

Nº de examen	Cédula	Apellido y nombre	Salón

### Respuestas

Ej. 1.1	Ej. 1.2	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5.1
					Cuadro
Ej. 5.2	Ej. 6.1	Ej. 6.2	Ej. 7	Ej. 8	

### Importante

- El examen dura 3h30m.
- Antes del enunciado de cada ejercicio se indica su puntaje. El examen es de 100 puntos en total y se aprueba con 60 puntos o más.
- Solo serán válidas las respuestas indicadas en el cuadro de respuestas, a excepción del Ej. 5.1 que debe responderse en los cuadros indicados en su enunciado. Si una respuesta es ilegible se considera al ejercicio como sin respuesta.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- No se restan puntos por respuesta incorrecta.

### Tabla de $\Phi(z)$ (normal estándar)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9924	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9958	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

**Tabla de  $\chi^2$**

Probabilidad de cola derecha $P(\chi^2 \geq c)$											
<b>GdL</b>	<b>.25</b>	<b>.20</b>	<b>.15</b>	<b>.10</b>	<b>.05</b>	<b>.025</b>	<b>.02</b>	<b>.01</b>	<b>.005</b>	<b>.0025</b>	<b>.001</b>
<b>1</b>	1.32	1.64	2.07	2.71	3.84	5.02	5.41	6.63	7.88	9.14	10.83
<b>2</b>	2.77	3.22	3.79	4.61	5.99	7.38	7.82	9.21	10.60	11.98	13.82
<b>3</b>	4.11	4.64	5.32	6.25	7.81	9.35	9.84	11.34	12.84	14.32	16.27
<b>4</b>	5.39	5.99	6.74	7.78	9.49	11.14	11.67	13.28	14.86	16.42	18.47
<b>5</b>	6.63	7.29	8.12	9.24	11.07	12.83	13.39	15.09	16.75	18.39	20.52
<b>6</b>	7.84	8.56	9.45	10.64	12.59	14.45	15.03	16.81	18.55	20.25	22.46
<b>7</b>	9.04	9.80	10.75	12.02	14.07	16.01	16.62	18.48	20.28	22.04	24.32
<b>8</b>	10.22	11.03	12.03	13.36	15.51	17.53	18.17	20.09	21.95	23.77	26.12
<b>9</b>	11.39	12.24	13.29	14.68	16.92	19.02	19.68	21.67	23.59	25.46	27.88
<b>10</b>	12.55	13.44	14.53	15.99	18.31	20.48	21.16	23.21	25.19	27.11	29.59

**Tabla de  $t$  Student**

Probabilidad de cola derecha $P(t \geq c)$											
<b>GdL</b>	<b>.25</b>	<b>.20</b>	<b>.15</b>	<b>.10</b>	<b>.05</b>	<b>.025</b>	<b>.02</b>	<b>.01</b>	<b>.005</b>	<b>.0025</b>	<b>.001</b>
<b>1</b>	1.00	1.38	1.96	3.08	6.31	12.71	15.89	31.82	63.66	127.32	318.31
<b>2</b>	0.82	1.06	1.39	1.89	2.92	4.30	4.85	6.96	9.92	14.09	22.33
<b>3</b>	0.76	0.98	1.25	1.64	2.35	3.18	3.48	4.54	5.84	7.45	10.21
<b>4</b>	0.74	0.94	1.19	1.53	2.13	2.78	3.00	3.75	4.60	5.60	7.17
<b>5</b>	0.73	0.92	1.16	1.48	2.02	2.57	2.76	3.36	4.03	4.77	5.89
<b>6</b>	0.72	0.91	1.13	1.44	1.94	2.45	2.61	3.14	3.71	4.32	5.21
<b>7</b>	0.71	0.90	1.12	1.41	1.89	2.36	2.52	3.00	3.50	4.03	4.79
<b>8</b>	0.71	0.89	1.11	1.40	1.86	2.31	2.45	2.90	3.36	3.83	4.50
<b>9</b>	0.70	0.88	1.10	1.38	1.83	2.26	2.40	2.82	3.25	3.69	4.30
<b>10</b>	0.70	0.88	1.09	1.37	1.81	2.23	2.36	2.76	3.17	3.58	4.14

**Ejercicio 1 (12 puntos, 6 parte 1 y 6 parte 2)**

Una caja contiene 10 000 monedas. Una de las monedas tiene cara en ambos lados, pero todas las demás monedas son monedas justas. Se elige al azar una de las monedas y luego se la lanza 10 veces.

1. Hallar la probabilidad de que salga cara en los 10 lanzamientos.

- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| (A) Menor a 1 %      | (D) Entre 15 % y 30 % |
| (B) Entre 1 % y 5 %  | (E) Entre 30 % y 50 % |
| (C) Entre 5 % y 15 % | (F) Mayor a 50 %      |

2. Hallar la probabilidad de que se haya elegido la moneda de dos caras dado que los primeros 10 lanzamientos han resultado todos caras.

- |                      |                       |
|----------------------|-----------------------|
| (A) Menor a 1 %      | (D) Entre 15 % y 30 % |
| (B) Entre 1 % y 5 %  | (E) Entre 30 % y 50 % |
| (C) Entre 5 % y 15 % | (F) Mayor a 50 %      |

**Ejercicio 2 (9 puntos)**

Un profesor llega a dar clase entre 8 y 8:15 al azar y de manera uniforme. Si el profesor llega antes de las 8:05, cierra la puerta del salón a las 8:05 y ya nadie puede entrar. Si llega entre 8:05 y 8:15 cierra la puerta a penas llega y tampoco nadie puede entrar después de ese momento. Un estudiante llega entre las 8 y 8:15 al azar y de manera uniforme, e independiente de la hora de llegada del profesor.

¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante no pueda entrar a la clase?

- (A) 1/9      (B) 1/3      (C) 4/9      (D) 1/2      (E) 5/9      (F) 2/3

**Ejercicio 3 (11 puntos)**

Se lanza al azar y de manera uniforme un dardo en el blanco cuadrado  $[0, 2] \times [0, 2]$ . Sean  $X$  e  $Y$  las coordenadas del impacto del dardo en el blanco. Hallar  $E(XY^2)$ .

- (A) 1/8      (B) 1/4      (C) 1/2      (D) 2/3      (E) 1      (F) 4/3

**Ejercicio 4 (11 puntos)**

Sea  $X$  una variable aleatoria con distribución uniforme en  $[-2, 2]$  e  $Y = X^2$ . Calcular el valor de la densidad de  $Y$  en  $y = 1$ , es decir  $p_Y(1)$ .

- (A) 1/32      (B) 1/16      (C) 1/8      (D) 1/4      (E) 1/2      (F) 2

**Ejercicio 5 (12 puntos, 7 parte 1 y 5 parte 2)**

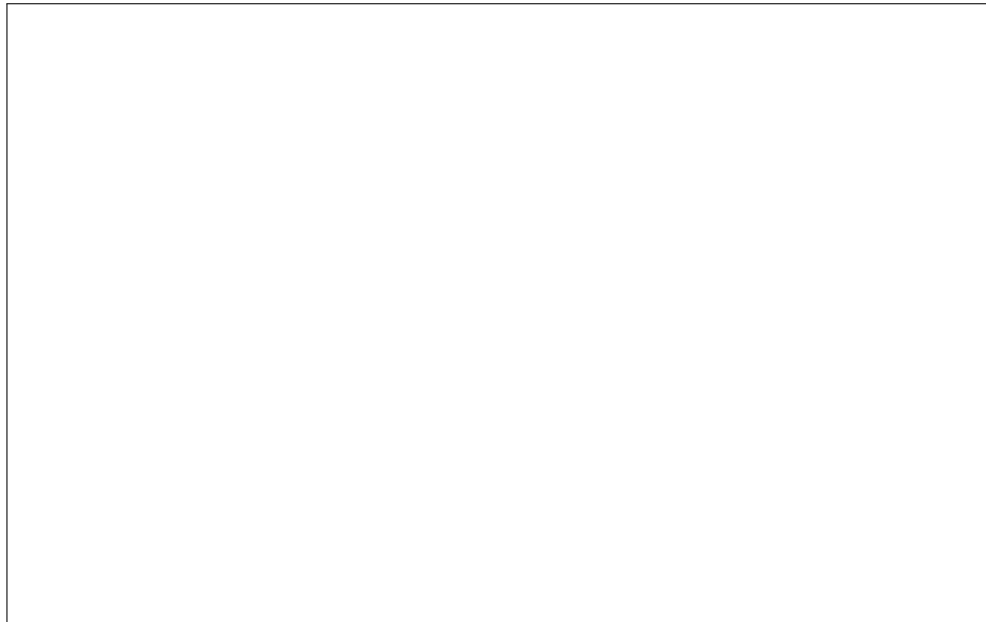
Comúnmente se afirma que *en las ciudades cerca del mar la amplitud térmica es menor que en las ciudades que están lejos del mismo*.

A continuación se presentan los datos de amplitud térmica (en grados Celcius) de una estación en Montevideo y otra en Treinta y Tres, para los primeros 10 días de este año.

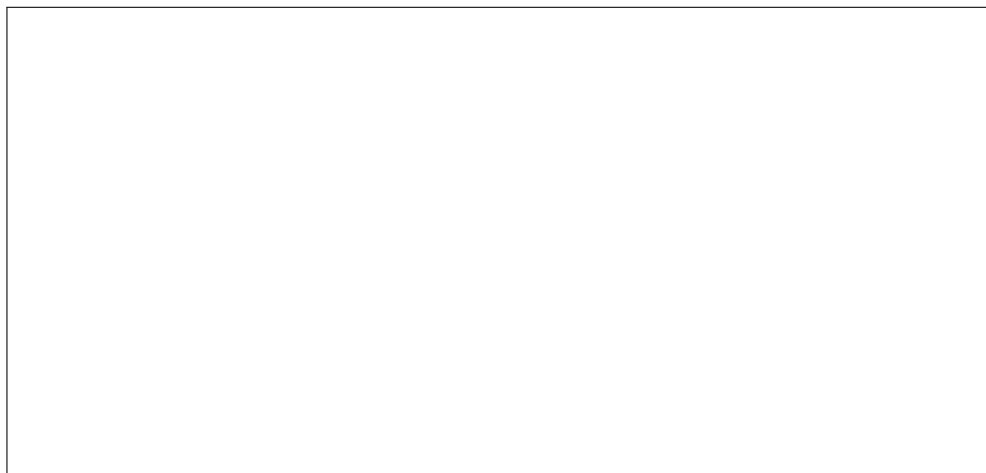
Día	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Montevideo	13	21	10	11	11	15	14	11	9	14
Treinta y tres	27	25	24	30	26	28	26	26	26	15

1. Implementar una representación visual de los datos de la tabla anterior que permita obtener una intuición sobre la afirmación mencionada. Elegir una de las técnicas de representación visual vistas en el curso. Luego interpretarla brevemente.

Representación visual:



Interpretación:



2. Asumiendo que los datos se ajustan a la distribución normal, ¿qué test de hipótesis elegiría para decir si hay o no diferencia entre las amplitudes térmicas de Montevideo y Treinta y Tres?
- (A) Test de dos muestras apareadas. El estadístico tiene distribución normal.
  - (B) Test de dos muestras independientes. El estadístico tiene distribución normal.
  - (C) Test de Chi-cuadrado. El estadístico tiene distribución chi cuadrado de 9 grados de libertad.
  - (D) Test de Chi-cuadrado. El estadístico tiene distribución chi cuadrado de 18 grados de libertad.
  - (E) Test de dos muestras independientes. El estadístico tiene distribución t de Student con 9 grados de libertad.
  - (F) Test de dos muestras apareadas. El estadístico tiene distribución t de Student con 9 grados de libertad.

**Ejercicio 6 (18 puntos, 9 parte 1 y 9 parte 2)**

Una embotelladora debe verter 333 ml de líquido en una botella de vidrio. Se sabe que el volumen vertido en la botella sigue una distribución normal de media  $\mu$  y desvío  $\sigma = 2$  ml.

Se pone a prueba la calidad de la maquina con el siguiente test:

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 333 \\ H_A : \mu \neq 333 \end{cases}$$

con  $n = 16$  mediciones. La región de rechazo es  $|\bar{X} - 333| \geq 0.5$ .

1. Calcular la probabilidad de cometer un error de tipo 1. Indicar en qué rango se encuentra dicha probabilidad:

- (A) [0,0.05)                      (C) [0.1,0.15)                      (E) [0.2,0.25)
- (B) [0.05,0.1)                      (D) [0.15,0.2)                      (F) [0.25,1]

2. La muestra tiene los siguientes valores:

332.96	333.02	334.09	335.60	336.59	337.10	333.73	330.49
333.22	334.18	334.69	334.93	334.37	331.21	333.70	332.11

Calcular el p-valor usando el promedio  $\bar{X}$  como estadístico. Indicar en qué rango se encuentra dicho valor:

- (A) [0,0.05)                      (C) [0.1,0.15)                      (E) [0.2,0.25)
- (B) [0.05,0.1)                      (D) [0.15,0.2)                      (F) [0.25,1]

---

**Ejercicio 7 (13 puntos)**

Una moneda tiene probabilidad de cara igual a  $\theta$ , un parámetro desconocido. Se lanza la moneda  $n$  veces. Hallar el mínimo valor de  $n$  que garantice que, para cualquier valor de  $\bar{X}$ , la longitud del  $z$ -intervalo de confianza para  $\theta$  al nivel de confianza 0.95 sea menor que 0.1.

*Sugerencia:* recordar que  $x(1-x) \leq 1/4$  para todo  $0 \leq x \leq 1$ .

- (A) 20      (B) 97      (C) 194      (D) 271      (E) 385      (F) 542
- 

**Ejercicio 8 (14 puntos)**

Una empresa de estudios de mercado lleva a cabo un sondeo entre 400 personas de dos ciudades diferentes: Buenos Aires y Montevideo. Se le pregunta a las personas cuál es su marca de cereales preferida entre las siguientes opciones: Chocos, Zuco y Fruti. Las respuestas obtenidas se resumen en la siguiente tabla:

	Chocos	Zucos	Frutis	Total
Buenos Aires	43	85	62	190
Montevideo	57	35	118	210
Total	100	120	180	400

Se realiza un test  $\chi^2$  de independencia, al nivel de significación del 5%, para saber si la preferencia por la marca de cereal depende de la ciudad en donde vive el individuo.

Indicar la conclusión correcta.

- (A) Rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 39.31$  es mayor al valor crítico 5.99.  
 (B) No rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 39.31$  es mayor al valor crítico 11.07.  
 (C) No rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 1.64$  es menor al valor crítico 5.99.  
 (D) No rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 39.31$  es mayor al valor crítico 12.83.  
 (E) Rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 1.64$  es menor al valor crítico 11.07.  
 (F) Rechazo  $H_0$  porque  $(Q_P)_{\text{obs}} = 1.64$  es menor al valor crítico 12.83.
-