

# Métodos Numéricos 2022

Instituto de Matemática y Estadística Rafael Laguardia (IMERL), Facultad de Ingeniería (FIng), Universidad de la República (UdelaR)

Obligatorio 1

15 de agosto de 2022


$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

## 1. Introducción

La Figura 1 corresponde al mapa de una ciudad, una grilla con  $n$  calles de dirección Este-Oeste y  $m$  calles de dirección Norte-Sur, en la que se representa el flujo de tránsito que entra o sale a cada intersección, en unidades de vehículos por hora (vph) promedio. En la Figura 1, los nodos simbolizan las intersecciones de las calles ( $C_{ij}$ ), mientras que las líneas dirigidas representan el sentido de las correspondientes calles<sup>1</sup>. Los flujos en la frontera de la ciudad, denotados como  $h_{i,1}$ ,  $h_{i,2}$ ,  $v_{1,j}$  y  $v_{2,j}$ , para  $i = 1, \dots, n$  y  $j = 1, \dots, m$ , son conocidos.

Se asume que en cada intersección se cumplen las llamadas Ecuaciones de Balance: el flujo que entra en cada intersección es igual al flujo que sale.

Se busca determinar los vph que circulan en cada tramo de calle.

- 
1. Modelar el problema de modo que conduzca al conjunto de soluciones de un sistema  $Ax = b$ . Esto implica realizar un modelado del problema reconociendo los elementos  $A$ ,  $b$  y  $x$ , con sus respectivos tamaños.
  2. Describir qué condiciones debe cumplir  $A$  para que el sistema sea compatible.

## 2. Problema

Consideraremos en lo que sigue un caso en el que la ciudad tiene  $n = 8$  y  $m = 7$ . Se busca entonces determinar los vph que circulan en cada tramo de esta ciudad. El archivo *flujosh.mat* contiene los flujos de tránsito correspondientes a los tramos de calles  $h_{i,1}$  y

---

<sup>1</sup>El criterio de etiquetado de los tramos de las calles utilizado en todo el Obligatorio es el siguiente: los tramos de calle se etiquetan comenzando por los tramos horizontales, de izquierda a derecha, continuando de forma descendente. Una vez finalizadas todas las etiquetas de los tramos horizontales, se etiquetan las calles verticales de forma descendente, continuando de izquierda a derecha. Ver la Figura 2 del Anexo con un ejemplo de este criterio de etiquetado.

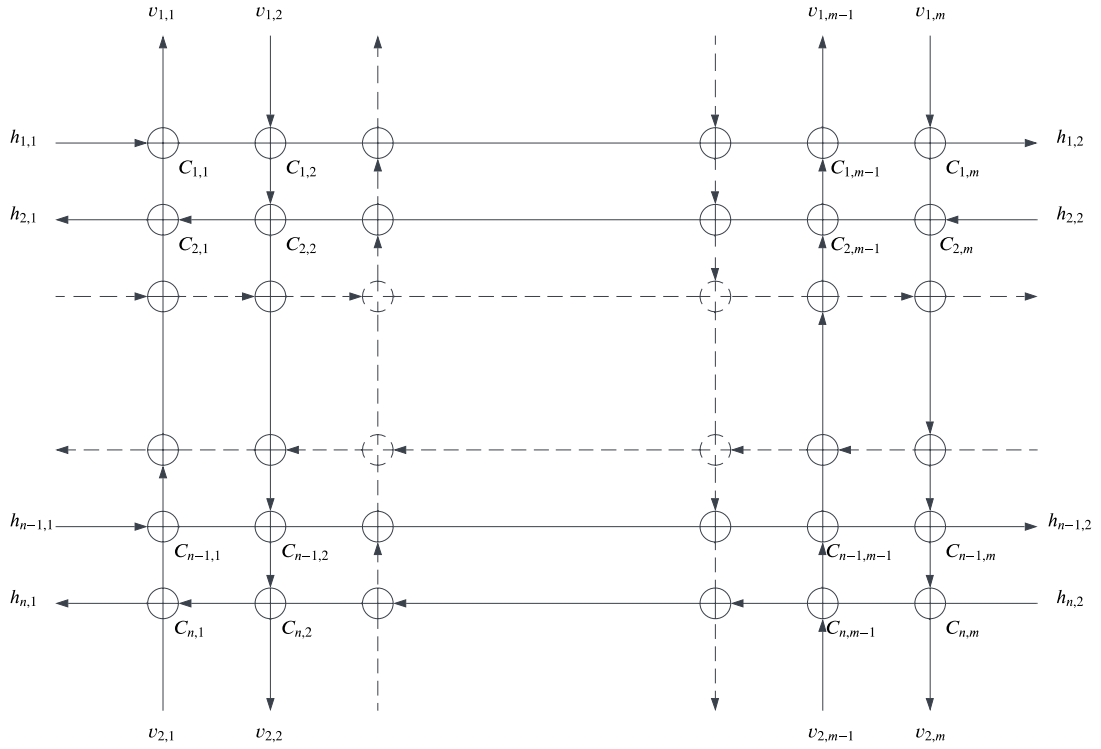


Figura 1: Mapa del tráfico de una ciudad de tamaño  $n \times m$ .

$h_{i,2}$ , mientras que el archivo *flujosv.mat* contiene los flujos de tránsito correspondientes a los tramos  $v_{1,j}$  y  $v_{2,j}$ . El primer archivo es una matriz de tamaño  $8 \times 2$ , donde la entrada  $(H)_{ij}$  corresponde al flujo de la calle  $h_{ij}$ . El segundo archivo es una matriz de tamaño  $2 \times 7$ , donde la entrada  $(V)_{ij}$  corresponde al flujo de la calle  $v_{ij}$ . Ambos archivos comprenden entonces la totalidad del flujo de tránsito que se da en la frontera de la ciudad.

A su vez, el archivo *flujos.mat* contiene los flujos de tránsito correspondientes a determinados tramos de calle. Este archivo es de tamaño  $41 \times 2$ ; la primera columna corresponde a la etiqueta del tramo de calle, y la segunda columna corresponde al flujo de tránsito en esa calle.

Debido a un corte de tránsito, se interrumpe el flujo en la conexión  $C_{5,5} - C_{6,5}$ , es decir,  $s_{81}$ .

3. Resuelva el problema planteado mediante escalerización con pivoteo parcial. Comparar el resultado obtenido con la solución provista por Octave.
4. Investigar y explorar si es posible obtener una solución alternativa del problema utilizando el método de Jacobi, o alguna de sus variantes.

5. Investigar y explorar si es posible obtener una solución alternativa del problema utilizando el método de Gauss-Seidel, o alguna de sus variantes.

Con el fin de solventar el corte de tránsito anterior, se crea una nueva conexión que une las esquinas  $C_{5,5} \rightarrow C_{6,6}$  directamente<sup>2</sup>, en ese sentido, mediante un puente.

6. Investigar y explorar una solución del problema, buscando minimizar la circulación que se da por el puente, sin que sea nula.

### 3. Anexo

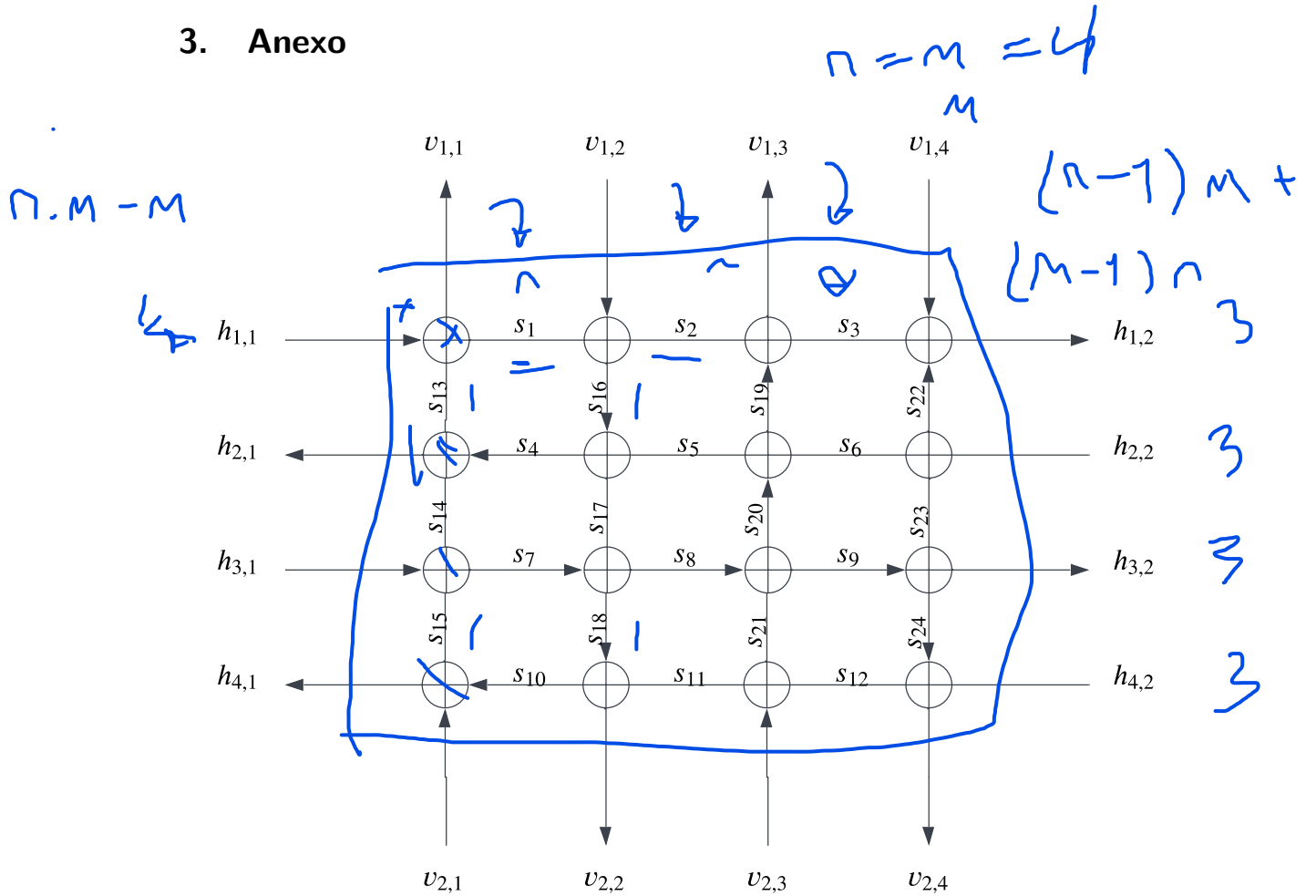


Figura 2: Ejemplo de etiquetado de tramos de calles para una ciudad con  $n = m = 4$ .

<sup>2</sup>A efectos prácticos, se le asigna a esta conexión la siguiente etiqueta de tramos de calles  $s$  disponible