| Número de Parcial | Cédula | Apellidos. |
|---|---|---|
| | | |

# Matemática Discreta 1

## Segundo Parcial

Martes 27 de noviembre de 2018

El parcial dura tres horas, cada ejercicio múltiple opción vale cinco puntos y no se restan puntos.
No está permitido usar calculadora ni "material".

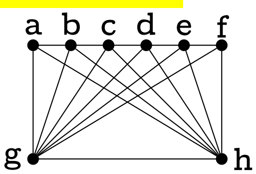
| MO1 | MO2 | MO3 | MO4 | MO5 | MO6 |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

## Ejercicios de Múltiple Opción

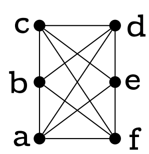
**Ejercicio MO1:** Contar la cantidad $N$ de relaciones antisimétricas y simétricas que hay sobre un conjunto con cinco elementos.

A) $N = 0$ B) $N = 1$ C) $N = 2^5$ D) $N = 3^5$

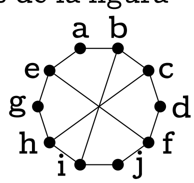
**Ejercicio MO2**: Considere los grafos de la figura




$G_1$




$G_2$




$G_3$

A) Los tres son planos.
B) Solo $G_1$ y $G_2$ son planos.
C) Solo $G_1$ es plano.
D) Ninguno de los tres es planos.

**Ejercicio MO3:** ¿Cuántas relaciones de equivalencia sobre el conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ hay tales que la clase de equivalencia del 1 tenga más elementos que la del 2 y la del 2 más que la del 3?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18

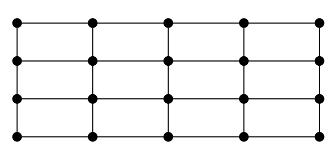
**Ejercicio MO4:** ¿Cuántos subgrafos isomorfos a $K_{1,3}$ tiene $K_{3,4}$?

A) 15 B) 16 C) 17 D) 18

**Ejercicio MO5:** Dado $G = (V, E)$ un grafo plano 4-regular, conexo y sin lazos. Si $|E| = 16$, ¿cuántas regiones hay en una representación plana de G?

A) No es posible deducir el número de regiones con ésta información.
B) 2
C) 10
D) 14

**Ejercicio MO6:** El grafo de la figura:



A) Contiene algún circuito euleriano.
B) Contiene algún ciclo hamiltoniano.
C) No tiene recorridos eulerianos ni caminos hamiltonianos.
D) Tiene algún camino hamiltoniano, pero ningún ciclo hamiltoniano.

# Ejercicios de Desarrollo

**Ejercicio de Desarrollo 1: (10 ptos)** Consideramos $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ con la relación definida $\prec$ por $(a, b) \prec (c, d)$ si $a \leq c$, $b \geq d$ y $b - d$ par.

a) Probar que $\prec$ es una relación de orden.

b) Probar que $\prec$ no es un orden total.

c) Dibujar un diagrama de Hasse para $\prec$ restringida a $\{1, 2, 3, 4, 5\} \times \{6, 7, 8\}$.

**Ejercicio de Desarrollo 2: (10 ptos)**

a) Definir circuito y recorrido euleriano

b) Enunciar el teorema de Euler que da una condición necesaria y suficiente para la existencia de un circuito euleriano.

c) Enunciar y demostrar una condición necesaria y suficiente para le existencia de un recorrido euleriano. *Sugerencia:* usar la parte anterior.

**Ejercicio de Desarrollo 3: (10 ptos)**

a) Demostrar que para todo grafo conexo $G$, si $e$ es una arista tal que $G - e$ es disconexo, entonces $G - e$ tiene exactamente dos componentes conexas.

b) Definir árbol.

c) Demostrar que para todo árbol $T = (V, E)$, se cumple que $|V| = |E| + 1$.