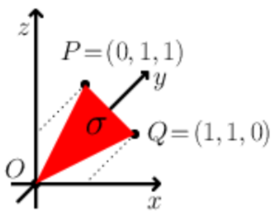
Examen Enero 2021 Virtual

Verdadero o Falso

Pregunta 1

Se considera O, x, y, z un sistema ortonormal de coordenadas y σ el plano determinado por OPQ, según la figura:



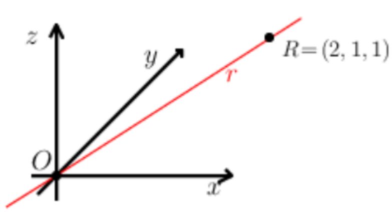
¿Existe alguna transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $N(T) = \sigma$ e $Im(T) \subseteq \sigma$?

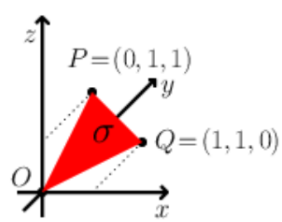
Seleccione una:

- a. Verdadero
- b. Falso

Pregunta 2

Se considera O, x, y, z un sistema ortonormal de coordenadas, π el plano que contiene al OPQ y r la recta indicada:





¿Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $\underbrace{N(T)}_{\dim N(T)=2} = \sigma$ e $\overbrace{Im(T)}^{\dim Im(T)=1} = r$?

Seleccione una:

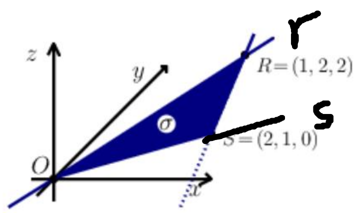
- a. Falso
- b. Verdadero

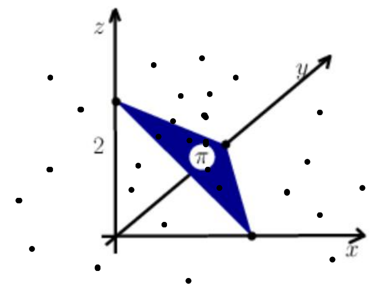
Teo dim: $\dim \mathbb{R}^3 = 2+1$ ✓

y xq' pasan x el origen.

Pregunta 3

Se considera O, x, y, z un sistema ortonormal de coordenadas, π y σ los planos que contienen a los triángulos indicados en las figuras:





¿Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T(\pi) \subseteq \sigma$?

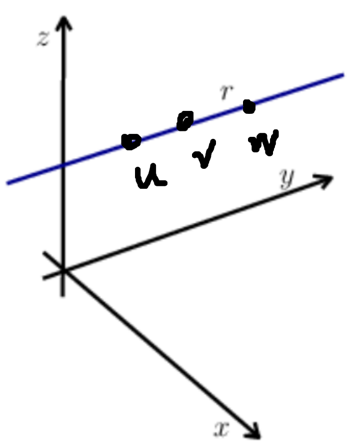
Seleccione una:

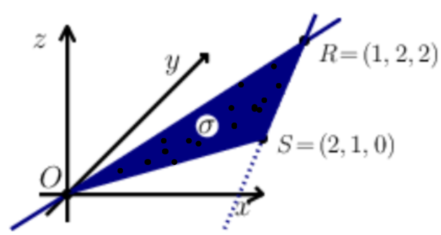
- a. Falso
- b. Verdadero

$T(x,y,z) = (x, x/2, 0)$

Pregunta 4

Se considera O, x, y, z un sistema ortonormal de coordenadas, σ y r el plano y la recta de la figura:





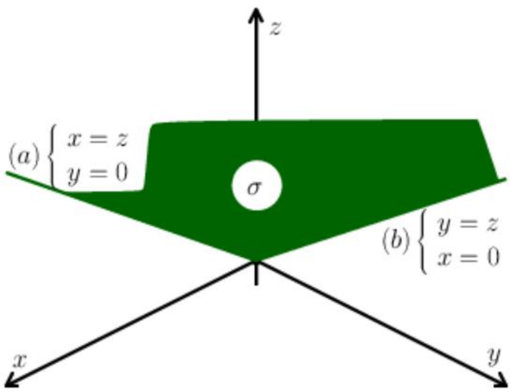
¿Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T(r) = \sigma$?

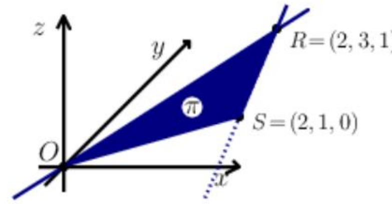
Seleccione una:

- a. Falso
- b. Verdadero

Pregunta 5

Se considera O, x, y, z un sistema ortonormal de coordenadas, π y σ los planos de la figura:





sí (pasa por el origen)

¿Existe una transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ tal que $N(T) \subseteq \pi$ y $Im(T) \subseteq \sigma$?

Seleccione una:

- a. Falso
- b. Verdadero

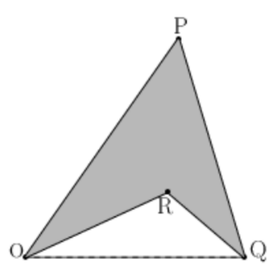
$$\underbrace{\dim \mathbb{R}^3}_{= 3} = \underbrace{\dim N(T)}_{\substack{= 2 \\ (1)}} + \underbrace{\dim Im(T)}_{\substack{= 1 \\ (2)}}$$

Múltiple Opción

Pregunta 1

Se consideran en el espacio un sistema de coordenadas ortonormal y los puntos $O = (0,0,0)$, $P = (1,1,1)$, $Q = (0,0,1)$ y $R = (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$. Estos 4 puntos son coplanares y tienen posiciones relativas según la figura:

todos están en un mismo plano.



Entonces, el área encerrada por la poligonal O, P, Q, R es: 0,47

Pregunta 2

En un restaurante se producen 3 tipos de menús $M1, M2, M3$, los cuales incorporan 5 ingredientes de costo significativo $I1, I2, I3, I4$ e $I5$.

La cantidad de ingredientes requerida para producir cada uno de los menús viene dada por la siguiente tabla (en unidades):

	I1	I2	I3	I4	I5
M1	5	2	2	3	7
M2	2	4	5	1	3
M3	0	2	2	2	5

$M1: 5I_1 + 2I_2 + 2I_3 + 3I_4 + 7I_5$

$1\ M_1 - \$1208$

$M_2: 2I_1 + 4I_2 + 5I_3 + I_4 + 3I_5$

$1\ M_2 - \$725$

El costo por unidad de cada uno de los ingredientes viene dado por la siguiente tabla:

Ingrediente	Costo/unidad
I1	$ 100
I2	$ 25
I3	$ 43
I4	$ 123
I5	$ 29

$M_3: 2I_2 + 2I_3 + 2I_4 + 5I_5$

$1\ M_3 - \$527$

$15M_1 + 12M_2 + 8M_3 = \$31036$

Entonces el costo de un servicio de 15 menús $M1$, 12 menús $M2$ y 8 menús $M3$ es:

Pregunta 3

Hacer!

Sea $T : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal tal que ${}_U(T)_E = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

donde $E = \{1, x+1, (x+1)^2\}$ y $U = \{(1,1,0), (1,2,3), (3,2,1)\}$.

Entonces el vector de coordenadas de $T(x^2 + x - 1)$ en la base canónica de $\mathbb{R}^3$ es:

Pregunta 4

Sean las funciones $S, T, U : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dadas por

- $S(x, y, z) = (0, 2x, y)$. → es una t.l.
- $T(x, y, z) = (x, sen(x), z)$. → No es t.l.
- $U(x, y, z) = (sen(x), y, z - sen(y/2))$. → No es t.l.

Para cada enunciado escoger una de las tres opciones V(verdadero), F(falso), NR(no respondo).

argumento: es composición xq da t. lineales.

V	S^3 es una transformación lineal ($S^3 = S \circ S \circ S$).
V	$U \circ S^2$ es una transformación lineal ($S^2 = S \circ S$).
V	$U \circ S \circ T$ es una transformación lineal.

Pregunta 5

Sean las funciones $S, T, U : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dadas por

- $S(x, y, z) = (z, y, x^2 - 1)$. → No es t.l
- $T(x, y, z) = (2x, y, z^2 - 1)$. → No es t.l
- $U(x, y, z) = (x + 2y, x - y, z)$. → Si es t.l.

Para cada enunciado escoger una de las tres opciones V(verdadero), F(falso), NR(no respondo).

$S - U = (-, -, x^2 - z - 1)$

$(S-U)(\vec{0}) = (0, 0, -1)$

F	$S - U$ es una transformación lineal.
F	$T + 2U$ es una transformación lineal.

no son t.l xq $T(\vec{0}) \neq \vec{0}$

$T+2U = (-, -, z^2 - 1 + 2z)$

$T+2U(\vec{0}) = (0, 0, -1)$

EX enero 2021

$T: V \to W$ t.l.

- $Im(T) \subset W$
- $N(T) \subset V$

son sev de W y V respectivamente.

- SEV de $\mathbb{R}^3$:
  - triviales $(\mathbb{R}^3, \vec{0})$
  - rectas y planos por el origen.

Teo dim:

$$\underset{\underset{3}{\parallel}}{\dim \mathbb{R}^3} = \underbrace{\dim N(T)}_{2} + \underbrace{\dim Im(T)}_{1}$$

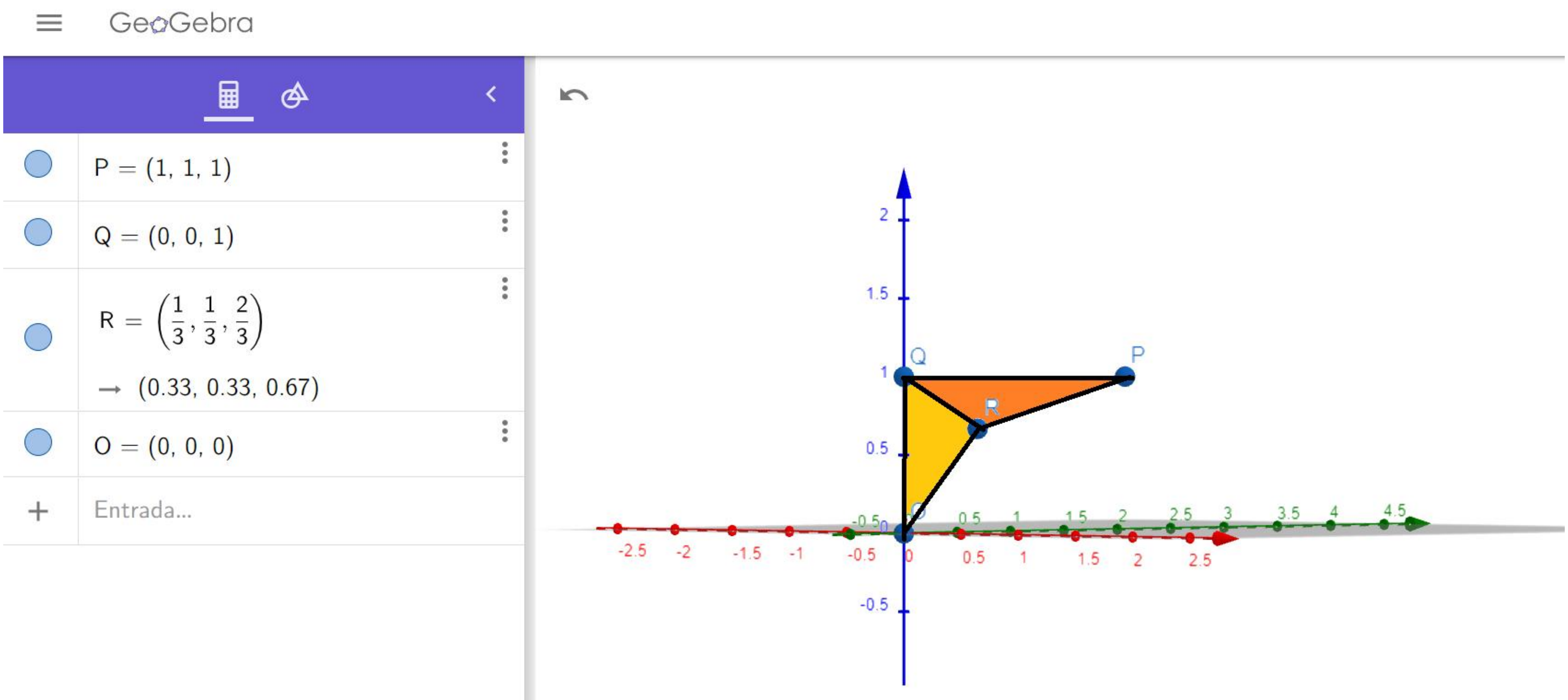
supongo aplico T lineal

$$v - u = \lambda (u - w) \rightarrow u, v, w \text{ alineados}$$

$$T(v-u) = \lambda T(u-w)$$

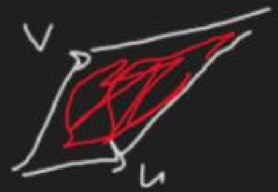
$$T(v) - T(u) = \lambda [T(u) - T(w)]$$

↳ están alineados en el codominio


GeoGebra
P = (1, 1, 1)
Q = (0, 0, 1)
R = $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$
→ (0.33, 0.33, 0.67)
O = (0, 0, 0)
Entrada...
Q
P
R

Prop: Sean u, v dos vectores en $\mathbb{R}^3$.

$\rightarrow$ $\|v \times u\|$ es el doble del área del triángulo formado por v y u



(1)

$$\vec{v} = \vec{OQ} = (0,0,1)$$

$$\vec{w} = \vec{OR} = \left(\tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right)$$

$$v \times w = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ 1/3 & 1/3 & 2/3 \end{vmatrix} = \left(-\tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{3}, 0\right)$$

$$\|v \times w\| = \sqrt{\tfrac{1}{9} + \tfrac{1}{9}} = \sqrt{\tfrac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$á_{\triangle\,\text{amarillo}} = \frac{\cancel{\sqrt{2}}}{3 \cdot \underset{\sqrt{2}\cdot\cancel{\sqrt{2}}}{\underset{\parallel}{2}}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$\vec{QR} = R - Q = \left(\tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{2}{3}\right) - (0,0,1) = \left(\tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{3}, -\tfrac{1}{3}\right)$$

$$\vec{QP} = P - Q = (1,1,1) - (0,0,1) = (1,1,0)$$

$$\left.\begin{matrix} \end{matrix}\right\} A'_{\Delta \text{ naranja}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

$$\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1/3 & 1/3 & -1/3 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \left(\tfrac{1}{3}, -\tfrac{1}{3}, 0\right) \longrightarrow \left\| \left(\tfrac{1}{3}, -\tfrac{1}{3}, 0\right) \right\| = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$A'_{\text{total}} = \frac{2}{3\cancel{\sqrt{2}}} \;\; \overset{\sqrt{2}\cdot\cancel{\sqrt{2}}}{=} \;\; = \frac{\sqrt{2}}{3} = 0{,}47$$

Δ amarillo + Δ naranja

Ej 4 MD

$U \circ S^2 = U(S^2)$

$$S^2 = S \circ S = S(0, 2x, y) = \underbrace{\boxed{(0, 0, 2x)}}^{S^2}$$

$$U(S^2) = U(0,0,2x) = \underbrace{\boxed{(0,0,2x)}}_{U \circ S^2}$$

$U(x,y,z) = (\operatorname{sen}(x), y, z - \operatorname{sen}(y/2))$.

$U \circ S \circ T$?

$S(x,y,z) = (0, 2x, y)$

$T(x,y,z) = (x, \operatorname{sen}(x), z)$

$$S \circ T = S(T) = S(x, \operatorname{sen}(x), z) = (0, 2x, \operatorname{sen}(x))$$

$$U(S \circ T) = U(0, 2x, \operatorname{sen}(x)) = (0, 2x, \underbrace{\operatorname{sen}(x) - \cancel{\operatorname{sen}(x)}}_{0})$$

$\boxed{U \circ S \circ T = (0, 2x, 0)}$ es tl