

## Ejercicios

■ Indicar cuales son términos válidos del cálculo lambda. (Ejercicio 1)

1.  $(\lambda x. \lambda x. (x x)) \lambda y. (y (x (x x))) (x t))$
2.  $\lambda w. \lambda w. \lambda w (\lambda x. w w)$
3.  $(\lambda y. (y \lambda x. x) \lambda t. t w)$
4.  $(w (t r))$
5.  $\lambda y. (r (\lambda x. (x t) \lambda x. (x x)))$
6.  $(\lambda x. \lambda x. \lambda x (x (x x)) \lambda x. \lambda x. x)$
7.  $((\lambda q. q \lambda x. (x x)) (t t))$
8.  $(( (\lambda r. \lambda x. (x r) t) \lambda u. u) (t t))$
9.  $(g (\lambda g. (g (\lambda x. x))))$
10.  $(x (x \lambda u. (u (\lambda u. u))))$

$<\text{termino}> ::= <\text{variable}> |$   
 $\lambda <\text{variable}> . <\text{termino}>$   
 $(<\text{termino}> <\text{termino}>)$

1

## Ejercicios

■ Indicar cuales son términos válidos del cálculo lambda. (ej1)

1.  $(\lambda x. \lambda x. (x x)) \lambda y. (y (x (x x))) (x t))$  no
2.  $\lambda w. \lambda w. \lambda w (\lambda x. w w)$  no
3.  $(\lambda y. (y \lambda x. x) \lambda t. t w)$  no
4.  $(w (t r))$  si
5.  $\lambda y. (r (\lambda x. (x t) \lambda x. (x x)))$  si
6.  $(\lambda x. \lambda x. \lambda x (x (x x)) \lambda x. \lambda x. x)$  no
7.  $((\lambda q. q \lambda x. (x x)) (t t))$  si
8.  $(( (\lambda r. \lambda x. (x r) t) \lambda u. u) (t t))$  si
9.  $(g (\lambda g. (g (\lambda x. x))))$  no
10.  $(x (x \lambda u. (u (\lambda u. u))))$  no

2

2

## Ejercicios

- De los términos válidos indicar el tipo de término

1.  $(\lambda x. \lambda x. (x \ x)) \ \underline{\lambda y. (y \ (x \ (x \ x)))} \ \underline{(x \ t)} \text{ no}$
2.  $\underline{\lambda w. \lambda w. \lambda w} \ \underline{(\lambda x. w \ w)} \text{ no}$
3.  $\underline{(\lambda y. (y \ \lambda x. x))} \ \underline{\lambda t. t \ w} \text{ no}$
4.  $\underline{(w \ (t \ r))} \text{ si}$
5.  $\lambda y. (r \ (\underline{\lambda x. (x \ t)} \ \underline{\lambda x. (x \ x)})) \text{ si}$
6.  $(\lambda x. \lambda x. \underline{\lambda x} (x \ (x \ x))) \ \lambda x. \lambda x. x) \text{ no}$
7.  $((\underline{\lambda q. q} \ \underline{\lambda x. (x \ x)}) \ \underline{(t \ t)}) \text{ si}$
8.  $((\underline{(\lambda r. \lambda x. (x \ r) \ t)} \ \lambda u. u) \ \underline{(t \ t)}) \text{ si}$
9.  $(g \ (\underline{\lambda g. (g \ (\lambda x. x))})) \text{ no}$
10.  $(x \ (x \ \lambda u. (u \ (\lambda u. u)))) \text{ no}$

3

3

## Ejercicios

- De los términos válidos indicar el tipo de término

4.  $\underline{(w \ (t \ r))} \text{ aplicación funcional}$
5.  $\lambda y. (r \ (\underline{\lambda x. (x \ t)} \ \underline{\lambda x. (x \ x)})) \text{ abstracción funcional}$
7.  $((\underline{\lambda q. q} \ \underline{\lambda x. (x \ x)}) \ \underline{(t \ t)}) \text{ aplicación funcional}$
8.  $((\underline{(\lambda r. \lambda x. (x \ r) \ t)} \ \lambda u. u) \ \underline{(t \ t)}) \text{ aplicación funcional}$

4

4

## Ejercicios

- Indica en cuáles de las siguientes aplicaciones funcionales puede usarse la regla Beta. Expresarla como  $[N/x]M$

1.  $(x \underline{\lambda x. (x x)})$
2.  $(\underline{\lambda x. x} \underline{\lambda x. x})$
3.  $(x (\underline{t \lambda x. (x t)}))$
4.  $(\underline{\lambda x. \lambda y. (x y)} (\underline{\lambda t. (t t)} (\underline{u u})))$
5.  $(\underline{t \lambda x. (x t)})$
6.  $(y (\underline{t \lambda x. (t t)}))$

5

5

## Ejercicios

- Indica en cuáles de las siguientes aplicaciones funcionales puede usarse la regla Beta. Expresarla como  $[N/x]M$

1.  $(x \underline{\lambda x. (x x)})$
2.  $(\underline{\lambda x. x} \underline{\lambda x. x}) = [\lambda x. x / \underline{x}] x$
3.  $(x (\underline{t \lambda x. (x t)}))$
4.  $(\underline{\lambda x. \lambda y. (x y)} (\underline{\lambda t. (t t)} (\underline{u u}))) =$   
 $[(\underline{\lambda t. (t t)} (\underline{u u})) / \underline{x}] \underline{\lambda y. (x y)}$
5.  $(\underline{t \lambda x. (x t)})$
6.  $(y (\underline{t \lambda x. (t t)}))$

6

6

## Ejercicios

- Para cada término, determinar el tipo de ocurrencia (libre o ligada) de cada variable del mismo. (Ejercicio 2)

1.  $\lambda t.(x (\lambda y.x\ w))$
2.  $\lambda x.\lambda y.(x\ t)$
3.  $(x (t (\lambda x.(t\ t)\ w)))$
4.  $(\lambda f.(f\ (x\ \lambda x.(f\ f)))\ (t\ \lambda y.(x\ x)))$
5.  $\lambda x.\lambda t.\lambda f.(t\ (f\ x))$
6.  $(\lambda x.(c\ v)\ x)$
7.  $(x\ \lambda x.(c\ v))$
8.  $(\lambda x.(t\ y)\ \lambda t.\lambda y(x\ x))$
9.  $(\lambda r.\lambda r(r\ (q\ \lambda x.(w\ w)))\ \lambda w.x)$
10.  $\lambda y.\lambda w.\lambda x.(x\ (w\ (\lambda x.(i\ p)\ y)))$

7

## Ejercicios

- Para cada término, determinar el tipo de ocurrencia (libre o ligada) de cada variable del mismo. (Ejercicio 2)

1.  $\lambda t.(x (\lambda y.x\ w))$  libres: x,w ligadas: t,y
2.  $\lambda x.\lambda y.(x\ t)$  libres: t ligadas: x, y
3.  $(x (t (\lambda x.(t\ t)\ w)))$  libres: w,t,x ligadas: x
4.  $(\lambda f.(f\ (x\ \lambda x.(f\ f)))\ (t\ \lambda y.(x\ x)))$  libres: x,t ligadas: y,f,x
5.  $\lambda x.\lambda t.\lambda f.(t\ (f\ x))$  libres: - ligadas: x, t, f
6.  $(\lambda x.(c\ v)\ x)$  libres: x,c,v ligadas: x
7.  $(x\ \lambda x.(c\ v))$  libres: x,c,v ligadas: x
8.  $(\lambda x.(t\ y)\ \lambda t.\lambda y(x\ x))$  libres: x,t,y ligadas: x,t,y
9.  $(\lambda r.\lambda r(r\ (q\ \lambda x.(w\ w)))\ \lambda w.x)$  libres: x,w,q ligadas: r,x,w
10.  $\lambda y.\lambda w.\lambda x.(x\ (w\ (\lambda x.(i\ p)\ y)))$  libres: i,p ligadas: y,w,x

8

## Ejercicios

■ Resolver las siguientes sustituciones. (Ej.5)

1.  $[\lambda u.(y x) / x] (x x)$
2.  $[\lambda t.t / y] \lambda r.(y t)$
3.  $[u / x] \lambda u.(x \lambda y.y)$
4.  $[\lambda y.(y x) / x] \lambda u.x$
5.  $[\lambda x.\lambda x.(x x) / x] \lambda x.x$
6.  $[(t \lambda u.t) / y] \lambda u.\lambda t.y$
7.  $[\lambda t.t / x] \lambda x.(t y)$
8.  $[(r \lambda u.u) / x] \lambda u.\lambda r.(t x)$
9.  $[\lambda h.(x \lambda u.u) / t] \lambda x.\lambda u.\lambda z.(x ( h t))$
10.  $[\lambda z.(z \lambda z.z) / z] \lambda u.\lambda y.z$

9

9

## Ejercicios

■ Resolver las siguientes sustituciones.

1.  $[\lambda u.(y x) / x] (x x) = (\lambda u.(y x) \lambda u.(y x))$  (r3)
2.  $[\lambda t.t / y] \lambda r.(y t) = \lambda r.(\lambda t.t t)$  (r5 3 1 2)
3.  $[u / x] \lambda u.(x \lambda y.y) = \lambda u.\lambda z.(u \lambda y.y)$  (r6 3 2 5 2 1 5 2)
4.  $[\lambda y.(y x) / x] \lambda u.x = \lambda u.\lambda y.(y x)$  (r5 1)
5.  $[\lambda x.\lambda x.(x x) / x] \lambda x.x = \lambda x.x$  (r4)
6.  $[(t \lambda u.t) / y] \lambda u.\lambda t.y = \lambda u.\lambda z.(t \lambda u.t)$  (r5 6 1,2)
7.  $[\lambda t.t / x] \lambda x.(t y) = \lambda x.(t y)$  (r4)
8.  $[(r \lambda u.u) / x] \lambda u.\lambda r.(t x) = \lambda u. \lambda z.(t (r \lambda u.u))$  (r 5,6,3,2 1)
9.  $[\lambda h.(x \lambda u.u) / t] \lambda x.\lambda u.\lambda z.(x ( h t)) =$   
 $\lambda w.\lambda u.\lambda z. (w (h \lambda h.(x \lambda u.u))))$  (r6,5,5,3,3,2,1)
10.  $[\lambda z.(z \lambda z.z) / z] \lambda u.\lambda y.z = \lambda u.\lambda y. \lambda z.(z \lambda z.z)$  (r5,5,1)

10

## Ejercicios

- Especificar que términos están en su forma normal. (ejercicio 4 )

1.  $(\lambda x.(x t) y)$
2.  $(t \lambda y.(y y))$
3.  $(t (r (\lambda x.\lambda x.(x x) t)))$
4.  $(\lambda x.(x r) \lambda t.(t t))$
5.  $(t (u (r w)))$
6.  $\lambda x.(t (y \lambda x.(u x)))$
7.  $\lambda r.(r \lambda r.r)$
8.  $((\lambda w.w \lambda x.x) t)$
9.  $(t \lambda r.r)$
10.  $(r (\lambda x.t \lambda x.u))$

11

## Ejercicios

- Especificar que términos están en su forma normal. (Ejercicio 4 )

1.  $(\lambda x.(x t) y)$
2.  $(t \lambda y.(y y))$
3.  $(t (r (\lambda x.\lambda x.(x x) t)))$
4.  $(\lambda x.(x r) \lambda t.(t t))$
5.  $(t (u (r w)))$
6.  $\lambda x.(t (y \lambda x.(u x)))$
7.  $\lambda r.(r \lambda r.r)$
8.  $((\lambda w.w \lambda x.x) t)$
9.  $(t \lambda r.r)$
10.  $(r (\lambda x.t \lambda x.u))$

12

## Ejercicios

- Hallar la forma normal de los siguientes términos (Ejercicio 6)

1.  $(\lambda x.(x y) \lambda x.(x x))$
2.  $(\lambda x.\lambda z.((x z) (y x)) (w \lambda x.(x x)))$
3.  $(\lambda x. \lambda y.(x (x y)) \lambda x.\lambda y.(t (x y)))$
4.  $(\lambda x.\lambda y.(\lambda x.(z x) \lambda y.(z y)) \lambda z.z)$
5.  $(\lambda w.(x y) (\lambda t.(t (t t)) \lambda s.(s s)))$
6.  $((\lambda x.\lambda y.(x y) (x y)) (\lambda z.(\lambda x.(x x) z) \lambda x.(z z)))$
7.  $(\lambda x.\lambda y.(x y) \lambda z.(y z))$
8.  $(\lambda w.(x y) (\lambda t.(t t) \lambda u.u))$
9.  $((\lambda u.\lambda t.(u t) r) w)$
10.  $(((\lambda x.\lambda y.\lambda z.((t x) y) t) v) \lambda x.\lambda y.x)$

13

## Ejercicios

- Solución ej.6

1.  $(y y)$
2.  $\lambda z.((w \lambda x.(x x)) z) (y (w \lambda x.(x x)))$
3.  $\lambda y.\lambda z.(t (t z))$
4.  $\lambda y.(z (\lambda y.(z y)))$
5.  $(x y)$
6.  $((x y) (z z))$
7.  $\lambda w.(y w)$
8.  $(x y)$
9.  $(r w)$
10.  $((t t) v)$

14

14