N <sup>o</sup> de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

# Respuestas

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5	Ej. 6
Ej. 7	Ej. 8	Ej. 9.1	Ej. 9.2	Ej. 10.1	Ej. 10.2

# **Importante**

- El parcial dura 3:30 horas.
- Cada ejercicio vale 5 puntos. El parcial es de 60 puntos en total.
- Solo serán válidas las respuestas indicadas en el cuadro de respuestas.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- No se restan puntos por respuesta incorrecta.

# Tabla de $\Phi(z)$ (normal estándar)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9958	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Tabla de  $\chi^2$ 

	Probabilidad de cola derecha $P(\chi^2 \ge c)$										
GdL	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001
1	1.32	1.64	2.07	2.71	3.84	5.02	5.41	6.63	7.88	9.14	10.83
2	2.77	3.22	3.79	4.61	5.99	7.38	7.82	9.21	10.60	11.98	13.82
3	4.11	4.64	5.32	6.25	7.81	9.35	9.84	11.34	12.84	14.32	16.27
4	5.39	5.99	6.74	7.78	9.49	11.14	11.67	13.28	14.86	16.42	18.47
5	6.63	7.29	8.12	9.24	11.07	12.83	13.39	15.09	16.75	18.39	20.52
6	7.84	8.56	9.45	10.64	12.59	14.45	15.03	16.81	18.55	20.25	22.46
7	9.04	9.80	10.75	12.02	14.07	16.01	16.62	18.48	20.28	22.04	24.32
8	10.22	11.03	12.03	13.36	15.51	17.53	18.17	20.09	21.95	23.77	26.12
9	11.39	12.24	13.29	14.68	16.92	19.02	19.68	21.67	23.59	25.46	27.88
10	12.55	13.44	14.53	15.99	18.31	20.48	21.16	23.21	25.19	27.11	29.59

Tabla de t Student

				Prol	babilida	ad de col	a derech	a $P(t \ge$	c)		
GdL	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001
1	1.00	1.38	1.96	3.08	6.31	12.71	15.89	31.82	63.66	127.32	318.31
2	0.82	1.06	1.39	1.89	2.92	4.30	4.85	6.96	9.92	14.09	22.33
3	0.76	0.98	1.25	1.64	2.35	3.18	3.48	4.54	5.84	7.45	10.21
4	0.74	0.94	1.19	1.53	2.13	2.78	3.00	3.75	4.60	5.60	7.17
5	0.73	0.92	1.16	1.48	2.02	2.57	2.76	3.36	4.03	4.77	5.89
6	0.72	0.91	1.13	1.44	1.94	2.45	2.61	3.14	3.71	4.32	5.21
7	0.71	0.90	1.12	1.41	1.89	2.36	2.52	3.00	3.50	4.03	4.79
8	0.71	0.89	1.11	1.40	1.86	2.31	2.45	2.90	3.36	3.83	4.50
9	0.70	0.88	1.10	1.38	1.83	2.26	2.40	2.82	3.25	3.69	4.30
10	0.70	0.88	1.09	1.37	1.81	2.23	2.36	2.76	3.17	3.58	4.14

FPP de la binomial  $Bin(5, \theta)$  para varios valores de  $\theta$ .

X	0	1	2	3	4	5
$\theta = .1$	.590	.328	.073	.008	.000	.000
$\theta = .2$	.328	.410	.205	.051	.006	.000
$\theta = .3$	.168	.360	.309	.132	.028	.002
$\theta = .4$	.078	.259	.346	.230	.077	.010
$\theta = .5$	.031	.156	.313	.313	.156	.031
$\theta = .6$	.010	.077	.230	.346	.259	.078
$\theta = .7$	.002	.028	.132	.309	.360	.168
$\theta = .8$	.000	.006	.051	.205	.410	.328
$\theta = .9$	.000	.000	.008	.073	.328	.590

#### Ejercicio 1 (5 puntos)

La siguiente tabla muestra el resumen de cinco números de las notas de un examen de inglés para una clase con 16 estudiantes

(R): 
$$\frac{\min \ q_i \ m \ q_s \ \max}{39 \ 45 \ 49 \ 55 \ 59}$$

Considere los tres conjuntos de datos representados por diagramas de tallo y hojas que se muestran a continuación (tallo = decenas, hojas = unidades)

Indicar cuáles de estos conjuntos de datos se corresponden con el resumen numérico (R).

- (A) Sólo  $(D_1)$ .
- (C) Sólo  $(D_2)$  y  $(D_3)$ .
- (E) Los tres.

- (**B**) Sólo  $(D_3)$ .
- **(D)** Sólo  $(D_1)$  y  $(D_3)$ .
- (F) Ninguno.

## Ejercicio 2 (5 puntos)

Veintiún personas en una habitación tienen una altura promedio de 170 cm. Una persona, la número 22 entra en la habitación. ¿Qué altura tendría que tener esta persona para elevar la altura promedio en 2 cm?

- (A) 172
- **(B)** 176
- (**C**) 180
- **(D)** 190
- **(E)** 214
- **(F)** 220

#### Ejercicio 3 (5 puntos)

Un botánico está interesado en comparar el crecimiento de los tallos de guisantes para dos niveles diferentes de una determinada hormona. Debido a que es la primera vez que se evalúa esta hormona, *no se tienen conocimientos previos* sobre las respuestas a diferentes niveles de dosis. La hormona se prueba sólo en cuatro plantas, dos de ellas son asignadas al azar para recibir una dosis alta, y las dos restantes reciben una dosis baja. La variable de respuesta medida es el crecimiento medio diario de los tallos (en mm).

A continuación se muestran los datos obtenidos en este pequeño experimento:

Planta	1	2	3	4
Dosis	Alta	Alta	Baja	Baja
Crecimiento	2.5	1.1	1.4	0.8

Usando como estadístico la suma de las respuestas del grupo *Dosis Alta*, calcular el p-valor del test de permutaciones de este experimento.

- (A) 1/6
- **(B)** 1/3
- (C) 1/2
- **(D)** 2/3
- **(E)** 5/6
- **(F)** 1

### Ejercicio 4 (5 puntos)

El número de defectos en las cintas de los antiguos cassettes de audio siguen una distribución de Poisson de media  $\mu$ . Para estimar  $\mu$  se analizaron 40 cintas entre las cuales 5 no tenían defectos, 7 tenían uno, 12 tenían dos, 9 tenían tres, 5 tenían cuatro, 1 tenía cinco y 1 tenía seis. Calcular la estimación de máxima verosimilitud de  $\mu$  basada en estas observaciones.

- (**A**) 0.500
- **(B)** 0.525
- **(C)** 0.875
- **(D)** 1.000
- **(E)** 2.000
- **(F)** 2.225

#### Ejercicio 5 (5 puntos)

Un cajero demora X minutos en atender a un cliente, en donde X tiene distribución uniforme en  $[0, \theta]$ . Para estimar  $\theta$  se toman dos mediciones independientes  $X_1$  y  $X_2$  de X, y se considera el estimador  $\hat{\theta} = \max\{X_1, X_2\}$ . Hallar el sesgo de  $\hat{\theta}$ .

- $(\mathbf{A}) \theta/3$
- $(\mathbf{B}) \theta$
- (C)  $2\theta/3$
- (**D**) 0
- **(E)** 1/3
- $(\mathbf{F}) 1/3$

## Ejercicio 6 (5 puntos)

Una moneda tiene probabilidad de cara igual a  $\theta$ , un parámetro desconocido. Se desea hacer el siguiente test de hipótesis sobre el valor de  $\theta$ :

$$\begin{cases} H_0: \theta = 0.5 \\ H_A: \theta > 0.5 \end{cases}$$

Suponga que se lanza la moneda 5 veces y se obtienen 4 caras. Calcular el p-valor.

- (**A**) 0.156
- **(B)** 0.187
- **(C)** 0.312
- **(D)** 0.374
- **(E)** 0.813
- **(F)** 0.844

#### Ejercicio 7 (5 puntos)

Cuatro adultos son evaluados al principio y al final de un programa de acondicionamiento físico. En cada evaluación se cuenta el número de lagartijas que pueden realizar sin interrupción. Los resultados son los siguientes:

Individuo	1	2	3	4
1era prueba	7	3	15	10
2da prueba	18	22	22	29

Se asume que los datos tienen distribución normal. Calcular un intervalo de confianza al 95 % para la diferencia de medias entre la 2da y la 1era prueba.

- (A)  $14 \pm 5.88$
- (C)  $14 \pm 2.94$
- **(E)**  $14 \pm 9.54$

- **(B)**  $14 \pm 4.77$
- **(D)**  $14 \pm 7.05$
- **(F)**  $14 \pm 8.34$

## Ejercicio 8 (5 puntos)

Una bolsa de maní con chocolate contiene 224 unidades, cada uno de color marrón, naranja, verde o amarillo. Las cantidades correspondientes son 42 marrones, 64 naranjas, 53 verdes y 65 amarillos. Hacer un test  $\chi^2$  de bondad de ajuste para probar la hipótesis nula de que la máquina que llena estas bolsas trata los cuatro colores de maníes con la misma probabilidad; es decir,

$$H_0: p_M = p_N = p_V = p_A = 1/4.$$

Usar el nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ .

Indicar la conclusión correcta.

- (A) Rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 0.11$  es menor al valor crítico 7.81.
- **(B)** Rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{obs} = 6.25$  es menor al valor crítico 9.49.
- (C) No rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\rm obs} = 6.25$  es menor al valor crítico 7.81.
- (**D**) No rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 0.11$  es menor al valor crítico 7.81.
- (E) Rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 350$  es mayor al valor crítico 9.49.
- (**F**) No rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 350$  es mayor al valor crítico 9.49.

### Ejercicio 9 (10 puntos)

Se pregunta a una muestra aleatoria de 900 votantes registrados en una ciudad si están a favor de una nueva ley. Si más de (o igual a) 480 votantes responden positivamente, concluiremos que al menos el 50 % de los votantes favorecen esta ley. De lo contrario concluiremos que no hay evidencia suficiente para afirmar que la mayoría de la población está a favor de la ley.

1. Indicar cuál es el test de hipótesis correspondiente al enunciado (aquí  $\theta$  indica la proporción real de ciudadanos a favor de la ley).

(A) 
$$\begin{cases} H_0: \theta = 0.5 \\ H_A: \theta > 0.5 \end{cases}$$
(C) 
$$\begin{cases} H_0: \theta \ge 0.5 \\ H_A: \theta < 0.5 \end{cases}$$
(E) 
$$\begin{cases} H_0: \theta > 0.5 \\ H_A: \theta < 0.5 \end{cases}$$
(B) 
$$\begin{cases} H_0: \theta \le 0.5 \\ H_A: \theta > 0.5 \end{cases}$$
(D) 
$$\begin{cases} H_0: \theta = 0.5 \\ H_A: \theta \ne 0.5 \end{cases}$$
(F) 
$$\begin{cases} H_0: \theta = 0.5 \\ H_A: \theta < 0.5 \end{cases}$$

(C) 
$$\begin{cases} H_0: \theta \ge 0.5 \\ H_A: \theta < 0.5 \end{cases}$$

(E) 
$$\begin{cases} H_0: \theta > 0.5 \\ H_A: \theta < 0.5 \end{cases}$$

$$(\mathbf{B}) \begin{cases} H_0: \theta \le 0.5 \\ H_A: \theta > 0.5 \end{cases}$$

$$(\mathbf{D}) \begin{cases} H_0: \theta = 0.5 \\ H_A: \theta \neq 0.5 \end{cases}$$

$$\mathbf{(F)} \begin{cases} H_0: \theta = 0.5 \\ H_A: \theta < 0.5 \end{cases}$$

2. Calcular (de forma aproximada) la potencia del test si la proporción real de ciudadanos a favor de la ley es de 55%.

- (**A**) 0.0000
- (C) 0.5000
- **(E)** 0.9332

- **(B)** 0.1587
- **(D)** 0.8413
- **(F)** 1.0000

## Ejercicio 10 (10 puntos)

La siguiente tabla resume los datos de peso (en kg) al inicio y al final de un programa de pérdida de peso en una clínica para adelgazar:

Peso al inicio	media: 105	desvío: 16		
Peso al final	media: 75	desvío: 9		
correlación: 1/2				

Asumimos que los datos tienen distribución normal bivariada.

1.	Un individuo entra al programa con un peso inicial de 96 kg ¿Qué peso pronosticarías
	para este individuo al final del programa?

- (A) 69.94 (B) 72.48 (C) 75.00 (D) 77.42 (E) 80.06 (F) 96.00
- 2. Calcular la probabilidad de que un participante pese menos que la media al final del programa, dado que su peso es mayor a la media al inicio del programa.
  - **(A)** 2/3 **(B)** 1/12 **(C)** 1/2 **(D)** 1/4 **(E)** 1/3 **(F)** 11/12