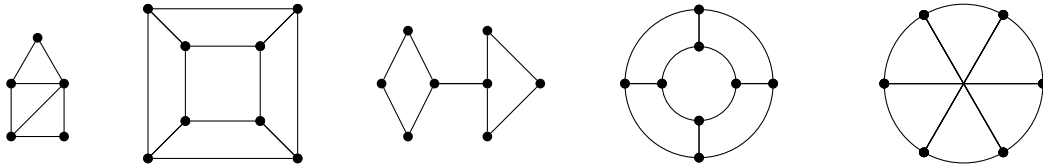


Práctico 12: Grafos (coloración).

Ref. Grimaldi 11.6

Ejercicio 1 Encuentre el número cromático de los siguientes grafos.

- El grafo bipartito completo $K_{m,n}$.
- El ciclo C_n , para $n \geq 3$.
- Los grafos de la Figura.



Ejercicio 2 Demuestra que $\chi(G) \leq 2$ si y solo si G no tiene ciclos impares.

Ejercicio 3 Sea $G = (V, E)$ un grafo, donde $\Delta = \max_{v \in V} \text{grad}(v)$.

- Demuestre que $\chi(G) \leq \Delta + 1$.
- Encuentre un grafo G con 5 vértices tal que $\chi(G) = \Delta + 1$.

Ejercicio 4 (2^{do} Parcial jun. 2018) Demostrar que todo grafo plano se puede colorear con seis colores (sug. probar primero la existencia de algún vértice v con $\text{grad}(v) \leq 5$ y luego proceda por inducción en el número de vértices).

Ejercicio 5 En los laboratorios químicos JJ, Juanita recibe tres embarques que contienen un total de siete sustancias químicas diferentes. La naturaleza de estas sustancias es tal que para todo $1 \leq i \leq 5$, la sustancia i no puede almacenarse en el mismo compartimiento que la sustancia $i + 1$ o la $i + 2$. Determine el menor número de compartimientos separados que Juanita necesitará para almacenar en forma segura estas siete sustancias.

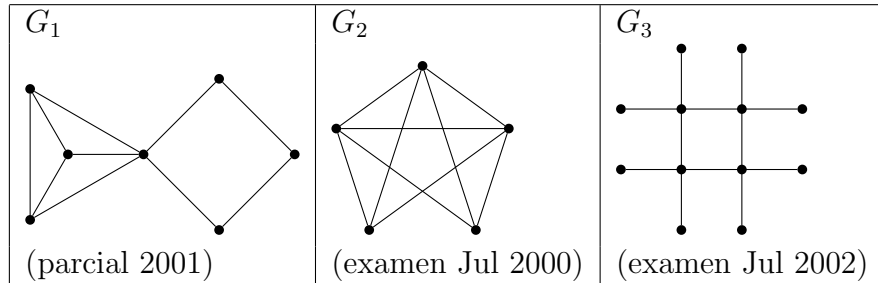
Ejercicio 6 a. Determine $P(K_{1,3}, \lambda)$.

- ¿Cuál es el polinomio cromático de $K_{1,n}$? ¿Cuál es su número cromático?
- ¿Cuáles son los polinomios cromáticos de P_n ?
- ¿Cuál es el polinomio cromático de un árbol con n nodos?
- A partir de la parte anterior encuentre el número cromático de un árbol con n nodos.

Ejercicio 7 Hallar el polinomio cromático de $K_{2,n}$.

EJERCICIOS COMPLEMENTARIOS.

- Ejercicio 8** a. Determine los polinomios cromáticos para los grafos de la Figura.
b. Encuentre $\chi(G)$ para cada grafo.
c. Si se dispone de cinco colores, ¿cuántas coloraciones propias de los vértices de cada grafo existen?



Ejercicio 9 (Examen Febrero 2002) Sea G un grafo con 5 vértices cuyo polinomio cromático evaluado en 4 vale 0, esto es

$$P(G; 4) = 0.$$

entonces G posee dos aristas e y f incidentes, tales que si $H = G - e - f$, el valor de $P(H; 4) =$ es:

- 46
- 47
- 48

Ejercicio 10 (Examen febrero 2002) Sea G un grafo con 4 vértices. Si se sabe que existe una arista e de G tal que $P(G - e; 2) = P(G; 2) = 2$, hallar $P(G; 3)$.

Ejercicio 11 Dé un ejemplo de un grafo $G = (V, E)$ tal que $\chi(G) = 3$ pero que ningún subgrafo de G sea isomorfo a K_3 .