# ESTADÍSTICA ACTUARIAL Y EL ESTUDIO DE LOS RIESGOS

Enrique Arónica

- Constitución obligatoria desde el 30 de junio de 2002.
- Siniestros ocurridos en un periodo contable, bajo la vigencia de las pólizas, que son denunciados con posterioridad al cierre del ejercicio.
- ➤ El método adoptado por la SSN es el "Chain Ladder" (escalera de cadena). Se realiza sobre el "triángulo o escalera de los siniestros" que se construye matricialmente.
- La dimensión de la tabla, depende del ramo de seguros, para los seguros con siniestralidad denominada de "cola larga" (automotores y responsabilidad civil) la tabla es de dimensión 10 por 10. Para los de "cola corta" (otras ramas), a tabla es 5 por 5.

Siniestros Incurridos												
Período de	Período de Desarrollo (j)											
Ocurrencia (i)	1	2	3		k-1	k						
1	X <sub>1,1</sub>	X <sub>1,2</sub>	X <sub>1,3</sub>		X <sub>1,(k-1)</sub>	$X_{1,k}$						
2	X <sub>2,1</sub>	X <sub>2,2</sub>	X <sub>2,3</sub>		X <sub>2,(k-1)</sub>							
3	X <sub>3,1</sub>	X <sub>3,2</sub>	X <sub>3,3</sub>									
k-1	X <sub>(k-1),1</sub>	X <sub>(k-1),2</sub>										
k	X <sub>k,1</sub>											

 $X_{i,j}$ : Total pagado acumulado y reservado de los siniestros ocurridos en el período i, hasta final del período j de desarrollo.

Cada diagonal de la tabla, corresponde a un ejercicio contable. Por ejemplo  $X_{3,1}, X_{2,2}, X_{1,3}$ , representan los pagos acumulados y reservas hasta el tercer período de observación.

Por la misma razón  $X_{k,1}, X_{(k-1),2}, \ldots X_{2,(k-1)}, X_{1,k}$ , representan los importes de los siniestros incurridos acumulados hasta el período k.

#### Proceso de cálculo

$$IBNR_i = X_i - X_{i,(k-i+1)}$$

 $IBNR_i$ : Reserva de siniestros ocurridos pero no denunciados, correspondiente a los siniestros del período i de ocurrencia.

 $X_i$ : Total que se va a llegar a pagar y reservar por los siniestros ocurridos en el período i. Resultando ser un valor desconocido.

(k-i+1) es el último período de desarrollo con información observada de los siniestros ocurridos en el período i.

$$IBNR = \sum_{i=1}^{k} IBNR_i$$

# Proceso de cálculo

Factor de Desarrollo  $q_j$ : Representa la proporción de aumento del monto de los siniestros incurridos, entre los período de desarrollo j y (j+1).

$$\hat{q}_j = \frac{\sum_{i=1}^{k-j} X_{i,(j+1)}}{\sum_{i=1}^{k-j} X_{i,j}} \qquad i = 1, 2, \dots k$$

Por ejemplo para k = 10 y j = 4.

$$\hat{q}_4 = \frac{\sum_{i=1}^6 X_{i,5}}{\sum_{i=1}^6 X_{i,4}}$$

Se asume que el total a pagar y reservar por los siniestros ocurridos en el período i, es el producto de la siguiente expresión.

$$X_i = Q_j \cdot X_{i,j} \qquad Q_j = \frac{X_i}{X_{i,j}}$$

 $Q_j$ : Factor de Desarrollo Acumulado. Representa la proporción de aumento del acumulado de siniestros pagados y reservados correspondiente al año j, hasta el total que se va a llegar a pagar, es decir  $X_i$ .

#### Proceso de cálculo

$$X_{i,(j+1)} = q_j \cdot X_{i,j} \implies q_j = \frac{X_{i,(j+1)}}{X_{i,j}}$$

$$q_{j-1} \cdot Q_j = \frac{X_{i,j}}{X_{i,(j-1)}} \cdot \frac{X_i}{X_{i,j}} = \frac{X_i}{X_{i,(j-1)}} = Q_{j-1} \implies Q_{j-1} = q_{j-1} \cdot Q_j$$

Concluido el periodo k, por razones de prescripción jurídica no habrá nuevos reclamos, por lo que el monto de siniestros incurridos (pagados y reservados) no sufrirá incrementos, llegando así para ese año de ocurrencias, a la "última pérdida esperada". En consecuencia  $\hat{q}_k = 1$  y  $\hat{Q}_k = 1$ .

$$\widehat{Q}_{k-1} = \widehat{q}_{k-1} \cdot \widehat{Q}_k = \widehat{q}_{k-1}$$

$$\widehat{Q}_{k-2} = \widehat{q}_{k-2} \cdot \widehat{Q}_{k-1}$$

$$\widehat{Q}_2 = \widehat{q}_2 \cdot \widehat{Q}_3$$

$$\widehat{Q}_1 = \widehat{q}_1 \cdot \widehat{Q}_2$$

#### Proceso de cálculo

En base a las relaciones obtenidas.

$$IBNR_{i} = X_{i} - X_{i,(k-i+1)} \qquad X_{i} = \hat{Q}_{k-i+1} \cdot X_{i,(k-i+1)}$$

$$IBNR_{i} = X_{i} - X_{i,(k-i+1)} = \hat{Q}_{k-i+1} \cdot X_{i,(k-i+1)} - X_{i,(k-i+1)}$$

$$IBNR_{i} = (\hat{Q}_{k-i+1} - 1) \cdot X_{i,(k-i+1)}$$

$$IBNR_{1} = 0$$

$$IBNR_{2} = (\hat{Q}_{k-1} - 1) \cdot X_{2,(k-1)}$$

$$IBNR_{3} = (\hat{Q}_{k-2} - 1) \cdot X_{3,(k-2)}$$

$$IBNR_{k-1} = (\hat{Q}_{2} - 1) \cdot X_{(k-1),2}$$

$$IBNR_{k} = (\hat{Q}_{1} - 1) \cdot X_{k,1}$$

## Ejemplo.

Siniestros Pagados Acumulados													
Período de		Período de Desarrollo											
Ocurrencia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1999/2000	372.877	579.944	625.303	647.168	969.708	1.585.257	2.481.712	3.243.622	4.227.577	4.408.012			
2000/2001	363.506	671.795	714.552	739.232	748.354	1.059.429	2.209.273	3.023.654	3.310.585				
2001/2002	647.835	1.031.831	1.294.984	1.651.789	2.055.621	2.334.976	2.379.914	2.183.145					
2002/2003	410.027	1.107.253	1.469.920	1.730.030	2.464.445	4.246.797	5.122.735						
2003/2004	832.196	1.497.948	1.656.620	2.037.238	2.579.940	2.613.770							
2004/2005	961.223	1.516.792	1.876.931	2.163.531	2.244.504								
2005/2006	2.127.283	3.446.438	4.390.977	4.475.503									
2006/2007	2.483.308	4.303.519	5.966.324										
2007/2008	3.173.862	4.760.793											
2008/2009	4.876.379												

### Ejemplo.

Siniestros Pendientes de Pago													
Período de		Período de Desarrollo											
Ocurrencia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1999/2000	279.922	803.832	2.008.897	2.520.672	2.872.581	2.444.422	1.972.748	1.574.000	785.174	691.676			
2000/2001	997.289	1.809.193	2.091.835	2.853.169	2.702.734	2.872.259	2.282.414	1.141.616	910.552				
2001/2002	1.337.718	2.243.815	1.995.039	2.293.685	2.906.265	2.640.053	3.534.666	3.785.943					
2002/2003	2.491.528	3.421.094	3.086.843	4.060.791	3.980.384	3.710.583	3.459.070						
2003/2004	2.740.633	3.219.135	4.280.445	4.797.994	4.729.746	4.662.469							
2004/2005	1.617.120	2.907.125	2.787.440	3.184.483	3.638.081								
2005/2006	1.924.619	2.635.027	4.227.371	5.425.573									
2006/2007	2.546.865	4.577.705	6.582.330										
2007/2008	3.675.560	4.410.672											
2008/2009	5.244.510												

	Siniestros Incurridos												
Período de	do de Desa	rrollo											
Ocurrencia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10			
1999/2000	652.799	1.383.776	2.634.200	3.167.840	3.842.289	4.029.679	4.454.460	4.817.622	5.012.751	5.099.688			
2000/2001	1.360.795	2.480.988	2.806.387	3.592.401	3.451.088	3.931.688	4.491.687	4.165.270	4.221.137				
2001/2002	1.985.553	3.275.646	3.290.023	3.945.474	4.961.886	4.975.029	5.914.580	5.969.088					
2002/2003	2.901.555	4.528.347	4.556.763	5.790.821	6.444.829	7.957.380	8.581.805						
2003/2004	3.572.829	4.717.083	5.937.065	6.835.232	7.309.686	7.276.239							
2004/2005	2.578.343	4.423.917	4.664.371	5.348.014	5.882.585								
2005/2006	4.051.902	6.081.465	8.618.348	9.901.076									
2006/2007	5.030.173	8.881.224	12.548.654										
2007/2008	6.849.422	9.171.465											
2008/2009	10.120.889												

$$\hat{q}_j = \frac{\sum_{i=1}^{k-j} X_{i,(j+1)}}{\sum_{i=1}^{k-j} X_{i,j}} \qquad \hat{Q}_{j-1} = \hat{q}_{j-1} \cdot \hat{Q}_j$$

Factores de Desarrollo												
Factores	Período de Desarrollo											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Fact.Des.qj	1,55068	1,25951	1,18684	1,11202	1,08305	1,12199	1,00614	1,02794	1,01734	1,00000		
Fact.Des.Ac.	3,29580	2,12539	1,68747	1,42182	1,27859	1,18054	1,05219	1,04577	1,01734	1,00000		

#### Ejemplo.

Por último se procede a determinar la *última pérdida esperada* y seguidamente la *reserva IBNR* para cada período de ocurrencia mediante las expresiones.

$$X_i = \hat{Q}_{k-i+1} \cdot X_{i,(k-i+1)}$$
  $IBNR_i = X_i - X_{i,(k-i+1)}$ 

	Siniestros Incurridos- Histórico											
Período de	Período de Desarrollo											
Ocurrencia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Ult.Pérd.Esp.	IBNR
1999/2000	652.799	1.383.776	2.634.200	3.167.840	3.842.289	4.029.679	4.454.460	4.817.622	5.012.751	4.799.688	4.799.688	0
2000/2001	1.360.795	2.480.988	2.806.387	3.592.401	3.451.088	3.931.688	4.491.687	4.465.270	4.221.137		4.294.346	73.208
2001/2002	1.985.553	3.275.646	3.290.023	3.945.474	4.961.886	4.975.029	5.914.580	5.969.088			6.242.290	273.202
2002/2003	2.901.555	4.528.347	4.556.763	5.790.821	6.444.829	7.957.380	8.581.805				9.029.699	447.893
2003/2004	3.572.829	4.717.083	5.937.065	6.835.232	7.309.686	7.276.239					8.589.921	1.313.682
2004/2005	2.578.343	4.423.917	4.664.371	5.348.014	5.882.585						7.521.438	1.638.852
2005/2006	4.051.902	6.081.465	8.618.348	9.901.076							14.077.511	4.176.435
2006/2007	5.030.173	8.881.224	12.548.654								26.670.779	14.122.125
2007/2008	6.849.422	9.171.465									19.492.936	10.321.471
2008/2009	10.120.889										33.356.401	23.235.512
												55 000 000