2do Parcial

- Espacios vectoriales → Definición, ejemplos, vector nulo de c/espacio
- Subespacios vectoriales
  - → Definición, Prop: Si W es un sev $\Rightarrow \vec{0} \in W$
  - → Ejemplos (triviales, planos y rectas que pasan por el origen son los únicos sev no triviales de $\mathbb{R}^3$)
  - → Suma e intersección de sev son sev. Unión de sev no es sev
- Combinación lineal → Definición
- Subespacio generado y generador de un sev
- Conjuntos LI y LD
- Base, dimensión y coordenadas de un vector en una base.
  - → Teoremas:
    - Todo conjunto LI de n vectores es base y todo generador de n vectores es base
  - → Base canónica de c/ espacio vectorial
- Suma y suma directa de subespacios
  - → Teorema: Si $\left.\begin{array}{l} V = V_1 \oplus V_2 \\ B \xrightarrow{b} V_1 \\ B' \xrightarrow{b} V_2 \end{array}\right\} \Rightarrow B \cup B'$ es base de V
  - → Prop: $V_1 \cap V_2 = \{0\} \Leftrightarrow V_1 \oplus V_2 = V$
  - → Prop: La unión de las bases de dos sev forma un generador de la suma de esos dos sev.
  - → Prop: $\dim(S_1+S_2) = \dim S_1 + \dim S_2 - \dim S_1 \cap S_2$

2do Parcial

- Transformaciones lineales → Definición, Si T es lineal ⇒ T(
  - → Operaciones con t.l
- Teoremas → T y S son la misma t.l. ⇔ coinciden en los valores que toman sobre una base
  - → Una t.l. queda bien definida por los valores que toma sobre una base.

(Existe una única t.l. tal que $T(v_i) = w_i \quad \forall i = 1, \dots, n$)

- Matriz asociada a una t.l. → Definición, tamaño
  - → Matrices asociadas a las operaciones con t.l.
- Teorema:

$$_B(T)_A \operatorname{coord}_A v = \operatorname{coord}_B T(v)$$

A base del domi
B base del codomi

- Matriz cambio de base → Definición, propiedades
- Núcleo e Imagen de una t.l. → Definición, props
- Teorema de las dimensiones: $\underset{\text{dominio}}{\dim V} = \dim N(T) + \dim Im(T)$
- Transformaciones lineales
  - INYECTIVAS ⇔ $\dim N(T) = 0$ ⇔ lleva de LI en LI
  - SOBREYECTIVAS ⇔ $\dim Im(T) = \underset{\text{codominio}}{\dim W}$ ⇔ lleva generador en generador
  - BIYECTIVAS ⇔ T inyectiva y sobreyectiva ⇔ lleva de base en base
- Isomorfismos → $T: V \to W$ es un isomorfismo ⇔ T es lineal y biyectiva

- Saber:

- Obtener una base de un sev dado
  (Hallar la forma general de todos los vectores del sev (hallar un generador) y verificar si es LI)

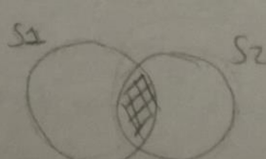
- Chequear si un conjunto es LI o LD
  (Planteo $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \ldots + \lambda_n v_n = 0$. Formo un sistema de ecuaciones que es siempre compatible.
  - Si el sistema es $\to$ SCD $\to$ es LI
    $\to$ SC.I $\to$ es LD)

- Calcular las coordenadas de cualquier vector en una base dada.
  (No olvidar que las coordenadas son siempre un vector)

- Algunas dimensiones de e.v:
  Ej
  $\dim \mathbb{R}^n = n \longrightarrow$ ej. $\dim \mathbb{R}^3 = 3$
  $\dim M_{n\times n} = n\times n \to$ ej: $\dim M_{2\times 2} = 4$
  $\dim \mathbb{R}_n[x] = n+1 \longrightarrow$ ej: $\dim \mathbb{R}_3[x] = 4$

- Verificar si un conjunto es un sev o no.
  (Primero veo si $\vec{0} \in S$. Si el nulo no pertenece al conjunto, no es un sev

- A veces sirve hacer dibujitos p/entender tipo:



- Saber:

- verificar si una T es una t.l o no
- Hallar la matriz asociada a cualquier t.l. a partir de dos bases.
- Hallar la expresión general de la t.l a partir de la matriz asociada y las bases.
- Si existe una única t.l. que cumpla las condiciones dadas: uso teorema

Ejemplo:

$T: V \to W \;/\; T(v_1) = w_1$
$\dim V = 3$ $\quad T(v_2) = w_2$
$T(v_3) = w_3$

∃ una única t.l que cumpla lo dado?

→ Si $\{v_1, v_2, v_3\} \xrightarrow{b} V \Rightarrow$ Sí ($\exists!$ t.l)

→ Si $\{v_1, v_2, v_3\}$ es LD $\Rightarrow$ No existe una única

O no existe ninguna t.l

o existen ∞ t.l que cumplen

⇒ Para ver si no existe ninguna, pruebo usando la def de t.l.

- Cómo hallar $T(v)$ siendo v un vector cualquiera, sin tener la expresión general de T pero sí la matriz asociada y las bases:

aplico el teorema $\quad {}_B(T)_A \; \text{coord}_A \, v = \text{coord}_B \, T(v)$

(cod, dom, dom, cod)

- Hallar $N(T)$ e $Im(T)$ y sacar la dimensión de c/u (se hace igual que para cualquier sev)

- Usar correctamente el teorema de las dimensiones (a veces salva cabeza)