

# Paradigmas de Programación

## Programación Lógica

### Guía de Ejercicios N° 1

#### Ejercicio 1

Sea la fórmula  $\phi = (P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$  y sean las interpretaciones:

- a)  $I_1 = \{P, Q\}$
- b)  $I_2 = \{P\}$
- c)  $I_3 = \{Q\}$
- d)  $I_4 = \{\}$

Calcular el valor de verdad de  $\phi$  para todas las interpretaciones.



#### Ejercicio 2

Indicar cuáles de las siguientes interpretaciones hacen verdadero el conjunto de fórmulas:

$$\Sigma = \{\neg P \rightarrow (Q \wedge R), Q \wedge R, P \vee Q \vee R\}$$



a) $I_1(P) = T$ $I_1(Q) = F$ $I_1(R) = F$	b) $I_2(P) = T$ $I_2(Q) = T$ $I_2(R) = F$	c) $I_3(P) = F$ $I_3(Q) = F$ $I_3(R) = F$
--	--	--

Ninguna

#### Ejercicio 3

a) Indicar cuáles de las siguientes cadenas son fórmulas bien conformadas, considerando las variables  $x, y$  y  $z$ , las constantes  $a$  y  $b$ , las funciones  $f$  (aridad 1) y  $g$  (aridad 2), y el conjunto de predicados  $P$  (aridad 2),  $Q$  (aridad 1) y  $R$  (aridad 3).

1.  $P(a, f(a))$  —
2.  $\forall x (P(a, f(a)))$  —
3.  $\exists z (g(z, z))$
4.  $P(x, y) \rightarrow Q(x)$  —
5.  $f(f(a))$
6.  $P(x) \wedge Q(x)$
7.  $Q(P(x))$
8.  $Q(f(f(a)))$  —
9.  $R(f, a, b)$
10.  $P(x, f(g(y, y))) \leftrightarrow Q(x)$  —
11.  $\forall x (P(a, f(a)) \rightarrow x)$

b) Indicar si las siguientes fórmulas bien conformadas pueden ser empleadas para escribir un programa lógico.

Nota: Tener en cuenta:  $P \rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$ .

1.  $\forall x (Q(x) \leftarrow R(b, a, x) \vee P(a, b))$
2.  $\forall x (\neg R(f(x), a, a) \vee Q(x))$
3.  $P(a, b) \wedge R(a, b, f(a)) \rightarrow Q(b)$  —  $t : \rho \circ \Sigma$
4.  $\forall z, y (\neg P(a, y) \vee \neg P(a, b) \vee Q(b) \vee \neg P(x, y))$  —  $t : \rho \circ \Sigma$
5.  $\forall z (Q(z))$  —  $t : \rho \circ \Sigma$

### Ejercicio 4

Dado el siguiente programa lógico  $P$ , indicar  $U(P)$  y  $B(P)$ .

1. sucesor(cero, uno)
2. sucesor(uno, dos)
3.  $\forall x \text{ (suma}(x, \text{cero}, x)\text{)}$
4.  $\forall x, y, s, w \text{ (suma}(x, y, s) \leftarrow \text{sucesor}(x, w) \wedge \text{sucesor}(z, y) \wedge \text{suma}(w, z, s))$



### Ejercicio 5

Dado el siguiente programa lógico  $R$ .



1. arista(a, b)
  2.  $\forall x, y \text{ (adyacente}(x, y) \leftarrow \text{arista}(x, y))$
  3.  $\forall x, y \text{ (adyacente}(x, y) \leftarrow \text{arista}(y, x))$
- a) Indicar  $U(R)$  y  $B(R)$ .  
b) ¿Cuántas interpretaciones tiene  $R$ ?  
c) Dada la interpretación  $I = \{\text{adyacente}(b, a), \text{arista}(a, b)\}$ . Responder, ¿ $I$  es modelo de alguna cláusula? ¿ $I$  es modelo del programa? Justificar.

### Ejercicio 6

Dado el siguiente programa lógico  $P$ :



1. p(a, b)
2. p(a, e)
3. p(b, c)
4. p(b, d)
5. p(e, f)
6. q(a, c)  $\leftarrow$  p(a, b)  $\wedge$  p(b, c)
7. q(a, d)  $\leftarrow$  p(a, b)  $\wedge$  p(b, d)
8. q(a, f)  $\leftarrow$  p(a, e)  $\wedge$  p(e, f)
9. r(b, e)  $\leftarrow$  q(a, b)  $\wedge$  p(a, e)
10. r(c, d)  $\leftarrow$  p(b, c)  $\wedge$  p(b, d)
11. s(e, f)  $\leftarrow$  p(b, d)  $\wedge$  r(b, e)

Demostrar si se verifican las siguientes expresiones mediante la aplicación de la regla de resolución:

- a)  $P \models s(a, d)$
- b)  $P \models s(e, f)$

### Ejercicio 7

Dado el programa lógico:



1. padre(juan, raquel)
2. padre(juan, mariana)
3. padre(jorge, noel)
4. padre(luis, ricardo)
5. madre(raquel, diego)
6. madre(lucía, mariana)
7. madre(raquel, noel)
8. madre(lucía, raquel)
9. madre(mariana, alejandra)
10. abuelo(luis, diego)  $\leftarrow$  padre(luis, raquel)  $\wedge$  madre(raquel, diego)
11. hermano(ricardo, jorge)  $\leftarrow$  padre(luis, ricardo)  $\wedge$  padre(luis, jorge)
12. hermano(mariana, raquel)  $\leftarrow$  madre(lucía, mariana)  $\wedge$  madre(lucía, raquel)
13. tío(mariana, diego)  $\leftarrow$  hermano(mariana, raquel)  $\wedge$  madre(raquel, diego)
14. primo(alejandra, diego)  $\leftarrow$  tío(mariana, diego)  $\wedge$  madre(mariana, alejandra)

Resolver las siguientes consultas por aplicación de resolución:

- a) tío(mariana, germán)
- b) primo(alejandra, diego)

### Ejercicio 8

Obtener un unificador para los siguientes pares de predicados:

- a) p(a, b)
- b) p(a, b)
- c) p(f(a), b)
- d) r(f(X), b)
- e) r(g(Y), g(W), W)
- f) r(f(Y), Y, X)
- g) hanoi(X, s(X), X, s(0))

- p(X, Y) ✓
- p(X, X)
- p(f(Z), Y) ✓
- r(Y, Z)
- r(X, X, f(a)) ✓
- r(W, f(a), f(V))
- hanoi(s(Y), s(s(1)), s(Z), Y)

### Ejercicio 9

Proponga para las siguientes expresiones al menos un unificador:

- a) predi([ W | Y ], g(a, T), 5) —
- b) append([ a, g(a), d ], X, [ a | U ]) —
- c) p([ X | [ Z | Y ] ]) —
- d) p(Y, [ X, Y, b ]) —
- e) p([ X | L ], a, f(L)) —

- predi([ X ], g(X, [ a | J ]), L)
- append([ T | Ts ], [ a, c ], [ a, Z | C ]) —
- p([ a, b | [ U, d ] ]) —
- p(g(Z), [ a | [ g(0) | Z ] ]) —
- p([ a | [ Z | [ ] ] ], Z, T) —

### Ejercicio 10

Componer las siguientes sustituciones, indicando la sustitución obtenida en cada caso:

- a)  $\gamma = \theta\sigma$ , con  $\theta = \{X/a, Y/c, U/c\}$ ,  $\sigma = \{Z/W, X/b\}$  — ✓
- b)  $s = s_1s_2$ , con  $s_1 = \{W/a, Y/f(Z)\}$ ,  $s_2 = \{W/b, Y/a, Z/c\}$
- c)  $\gamma = \sigma\theta$ , con  $\sigma = \{X/g(Y, a), Z/f(W), U/W\}$ ,  $\theta = \{Y/f(b), W/U, T/g(a, f(b))\}$  — ✓
- d)  $s = s_1s_2s_3$ , con  $s_1 = \{P/d, Q/f(X, Y), R/Z\}$ ,  $s_2 = \{X/a, Y/T\}$ ,  $s_3 = \{Z/R, X/b, T/c\}$

### Ejercicio 11

Hallar el unificador más general (UMG) para cada uno de los siguientes conjuntos de predicados  $\Sigma$ , aplicando paso a paso el algoritmo correspondiente:

- a)  $\{p(A, g(A, c(B))), [A | B]), p(a, g(A, c(1)), [D | A])\}$
- b)  $\{q([X | Xs], [Y | Ys]), q([A, B | C], [[A, 2] | C])\}$
- c)  $\{r(a, f(Y), [f(Y), a]), r(X, U, [U | W]), r(a, f(Z), M)\}$
- d)  $\{p(W, Z), q(f(a), b)\}$

### Ejercicio 12

Sea el siguiente programa:

1. p(a, b)
2. p(a, e)
3. p(b, c)
4. p(b, d)
5. p(e, f)
6.  $\forall x, y, z (q(x, y) \leftarrow p(x, z) \wedge p(z, y))$
7.  $\forall x, y, z (r(x, y) \leftarrow p(z, x) \wedge p(z, y))$

P<sub>1</sub> r<sub>2</sub> P<sub>1</sub> r<sub>0:2</sub> ✓✓

Además  $x=b$   
 $y=b$

8.  $\forall x, y, z (s(x, y) \leftarrow p(z, y) \wedge r(z, x))$

Mostrar una respuesta que puede obtenerse con el intérprete no determinista a las consultas:

- a)  $q(e, b)$
- b)  $\exists x, y (r(x, x) \wedge s(x, y))$

### Ejercicio 13

Dado el siguiente programa lógico:

1.  $p(a, b)$
2.  $p(c, b)$
3.  $\forall x, y, z (p(x, z) \leftarrow p(x, y) \wedge p(y, z))$
4.  $\forall x, y (p(x, y) \leftarrow p(y, x))$

$P_{\perp, \perp} \quad P_{\perp, r \cup \perp}$

Indicar:

- a) ¿Cuál es la respuesta del interprete Prolog para la consulta  $p(a, c)$ ?
- b) Justifique su respuesta con el correspondiente árbol de búsqueda.

### Ejercicio 14

Dada las siguientes definiciones del predicado `pegar` en Prolog:

- a) 1. `pegar([], L, L).`  
2. `pegar([X|Y], Z, [X|T]) :- pellar(Y, Z, T).`
- b) 1. `pegar([X|Y], Z, [X|T]) :- pellar(Y, Z, T).`  
2. `pegar([], L, L).`
- c) 1. `pegar([], L, L) :- !.`  
2. `pegar([X|Y], Z, [X|T]) :- pellar(Y, Z, T).`

Indicar y justificar la(s) respuesta(s) de cada definición ante la siguiente consulta:

`pegar(X, [a, b, c], [e, f, g, a, b, c]).`

$P_{\perp, \perp} \quad P_{\perp, r \cup \perp}$

### Ejercicio 15

Utilizando el siguiente predicado:

1. `elegir(X, [X|Xs], Xs).`
2. `elegir(X, [Y|Ys], [Y|Zs]) :- elegir(X, Ys, Zs).`

Construya el árbol de búsqueda Prolog que le permite hallar todas las soluciones posibles para la siguiente consulta:

`elegir(T, [a1, a2, a3], P).`

### Ejercicio 16

Dado el siguiente programa Prolog:

1. `pred(N1, N2, N3) :- gen(N3),`  
`P1 is N3 * N2,`  
`P2 is (N3 + 1) * N2,`  
`P1 =< N1,`  
`P2 > N1, !.`
2. `gen(0).`
3. `gen(A) :- gen(B), A is B + 1.`

$P_{\perp, \perp} \quad P_{\perp, r \cup \perp}$

Indicar cuáles serán todas las soluciones que obtendrá el intérprete determinista si se consulta con:  
`pred(7, 3, X).`