

## Ejercicios

### ■ Indicar cuales son términos válidos del cálculo lambda. (Ejercicio 1)

1.  $(\lambda x. \lambda x. (x x) \quad \lambda y. (y (x (x x))) \quad (x t))$
2.  $\lambda w. \lambda w. \lambda w \quad (\lambda x. w w)$
3.  $(\lambda y. (y \lambda x. x) \quad \lambda t. t w)$
4.  $(w (t r))$
5.  $\lambda y. (r (\lambda x. (x t) \quad \lambda x. (x x)))$
6.  $(\lambda x. \lambda x. \quad \lambda x (x (x x)) \quad \lambda x. \lambda x. x)$
7.  $((\lambda q. q \quad \lambda x. (x x)) \quad (t t))$
8.  $((\lambda r. \lambda x. (x r) \quad t) \quad \lambda u. u) \quad (t t))$
9.  $(g \quad (\lambda g. (g \quad (\lambda x. x))))$
10.  $(x \quad (x \quad \lambda u. (u \quad (\lambda u. u))))$

$\langle \text{termino} \rangle ::= \langle \text{variable} \rangle \mid$   
 $\lambda \langle \text{variable} \rangle . \langle \text{termino} \rangle \mid$   
 $(\langle \text{termino} \rangle \langle \text{termino} \rangle)$

1

## Ejercicios

### ■ Indicar cuales son términos válidos del cálculo lambda. (ej1)

1.  $(\lambda x. \lambda x. (x x) \quad \lambda y. (y (x (x x))) \quad (x t))$  **no**
2.  $\lambda w. \lambda w. \lambda w \quad (\lambda x. w w)$  **no**
3.  $(\lambda y. (y \lambda x. x) \quad \lambda t. t w)$  **no**
4.  $(w (t r))$  **si**
5.  $\lambda y. (r (\lambda x. (x t) \quad \lambda x. (x x)))$  **si**
6.  $(\lambda x. \lambda x. \lambda x (x (x x)) \quad \lambda x. \lambda x. x)$  **no**
7.  $((\lambda q. q \quad \lambda x. (x x)) \quad (t t))$  **si**
8.  $((\lambda r. \lambda x. (x r) \quad t) \quad \lambda u. u) \quad (t t))$  **si**
9.  $(g \quad (\lambda g. (g \quad (\lambda x. x))))$  **no**
10.  $(x \quad (x \quad \lambda u. (u \quad (\lambda u. u))))$  **no**

2

2

## Ejercicios

- De los términos válidos indicar el tipo de término

1.  $(\lambda x. \lambda x. (x \ x) \ \lambda y. (y \ (x \ (x \ x))) \ (x \ t))$  **no**
2.  $\lambda w. \lambda w. \lambda w \ (\lambda x. w \ w)$  **no**
3.  $(\lambda y. (y \ \lambda x. x) \ \lambda t. t \ w)$  **no**
4.  $(w \ (t \ r))$  **si**
5.  $\lambda y. (r \ (\lambda x. (x \ t) \ \lambda x. (x \ x)))$  **si**
6.  $(\lambda x. \lambda x. \lambda x \ (x \ x)) \ \lambda x. \lambda x. x)$  **no**
7.  $((\lambda q. q \ \lambda x. (x \ x)) \ (t \ t))$  **si**
8.  $((\lambda r. \lambda x. (x \ r) \ t) \ \lambda u. u) \ (t \ t)$  **si**
9.  $(g \ (\lambda g. (g \ (\lambda x. x))))$  **no**
10.  $(x \ (x \ \lambda u. (u \ (\lambda u. u))))$  **no**

3

3

## Ejercicios

- De los términos válidos indicar el tipo de término

4.  $(w \ (t \ r))$  **aplicación funcional**
5.  $\lambda y. (r \ (\lambda x. (x \ t) \ \lambda x. (x \ x)))$  **abstracción funcional**
7.  $((\lambda q. q \ \lambda x. (x \ x)) \ (t \ t))$  **aplicación funcional**
8.  $((\lambda r. \lambda x. (x \ r) \ t) \ \lambda u. u) \ (t \ t)$  **aplicación funcional**

4

4

## Ejercicios

- Indica en cuáles de las siguientes aplicaciones funcionales puede usarse la regla Beta.  
Expresarla como  $[N/x]M$

1.  $(\underline{x} \lambda x. (\underline{x} \ x))$
2.  $(\underline{\lambda x. x} \ \underline{\lambda x. x})$
3.  $(\underline{x} \ (\underline{t} \ \underline{\lambda x. (x \ t)}))$
4.  $(\underline{\lambda x. \lambda y. (x \ y)} \ (\underline{\lambda t. (t \ t)} \ (\underline{u \ u})))$
5.  $(\underline{t} \ \underline{\lambda x. (x \ t)})$
6.  $(y \ (t \ \lambda x. (t \ t)))$

5

5

## Ejercicios

- Indica en cuáles de las siguientes aplicaciones funcionales puede usarse la regla Beta.  
Expresarla como  $[N/x]M$

1.  $(\underline{x} \ \underline{\lambda x. (x \ x)})$
2.  $(\underline{\lambda x. x} \ \underline{\lambda x. x}) = [\lambda x. x / x] \ x$
3.  $(\underline{x} \ (\underline{t} \ \underline{\lambda x. (x \ t)}))$
4.  $(\underline{\lambda x. \lambda y. (x \ y)} \ (\underline{\lambda t. (t \ t)} \ (\underline{u \ u}))) =$   

$$[(\underline{\lambda t. (t \ t)} \ (\underline{u \ u})) / x] \ \underline{\lambda y. (x \ y)}$$
5.  $(\underline{t} \ \underline{\lambda x. (x \ t)})$
6.  $(y \ (t \ \lambda x. (t \ t)))$

6

6

## Ejercicios

- Para cada termino, determinar el tipo de ocurrencia (libre o ligada) de cada variable del mismo. (Ejercicio 2)

1.  $\lambda t.(x (\lambda y.x w))$
2.  $\lambda x.\lambda y.(x t)$
3.  $(x (t (\lambda x.(t t) w)))$
4.  $(\lambda f.(f (x \lambda x.(f f))) (t \lambda y.(x x)))$
5.  $\lambda x.\lambda t.\lambda f.(t (f x))$
6.  $(\lambda x.(c v) x)$
7.  $(x \lambda x.(c v))$
8.  $(\lambda x.(t y) \lambda t.\lambda y(x x))$
9.  $(\lambda r.\lambda r(r (q \lambda x.(w w))) \lambda w.x)$
10.  $\lambda y.\lambda w.\lambda x.(x (w (\lambda x.(i p) y)))$

7

7

## Ejercicios

- Para cada termino, determinar el tipo de ocurrencia (libre o ligada) de cada variable del mismo. (Ejercicio 2)

1.  $\lambda t.(x (\lambda y.x w))$  libres: x,w ligadas: t,y
2.  $\lambda x.\lambda y.(x t)$  libres:t ligadas: x, y
3.  $(x (t (\lambda x.(t t) w)))$  libres: w,t,x ligadas: x
4.  $(\lambda f.(f (x \lambda x.(f f))) (t \lambda y.(x x)))$  libres:x,t ligadas:y,f,x
5.  $\lambda x.\lambda t.\lambda f.(t (f x))$  libres: - ligadas: x, t, f
6.  $(\lambda x.(c v) x)$  libres: x,c,v ligadas: x
7.  $(x \lambda x.(c v))$  libres: x,c,v ligadas:x
8.  $(\lambda x.(t y) \lambda t.\lambda y(x x))$  libres:x,t,y ligadas: x,t,y
9.  $(\lambda r.\lambda r(r (q \lambda x.(w w))) \lambda w.x)$  libres:x,w,q ligadas: r,x,w
10.  $\lambda y.\lambda w.\lambda x.(x (w (\lambda x.(i p) y)))$  libres:i,p ligadas: y,w,x

8

## Ejercicios

### ■ Resolver las siguientes sustituciones. (Ej.5)

1.  $[\lambda u.(y\ x) / x] (x\ x)$
2.  $[\lambda t.t / y] \lambda r.(y\ t)$
3.  $[u / x] \lambda u.(x\ \lambda y.y)$
4.  $[\lambda y.(y\ x) / x] \lambda u.x$
5.  $[\lambda x.\lambda x.(x\ x) / x] \lambda x.x$
6.  $[(t\ \lambda u.t) / y] \lambda u.\lambda t.y$
7.  $[\lambda t.t / x] \lambda x.(t\ y)$
8.  $[(r\ \lambda u.u) / x] \lambda u.\lambda r.(t\ x)$
9.  $[\lambda h.(x\ \lambda u.u) / t] \lambda x.\lambda u.\lambda z.(x\ (h\ t))$
10.  $[\lambda z.(z\ \lambda z.z) / z] \lambda u.\lambda y.z$

9

9

## Ejercicios

### ■ Resolver las siguientes sustituciones.

1.  $[\lambda u.(y\ x) / x] (x\ x) = (\lambda u.(y\ x)\ \lambda u.(y\ x))$  (r3)
2.  $[\lambda t.t / y] \lambda r.(y\ t) = \lambda r.(\lambda t.t\ t)$  (r5 3 1 2)
3.  $[u / x] \lambda u.(x\ \lambda y.y) = \lambda u.\lambda z.(u\ \lambda y.y)$  (r6 3 2 5 2 1 5 2)
4.  $[\lambda y.(y\ x) / x] \lambda u.x = \lambda u.\lambda y.(y\ x)$  (r5 1)
5.  $[\lambda x.\lambda x.(x\ x) / x] \lambda x.x = \lambda x.x$  (r4)
6.  $[(t\ \lambda u.t) / y] \lambda u.\lambda t.y = \lambda u.\lambda z.(t\ \lambda u.t)$  (r5 6 1,2)
7.  $[\lambda t.t / x] \lambda x.(t\ y) = \lambda x.(t\ y)$  (r4)
8.  $[(r\ \lambda u.u) / x] \lambda u.\lambda r.(t\ x) = \lambda u.\lambda z.(t\ (r\ \lambda u.u))$  (r 5,6,3,2 1)
9.  $[\lambda h.(x\ \lambda u.u) / t] \lambda x.\lambda u.\lambda z.(x\ (h\ t)) =$   
 $\lambda w.\lambda u.\lambda z.(w\ (h\ \lambda h.(x\ \lambda u.u)))$  (r6,5,5,3,3,2,1)
10.  $[\lambda z.(z\ \lambda z.z) / z] \lambda u.\lambda y.z = \lambda u.\lambda y.\lambda z.(z\ \lambda z.z)$  (r5,5,1)

10

## Ejercicios

- Especificar que términos están en su forma normal. (ejercicio 4 )

1.  $(\lambda x.(x\ t)\ y)$
2.  $(t\ \lambda y.(y\ y))$
3.  $(t\ (r\ (\lambda x.\lambda x.(x\ x)\ t)))$
4.  $(\lambda x.(x\ r)\ \lambda t.(t\ t))$
5.  $(t\ (u\ (r\ w)))$
6.  $\lambda x.(t\ (y\ \lambda x.(u\ x)))$
7.  $\lambda r.(r\ \lambda r.r)$
8.  $((\lambda w.w\ \lambda x.x)\ t)$
9.  $(t\ \lambda r.r)$
10.  $(r\ (\lambda x.t\ \lambda x.u))$

11

11

## Ejercicios

- Especificar que términos están en su forma normal. (Ejercicio 4 )

1.  $(\lambda x.(x\ t)\ y)$
2.  $(t\ \lambda y.(y\ y))$
3.  $(t\ (r\ (\lambda x.\lambda x.(x\ x)\ t)))$
4.  $(\lambda x.(x\ r)\ \lambda t.(t\ t))$
5.  $(t\ (u\ (r\ w)))$
6.  $\lambda x.(t\ (y\ \lambda x.(u\ x)))$
7.  $\lambda r.(r\ \lambda r.r)$
8.  $((\lambda w.w\ \lambda x.x)\ t)$
9.  $(t\ \lambda r.r)$
10.  $(r\ (\lambda x.t\ \lambda x.u))$

12

12

## Ejercicios

- Hallar la forma normal de los siguientes términos (Ejercicio 6)

1.  $(\lambda x.(x y) \lambda x.(x x))$
2.  $(\lambda x.\lambda z.((x z) (y x)) (w \lambda x.(x x)))$
3.  $(\lambda x.\lambda y.(x (x y)) \lambda x.\lambda y.(t (x y)))$
4.  $(\lambda x.\lambda y.(\lambda x.(z x) \lambda y.(z y)) \lambda z.z)$
5.  $(\lambda w.(x y) (\lambda t.(t (t t)) \lambda s.(s s)))$
6.  $((\lambda x.\lambda y.(x y) (x y)) (\lambda z.(\lambda x.(x x) z) \lambda x.(z z)))$
7.  $(\lambda x.\lambda y.(x y) \lambda z.(y z))$
8.  $(\lambda w.(x y) (\lambda t.(t t) \lambda u.u))$
9.  $((\lambda u.\lambda t.(u t) r) w)$
10.  $((((\lambda x.\lambda y.\lambda z.((t x) y) t) v) \lambda x.\lambda y.x)$

13

13

## Ejercicios

- Solución ej.6

1.  $(y y)$
2.  $\lambda z.((w \lambda x.(x x)) z) (y (w \lambda x.(x x)))$
3.  $\lambda y.\lambda z.(t (t z))$
4.  $\lambda y.(z (\lambda y.(z y)))$
5.  $(x y)$
6.  $((x y) (z z))$
7.  $\lambda w.(y w)$
8.  $(x y)$
9.  $(r w)$
10.  $((t t) v)$

14

14