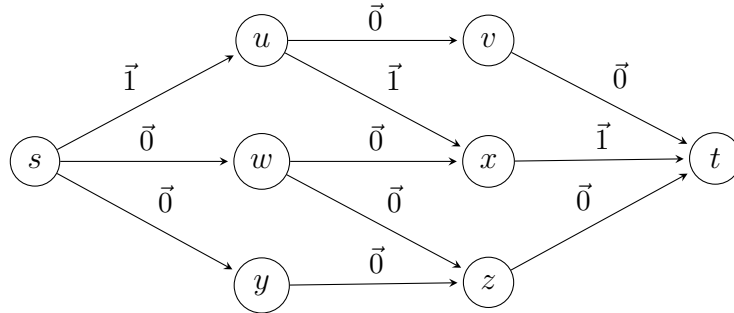


## Práctico 10

**Ejercicio 1.** Sea la red de flujo  $G$  con capacidad constante de valor uno y flujo- $(s, t)$   $f$  según aristas



- Determinar el valor del flujo.
- Determinar un corte del flujo de mínima capacidad. Establecer si el valor del flujo es máximo.
- Si el flujo no es de máximo valor aplicar el algoritmo de Ford-Fulkerson para determinar uno. [Mostrar los pasos del algoritmo mediante secuencias de grafos residuales.]

**Ejercicio 2** (Kleinberg & Tardos, Ex. 7.5). Indicar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, dar una breve explicación. Si es falsa, dar un contraejemplo.

*Sea una red de flujo  $G$  con fuente  $s$ , destino  $t$  y capacidad positiva  $c_e$  para cada arista  $e \in E$ . Sea  $(A, B)$  un corte de mínima capacidad del flujo  $(s, t)$ . Si se incrementa en una unidad la capacidad de cada arista entonces el corte  $(A, B)$  sigue siendo de mínima capacidad con respecto a las capacidades  $\{c_e + 1 : e \in E\}$  en  $G$ .*

**Ejercicio 3** (Kleinberg & Tardos, Ex. 7.9). Los problemas de flujo en red se presentan en el abordaje de desastres naturales, ya que estos requieren frecuentemente la evacuación de muchas personas en plazos breves.

Considere la siguiente situación. Debido a inundaciones a gran escala en una región, paramédicos han identificado a pacientes distribuidos en la región que necesitan ser trasladados rápidamente a hospitales. En la región hay  $k$  hospitales. Cada uno de los  $n$  pacientes necesita ser llevado a un hospital

que se encuentre a lo sumo a media hora de traslado de su ubicación (por lo que diferentes pacientes tendrán diferentes opciones de hospitalización, dependiendo en donde se encuentren).

A la vez, no se quiere sobrecargar ninguno de los hospitales enviando demasiados pacientes. Los paramédicos están en contacto telefónico, y quieren resolver colectivamente si se puede elegir un hospital para cada uno de los pacientes de tal manera que la carga en los hospitales sea equilibrada: cada hospital recibe a lo sumo  $\lceil n/k \rceil$  pacientes.

- (a) Proporcione un algoritmo de tiempo polinomial en  $n$  y  $k$  que, a partir de las ubicaciones de los pacientes, determine si el traslado es posible en dichas condiciones.

**Sugerencia:** Modele el problema mediante una red en la cual existen  $k$  nodos que representan hospitales,  $n$  nodos que representan pacientes, un nodo fuente y un nodo sumidero.

- (b) Muestre la corrección de su algoritmo.
- (c) Analice la complejidad de su algoritmo.