Examen-Soluciones
Sábado 2 de febrero de 2019

Número de Parcial	Cédula	Nombre y Apellido

RESPUESTAS

PREGUNTA	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
RESPUESTA										

Múltiple opción. Total: 100 puntos.

Respuesta correcta: 10 puntos, respuesta incorrecta: -2.5 puntos, no responde: 0 punto.

Indicar su respuesta correcta en el cuadro superior.

Ejercicio 1

Se consideran los planos π_1, π_2 y la recta r definidas por $\pi_1 : (x, y, z) = (1, 0, 0) + \lambda(-1, 1, 0) + \mu(1, 2, 2)$;
$\pi_2 : 2x + y - z = 1$; $r : (1, 1, 1) + t(-1, 2, 0)$.
Entonces

A. $\pi_1 \cap \pi_2 = \emptyset$.

B. $\pi_1 = \pi_2$.

C. $\pi_1 \cap \pi_2$ es una recta paralela a r.

D. $\pi_1 \cap \pi_2$ es una recta que corta a r en un solo punto.

E. <u>$\pi_1 \cap \pi_2$ es una recta que se cruza con r.</u>

Ejercicio 2

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & b & 0 & 1 \\ 2 & 2b & a & 0 \\ 2 & 2 & a & 0 \\ 0 & 2 & a & 1 \end{pmatrix}$ con $a, b \in \mathbb{R}$.
Entonces

A. $rg(A) = 2$ para algún valor de a y algún valor de b.

B. $rg(A) = 4$ para todos los valores de a y b.

C. <u>$rg(A) = 3$ si y sólo si $a = 0$ o $b = 1$.</u>

D. Si $b = 1$, para algún valor de a el rango de A es 4.

E. Si $a = 0$, para algún valor de b el rango de A es 4.

Ejercicio 3

Se consideran las matrices $n \times n$ A invertible, $B = A^{-1}$ y $C = A \cdot A^t$.

Entonces

A. C es invertible, $\det(C) = 1$ y $C^{-1} = B \cdot B^t$.

B. C es invertible, $\det(C) = \det(A^2)$ y $C^{-1} = B \cdot B^t$.

C. <u>C es invertible, $\det(C) = \det(A^2)$ y $C^{-1} = B^t \cdot B$.</u>

D. C puede ser no invertible.

E. C es invertible, $\det(C) = 1$ y $C^{-1} = B^t \cdot B$.

Ejercicio 4

Si B es una matriz 3×3 con entradas reales que cumple $det(B) = 2$ y

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & \gamma \end{pmatrix}.$$

Entonces $det(AB^{-1}) = 2$ cuando

A. $\gamma = 1$.

B. $\gamma = 2$.

C. <u>$\gamma = 3$.</u>

D. $\gamma = 4$.

E. $\gamma = -1$.

Ejercicio 5

Sea $T : \mathcal{P}_2 \to \mathbb{R}^3$ una transformación lineal tal que cumple las tres igualdades siguientes

$$T(x^2 + x + 1) = (2, 0, 1);\ T(x^2 + 3x - 2) = (1, 1, 0);\ T(x^2 + 5x - 5) = (0, 2, 0)\ (*)$$

Entonces

A. Existen infinitas T que verifican las tres igualdades $(*)$.

B. <u>No existe ninguna T que verifique a la vez las tres igualdades $(*)$.</u>

C. Existe una única T que verifica las tres igualdades $(*)$ y además cumple $T(2x^2 + 4x - 1) = (3, 1, 1)$.

D. Existe una única T que verifica las tres igualdades $(*)$ y además cumple $T(2x^2 + 6x - 4) = (2, 2, 0)$.

E. Existe una única T que verifica las tres igualdades $(*)$ y además cumple $T(2x^2 + 8x - 7) = (1, 0, 0)$.

Ejercicio 6

Se considera el espacio vectorial $\mathbb{R}^4$ y los subespacios S y R definidos como

$$S = \{(x, y, z, t) : z = t, 2x - y = t\},$$

$$R = [(1, 2, -1, 0), (1, 1, 2, 2), (-1, -2, 0, 0)].$$

Entonces

A. $S \subset R$ y $\dim(R + S) = \dim(R) = 2$.

B. $S \subset R$ y $\dim(R + S) = \dim(R) = 3$.

C. $\dim(R \cap S) = 1$ y $\dim(R + S) = 3$.

D. $\underline{\dim(R \cap S) = 1 \text{ y } R + S = \mathbb{R}^4.}$

E. $R \cap S = \{0\}$ y $R \oplus S = \mathbb{R}^4$.

Ejercicio 7

Sean U, W subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^4$ tales que $\dim(U) = 2$ y $\dim(W) = 3$.
Entonces la dimensión de $U \cap W$

A. Necesariamente es 1.

B. Necesariamente es 2.

C. Únicamente puede tomar los valores 1 o 2.

D. Únicamente puede tomar los valores 0, 1 o 2.

E. Únicamente puede tomar los valores 1, 2 o 3.

Ejercicio 8

Se considera la transformación lineal $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida como

$$T(x, y, z) = (x - y, x - y, z).$$

Entonces

A. $N(T)$ es un plano, $Im(T)$ es una recta y la distancia entre ambos es 1.

B. $N(T)$ es una recta, $Im(T)$ es un plano y la distancia entre ambos es 1.

C. $N(T)$ es un plano, $Im(T)$ es una recta y la distancia entre ambos es 0.

D. $N(T)$ es una recta, $Im(T)$ es un plano y la distancia entre ambos es 0.

E. $N(T)$ e $Im(T)$ son ambos planos paralelos y la distancia entre ambos es 1.

Ejercicio 9

Se considera la transformación lineal $T : \mathcal{P}_3 \to \mathbb{R}^3$ definida como

$$T(ax^3 + bx^2 + cx + d) = (a + b, a + c, b + d)$$

y las bases $B = \{x^3, x^2 + x, x - 1, 1\}$, $C = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (0, 0, 1)\}$.

Entonces ${}_C(T)_B =$

A. $\underline{\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.}$

B. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

C. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

D. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

E. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 10

Se consideran tres vectores u, v y w no nulos de $\mathbb{R}^3$ tales que $(u + v) \wedge w = 0$ y $(u - v) \wedge w = 0$. Se consideran las afirmaciones:

(I) u y v son colineales.

(II) u y v son ortogonales.

(III) $< u \wedge v, w >= 0$.

Entonces

A. Solamente (I) es verdadera.

B. Solamente (I) y (II) son verdaderas.

C. <u>Solamente (I) y (III) son verdaderas.</u>

D. Ninguna de las tres afirmaciones es verdadera.

E. Solamente (III) es verdadera.