

ESTADÍSTICA ACTUARIAL Y EL ESTUDIO DE LOS RIESGOS

Enrique Arónica

Reserva IBNR

- Constitución obligatoria desde el 30 de junio de 2002.
- Siniestros ocurridos en un periodo contable, bajo la vigencia de las pólizas, que son denunciados con posterioridad al cierre del ejercicio.
- El método adoptado por la SSN es el “*Chain Ladder*” (*escalera de cadena*). Se realiza sobre el “*triángulo o escalera de los siniestros*” que se construye matricialmente.
- La dimensión de la tabla, depende del ramo de seguros, para los seguros con siniestralidad denominada de “*cola larga*” (automotores y responsabilidad civil) la tabla es de dimensión 10 por 10. Para los de “*cola corta*” (otras ramas), a tabla es 5 por 5.

Reserva IBNR

Siniestros Incurridos						
Período de Ocurrencia (i)	Período de Desarrollo (j)					
	1	2	3	----	k-1	k
1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	$X_{1,3}$	----	$X_{1,(k-1)}$	$X_{1,k}$
2	$X_{2,1}$	$X_{2,2}$	$X_{2,3}$	----	$X_{2,(k-1)}$	
3	$X_{3,1}$	$X_{3,2}$	$X_{3,3}$	----		
----	----	----	----			
k-1	$X_{(k-1),1}$	$X_{(k-1),2}$				
k	$X_{k,1}$					

$X_{i,j}$: Total pagado acumulado y reservado de los siniestros ocurridos en el período i , hasta final del período j de desarrollo.

Cada diagonal de la tabla, corresponde a un ejercicio contable. Por ejemplo $X_{3,1}, X_{2,2}, X_{1,3}$, representan los pagos acumulados y reservas hasta el tercer período de observación.

Por la misma razón $X_{k,1}, X_{(k-1),2}, \dots, X_{2,(k-1)}, X_{1,k}$, representan los importes de los siniestros incurridos acumulados hasta el período k .

Reserva IBNR

Proceso de cálculo

$$IBNR_i = X_i - X_{i,(k-i+1)}$$

$IBNR_i$: Reserva de siniestros ocurridos pero no denunciados, correspondiente a los siniestros del período i de ocurrencia.

X_i : Total que se va a llegar a pagar y reservar por los siniestros ocurridos en el período i . Resultando ser un valor desconocido.

$(k - i + 1)$ es el último período de desarrollo con información observada de los siniestros ocurridos en el período i .

$$IBNR = \sum_{i=1}^k IBNR_i$$

Reserva IBNR

Proceso de cálculo

Factor de Desarrollo q_j : Representa la proporción de aumento del monto de los siniestros incurridos, entre los período de desarrollo j y $(j + 1)$.

$$\hat{q}_j = \frac{\sum_{i=1}^{k-j} X_{i,(j+1)}}{\sum_{i=1}^{k-j} X_{i,j}} \quad i = 1, 2, \dots k$$

Por ejemplo para $k = 10$ y $j = 4$.

$$\hat{q}_4 = \frac{\sum_{i=1}^6 X_{i,5}}{\sum_{i=1}^6 X_{i,4}}$$

Se asume que el total a pagar y reservar por los siniestros ocurridos en el período i , es el producto de la siguiente expresión.

$$X_i = Q_j \cdot X_{i,j} \quad Q_j = \frac{X_i}{X_{i,j}}$$

Q_j : Factor de Desarrollo Acumulado. Representa la proporción de aumento del acumulado de siniestros pagados y reservados correspondiente al año j , hasta el total que se va a llegar a pagar, es decir X_i .

Reserva IBNR

Proceso de cálculo

$$X_{i,(j+1)} = q_j \cdot X_{i,j} \Rightarrow q_j = \frac{X_{i,(j+1)}}{X_{i,j}}$$

$$q_{j-1} \cdot Q_j = \frac{X_{i,j}}{X_{i,(j-1)}} \cdot \frac{X_i}{X_{i,j}} = \frac{X_i}{X_{i,(j-1)}} = Q_{j-1} \Rightarrow Q_{j-1} = q_{j-1} \cdot Q_j$$

Concluido el periodo k , por razones de prescripción jurídica no habrá nuevos reclamos, por lo que el monto de siniestros incurridos (pagados y reservados) no sufrirá incrementos, llegando así para ese año de ocurrencias, a la “última pérdida esperada”. En consecuencia $\hat{q}_k = 1$ y $\hat{Q}_k = 1$.

$$\hat{Q}_{k-1} = \hat{q}_{k-1} \cdot \hat{Q}_k = \hat{q}_{k-1}$$

$$\hat{Q}_{k-2} = \hat{q}_{k-2} \cdot \hat{Q}_{k-1}$$

- - - - -

$$\hat{Q}_2 = \hat{q}_2 \cdot \hat{Q}_3$$

$$\hat{Q}_1 = \hat{q}_1 \cdot \hat{Q}_2$$

Reserva IBNR

Proceso de cálculo

En base a las relaciones obtenidas.

$$IBNR_i = X_i - X_{i,(k-i+1)} \quad X_i = \hat{Q}_{k-i+1} \cdot X_{i,(k-i+1)}$$

$$IBNR_i = X_i - X_{i,(k-i+1)} = \hat{Q}_{k-i+1} \cdot X_{i,(k-i+1)} - X_{i,(k-i+1)}$$

$$IBNR_i = (\hat{Q}_{k-i+1} - 1) \cdot X_{i,(k-i+1)}$$

$$IBNR_1 = 0$$

$$IBNR_2 = (\hat{Q}_{k-1} - 1) \cdot X_{2,(k-1)}$$

$$IBNR_3 = (\hat{Q}_{k-2} - 1) \cdot X_{3,(k-2)}$$

- - - - -

$$IBNR_{k-1} = (\hat{Q}_2 - 1) \cdot X_{(k-1),2}$$

$$IBNR_k = (\hat{Q}_1 - 1) \cdot X_{k,1}$$

Reserva IBNR

Siniestros Incurridos										
Período de Ocurrencia	Período de Desarrollo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1999/2000	652.799	1.383.776	2.634.200	3.167.840	3.842.289	4.029.679	4.454.460	4.817.622	5.012.751	5.099.688
2000/2001	1.360.795	2.480.988	2.806.387	3.592.401	3.451.088	3.931.688	4.491.687	4.165.270	4.221.137	
2001/2002	1.985.553	3.275.646	3.290.023	3.945.474	4.961.886	4.975.029	5.914.580	5.969.088		
2002/2003	2.901.555	4.528.347	4.556.763	5.790.821	6.444.829	7.957.380	8.581.805			
2003/2004	3.572.829	4.717.083	5.937.065	6.835.232	7.309.686	7.276.239				
2004/2005	2.578.343	4.423.917	4.664.371	5.348.014	5.882.585					
2005/2006	4.051.902	6.081.465	8.618.348	9.901.076						
2006/2007	5.030.173	8.881.224	12.548.654							
2007/2008	6.849.422	9.171.465								
2008/2009	10.120.889									

$$\hat{q}_j = \frac{\sum_{i=1}^{k-j} X_{i,(j+1)}}{\sum_{i=1}^{k-j} X_{i,j}} \quad \hat{Q}_{j-1} = \hat{q}_{j-1} \cdot \hat{Q}_j$$

Factores de Desarrollo										
Factores	Período de Desarrollo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Fact.Des.qj	1,55068	1,25951	1,18684	1,11202	1,08305	1,12199	1,00614	1,02794	1,01734	1,00000
Fact.Des.Ac.	3,29580	2,12539	1,68747	1,42182	1,27859	1,18054	1,05219	1,04577	1,01734	1,00000

Reserva IBNR

Ejemplo.

Por último se procede a determinar la *última pérdida esperada* y seguidamente la *reserva IBNR* para cada período de ocurrencia mediante las expresiones.

$$X_i = \hat{Q}_{k-i+1} \cdot X_{i,(k-i+1)} \quad IBNR_i = X_i - X_{i,(k-i+1)}$$

Siniestros Incurridos- Histórico												
Período de Ocurrencia	Período de Desarrollo										Ult.Pérd.Esp.	IBNR
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
1999/2000	652.799	1.383.776	2.634.200	3.167.840	3.842.289	4.029.679	4.454.460	4.817.622	5.012.751	4.799.688	4.799.688	0
2000/2001	1.360.795	2.480.988	2.806.387	3.592.401	3.451.088	3.931.688	4.491.687	4.465.270	4.221.137		4.294.346	73.208
2001/2002	1.985.553	3.275.646	3.290.023	3.945.474	4.961.886	4.975.029	5.914.580	5.969.088			6.242.290	273.202
2002/2003	2.901.555	4.528.347	4.556.763	5.790.821	6.444.829	7.957.380	8.581.805				9.029.699	447.893
2003/2004	3.572.829	4.717.083	5.937.065	6.835.232	7.309.686	7.276.239					8.589.921	1.313.682
2004/2005	2.578.343	4.423.917	4.664.371	5.348.014	5.882.585						7.521.438	1.638.852
2005/2006	4.051.902	6.081.465	8.618.348	9.901.076							14.077.511	4.176.435
2006/2007	5.030.173	8.881.224	12.548.654								26.670.779	14.122.125
2007/2008	6.849.422	9.171.465									19.492.936	10.321.471
2008/2009	10.120.889										33.356.401	23.235.512
												55.602.380