;

printf "CEPEL %d-bus AC/DC PV curve data:\n\nIteration sigma v_1 v_2 v_3
  v_4 v_5 v_6 v_7 v_8", card(bus) > results.txt;

repeat {
  let Vr_12 := v[1];

```

```

let Vi_12 := v[2];

solve dc_link_12;

display Vdr_12, Vdi_12, Id_12, ar_12, ai_12, alphas_12, alphai_12;

let Vr_35 := v[3];
let Vi_35 := v[5];

solve dc_link_35;

display Vdr_35, Vdi_35, Id_35, ar_35, ai_35, alphas_35, alphai_35;

let p_link[1] := Vdr_12*Id_12;
let q_link[1] := sqrt((0.995*(3*sqrt(2)/pi)*ar_12*Vr_12*Id_12)^2 -
    p_link[1]^2);

let p_link[2] := -Vdr_12*Id_12;
let q_link[2] := -sqrt((0.995*(3*sqrt(2)/pi)*ai_12*Vi_12*Id_12)^2 -
    p_link[2]^2);

let p_link[3] := Vdr_35*Id_35;
let q_link[3] := sqrt((0.995*(3*sqrt(2)/pi)*ar_35*Vr_35*Id_35)^2 -
    p_link[3]^2);

let p_link[5] := -Vdr_35*Id_35;
let q_link[5] := -sqrt((0.995*(3*sqrt(2)/pi)*ai_35*Vi_35*Id_35)^2 -
    p_link[5]^2);

solve ac_load_flow;

if solve_result == "solved?" then
{

    let flag := 0;
    let I := I + 1;

    for {k in bus: tipo_b[k] == 3}
    {
        let pg[k] := pc[k] +
            (sum {(l,k,m) in branch} (g[l,k,m]*(v[k]/t[l,k,m])^2 -
                (1/t[l,k,m])*v[k]*v[m]*(g[l,k,m]*cos(a[k]-a[m])+b[l,k,m]
                    *sin(a[k]-a[m])))) +
            sum {(l,m,k) in branch} (g[l,m,k]*v[k]^2 -
                (1/t[l,m,k])*v[k]*v[m]*(g[l,m,k]*cos(a[k]-a[m])+b[l,m,k]
                    *sin(a[k]-a[m])))) + p_link[k]);
    }
}

```

```
};

display I, sigma;
display pg, v, a, qg;

printf "\n%9d %.6f ", I, sigma > results.txt;

for {k in bus}
{
    printf "%.4f ", v[k] > results.txt;
};

let sigma := sigma + delta;
}
else
{
    let sigma := sigma - delta;
    let delta := delta/2;
    let sigma := sigma + delta;
    let i := i + 1;

    if i > 15 then
        let flag := 1;

};

} while flag == 0;
```

---



# Apêndice C

## Artigo SpliTech 2021

Este anexo traz a impressão do artigo submetido ao *6th International Conference on Smart and Sustainable Technologies 2021* (SpliTech 2021) intitulado *A Two-Stage Approach to Solve Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow Auction Systems by means of PSO and the Continuation Power Flow*. Esse congresso ocorreu de 8 a 11 de setembro de 2021 em Split e Bol (ilha de Brac), Croácia. Esse artigo foi publicado nos anais do congresso e disponibilizado na plataforma IEEEXplore (DOI: 10.23919/SpliTech52315.2021.9566411).

# A Two-Stage Approach to Solve Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow Auction Systems by means of PSO and the Continuation Power Flow

Enza R. de Sampaio Ferreira  
*Departamento de Computação*  
*Universidade Federal do Piauí*  
Teresina, Brazil  
enzasampaiof@hotmail.com

Rafael M. Barros  
*Departamento de Computação*  
*Universidade Federal do Piauí*  
Teresina, Brazil  
rfebarros@ufpi.edu.br

Joaquim M. Gaspar  
*Departamento de Engenharia Elétrica*  
*Universidade Federal de São Carlos*  
São Carlos, Brazil  
joaquimminarelligaspar@estudante.ufscar.br

Guilherme G. Lage  
*Departamento de Engenharia Elétrica*  
*Universidade Federal de São Carlos*  
São Carlos, Brazil  
glage@ufscar.br

Ricardo A. L. Rabelo  
*Departamento de Computação*  
*Universidade Federal do Piauí*  
Teresina, Brazil  
ricardoalr@ufpi.edu.br

**Abstract**—Given the recent progresses in designing and implementing electricity market optimization-based tools to support power allocations that bridge the gap between supply and demand, the realistic modeling of optimal power flow-based auction systems provide transparent and higher transaction levels among market players, as well as more accurate locational marginal prices. Nevertheless, actual voltage stability/security representation in these auction systems remains an open question. Thus, this paper proposes a two-stage resolution framework for a nonlinear Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow (VSCOPF)-based auction system. The first stage of the proposed framework consists in solving a single-period two-sided VSCOPF-based auction system model by a Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm, which adjusts active power allocations and generator voltage magnitudes while verifying if the grid's technical-operational constraints are satisfied by power flow calculations. The system voltage stability/security is addressed in the second stage by a maximal loading problem solved by the Continuation Power Flow method. Then, if a minimal voltage stability/security margin condition is not satisfied, active power allocations and generator voltage magnitudes are readjusted by the PSO to comply with stable/secure power allocations. Results with a 6-bus test-system are presented to illustrate this proposal and, therefore, show the effectiveness of proposing a two-stage resolution framework for VSCOPF-based auction systems.

**Index Terms**—auction system, continuation power flow, optimal power flow, particle swarm optimization, voltage stability/security

## I. INTRODUCTION

The power sector has experienced major changes due to its process of deregulation around the world, and these changes are reflected in the design and mathematical modeling of electricity markets [1]–[3]. Auctions have been formally introduced in this sector as a transparent mechanism to attain

fair, open, timely and competitive procurement processes as such a deregulation is implemented [4].

In addition to fostering competition in the electricity sector among market players (producers and purchasers), electricity auctions for energy procurement allow for efficient and cost-effective power dispatch [5]. In this context, the use of Optimal Power Flow (OPF)-based tools have become of utmost importance, ensuring power balance and that technical, operational and voltage stability/security limits are fulfilled. However, the proper representation of voltage stability/security in such auction models is still an open question [6].

In [7], voltage stability/security constraints in a single-period OPF-based auction system for short-term energy procurement in hybrid electricity markets are modeled based on a artificial neural network functional approximation of the voltage stability/security boundaries; this approach demands the calculation of maximal loading points in the voltage stability/security boundary for training and validating of the artificial neural network, which demands a high computational effort. [8] and [6] propose voltage stability representation by means of voltage stability indices, namely the minimum singular value of the power system Jacobian and the tangent vector norm of Power Flow (PF) solution manifold, respectively, in a Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow (VSCOPF) auction system for the short-term energy procurement in hybrid markets; however, such indices are difficult to predict given their nonlinear profile and assigning a general critical value to ensure minimal stability margins is too conservative and potentially lead to inappropriate price signals.

Many optimization techniques have been applied to solve

Optimal Power Flow (OPF) problems and can be divided into two groups: mathematical programming techniques and metaheuristics. Mathematical programming techniques are deterministic and usually use derivatives to determine the search direction to achieve the local optima. However, OPF consists of a class of large nonlinear and non-convex optimization problems in which more than one local optimum may exist. Furthermore, it is pointed out that the non-convex feasible region may still be disconnected [9]. Consequently, the use of stochastic methods that employ probabilistic rules to potentially achieve the global solution of optimization problems, namely metaheuristics, has gained popularity in order to overcome the limitations imposed by the inherent characteristics of OPFs to mathematical programming techniques. Among these metaheuristics, Particle Swarm Optimization (PSO) has shown good performance to solve OPF problems [10], [11], and it is used to address many complex optimization problems that are nonlinear, non-differentiable, and multimodal. One of its main advantages is the noticeable high convergence rate [12]–[14].

Therefore, the objective of this work is to propose a two-stage resolution framework for a nonlinear Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow (VSCOPF)-based auction system. The first stage of the proposed framework consists in solving a single-period two-sided VSCOPF-based auction system model by a Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm, which adjusts active power allocations and generator voltage magnitudes while verifying if the grid's technical -operational constraints are satisfied by power flow calculations. The system voltage stability/security is addressed in the second stage by a maximal loading problem solved by the Continuation Power Flow (CPF) method. Then, if a minimal voltage stability/security margin condition is not satisfied, active power allocations and generator voltage magnitudes are readjusted by the PSO to comply with stable/secure power allocations. Results with a 6-bus test-system are presented to illustrate this proposal and, therefore, show the effectiveness of proposing a two-stage resolution framework for VSCOPF-based auction systems.

The remainder of this work is organized as follows. Section II presents the modeling of the VSCOPF auction system and the system of algebraic equations and inequations from which the maximal loading is determined by the CPF. Section III features the two-stage proposed framework to solve such a VSCOPF. In Section IV, the numerical results for a 6-bus test-system are presented to validate our proposal. At last, the main conclusions of this work are highlighted in Section V.

## II. VSCOPF AUCTION SYSTEM MODELING

The modeling of the VSCOPF auction system and the system of algebraic equations and inequations from which the maximal loading is determined are presented below.

### A. VSCOPF-Based Auction System

The VSCOPF-based auction system considered in this paper aims at maximizing the social welfare, so that producers maximize their income from the allocation of supply bid blocks

while purchasers minimize the prices paid for their allocated demand bid blocks, subject to power balance, supply and demand bid limits and technical, operational and voltage stability/security constraints. Power system voltage stability/security is ensured by a constraint based on an implicit function that represents the maximal loading problem and takes as its argument the allocated bid blocks and voltage magnitudes in generation buses. Thus, considering a transmission grid with  $n_B$  buses and  $n_T$  transmission branches, the single-period two-sided VSCOPF auction system is formulated as:

$$\max_{P_S, P_D, Q_G, \delta, V} C_D^T P_D - C_S^T P_S \quad (1a)$$

$$\text{s.t:} \quad \Delta P(P_S, P_D, \delta, V) = 0, \quad (1b)$$

$$\Delta Q(P_D, Q_G, \delta, V) = 0, \quad (1c)$$

$$P_S^{\min} \leq P_S \leq P_S^{\max}, \quad (1d)$$

$$P_D^{\min} \leq P_D \leq P_D^{\max}, \quad (1e)$$

$$Q_G^{\min} \leq Q_G \leq Q_G^{\max}, \quad (1f)$$

$$V^{\min} \leq V \leq V^{\max}, \quad (1g)$$

$$\sigma(P_S, P_D, V_G) > 1, \quad (1h)$$

where  $P_S \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the nonnegative vector of supply power bid blocks in per unit (p.u.), with  $P_S^{\min} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $P_S^{\max} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  representing the lower and upper supply bid blocks limits, respectively;  $P_D \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the nonnegative vector of demand power bid blocks in p.u., with lower and upper limits given, respectively, by  $P_D^{\min} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $P_D^{\max} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$ ;  $Q_G \in \mathcal{R}^{n_B}$  is the vector of reactive power generation in p.u., with limits given by  $Q_G^{\min} \in \mathcal{R}^{n_B}$  and  $Q_G^{\max} \in \mathcal{R}^{n_B}$ ;  $\delta \in \mathcal{R}^{n_B}$  is the vector of voltage phase angles in radians (for the slack bus is set to 0 rad.);  $V \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the vector of voltage magnitudes in p.u. with limits given by  $V^{\min} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $V^{\max} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$ , where  $V_G \subset V$  is the vector of voltage magnitudes on generation buses and  $V_L \subset V$  is the vector of voltage magnitudes on load buses;  $C_S \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $C_D \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  are, respectively, the vectors of supply and demand price bids in \$/MWh;  $\Delta P : \mathcal{R}_+^{4n_B} \rightarrow \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $\Delta Q : \mathcal{R}_+^{4n_B} \rightarrow \mathcal{R}_+^{n_B}$  are the vectors of active and reactive power balance, respectively;  $\sigma : \mathcal{R}^{3n_B} \rightarrow \mathcal{R}_+$  is an adimensional implicit function defined in terms of  $P_S$ ,  $P_D$  and  $V_G$  that represents the power system critical loading associated with voltage stability/security boundaries and imposes that supply and demand acceptance blocks allow minimum levels of security.

In Equation (1b) and Equation (1c), the active and reactive power balances in bus  $k \in B$ , where  $B$  is the set of all system buses, are:

$$\Delta P_k = P_{G_k} + P_{S_k} - (P_{L_k} + P_{D_k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} P_{km}(\delta, V), \quad (2)$$

$$\Delta Q_k = Q_{G_k} + (Q_{L_k} + K_{L_k} P_{D_k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} Q_{km}(\delta, V), \quad (3)$$

where  $P_G \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  represents the active power outputs of must-run generators in p.u. and, therefore, does not participate in

market bidding;  $P_L \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $Q_L \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  are the inelastic active and reactive loads in p.u. and do not take part in the market bidding;  $K_L \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is a vector of adimensional parameters used to model the increase in reactive load in terms of  $P_D$  to maintain a constant power factor;  $\mathcal{K}$  is the set of buses indexes connected to the  $k \in B$  bus plus the  $k$  bus itself; and  $P_{km}$  and  $Q_{km}$  are the active and reactive power flows through transmission branch  $\{k, m\} \in T$ , where  $T$  is the ordered set of bus index pairs representing a transmission line or a transformer connecting one bus to another, given by:

$$P_{km} = V_k V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), \quad (4)$$

$$Q_{km} = V_k V_m (G_{km} \sin \delta_{km} - B_{km} \cos \delta_{km}), \quad (5)$$

where  $G_{km}$  and  $B_{km}$ , are respectively the real and imaginary parts of the element  $Y_{km}$  in the bus admittance matrix; and  $\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$ .

In (1), the objective function (1a) is the social welfare. Constraints (1b) and (1c) are the PF equations. Constraints (1d) and (1e) limits the accepted power supply and demand bid blocks. Constraint (1f) denotes the limits of reactive power generation. Constraint (1g) limits the voltage magnitudes in all buses. At last, constraint (1h) is the voltage stability/security constraint defined by an implicit function of  $P_S$ ,  $P_D$  and  $V_G$ . This function represents the system maximal loading level with allocated supply and demand bid blocks and ensure that the accepted bid blocks allow minimal stability/security margins. The problem formulation to determine such a loading level is presented in the following.

#### B. Power System Maximal Loading Problem

The voltage-stability/security constraint (1h) is an implicit function in terms of  $P_S$ ,  $P_D$  and  $V_G$ , which associates the system loading level with the state of the system at that point. It claims that the maximal (critical) loading  $\sigma$  must be bigger than 1, imposing that supply and demand blocks allow minimum levels of stability/security. The maximal loading is, thus, determined by the CPF, which consists in successively solving the following algebraic system of equations and inequations in a parameterized fashion (since, for  $n$  equalities, there are  $n + 1$  variables) [15]:

$$\Delta P^c(P_S, P_D, \sigma, K_G, \delta^c, V^c) = 0, \quad (6a)$$

$$\Delta Q^c(P_D, \sigma, Q_G^c, \delta^c, V^c) = 0, \quad (6b)$$

$$Q_G^{\min} \leq Q_G^c \leq Q_G^{\max}, \quad (6c)$$

$$V^{\min} \leq V^c \leq V^{\max}, \quad (6d)$$

$$I^c(\delta^c, V^c) \leq I^{\max}, \quad (6e)$$

where the superscript  $c$  is used to differentiate functions and dependent variables in the auction system VSCOPF (1) from those in maximal loading problem (6);  $K_G$  is an adimensional scalar used to represent a distributed slack bus (it is assumed that the active power losses in the load flow calculation

are distributed among all generators in proportion to their respective power injections);  $I : \mathcal{R}^{2n_B} \rightarrow \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the vector of current line magnitude in p.u. in transmission branches, whose limits are given by  $I^{\max} \in \mathcal{R}_+^{n_T}$  in p.u. (thermal limits); and  $P_S$ ,  $P_D$  and  $V_G$  are the parameters in (6) determined in the VSCOPF auction system (1).

The maximal (critical) loading point in (6) is associated to the voltage magnitude, thermal and voltage stability limits.

In Equation (6a) and Equation (6b), respectively, the active and reactive power balances for the  $k \in B$  bus are:

$$\Delta P_k^c = (\sigma + K_G)(P_{G_k} + P_{S_k}) - \sigma(P_{L_k} + P_{D_k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} P_{km}(\delta^c, V^c) \quad (7)$$

$$\Delta Q_k^c = Q_{G_k}^c - \sigma(Q_{L_k} + K_{L_k} P_{D_k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} Q_{km}(\delta^c, V^c) \quad (8)$$

### III. PROPOSED APPROACH

This section presents the proposed two-stage framework to solve the proposed VSCOPF-based auction system by a PSO algorithm and the maximal loading problem by the CPF method. Furthermore, the proposed approach flowchart is summarized in Figs. 1 and 2.

#### A. Particle Swarm Optimization

The PSO is a population-based search method, in which there is a simulation of the social behavior of birds within a flock [16]. In it, individuals designated as particles follow a very simple behavior: imitating the success of neighboring individuals and their own successes, where each particle represents a potential solution [17]. It is initialized with a random group of particles and they move to seek the ideal position with the best solution for the objective function.

In the solution space, each particle occupies a given position and moves at a certain speed, using its own experience, in addition to the experience of all particles. This new position is a random combination of its previous speed and the current position, where, in each iteration, the position of each particle is updated by the best fitness value, namely  $P_{best}$ . Among these  $P_{best}$ , each particle knows the best value in the group, namely  $G_{best}$  [18], [19]. After a certain number of iterations, search points are expected to reach the global optimum.

The updated speed and position of the particles are determined according to (9) and (10):

$$V_i^{k+1} = W * V_i^k + c_1 * rand_1 * (P_{best_i} - X_i^k) + c_2 * rand_2 * (G_{best_i} - X_i^k) \quad (9)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (10)$$

where  $V_i^k$  is the current velocity of particle  $i$  in iteration  $k$ ;  $V_i^{k+1}$  is the updated particle speed in iteration  $k + 1$ ;  $W$  is the weight of inertia and it is used to control the impact of the



previous speed story,  $rand_1$  and  $rand_2$  are random numbers between 0 and 1;  $P_{best_i}$  is the best value found by particle  $i$  up to iteration  $k$ ;  $G_{best_i}$  is the best particle  $i$  found in the group up to iteration  $k$ ;  $X_i^k$  is the current position of particle  $i$  in iteration  $k + 1$ ;  $X_i^{k+1}$  is the current position (modified search point) of particle  $i$  in iteration  $k + 1$ ;  $c_1$  and  $c_2$  are acceleration constants and represent the weighting factors of the acceleration terms that pull each particle to positions  $P_{best}$  and  $G_{best}$ .

### B. Continuation Power Flow

The CPF is an algorithm based on the successive resolution of the PF problem reformulated to include the loading parameter  $\sigma$  as in (2) and (3). With the addition of this parameter, the PF equations are solved in a parameterized fashion as a function of the increase of the loading parameter [15].

Thus, it is possible to find the maximal (critical) loading point ( $\sigma$ ), which characterizes the voltage collapse point. At this point, the stable and unstable equilibrium points merge, and this merging is mathematically represented by a bifurcation (either a saddle-node or a limit-induced bifurcation). From that point on, the set of the PF equations no longer has solutions [15].

The advantage of using the CPF over direct methods (optimization-based) as a way to determined the maximal loading is, besides being based on standard PF algorithms, to obtain additional information regarding the PF solution manifold accounting for technical and operational limits towards the maximal point.

### C. Approach Operation

The proposed framework is introduced in this subsection. First, the PSO is deployed to solve the VSCOPF and obtain the values for its decision variables that will, in the next stage, be used as parameters in the maximum loading problem. Fig. 1 describes the steps for solving the VSCOPF-based auction system.

In the first four steps, the PSO parameters are provided to solve the auction system and obtain the supply and demand bid allocations and the voltage magnitude in generation buses. Then, the PF is calculated to determine the social welfare. Thus, it is obtained the vectors of all dependent and independent variables and, therefore, the state associated with the best fitness is determined.

The Fig. 2 describes the maximal loading problem solved by the CPF method.

After obtaining the results from the VSCOPF-based auction system by the PSO algorithm, the vector with the best fitness is used as parameter in the maximal loading problem. Then, the critical loading value is determined by the CPF method. If a minimal voltage stability/security margin condition is not satisfied, active power allocations and generator voltage magnitudes are readjusted in another round of execution of the first stage to comply with stable/secure power allocations. This process continues while any constraint in the VSCOPF-based auction system is not met.

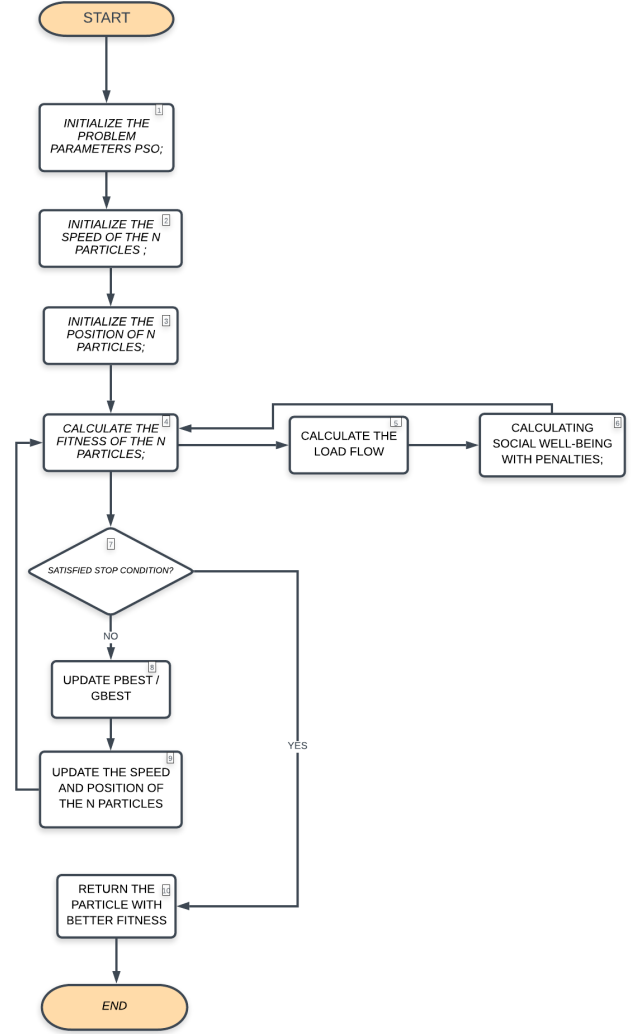


Fig. 1. Operation of the Proposed Approach of the PSO Auction System.

## IV. EXPERIMENTS AND RESULTS

This section presents numerical results and discussions to validate the proposed VSCOPF-based auction system and the CPF by means of a 6-bus test-system, where the bus, branch and security data are presented in [5].

### A. Case Study

In this case study, the proposed framework is deployed to analyze active power allocations by VSCOPF-based auction system when the voltage stability/security boundary is defined by the binding lower voltage magnitude limit in bus 5. In this analysis, the power base  $S^{base}$  is 100 MVA, the voltage base  $V^{base}$  is 500 kV and the upper and lower limits of voltage magnitudes are 0.90 p.u. and 1.10 p.u., respectively.

The parameters of the PSO in this analysis are: number of particles ( $n = 70$ ), weight of linearly decreasing inertia ( $w_0 = 1.0$  and  $w_f = 0.4$ ), cognitive acceleration component and social acceleration component ( $c_1 = 2.0$  and  $c_2 = 2.0$ ),

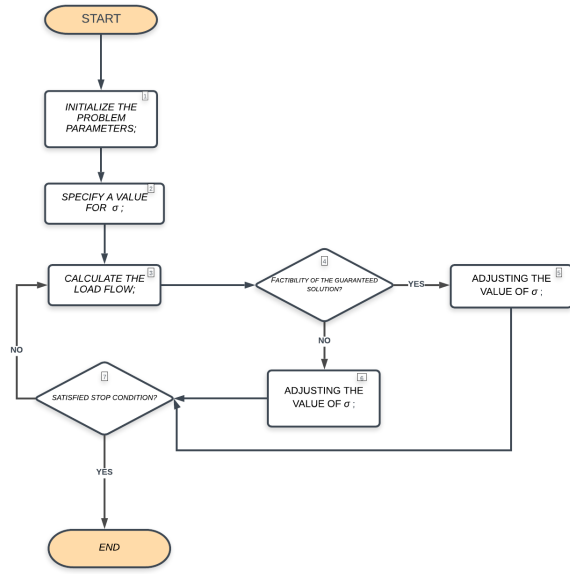


Fig. 2. Operation of the Proposed Continuation Power Flow Approach.

number of executions (30), error tolerance for the fitness function ( $10^4$ ), number of iterations and network star topology. The parameters of the CPF in this analysis are: error tolerance for PF convergence ( $10^{-6}$ ).

The statistical analyses that are performed are: calculation of the average of the executions for the objective function and decision variables, calculation of the mode for the values of the objective function and calculation of the standard deviation of the values of the objective function.

The results below are compared to the ones in [8]. Table I shows the results of the best solution for the applied meta-heuristic and the above mentioned parameter settings.

TABLE I  
RESULT OF THE BEST SOLUTION FOR THE STUDY CASE

Participant[k]	$P_S$ [MW]	$P_D$ [MW]	$V$ [p.u.]	$Q_G$ [MVar]
1	0.000000	-	1.100000	44.7849
2	25.000000	-	1.100000	77.2048
3	20.000000	-	1.100000	73.9445
4	-	25.000000	1.021081	-
5	-	10.000000	1.012586	-
6	-	8.124160	1.038778	-
Social Welfare [\$]:122.1795240452				

Fig. 3 shows how random start particles converge towards the best solution, reaching a point of stagnation where all particles remain at that point.

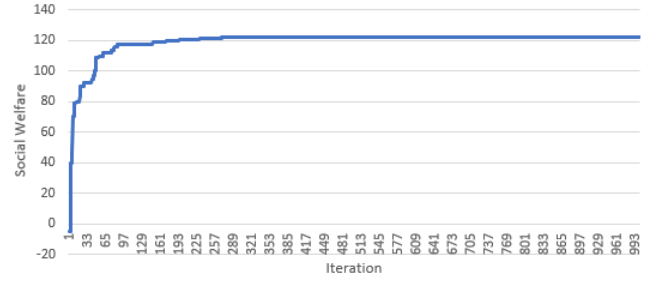


Fig. 3. Best Solution with PSO.

Fig. 4 presents the evaluation of executions. Notice that the standard deviation reaches zero when the particles converge to the same solution.

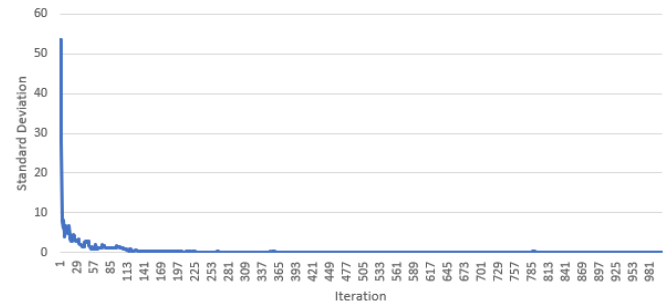


Fig. 4. Statistical Analysis of the Standard Deviation of Executions.

Fig. 5 features the average of the evaluations, showing that the particles always tend to converge to the best solution, following the behavior of their neighbors.

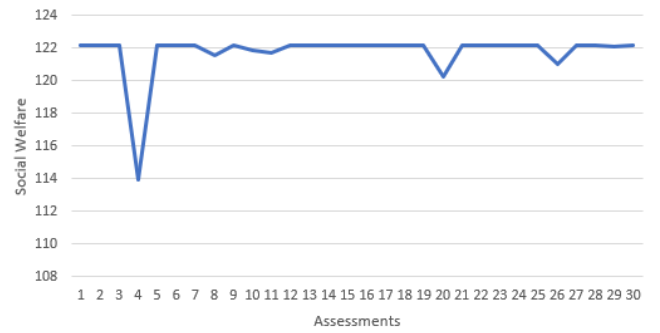


Fig. 5. Statistical Analysis of Average Executions.

In the best solution,  $\sigma = 1.66885$ , and it is possible to observe that bus 5 reached its lower voltage magnitude limit (0.90 p.u.), characterizing the maximal loading. The system state at the maximal loading is shown in Table II, and the PV curves determined by the CPF are presented in Fig. 6.

TABLE II  
SYSTEM STATE AT THE MAXIMAL LOADING ( $\sigma = 1.66885$ )

Bus	V (p.u.)	$\delta$ (deg.)	$P_G$ (MW)	$Q_G$ (Mvar)
1	1.1	0	156.22	140.17
2	1.0708	-0.79437	286.4	150
3	1.0686	-3.3798	138.86	150
4	0.9264	-6.4267	0	0
5	0.9000	-8.7959	0	0
6	0.9507	-7.9688	0	0
$K_G = 0.0669$				

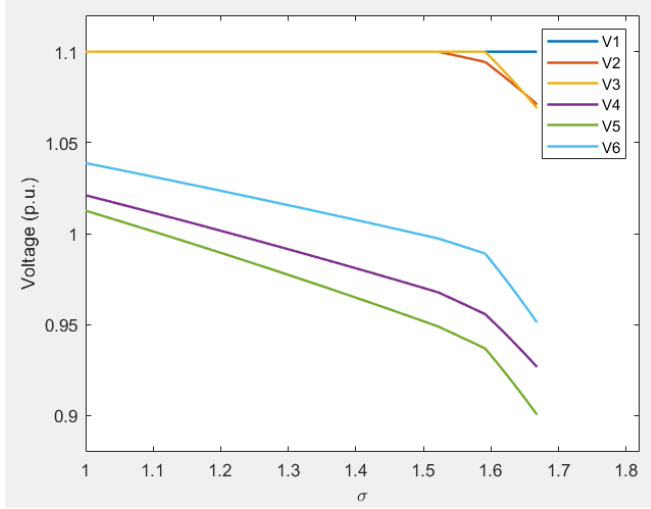


Fig. 6. PV curves with stable/secure equilibrium points for the 6-bus test-system.

## V. CONCLUSIONS

This work presented a two-stage framework to account for voltage stability/security in OPF-based auction systems for the short-term energy procurement in hybrid electricity markets. The featured framework is based on the application of the PSO algorithm and the CPF method, which, in turn, are entirely based on PF calculations. As a result, the proposed framework provided stable, secure and accurate power allocations for supply and demand when compared to results in the correlate literature, and for the presented case study, this framework may be deemed effective and robust. Future work will consider different case studies in which voltage stability/security is associated with thermal limits and saddle-node and limit-induced bifurcations, as well as larger power systems.

## REFERENCES

- [1] S. Torres Franco and I. Duran, "Auction model simulator for the colombian electricity market," in *2018 IEEE PES Transmission Distribution Conference and Exhibition - Latin America (T D-LA)*, 2018, pp. 1–5.
- [2] X. Xue, C. Zhou, Y. Zhu, Z. Li, and Y. Zeng, "Research on evaluation indicators system for electricity market in china," in *2019 IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT Asia)*, 2019, pp. 3095–3098.
- [3] I. MacGill, A. Bruce, and M. Zekulich, "Electricity market norms vs power system norms: the example of primary frequency response in the australian national electricity market," in *2020 IEEE Power Energy Society General Meeting (PESGM)*, 2020, pp. 1–5.
- [4] L. Maurer and L. Barroso, *Electricity Auctions: An Overview of Efficient Practices*. The World Bank, 2011.

- [5] F. Milano, C. Canizares, and M. Invernizzi, "Multiobjective optimization for pricing system security in electricity markets," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, no. 2, pp. 596–604, 2003.
- [6] G. G. Lage, G. R. M. da Costa, and C. A. Cañizares, "Limitations of assigning general critical values to voltage stability indices in voltage-stability-constrained optimal power flows," in *2012 IEEE International Conference on Power System Technology (POWERCON)*, 2012, pp. 1–6.
- [7] V. J. Gutierrez-Martinez, C. A. Cañizares, C. R. Fuerte-Esquivel, A. Pizano-Martinez, and X. Gu, "Neural-network security-boundary constrained optimal power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, no. 1, pp. 63–72, 2011.
- [8] R. J. Avalos, C. A. Canizares, and M. F. Anjos, "A practical voltage-stability-constrained optimal power flow," in *2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, 2008, pp. 1–6.
- [9] D. Lee, K. Turitsyn, D. K. Molzahn, and L. A. Roald, "Feasible path identification in optimal power flow with sequential convex restriction," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, no. 5, pp. 3648–3659, 2020.
- [10] A. Bakirtzis, P. Biskas, C. Zoumas, and V. Petridis, "Optimal power flow by enhanced genetic algorithm," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 17, no. 2, pp. 229–236, 2002.
- [11] C. Roa-Sepulveda and B. Pavez-Lazo, "A solution to the optimal power flow using simulated annealing," in *2001 IEEE Porto Power Tech Proceedings (Cat. No.01EX502)*, vol. 2, 2001, pp. 5 pp. vol.2–.
- [12] L. Lai and J. Ma, "Power flow control in facts using evolutionary programming," in *Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, vol. 1, 1995, pp. 109–.
- [13] C.-R. Wang, H.-J. Yuan, Z.-Q. Huang, J.-W. Zhang, and C.-J. Sun, "A modified particle swarm optimization algorithm and its application in optimal power flow problem," in *2005 International Conference on Machine Learning and Cybernetics*, vol. 5, 2005, pp. 2885–2889 Vol. 5.
- [14] M. S. Kumari, G. Priyanka, and M. Sydulu, "Comparison of genetic algorithms and particle swarm optimization for optimal power flow including facts devices," in *2007 IEEE Lausanne Power Tech*, 2007, pp. 1105–1110.
- [15] V. Ajjarapu and C. Christy, "The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 7, no. 1, pp. 416–423, 1992.
- [16] J. Kennedy and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," in *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, vol. 4, 1995, pp. 1942–1948 vol.4.
- [17] B. Sharma and M. Pandit, "Security constrained optimal power flow employing particle swarm optimization," 03 2012.
- [18] L. Rafik, L. Slimani, and T. Bouktir, "Particle swarm optimization applied to the economic dispatch problem," *Journal of Electrical Systems*, vol. 2, 01 2006.
- [19] K. Mohamed, K. Rao, and K. N. Md Hasan, "Application of particle swarm optimization and its variants to interline power flow controllers and optimal power flow," 07 2010, pp. 1 – 6.



## Apêndice D

### **Artigo submetido à *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects***

Este anexo traz a impressão do artigo submetido à revista *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*, cujo título é “An Approach based on Particle Swarm Optimization and Continuation Power Flow for Solving Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow Auction Systems”, juntamente com o seu comprovante de submissão.

---

**Fwd: Submission received for Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects (Submission ID: 211725892)**

1 mensagem

**Ricardo de Andrade UFPI** <ricardoalr@ufpi.edu.br>

31 de dezembro de 2021 16:05

Para: Joaquim Minarelli Gaspar <joaquimminarelligaspar@gmail.com>, Guilherme Guimarães Lage <glage@ufscar.br>, Rafael Ma <rfebarros@gmail.com>, Rafael Martins Barros <rfebarros@ufpi.edu.br>, Enza Rafaela de Sampaio Ferreira <enzasampaiof@hotmail.com>, Enza Rafaela de Sampaio Ferreira <enzasampaiof@gmail.com>

----- Forwarded message -----

De: &lt;ueso-peerreview@journals.tandf.co.uk&gt;

Date: sex., 31 de dez. de 2021 às 16:02

Subject: Submission received for Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects (Submission ID: 211725892)

To: &lt;ricardoalr@ufpi.edu.br&gt;



**Taylor & Francis**  
Taylor & Francis Group

Dear Ricardo Rabelo,

Thank you for your submission.

Submission ID	<b>211725892</b>
Manuscript Title	<b>An Approach based on Particle Swarm Optimization and Continuation Power Flow for Solving Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow Auction Systems</b>
Journal	<b>Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects</b>

You can check the progress of your submission, and make any requested revisions, on the Author Portal.

Thank you for submitting your work to our journal.

If you have any queries, please get in touch with [ueso-peerreview@journals.tandf.co.uk](mailto:ueso-peerreview@journals.tandf.co.uk).

Kind Regards,

*Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects* Editorial Office

Taylor & Francis is a trading name of Informa UK Limited, registered in England under no. 1072954.

Registered office: [5 Howick Place, London, SW1P 1W](#).

--  
Att.

**Ricardo de Andrade**

Universidade Federal do Piauí - UFPI

Centro de Ciências da Natureza - CCN

Departamento de Computação - DC

Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação - PPGCC

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEE

Laboratório de Otimização, Sistemas Inteligentes e Soluções Autônomas - OASIS Lab



# An Approach based on Particle Swarm Optimization and Continuation Power Flow for Solving Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow Auction Systems

Enza R. de Sampaio Ferreira<sup>1</sup>, Rafael M. Barros<sup>2</sup>, Joaquim M. Gaspar<sup>3</sup>, Guilherme G. Lage<sup>4</sup>, and Ricardo A. L. Rabelo<sup>5</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal do Piauí, Departamento de Computação, Teresina, Brazil, enzasampaiof@hotmail.com

<sup>2</sup>Universidade Federal do Piauí, Departamento de Computação, Teresina, Brazil, rfebarros@ufpi.edu.br

<sup>3</sup>Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Engenharia Elétrica, São Carlos, Brazil, joaquimminarel-ligaspar@estudante.ufscar.br

<sup>4</sup>Universidade Federal de São Carlos, Departamento de Engenharia Elétrica, São Carlos, Brazil, glage@ufscar.br

<sup>5</sup>Universidade Federal do Piauí, Departamento de Computação, Teresina, Brazil, ricardoalr@ufpi.edu.br

---

## Abstract

In view of the changes brought about in the competitive electricity markets, several market structures were proposed to promote competition in order to obtain electricity, and one of them was the auction markets for the purchase/sale of energy. Energy auctions refer to the business carried out to contract energy, but the implementation of new transmission lines and the carrying out of these transactions require the definition of rules on tariffs, safety and quality of services among sector agents, since prices accessible to consumers and clarity in negotiations between generators and concessionaires must be guaranteed. Therefore, this work proposes a Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow (VSCOPF) model and its resolution structure. In this modeling, the external problem is an optimal power flow auction system with single-period voltage-stability/security, whose voltage stability constraint depends on the stability limits/security-constrained determined by the internal problem formulated as a problem of maximal power system loading. The solution structure is based on the application of the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm to solve the auction system, in addition to the solution of maximal loading problem by Continuation Power Flow respecting restrictions of voltage magnitudes and reactive power generation and use of the penalty method. Experiments with a 6-bus IEEE system and case studies were carried out to validate the proposal and show the effectiveness of applying of this approach for power acquisition in electricity markets, applying the PSO and Continuation Power Flow.

---

## Keywords

auction systems, optimal power flow, particle swarm optimization, continuation power flow, voltage stability/security constraint

## Nomenclature

### Acronyms

<i>PF</i>	Power Flow;
<i>CPF</i>	Continuation Power Flow;
<i>OPF</i>	Optimal Power Flow;
<i>IEEE</i>	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers;</i>
<i>MW</i>	Mega-watt;
<i>MVar</i>	Mega-volt-ampere reactive;



$PSO$  Particle Swarm Optimization;  
 $p.u.$  per unit;  
 $VSI$ s Voltage Stability Indices;  
 $VSCOPF$  Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow.

## Sets and Indices

$\mathcal{B}$  is the set of bus indices;  
 $\mathcal{K}$  is the set of slash indices connected to slash  $k \in B$  plus slash  $k$ ;  
 $\mathcal{T}$  is the set of ordered pairs of bus index representing a transmission line, a transformer, or a transformer in phase connecting one bus to another;  
 $k$  bus index  $k$  where  $k \in B$ ;  
 $m$  bus index  $m$  being  $m \in B$ ;  
 $k, m$  is the transmit branch from bus  $k$  to bus  $m$ , where  $k, m \in T$ .

## Variables and Parameters

$P_S$  is the vector of the blocks of non-negative supply offers (supply bids) of active power in p.u unit;  
 $P_S^{\min}, P_S^{\max}$  represents blocks of non-negative minimum and maximum active power offer proposals in p.u.;  
 $P_D$  is the vector of non-negative active power supply-demand blocks (demand bids) accepted in p.u.;  
 $P_D^{\min}, P_D^{\max}$  represents non-negative minimum and maximum active power demand supply blocks in p.u.;  
 $Q_G$  is the reactive power generation vector in p.u.;  
 $Q_G^{\min}, Q_G^{\max}$  minimum and maximum limits of reactive power generation in p.u.;  
 $I$  is the vector of the current magnitudes in p.u.;  
 $I^{\max}$  maximum limits of line currents;  
 $\delta$  is the voltage phase angle vector in radians;  
 $V$  is the vector of the voltage magnitudes in p.u.;  
 $V^{\min}, V^{\max}$  is the vector of the limits of voltage magnitudes;  
 $V_G$  is the vector of the voltage magnitudes in the generating buses;  
 $V_C$  is the vector of the voltage magnitudes in the load bus;  
 $\Delta P$  active power balance vector in p.u.;  
 $\Delta Q$  reactive power balance vector in p.u.;  
 $\sigma$  is a dimensionless implicit function defined in terms of  $P_S$ ,  $P_D$  and  $V_G$  that represents the critical loading of the power system;  
 $P_G$  represents the active outputs of mandatory operation generators in p.u.;  
 $P_L, Q_L$  active and reactive inelastic charges;  
 $K_L$  represents dimensionless parameters used to model the increase in reactive load in terms of  $P_D$ ;  
 $K_G$  is a dimensionless scalar used to represent a slack bus;

$P_{km}, Q_{km}$	active and reactive power flows through the transmission branch $k, m \in T$ .
$Y$	admittance matrix;
$G_{km}$	real part of $Y_{km}$ element in admittance matrix bus;
$B_{km}$	imaginary parts of the $Y_{km}$ element in the admittance matrix bus;
$\Phi_{km}$	is the phase shift angle if the transmission branch $k, m \in T$ is a phase shift transformer;
$g_{km}$	the series conductance in p.u. from the transmission branch $k, m \in T$ ;
$b_{km}$	the serial susceptiblity in p.u. from the transmission branch $k, m \in T$ ;
$b_{km}^{sh}$	is the line derivation susceptiblity in p.u. if the transmission branch $k, m \in T$ is a transmission line;
$b_k^{sh}$	is the equivalent susceptiblity in p.u. of the shunt element (capacitor bank or reactor) connected to the bus $k \in B$ ;
$t_{km}$	is the tap rate in p.u. if the transmission branch $k, m \in T$ is a transformer.

## Constants

$C_S$	the active power price bid vectors;
$C_D$	the active power price demand vectors;
$\eta_B$	number of buses;
$\eta_T$	number of transmission branches;
$\eta_G$	number of generation bus.

## Introduction

There has been growing interest in the use of auctions in the electricity sector as a way to promote efficient purchases and foster competition in all sectors [1], whether generation, distribution and transmission. Therefore, auctions were formally introduced in this sector as they are a transparent mechanism that should achieve a fair, timely and competitive procurement process [2], as a deregulation/privatization process has been implemented to keep up with the changes suffered in the electricity markets. The significant increase in transactions for the purchase of energy and the implementation of new transmission lines associated with the electricity markets, impose the maintenance of the system's security, being, therefore, one of the main concerns of market operators. One of the challenges, however, is the adequate representation of voltage stability/security in power systems with implemented auction models, in order to guarantee a stable operation operation at satisfactory electricity prices among market participants [3].

Producers and buyers are looking for transparent, lower-cost active power allocations to supply and demand, so negotiating long, medium and short-term electricity contracts can bridge the gap between supply and demand [2]. Such purpose can be achieved by tools based on OPF, since such optimization techniques have been applied for its resolution, which can be mathematical and metaheuristic programming techniques. The OPF consists of a class of large, non-linear, non-convex optimization problems, in which there may be more than one great location, in addition to the non-convex feasible region [4].

Many approaches found in the literature may not represent real limits of voltage -stability/security or provide inadequate price signals, making their practical use difficult. In [1] two new techniques are proposed to include contingencies in electricity market calculations based on OPF. The formulation of the OPF problem includes stress stability constraints and a load parameter to ensure an adequate stability margin for the market solution. Both methods are tested on a 6-bus system and a realistic 129-bus network model, considering bids of supply and demand. Local marginal prices and nodal congestion prices resulting from the solutions are proposed, as well as comparisons with results obtained using a standard OPF technique from the literature.

In [5], a stability/security-constrained based on second order approximations of voltage-stability/security and signal stability limits is proposed to impose a certain level of security on the expected minimum operating cost based on OPF under variations of stochastic parameters. Although the actual stability limit consists of intersecting and internally bonded collectors associated with saddle node bifurcations, limit induced and Hopf and thermal limits. Despite being quite accurate, this approach has a high computational cost, as it requires the calculation of the entire stability/security frontier, the search for the approximation point around which the second approximation of the order of each variety is more accurate, the real second-order approximation for each pre and post contingency operating scenario and post contingency corrective actions.

In [6], a Levenberg-Marquardt artificial neural network approximation with a different architecture is proposed to enhance voltage stability in a bilateral VSCOPF auction system for short-term power acquisition in hybrid electricity markets. In addition to requiring the calculation of the entire voltage stability/security limit for training and validation of artificial neural networks and, therefore, having a high computational cost, both approaches to approximate voltage stability/security limits are dependent on the architecture of the artificial neural network, as well as the definition of appropriate activation functions and training algorithms.

In [7], a security constraint based on first order stability approximations / voltage security and stability limits considering  $N - 1$  power system contingencies is applied in a stability OPF auction system - unilateral voltage security for long-term power acquisition in deregulated electricity markets. A heuristic to reduce the number of hyperplanes in the safety constraint is also proposed so that such an approach does not result in an excessively large linear programming problem. In addition to requiring the calculation of the entire safety limit, maximum absolute errors of about 0.8 and 10 in the security limit approximation accounting for the proposed heuristic are reported for case studies with the IEEE test systems of 9 and 118 bus, respectively. Consequently, this can make its practical application difficult and compromise the accuracy of the proposed security representation for larger systems.

In [8] a two-stage approach is proposed for solving an Auction system based on Optimal Power Flow in power transmission networks, it is a previous work by the authors, but it still has some limitations, as not all the restrictions of the models presented were not used, as it would be necessary to apply techniques that would make the approach work compared to a bilevel model and the insertion of new ones case studies. Where the first stage consists of solving a single-period auction system model. Mains voltage stability/security is ensured in the second stage, by solving the maximum loading problem. The proposed approach is based on the application of the Particle Swarm Optimization (PSO) algorithm to solve the auction system, in addition to the adjustment in loading by Continuation Power Flow (CPF) respecting restrictions of voltage magnitudes and reactive power generation. A 6-bus test system is used to numerically illustrate these results and show the effectiveness of proposing a two-stage auction system for short-term power acquisition in the electricity markets and ensuring adequate system security conditions as well as prices best electricity.

In [9], social well-being and distance to the point of maximum loading are maximized in a Multi-Objective Power Flow Optimal Auction System with Voltage Stability/Security Constraint (VSCOPF) for power acquisition in the short term in hybrid electricity markets. Voltage stability / security limits are applied in the auction system by a set of active and reactive power balance equations associated with the maximal loading operating point, load limits to ensure minimum and maximum security levels, power generation limits reactive power, voltage magnitude limits, and current

thermal limits. In [10] a Hybrid Particle Swarm Optimization (HPSO) algorithm is shown as a modern optimization tool to solve the discrete Optimal Power Flow (OPF) problem that has discrete and continuous variables. The objective functions considered are the real power losses of the system, the fuel cost and the gaseous emissions of the generating units. The proposed algorithm makes use of the PSO, known for its global search capability, to allocate the ideal control configurations, while the Newton-Raphson algorithm minimizes the unbalance of the power flow equations. To demonstrate its robustness, the proposed algorithm was tested in an IEEE 30-bus system with six generating units. The results are compared to the solutions obtained from the results of the MATPOWER software that employs a sequential quadratic programming algorithm to solve the OPF. In addition, a study of adjustment of HPSO parameters in relation to the OPF problem is presented and analyzed.

In [11] it deals with the Optimal Power Flow (OPF) which is one of the most effective tools both for analyzing current systems and for planning new power systems. In the manuscript an Artificial Intelligence (AI) application is applied based on heuristic methods that can solve OPF problems with a given precision compared to conventional methods. The total cost of generation per hour of the generating units is minimized as an objective function to meet the load demand and system losses. The Genetic Algorithm (GA) and PSO methods are developed using MATLAB applied to the IEEE 14 and 30 bus systems to solve the OPF problem. As a result of the use of OPF performed with the use of PSO and GA, the optimal solutions were compared with similar studies in the literature. It was determined that the PSO algorithm developed in the scope of this work presents lower cost results than the GA developed for this study and the GA studies that are present in the literature. In [12] an algorithm based on Particle Swarm Optimization (PSO) for Optimal Power Flow (OPF) is presented in a Thermal Unit Economic Combined Emission Dispatch (CEED) environment while satisfying constraints such as generation limits of reactive power, power balances and thermal limits of lines. This method is dynamic in nature and overcomes the shortcomings of other evolutionary computing techniques, such as premature convergence, and provides high quality solutions. The performance of the proposed method was demonstrated in the 30 bus system with six generating units. The problem was formulated as a single optimization problem to obtain as objectives the solution to the problem of optimal power flow with combined fuel cost and environmental impact. The results obtained by the proposed method are better than any other evolutionary computing techniques so far compared. Therefore, this work aims to present and analyze solutions for an auction system problem with Optimal Power Flow solved by the PSO, as well as to solve a problem of maximal loading of a transmission network, for short-term energy acquisition in the markets of electricity. In this modeling, the external problem is formulated as a single-period VSCOPF auction system whose Voltage-Stability/Security-Constraints (VSC) depends on the limits determined by the internal problem, which is formulated as a maximal loading problem [13],[14]. Both problems are non-linear and non-convex, and their resolution structure is carried out through the application of the PSO to solve the auction system in order to maximize social welfare in the supply and demand bids, as well as to solve a problem of maximal loading by Continuation Power Flow, making additional loads respecting active and reactive power balance equations and guaranteeing the stability/security of the system's voltage in addition to the application of the penalty method in the objective function. Case studies are presented to validate and illustrate the applicability of the VSCOPF model and its resolution framework. As a result, safe operating conditions and appropriate price signals are obtained that are responsible for the stability/security of the system in power acquisition. Given the importance of keeping up with changes in competitive markets, using optimization techniques inserted in the sophistication of computational resources, the relevance of proposing an approach based on metaheuristics to accompany such advances is verified.

In order to detail the problem modeling and its solution structure, the rest of this article is organized as follows. Section II presents the proposed modeling of the VSCOPF auction system for short-term power acquisition. Section III presents the proposed approach to solve the problem. In Section IV the results to validate the VSCOPF model are presented and discussed. Finally, the main contributions and conclusions of this work are highlighted and summarized in Section V.

## Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow (VSCOPF)

This section presents the proposed modeling of the auction system (VSCOPF) for short-term power acquisition in electricity markets.

### VSCOPF Auction System

The single-period Voltage-Stability/Security-Constrained Optimal Power Flow (VSCOPF) auction system aims to maximize the social welfare function to ensure that producers maximize their revenue in accepted bidding blocks active power supply and buyers minimize the prices paid. Thus, the single-period VSCOPF auction system is formulated, considering a transmission network with  $\eta_B$  bus and  $\eta_T$  transmission branches, by:

$$\begin{aligned}
& \max_{P_S, P_D, Q_G, \delta, V} & C_D^T P_D - C_S^T P_S & (1a) \\
& \text{s.t:} & \Delta P(P_S, P_D, \delta, V) = 0, & (1b) \\
& & \Delta Q(P_D, Q_G, \delta, V) = 0, & (1c) \\
& & P_S^{\min} \leq P_S \leq P_S^{\max}, & (1d) \\
& & P_D^{\min} \leq P_D \leq P_D^{\max}, & (1e) \\
& & Q_G^{\min} \leq Q_G \leq Q_G^{\max}, & (1f) \\
& & V^{\min} \leq V \leq V^{\max}, & (1g) \\
& & \sigma(P_S, P_D, V_G) > 1 & (1h)
\end{aligned}$$

where  $P_S \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the vector of the blocks of non-negative supply offers (supply bids) of active power in unit (pu), with  $P_S^{\min} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $P_S^{\max} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  represent blocks of proposals for offering non-negative minimum and maximum active power in p.u.;  $P_D \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the vector of non-negative active power demand supply blocks (demand bids) accepted in p.u., with  $P_D^{\min} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $P_D^{\max} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  represent power demand supply blocks active minimum and non-negative maximum in p.u.;  $C_S \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $C_D \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  are, respectively, the costs of the supply and demand prices in \$/MWh, defined in terms of the elements of  $P_S$  and  $P_D$ ;  $V \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the vector of the voltage magnitudes in p.u. with limits given by  $V^{\min} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $V^{\max} \in \mathcal{R}_+^{n_B}$ , where  $V_G \subset V$  is the vector of voltage magnitudes in the generation bus;  $\delta \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the voltage phase angle vector in radians (for the reference slack it is set to 0 rad.);  $Q_G \in \mathcal{R}^{n_B}$  is the reactive power generation vector in p.u., with limits given by  $Q_G^{\min} \in \mathcal{R}^{n_B}$  and  $Q_G^{\max} \in \mathcal{R}^{n_B}$ ;  $\Delta P : \mathcal{R}_+^{4n_B} \rightarrow \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $\Delta Q : \mathcal{R}_+^{4n_B} \rightarrow \mathcal{R}_+^{n_B}$  are, respectively, the active and reactive power balance vectors in p.u.;  $\sigma : \mathcal{R}^{3n_B} \rightarrow \mathcal{R}_+^{n_B}$  is a dimensionless implicit function defined in terms of  $P_S, P_D$  and  $V_G$  it represents the critical loading of the power system associated with voltage stability/security limits, that is, it imposes that supply and demand acceptance blocks allow minimum safety levels.

In Equation (2) and Equation (3), the active and reactive power balances in the bus  $k \in B$ , where  $B$  is the set of all bus systems, are:

$$\Delta P_k = P_{G_k} + P_{S_k} - (P_{L_k} + P_{D_k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} P_{km}(\delta, V), \quad (2)$$

$$\Delta Q_k = Q_{G_k} + (Q_{L_k} + K_{L_k} P_{D_k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} Q_{km}(\delta, V), \quad (3)$$

where  $P_G \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  represents the active outputs of mandatory operation generators in p.u. and, therefore, does not participate in bids;  $P_L \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  and  $Q_L \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  are the active and reactive inelastic charges in p.u. and do not also participate in the bids;  $K_L \in \mathcal{R}_+^{n_B}$  is a vector of dimensionless parameters used to model the increase in reactive load in terms of  $P_D$  to maintain a constant power factor;  $\mathcal{K}$  is the set of bus indices connected to the bus  $k \in B$  plus the bus  $k$  itself; and  $P_{km}$  and  $Q_{km}$  are the active and reactive power flows through the transmission branch  $\{k, m\} \in T$ , where  $T$  is the ordered set of pairs of bus index that represent a transmission line or a transformer connecting one bus to another, given by:

$$P_{km} = V_k V_m (G_{km} \cos \delta_{km} + B_{km} \sin \delta_{km}), \quad (4)$$

$$Q_{km} = V_k V_m (G_{km} \sin \delta_{km} - B_{km} \cos \delta_{km}), \quad (5)$$

where  $G_{km}$  and  $B_{km}$ , are respectively the real and imaginary parts of the element  $Y_{km}$  in the bus of the admittance matrix; and  $\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$ .

In (1), the objective function (1a) is social welfare. The constraints (1b) and (1c) are the Charge Flow equations. The constraints (1d) and (1e) limit the blocks of accepted bids of power supply and demand. Constraint (1f) denotes the limits of reactive power generation. The constraint (1g) limits the voltage magnitudes across all buses. Finally, the constraint (1h) is the voltage stability/security constraint defined by an implicit function of  $P_S, P_D$  and  $V_G$ . This function represents the maximal loading level of the system with allocated supply and demand blocks and ensures that accepted supply blocks allow for minimal stability/security margins. The problem formulation to determine this loading level is presented below.

### Formulation of the Maximal Loading Problem of the Power System

The voltage stability/security constraint (1h) is an implicit function in terms of  $P_S$ ,  $P_D$  and  $V_G$ , which associates the system loading level with the system state that moment. It states that the maximum (critical) loading  $\sigma$  must be greater than 1 (1h), imposing that the supply and demand blocks allow for minimal levels of stability/security. The Continuation Power Flow, which consists of solving successively the following algebraic system of equations and inequalities in a parameterized way (since, for  $n$  equalities, there are  $n + 1$  variables) [15] is applied to solve the problem. Thus, the maximal loading problem is formulated by:

$$\Delta P^c(P_S, P_D, \sigma, K_G, \delta^c, V^c) = 0, \quad (6a)$$

$$\Delta Q^c(P_D, \sigma, Q_G^c, \delta^c, V^c) = 0, \quad (6b)$$

$$Q_G^{\min} \leq Q_G^c \leq Q_G^{\max}, \quad (6c)$$

$$V^{\min} \leq V^c \leq V^{\max} \quad (6d)$$

$$I^c(\delta^c, V^c) \leq I^{\max} \quad (6e)$$

where the superscript  $c$  is used to differentiate the functions and dependent variables in the VSCOPF auction system (1) and those in the formulation of the maximal loading problem (6);  $K_G$  is a dimensionless scalar used to represent a distributed slack bus (it is assumed that the active power losses in the power flow calculation are distributed among all generators in proportion to their respective power injections);  $I : \mathcal{R}^{2n_B} \rightarrow \mathcal{R}_+^{n_B}$  is the vector of currentline magnitudes in p.u. in the transmission branches, whose limits are given by  $I^{\max} \in \mathcal{R}_+^{n_T}$  in p.u. (thermal limits); and  $P_S, P_D$  and  $V_G$  are the parameters in (6) determined in the VSCOPF auction system (1). Since the constraints (6d) and (6e) are not active, the critical loading is at the stability boundary for voltage collapse.

In the equation (6a) and equation (6b), respectively, the active and reactive power swings for the  $k \in B$  are:

$$\Delta P_k^c = (\sigma + K_G)(P_{G_k} + P_{S_k}) - \sigma(P_{L_k} + P_{D_k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} P_{km}(\delta^c, V^c) \quad (7)$$

$$\Delta Q_k^c = Q_{G_k}^c - \sigma(Q_{L_k} + K_{L_k} P_{D_k}) - \sum_{m \in \mathcal{K}} Q_{km}(\delta^c, V^c) \quad (8)$$

If the constraints (6d) and (6e) are not active, the critical load is at the real stability limit (great location in (6) conditions corresponds to an induced static saddle or static bifurcation node).

### Proposed Resolution Methodology

This section presents the methodology for solving a model of optimal power flow with voltage stability/security (VSCOPF) to solve the auction system with PSO and the maximal loading problem by Continuation Power Flow. The metaheuristic, the CPF and all applied methods are described in detail, as well as how the approach works.

### Particle Swarm Optimization

The Particle Swarm Optimization algorithm or simply PSO is a search method based on the simulation of the social behavior of birds within a flock [16], being stochastic and interactive. In it, individuals designated as particles follow a very simple behavior: imitate the success of other individuals within a search space [17] in order to find optimal regions in this search space, where each particle represents a solution in potential.

In solution space, each particle occupies a given position and moves at a certain speed, using its own experience in addition to those of its neighbors. The position update is a random combination of your previous speed and the current position, where at each step, the position of each particle is updated by the best aptitude value, called  $P_{best}$ . Among these  $P_{best}$ , each particle knows its best value in the group, called  $G_{best}$  [18, 19]. After a certain number of iterations, the points within the search space try to reach an optimal solution to the problem.

The updated velocity and position of the particles are defined according to the equations (9) and (10):

$$V_i^{k+1} = W * V_i^k + c_1 * rand_1 * (P_{best_i} - X_i^k) + c_2 * rand_2 * (G_{best_i} - X_i^k) \quad (9)$$

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^{k+1} \quad (10)$$



where  $V_i^k$  is the current velocity of the particle  $i$  in the  $k$  iteration;  $V_i^{k+1}$  is the updated velocity of the particle in the iteration  $(k+1)$ ;  $W$  is the inertia weight,  $rand_1$  and  $rand_2$  are the random numbers between 0 and 1;  $P_{best_i}$  is the best value found by the  $i$  particle up to the  $k$  iteration, that is, it reflects the information exchanged within the particle's neighborhood, reflecting the local knowledge of the environment;  $G_{best_i}$  is the best particle found in the group up to iteration  $k$ , that is, the particle velocity update reflects information obtained from all particles in the swarm;  $X_i^k$  is the current position of the  $i$  particle in  $(k+1)$  iterations;  $X_i^{k+1}$  is the current position (modified search point) of the particle  $i$  in the iteration  $(k+1)$ ;  $c_1$  and  $c_2$  are the acceleration constants and represent the weighting factors of the acceleration terms that pull each particle to the positions  $P_{best}$  and  $G_{best}$ .

In addition to these parameters, there is another important one used to organize the particles in the swarm, which are the algorithm's topologies. The most used: star topology and ring topology. In star topology, all particles have information about all others. In the ring topology, a particle only has information about its left and right neighbors.

The proper choice of topology prevents the algorithm from falling into local minima, since if a function to be optimized has many maximums and/or minimums, it may occur that one particle falls into a local minimum/maximum, and influence all others to go to there, collaborating for the algorithm to have a premature convergence [20]. The ring topology helps to avoid such a problem, since the particles have the best position information only from their neighbors, so the risk of them converging to the same position at the same time is minimal, however the convergence can be slower. Repeated iterations of the algorithms are performed until a stop condition is satisfied. Within each iteration, several evaluations of fitness functions are performed, where this function characterizes the optimization problem to be solved by the algorithm. The first step of the PSO is to initialize the swarm and its control parameters. Acceleration constants, initial velocities, positions of each particle and their best positions must be specified. To ensure the algorithm's convergence, its various parameters need to be carefully tuned in order to achieve a satisfactory performance.

The PSO, used in unrestricted problem solving, can be defined like this [21]:

- 1. Initialize a set of particles at a time  $k = 0$  with speeds and random positions distributed within the search space;
- 2. Evaluate the objective function of each of the particles in the population;
- 3. Update the best individual position of each particle as well as the best position of the bunch;
- 4. Update the position of each particle in time  $k + 1$  based on position and velocity in time  $k$ ;
- 5. Repeat processes 2 to 4 until a stop condition is satisfied.

As it is considered quite efficient to solve optimization problems but without restrictions, an adequate technique or strategy to deal with constrained problems should be considered [22].

The best known strategies are: techniques that preserve the viability of solutions, techniques for separating viable from unfeasible solutions, techniques that repair unfeasible solutions, and techniques based on [23] penalty functions. Among several penalty techniques, one widely used is the one that considers a penalty function, which can be additive or multiplicative, on the value of the objective function.

The advantage of applying the PSO in OPF problems is its easy implementation and no great computational cost. However, like all heuristics, it does not guarantee the optimal solution, being quite common to take the solution to local minimums. For this reason, there are mechanisms to improve the algorithm and prevent this occurrence.

### Continuation Power Flow Problem

The Continuation Power Flow (CPF) is an algorithm based on the reformulation of the Charge Flow equations and application of a parameterized local continuation technique. The general basis for its operation consists of solving successive Power Flow problems (PF) [15], reworded to include the load parameter  $\sigma$  as in (2) and (3).

The PF consists of determining the operating point of the network, considering a static model, in which the network is represented by a set of algebraic equations and inequalities, which must be solved in order to know the reactive power generation in the generation, the distribution of active and reactive power flows in the transmission lines, etc., which represent the behavior of the system [24]. Basically, the solution of the PF problem is carried out through specific methods for solving systems of non-linear equations, providing its state, that is, the magnitude and phase angle of the voltage in each bus of the network.

In the local parameterization technique, the original set of PF equations is augmented by an equation that specifies the value of one of the state variables, which can be: a voltage magnitude of one of the bus, a bus voltage angle or the  $\sigma$  load parameter, the latter being the one specified in this job. With the addition of charge, the PF equations are solved as a function of the increase in the value of the charge parameter [15].

Thus, it is possible to find the maximal loading point (critical point)  $\sigma$ , which characterizes the voltage collapse point. At this point, the stable and unstable equilibrium points merge, and this merger is mathematically represented by

a bifurcation (a saddle knot or a boundary-induced bifurcation). Thereafter, the set of PF equations no longer has solutions [15].

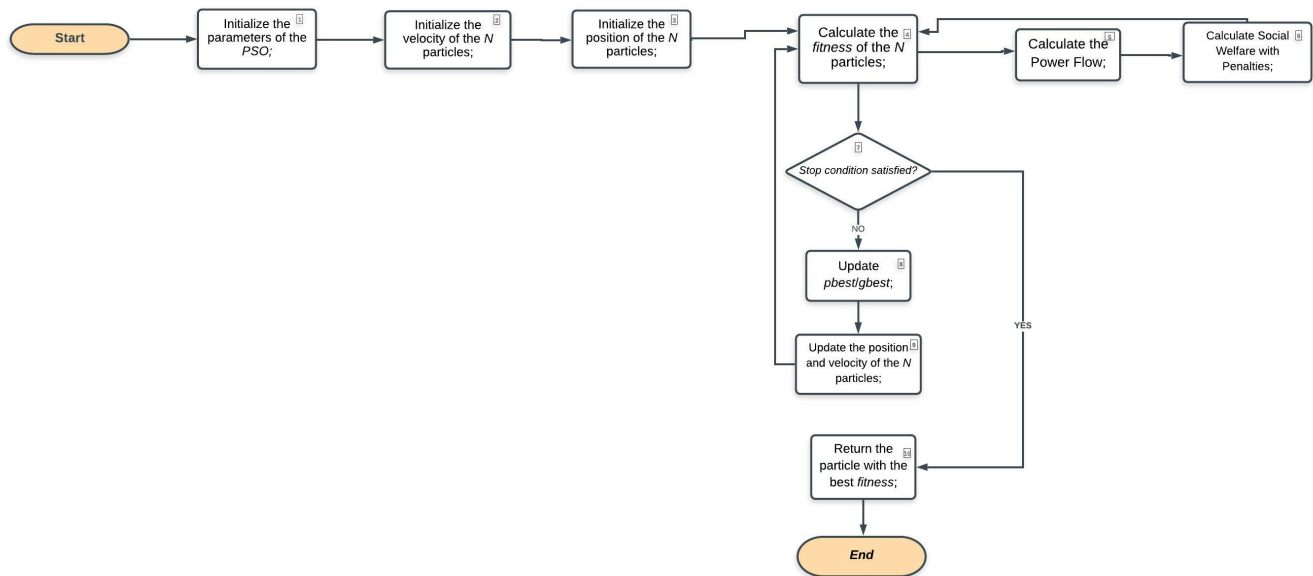
The increase in load and the solution of the power flow problem until the process diverges does not make it possible to obtain a maximal loading point, just get very close to it, since in the vicinity of the maximal loading point, the solution of the PF is hampered, due to the singularity condition of the Jacobian matrix of the system, at this point of maximal [25]. The advantage of using the CPF over direct methods (based on optimization) as a way to determine this point is that it obtains additional information about multiple PF solutions, such as the technical and operational limits towards the maximal point, in addition to being based in a conventional PF algorithm.

### Proposed Approach

The methodology of the approach will be demonstrated in this section. In which, in the external problem, the PSO will be applied to solve the auction system based on OPF to obtain the values of the offer and demand bids and voltage magnitudes for the generation buses, that is, calculate the control variables that will soon will be used as parameters in the internal problem of maximal system loading, solved by Continuation Power Flow to obtain a critical loading value, evaluated in the auction system by restriction (1h).

The active and reactive power values and the voltage magnitudes of the reactive power generation buses are recalculated at each new execution run in the external problem, if a minimum voltage stability/security margin condition is not satisfied in the internal problem. This process continues as long as any restrictions in the VSCOPF-based auction system are not met. Fig.1 and Fig.2 describe in flowchart the operation of each level.

In Fig.1, the PSO is applied to obtain the bid and demand bid values, voltage magnitudes of the auction model, as well as social welfare, which are auction system metrics to be evaluated. A vector of particles is initialized, with all PSO settings set, where the calculation of the *fitness* function is performed. An important highlight in the calculation of this function is that it involves solving the objective function using the PF and the penalties function, to meet the problem of the auction system that has restrictions based on PSO application. With all the restrictions satisfied and the number of iterations reached, we will obtain a vector with the best position for the  $N$  particles.

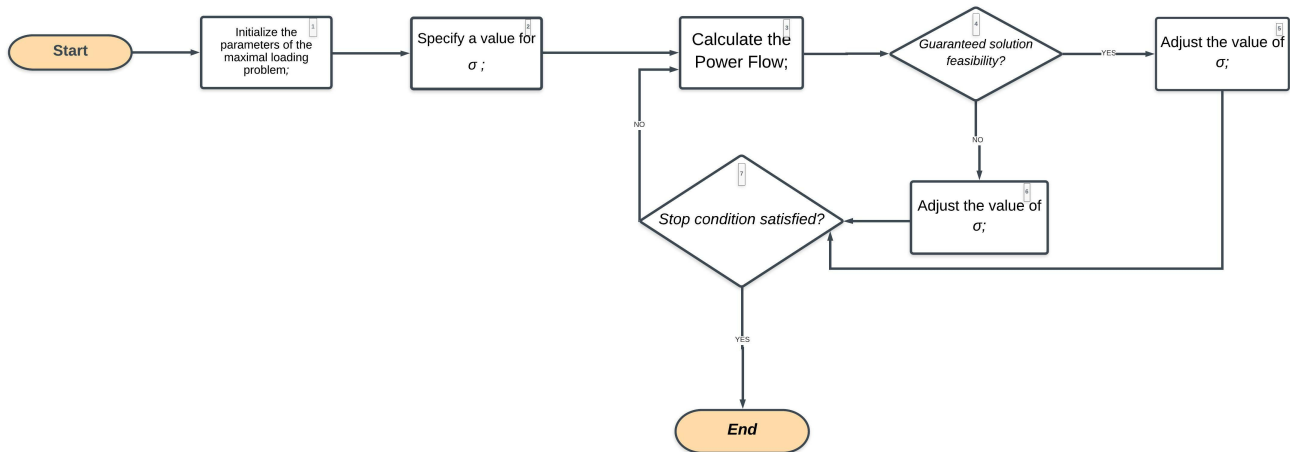


**Figure 1.** Operation of the Auction System Problem by the PSO.

Fig.2 describes how the internal problem works, which is a maximal loading problem solved by the CPF method. After obtaining the results of the auction system based on VSCOPF by the PSO, the vector with the best fitness is used as a parameter in the maximal loading problem. A load value is specified to start the iterative method of obtaining the new operating point. Then, the system of equations is solved by PF, where a load value is determined by the CPF method, respecting all the restrictions imposed by the problem.

Therefore, after demonstrating the functioning of the two problems in isolation, the proposed approach can be assembled, where the implementation was made for a formulation in which applies the quadratic penalty function method to the objective function of the VSCOPF auction system problem. However, the restrictions regarding the active and reactive power balance, as well as the limits of voltage magnitudes, reactive power generation, thermal limits and maximum load limit, are added to the objective function through penalty functions. As a result, the values of  $P_S$ ,  $P_D$ ,  $V_G$ ,  $Q_G$ ,  $K_G$ ,  $\sigma$ , and social welfare are found and checking that all restrictions are met, including whether the value load critical is greater than 1. Analyzes are done in the results section.





**Figure 2.** Operation of Maximal Loading Problem with CPF.

## Numerical Results and Discussions

This section presents numerical results and discussions to validate the proposed VSCOPF auction system and its resolution framework. An IEEE system of 6 buses [9] was used, where the data of buses and transmission lines are presented in Table 1 and Table 2. The experiments were carried out with the analysis of case studies 1 and 2.

The PSO parameters were configured, namely: the number of particles ( $n$ ), linearly decreasing inertia weight ( $w$ ), cognitive acceleration component and social acceleration component ( $c1$  and  $c2$ ), number of executions, number of iterations, and network topology. The settings for the Power Flow, its error tolerance and for the *fitness* function, its penalty factor will also be considered.

**Table 1.** Bids and Bus Data for the 6-Bus Test-System

Participant	$C_{bid}$ [p.u.]	$P_{bid}^{max}$ [MW]	$P_G$ [MW]	$P_L$ [Mvar]	$Q_L$ [MW]	$Q_G^{lim}$ [Mvar]
GENCO 1	9.7	20.0	90.0	0.0	0.0	$\pm 150.0$
GENCO 2	8.8	25.0	140.0	0.0	0.0	$\pm 150.0$
GENCO 3	7.0	20.0	60.0	0.0	0.0	$\pm 150.0$
ESCO 1	12.0	25.0	0.0	90.0	60.0	0.0
ESCO 2	10.5	10.0	0.0	100.0	70.0	0.0
ESCO 3	9.5	20.0	0.0	90.0	60.0	0.0

**Table 2.** Branch Data For the 6-Bus Test-System

Branch $k, m$	$r_{km}$ [p.u.]	$x_{km}$ [p.u.]	$b_{km}^{sh}$ [p.u.]	$I_{km}^{max}$ [A]
1,2	0.1	0.2	0.04	37.0
1,4	0.05	0.2	0.04	133.0
1,5	0.08	0.3	0.06	122.0
2,3	0.05	0.25	0.06	46.0
2,4	0.05	0.1	0.02	200.0
2,5	0.1	0.3	0.04	103.0
2,6	0.07	0.2	0.05	132.0
3,5	0.12	0.26	0.05	95.0
3,6	0.02	0.01	0.02	200.0
4,5	0.2	0.04	0.08	26.0
5,6	0.1	0.03	0.06	29.0

### VSCOPF auction system with maximal loading defined by binding voltage magnitude lower limit on bus 5

In this first case study, VSCOPF is solved to analyze convergence properties of the proposed approach. For this, the base  $S^{base}$  is 100 MVA, the base voltage  $V^{base}$  is 500 kV and the lower and upper limits of the voltage magnitude are 0.90 and 1.10 p.u., respectively.

Experiments were performed and the PSO parameters were as follows: 100 particles, 1,000 iterations,  $c1=c2=2.0$ , star topology and decreasing inertia weight ( $w_0=1.0$  and  $w_f=0.4$ ). 10 executions were also carried out. Table 3 below

shows the results of the best solution for the auction system based on VSCOPF, in which the results of all variables were obtained from the approach.

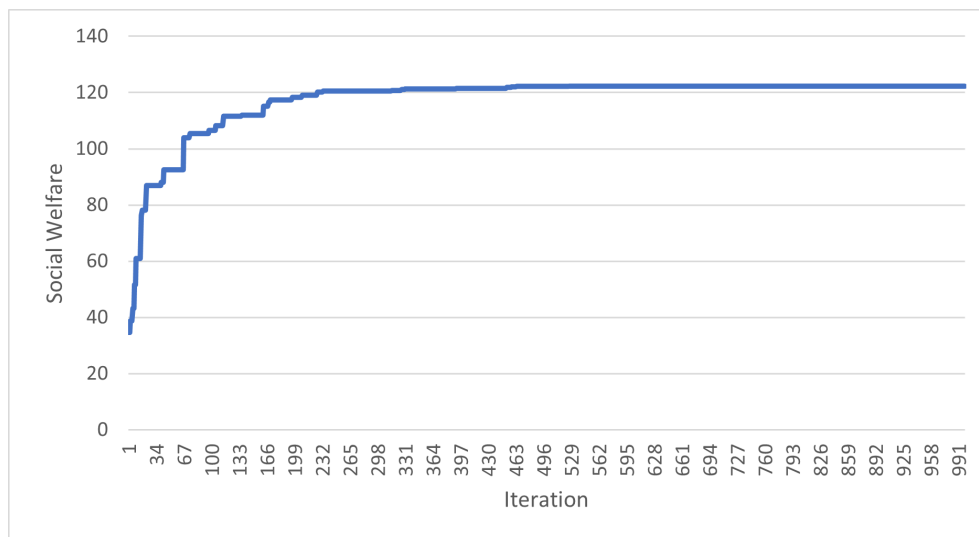
Some statistical analysis will be performed to present the results, such as calculating the average of the executions for the objective function and decision variables.

**Table 3.** Best Solution Result for Case Study 1

Participant[ $k$ ]	$P_S$ [MW]	$P_D$ [MW]	$V$ [p.u.]	$Q_G$ [MVar]	$V^c$ [p.u.]	$Q_G^c$ [MVar]
1	0.0	-	1.1000	44.7849	1.1000	140.2
2	25.0	-	1.1000	77.2048	1.0708	150.0
3	20.0	-	1.1000	73.9445	1.0686	150.0
4	-	25.0	-	-	0.9264	-
5	-	10.00	-	-	0.9000	-
6	-	8.12565	-	-	0.9507	-
Social Welfare[\$]:122.19368371						
Maximal Loading ( $\sigma$ ):1.6688						
Distributed Slack Bus ( $K_G$ ): 0.0599						

As can be seen, the maximal loading is defined by a lower limit of voltage magnitude at the 5 bus, where the  $V^c = 0.9000$  but the VSC is not active since the maximal loading is 1.668840.

Fig. 3 shows how the initial and random particles converge to the best solution, reaching a stagnation point where all particles remain at that point, converging to the value of 122.193684. Even with the high iteration number, it is observed that at a certain point, the particles are already trapped in it.



**Figure 3.** Best VSCOPF Auction System solution for Case 1.

Fig. 4 presents the average of 10 evaluations, showing that the particles always tend to converge to the value of the best solution found, even in different executions and with solutions that are below the best presented value.

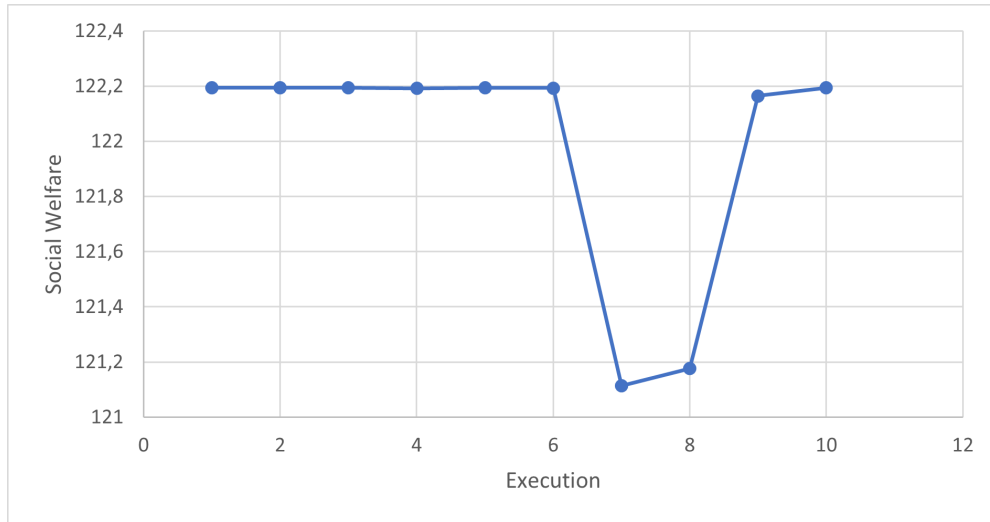
### VSCOPF auction system with maximal loading defined by a limit induced bifurcation

In this case study, the VSCOPF-based power acquisition is solved to show a saddle-node bifurcation or limit-induced bifurcation at the point of maximal loading. For this, the base  $S^{base}$  is 100 MVA, the base voltage  $V^{base}$  is 500 kV and the lower and upper limits of the voltage magnitude are 0.90 and 1.12 p.u., respectively.

Experiments were carried out and the PSO parameters were as follows: 70 particles, 1.000 iterations,  $c1=c2=2.0$ , star topology and decreasing inertia weight ( $w_o=1.0$  and  $w_f=0.4$ ). 10 executions were also carried out. Table 4 below shows the results of the best solution for the auction system based on VSCOPF, in which the results of all variables were obtained from the approach.

The results show that the maximal loading is defined by a limit-induced bifurcation when bus 1 reaches its upper limit of reactive power generation ( $Q_{G_1}^c = Q_G^{Max} = 150.00$  MVar), without any other associated operational restrictions.

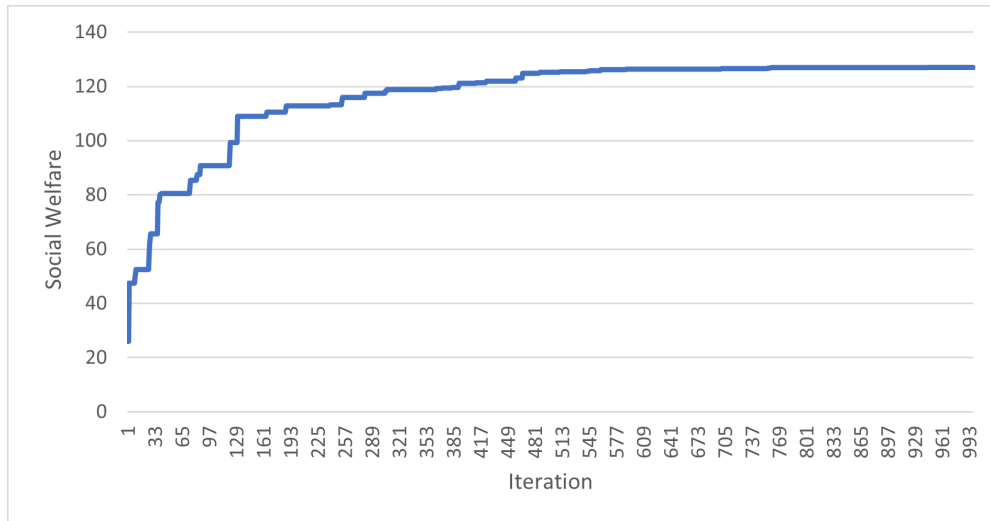
Fig. 5 shows how the initial and random particles converge to the best solution, reaching a stagnation point where all particles remain at that point, converging to the value of 127.015536. Even with the high iteration number, it is observed that at a certain point, the particles are already trapped in it.



**Figure 4.** Statistical Analysis of Average Runs for Case 1.

**Table 4.** Best Solution Result for Case Study 2

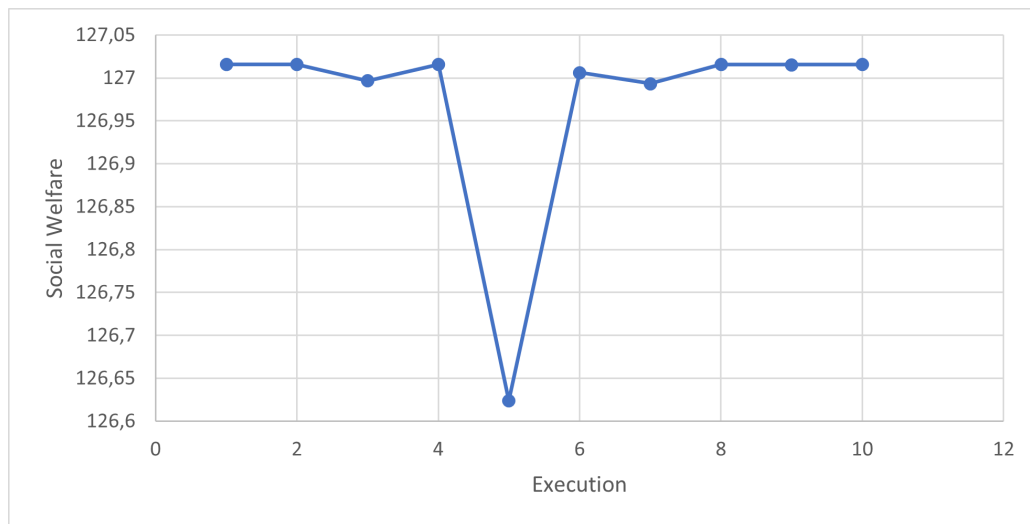
Participantes[ $k$ ]	$P_S$ [MW]	$P_D$ [MW]	$V$ [p.u.]	$Q_G$ [MVar]	$V^c$ [p.u.]	$Q_G^c$ [MVar]
1	0.00	-	1.1200	-	1.1200	150.0
2	25.00	-	1.1200	-	1.0854	150.0
3	20.00	-	1.1200	-	1.0809	150.0
4	-	25.00	-	-	0.9417	-
5	-	10.00	-	-	0.9139	-
6	-	8.63321	-	-	0.9625	-
Social Welfare[\$]:127.01553601						
Maximal Loading ( $\sigma$ ): 1.7065						
Distributed Slack Bus ( $K_G$ ): 0.0617						



**Figure 5.** Best VSCOPF Auction System Solution for Case 2.

Fig. 6 presents the average of 10 evaluations, showing that the particles always tend to converge to the value of the best solution found, even in different executions and with solutions that are below the best presented value.

All results for the case studies are compared to those for [26]. Therefore, it appears that the values of the decision variables such as the maximal loading are in agreement or were better than those found in the literature, as well as the value of social welfare.



**Figure 6.** Statistical Analysis of Average Runs for Case 2.

## Conclusions

This paper presented an approach to represent voltage stability/security in short-term auction systems based on VSCOPF for power acquisition, introducing a VSCOPF model whose resolution structure is based on the application of the PSO metaheuristic and the calculation of the Continuation Power Flow. The proposed modeling is based on a formulation of the auction systems based on VSCOPF using the penalty function and on the reformulation of the Power Flow equations to contain the loading with distributed bus slack, thus forming the approach. As a result, we will have maximal prices for bids of offers and demands, as well as values within the limits for voltage magnitudes and reactive power generation, all restrictions being respected. Setting the PSO parameters, whether the number of particles, the inertia weight and the network topology lead to paths to satisfactory solutions. Reformulating the Power Flow equations to contain a charge, together with the application of quadratic penalties leads to better convergence to the solution to ensure the stability/voltage safety of the system. Case studies with a 6-bus test system are presented to validate the proposed VSCOPF-based auction system and its resolution structure, respectively, analyzing the consistency of the results and the convergence properties of the PSO algorithm, all this shown in the statistical graphs used. The results were satisfactory when compared to the literature for the two case studies.

## References

- [1] F. Milano, A. C. Canizares, and C. M. Invernizzi. Voltage stability constrained opf market models considering n-1. *Contingency Criteria*, "Electric Power Systems Research, pages 27–36, 2005.
- [2] Luiz Maurer and Luiz Barroso. *Electricity Auctions: An Overview of Efficient Practices*. The World Bank, 2011.
- [3] Guilherme G. Lage, Geraldo R. M. da Costa, and Claudio A. Canizares. Limitations of assigning general critical values to voltage stability indices in voltage-stability-constrained optimal power flows. In *2012 IEEE International Conference on Power System Technology (POWERCON)*, pages 1–6, 2012. doi: 10.1109/PowerCon.2012.6401277.
- [4] D. Lee, K. Turitsyn, D. K. Molzahn, and L. A. Roald. Feasible path identification in optimal power flow with sequential convex restriction. *IEEE Transactions on Power Systems*, 35(5):3648–3659, 2020. doi: 10.1109/TPWRS.2020.2975554.
- [5] Camille Hamon, Magnus Perninge, and Lennart Söder. A stochastic optimal power flow problem with stability constraints - part i: Approximating the stability boundary. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(2):1839–1848, 2013. ISSN 0885-8950. doi: 10.1109/TPWRS.2012.2226760.
- [6] Guilherme G. Lage, Ricardo A. S. Fernandes, and Geraldo R. M. da Costa. Optimal power flows with voltage stability constraint based on voltage stability indices and artificial neural networks. In *2015 IEEE Eindhoven PowerTech*, pages 1–6, 2015. doi: 10.1109/PTC.2015.7232698.
- [7] Miguel Chavez-Lugo, Claudio R. Fuente-Esquivel, Claudio A. Canizares, and Victor J. Gutierrez-Martinez. Practical security boundary-constrained dc optimal power flow for electricity markets. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, 31(05): 3358–3368, 2016. doi: 10.1109/TPWRS.2015.2504870.
- [8] Enza R. de Sampaio Ferreira, Rafael M. Barros, Joaquim M. Gaspar, Guilherme G. Lage, and Ricardo A. L. Rabelo. A two-stage approach to solve voltage-stability/security-constrained optimal power flow auction systems by means of pso and the continuation power flow. In *2021 6th International Conference on Smart and Sustainable Technologies (SpliTech)*, pages 1–6, 2021. doi: 10.23919/SpliTech52315.2021.9566411.

- [9] F. Milano, C.A. Canizares, and M. Invernizzi. Multiobjective optimization for pricing system security in electricity markets. *IEEE Transactions on Power Systems*, 18(2):596–604, 2003. doi: 10.1109/TPWRS.2003.810897.
- [10] M. R. AlRashidi and M. E. El-Hawary. Hybrid particle swarm optimization approach for solving the discrete opf problem considering the valve loading effects. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(4):2030–2038, 2007. doi: 10.1109/TPWRS.2007.907375.
- [11] Rengin Cabadag and Belgin Turkay. Heuristic methods to solve optimal power flow problem. *IU-Journal of Electrical & Electronics Engineering*, 13:1653 – 1659, 2013. ISSN 1303-0914.
- [12] P. Raj, T. Palanivelu, and Ramachandran Gnanadass. Optimal power flow solution for combined economic emission dispatch problem using particle swarm optimization technique. *Journal of Electrical Systems*, 3, 03 2007.
- [13] Ismael El-Samahy, Kankar Bhattacharya, Claudio Canizares, Miguel F. Anjos, and Jiuping Pan. A procurement market model for reactive power services considering system security. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(1):137–149, 2008. doi: 10.1109/TPWRS.2007.913296.
- [14] Rafael J. Avalos, Claudio A. Canizares, Federico Milano, and Antonio J. Conejo. Equivalency of continuation and optimization methods to determine saddle-node and limit-induced bifurcations in power systems. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 56(1):210–223, 2009. doi: 10.1109/TCSI.2008.925941.
- [15] V. Ajjarapu and C. Christy. The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1):416–423, 1992. doi: 10.1109/59.141737.
- [16] J. Kennedy and R. Eberhart. Particle swarm optimization. In *Proceedings of ICNN'95 - International Conference on Neural Networks*, volume 4, pages 1942–1948 vol.4, 1995. doi: 10.1109/ICNN.1995.488968.
- [17] Bhavna Sharma and Manjaree Pandit. Security constrained optimal power flow employing particle swarm optimization. 03 2012. doi: 10.1109/SCEECS.2012.6184843.
- [18] Labdani Rafik, Linda Slimani, and Tarek Bouktir. Particle swarm optimization applied to the economic dispatch problem. *Journal of Electrical Systems*, 2, 01 2006.
- [19] Khalid Mohamed, K Rao, and Khairul Nisak Md Hasan. Application of particle swarm optimization and its variants to interline power flow controllers and optimal power flow. pages 1 – 6, 07 2010. doi: 10.1109/ICIAS.2010.5716128.
- [20] R. C. Eberhart and J. Kennedy. A new optimizer using particle swarm theory. In *Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science*, 1, 1995.
- [21] G. Venter and J. Sobieszczanski-Sobieski. Particle swarm optimization. *AIAA Journal*, 41(8):1583–1589, 2003.
- [22] K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis. Particle swarm optimization method for constrained optimization problems, intelligent technologies - theory and applications: New trends in intelligent technologies. page 214–220, 2002.
- [23] T. Ray and K. M. Liew. A swarm with an effective information sharing mechanism for unconstrained and constrained single objective optimization problems. *IEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2001)*, page 77–80, 2001.
- [24] A. J. Monticelli. Fluxo de carga em redes de energia elétrica. [S.l.]: São Paulo: E. Blucher, 1983.
- [25] V. Ajjarapu and C. Christy. The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. *IEEE Power Industry Computer Applications Conference Proceedings*, pages 304–311, 1991.
- [26] Rafael J. Avalos, Claudio A. Canizares, and Miguel F. Anjos. A practical voltage-stability-constrained optimal power flow. In *2008 IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century*, pages 1–6, 2008. doi: 10.1109/PES.2008.4596314.