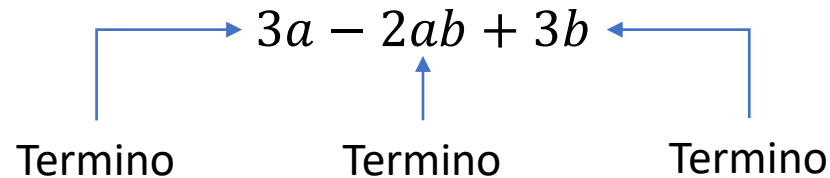


# MATEMATICAS 4

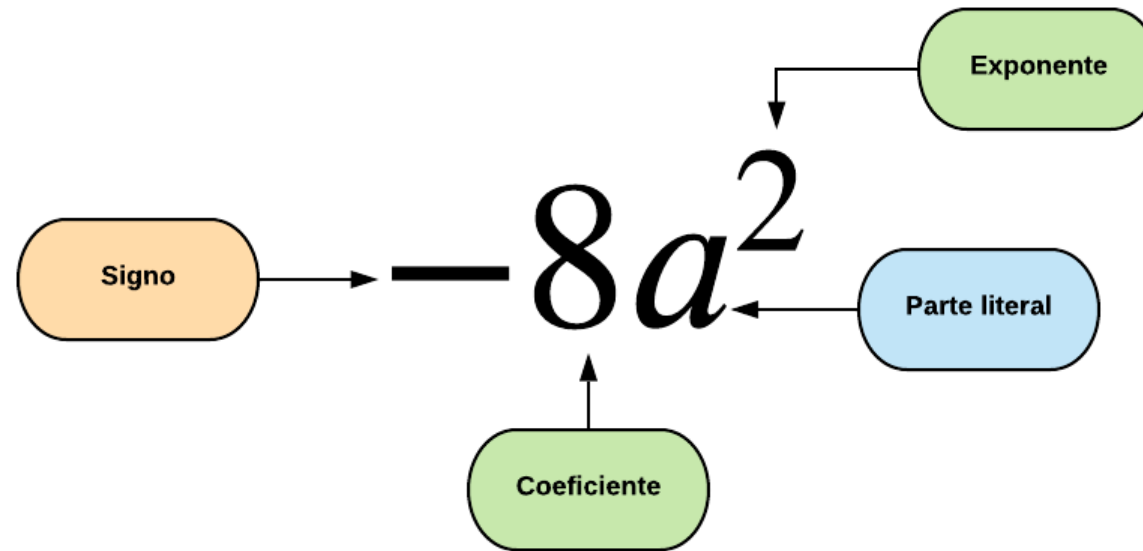
Algebra

# 1.- Definiciones

- **Expresión Algebraica:**
- Un grupo de números y letras combinadas entre si mediante una o mas operaciones aritméticas.
- Ejemplo  $3a - 2ab + 3b$
- **Termino:**
- Es un numero y una o varias letras combinadas entre si.



- **1.1 Elementos del termino**



ELEMENTO	DEFINICION
Signo	Se dividen en términos positivos y negativos
Coeficiente	Es el numero que indica cuantos sumandos iguales se toman
Exponente	Es el numero de veces que se toma la letra
Literal	Es la variable

## 1.2 Clasificación expresión algebraica

CLASIFICACION	EXPRESION
Monomio	$4a^2$
Binomio o polinomio	$3a + 5b^2$
Trinomio o polinomio	$2a^3 + 6b + 7c^3$
polinomio	$5a^3 + 2b^4 + 3c + 8d^5$

## 1.3 Términos semejantes

son aquellos que difieren por sus coeficientes numéricos.

Expresión Algebraica	concepto
$6ab^3 - 8ab^3$	Términos semejantes
$6ab^3$ y $8ab$	Términos no semejantes

# EJERCICIO

Relaciona las siguientes columnas

A)	Un grupo de números y letras combinados entre si mediante una o mas operaciones fundamentales	( )	Exponente
B)	Un numero o una letra o varios números o varias letras combinados entre si mediante las operaciones de multiplicación y división o ambas y separadas por signos + o -	( )	Coeficiente
C)	Es el numero que indica cuantos sumandos iguales se toman	( )	Expresión Algebraica
D)	Es el numero que se coloca en la parte superior derecha de una o mas letras del termino	( )	Termino
E)	Son aquellos que tienen las mismas letras con los mismos exponentes	( )	Términos semejante

Completa la siguiente tabla

Clasificación	Expresión	Expresión Algebraica	Tipo de Termino
Monomio		$6ab^3 - 8ab^3$	
Binomio o	$3a + 5b^2$	$6ab - 8ab^3$	
Trinomio o			
	$5a^3 + 2b^4 + 3c + 8d^5$		

# 1.4- Leyes de exponente

- **LEY 1:**
- Producto de potencias de la misma base.
- $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$  with  $m, n \in \mathbb{N}$
- se dejan las mismas bases y se suman los exponentes.
- **Ejemplos:**

$$(3)^3 (3)^4 = (3)^{3+4} = (3)^7 \quad (0.3)(0.3)^2 = (0.3)^{1+2} = (0.3)^3$$

$$(2)^2 (2) = (2)^{2+1} = (2)^3 \quad (-4)^3 (-4)^2 = (-4)^{2+3} = (-4)^5$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{3+5} = \left(\frac{1}{3}\right)^8$$

# 1.4- Leyes de exponente

- **LEY 2:**
- Potencia de una potencia.
- $(x^m)^n = x^{m \cdot n}$  with  $m, n \in \mathbb{N}$
- Se deja la misma base y se multiplican los exponentes.
- **Ejemplos:**

$$(2^4)^2 = 2^{4 \cdot 2} = 2^8$$

$$(3^3)^4 = 3^{3 \cdot 4} = 3^{12}$$

$$4 (4^3)^4 = 4 * 4^{3 \cdot 4} = 4 \cdot 4^{12} = 4 \cdot 4^{13}$$

# 1.4- Leyes de exponente

- **LEY 3:**

- Potencia de un producto.

- $(ab)^n = a^n \cdot b^n$  with  $n \in \mathbb{N}$

- Se eleva cada uno de los factores del producto a la potencia mencionada.

- **Ejemplos:**

$$(3 * 4)^5 = 3^5 \cdot 4^5$$

$$(2 * 5)^8 = 2^8 \cdot 5^8$$

$$2^4 * 3^4 = 2 \cdot 3^4 = 6^4$$



# 1.4- Leyes de exponente

- **LEY 5:**
- Cociente de potencias de igual base.
- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$  with  $a \neq 0; m, n \in N$
- **Ejemplos:**

CASO 1

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ with } a \neq 0; m > n$$

$$\frac{9^6}{9^4} = 9^{6-4}$$

CASO 2

$$\frac{a^m}{a^n} = a^1 \text{ with } a \neq 0; m = n$$

$$\frac{9^4}{9^4} = 9^{4-4}$$

CASO 3

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \text{ with } a \neq 0; n > m$$

$$\frac{9^4}{9^6} = \frac{1}{9^{6-4}}$$

# 1.4- Propiedades extra

- **Por definición:**

- $a^0 = 1$  with  $a \neq 0; a \in R$ .

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$  with  $a \neq 0; n \in N$

- **Ejemplos:**

$$\frac{a^6}{a^3} = a^{6-3} = a^3$$

$$\frac{2^4}{2^2} = 2^{4-2} = 2^2$$

$$\frac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0 = 1$$

$$\frac{3^2}{3^5} = 3^{2-5} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3}$$

# EJERCICIOS

Operación	Reducción	Operación	Reducción	Operación	Reducción
$(3)^3 (3)^4$		$(2)^2 (2)$		$\frac{3^2}{3^5}$	
$\frac{9^6}{9^4}$		$(2 * 5)^8$		$(3 * 4)^5$	
$\frac{a^6}{a^3}$		$\frac{2^4}{2^2}$		$(3^3)^4$	
$2^4 * 3^4$		$4 (4^3)^4$		$(-4)^3 (-4)^2$	
$(2^4)^2$		$(2^4)^2$		$(3 * 4)^9$	
$(2^6)^2$		$\frac{9^4}{9^4}$		$\frac{a^5}{a^5}$	
$(\frac{1}{3})^3 (\frac{1}{3})^5$		$(0.3)(0.3)^2$		$\frac{9^4}{9^6}$	

# 1.4 Resumen Leyes de los exponentes

	Ley 1	Ley 2	Ley 3	Ley 4	Ley 5
Nombre	Potencias de la misma base	Potencia de una potencia	Ley de la potencia de un producto	Ley de la potencia de un cociente	Ley del cociente de potencias de igual base
Formula	$a^m * a^n = a^{m+n}$	$(a^m)^n = a^{m*n}$	$(ab)^n = a^n b^n$	$(a/b)^n = a^n / b^n$	$a^m / a^n = a^{m-n}$
Demostración	$m, n \in N$	$m, n \in N$	$n \in N$	$b \neq 0, n \in N$	$a \neq 0, m \text{ y } n \in N$
Ejemplo	$(3)^3 * (3)^4 = 3^{3+4} = 3^7$	$(2^4)^2 = 2^{4*2} = 2^8$	$(3 * 4)^5 = 3^5 * 4^5$	$(7/5)^8 = 7^8 / 5^8$	$5^8 / 5^5 = 5^{8-5}$

Casos Ley 5		
Caso 1:	$a^m / a^n = a^{m-n}$	<i>cuando <math>m &gt; n, a \neq 0</math></i>
Caso 2:	$a^m / a^n = 1$	<i>cuando <math>m = n, a \neq 0</math></i>
Caso 3:	$a^m / a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$	<i>cuando <math>n &gt; m, a \neq 0</math></i>

## 1.5 Operaciones

### Suma.

Suma	RESULTADO
$4a^2b + 5a^2b$	$9a^2b$
$4a^2b + 3ab$	$4a^2b + 3ab$

### Resta

Resta	RESULTADO
$5a^2b - 3a^2b$	$2a^2b$
$2xy - 8xy$	$-6xy$

# Multiplicación

Multiplicación	RESULTADO
$(2x)(3y)$	$6xy$
$(3x)(2x + 4y)$	$6x^2 + 12x$

# División

División	RESULTADO
$\frac{4x^2y - 8xy^2 + 12x}{4x} = \frac{4x^2y}{4x} - \frac{8xy^2}{4x} + \frac{12x}{4x}$	$xy - 2y^2 + 3$
$\frac{4x^2 + 4xy + y^2}{8x^3 + 12x^2y + 6xy^2 + y^3}$	$2x + y$

# 1.7 – Traducción lenguaje verbal a lenguaje matemático

Lenguaje verbal	Lenguaje matemático
El triple de un numero aumentado en cuatro unidades.	$3x + 4$
El cuadrado de un numero disminuido en cuatro unidades.	$x^2 - 4$
El cociente de nos números	$\frac{x}{y}$

# 1.8 – Productos notables.

- Son ciertos productos que cumplen reglas fijas y cuyo resultado puede ser escrito por simple inspección, es decir, sin verificar la multiplicación. De este modo se puede, para muchos tipos de productos, abreviar el proceso de multiplicación.

## 1.- Producto de dos binomios con términos semejantes

Donde A,B,C,D son constantes.

$$Ax + By$$

$$Cx + Dy$$

Ejemplo: Obtén el siguiente producto.

$$(2a + 3b)(3a - 4b)$$

Solución:

$$(2a + 3b)(3a - 4b) = 6a^2 - 8ab + 9ab - 12b^2$$

$$1.- (2a)(3a) = 6a^2$$

$$2.- (2a)(-4b) = -8ab$$

$$3.- (3b)(3a) = 9ab$$

$$4.- (3b)(-4b) = -12b^2$$

$$(2a + 3b)(3a - 4b) = 6a^2 + ab - 12b^2$$

Resultado final

$$(3x + 2y)(4x + 3y)$$

Solución:

$$(3x + 2y)(4x + 3y) = 12x^2 + 9xy + 8xy + 6y^2$$

$$1.- (3x)(4x) = 12x^2$$

$$2.- (3x)(3y) = 9xy$$

$$3.- (2y)(4x) = 8xy$$

$$4.- (2y)(3y) = 6y^2$$

$$(3x + 2y)(4x + 3y) = 12x^2 + 17xy + 6y^2$$

Resultado final



# 1.8 – Productos notables.

## 1.- El cuadrado de la suma del binomio $(x + y)$

El cuadrado de la suma del binomio  $(x + y)$  se expresa:

$$(x + y)^2 = (x + y)(x + y)$$

$$(x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + xy + xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

El cuadrado de la diferencia del binomio  $(x - y)$  se expresa:

$$(x - y)^2 = (x - y)(x - y)$$

$$(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - xy - xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

**El cuadrado de la suma o diferencia de un binomio es igual al cuadrado del primer termino mas o menos dos veces el producto del primer termino por el segundo termino, mas el cuadrado del primer término.**

# 1.8 – Productos notables.

1.- El producto de la suma y diferencia de dos números  $(x + y)(x - y)$ .  
También llamados binomios conjugados.

$$(x + y)(x - y) = x^2 - xy + xy - y^2$$

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

El resultado recibe el nombre de **diferencia de cuadrados**.

Ejemplos: Obtener el producto de:

$$(3x + 4y)(3x - 4y) = (3x)^2 - (4y)^2 = 9x^2 - 16y^2$$

$$(4x + y)(4x - y) = (4x)^2 - (y)^2 = 16x^2 - y^2$$

# EJERCICIOS

Operación	Resultado	Operación	Resultado	Operación	Resultado
$(2a + 3b)(3a - 4b)$		$(2a + 3b)^2$		$(3x - 4y)^2$	
$(x - y)^2$		$(3x + 2y)(4x + 3)$		$(x - y)(x + y)$	
$7ab + 4a^2b$		$(x + y)^2$		$(3x + 4y)(3x - 4y)$	

# EJERCICIOS

Operación	Resultado	Operación	Resultado	Operación	Resultado
$3a^2b + 4a^2b$		$7x^2y^3 - 4x^2y^3$		$5m^2n^2\sqrt{10m^4n^3 - 15m^5n^2 - 25m^6n^4}$	
$5cd + cd$		$4xy - 8xy$		$y + 5x\sqrt{y^2 + 2xy - 15x^2}$	
$6xy + 4xy$		$6cd^4 - 5cd^4$		$x + 3\sqrt{2x^3 - 3x^2 + 4x - 6}$	
$7ab + 4a^2b$		$x^4 + 2x^3y$ $-3x^4 - x^3y$ $4x^4 + 3x^3y$		$3x^2 - 2xy - y^2\sqrt{6x^3 - x^2y - 4xy^2 - y^3}$	
$x^5 + 2x^4y$ $2x^5 + x^4y$ $6x^5 + 3x^4y$		$(2x)(37)$		$\frac{8x^3 + 12x^4y^4 - 16xy}{4xy}$	
$8ab^2 - 3ab^2$		$(2x)(3x - 4y + 2z)$			
$5a^3b - a^3b$		$(4x + 2y)(4x - 2y)$			

## 1.2. Adición o suma

A.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $3a^2b + 4a^2b =$	
b) $5cd + cd =$	
c) $6xy + 4xy =$	
d) $7ab + 6a^2b =$	
e) $2xy + 3xy^2 + xy + 8xy^2 =$	
f) $x^5 + 2x^4y + 5x^3y + x^2y$ $+ 2x^5 + x^4y + 3x^3y + 4x^2y$ $6x^5 + 3x^4y + x^3y + 2x^2y$	

a)  $(2x)(3y) =$

j)  $5m^2n^2 \sqrt{10m^4n^3 - 15m^5n^2 - 25m^6n^4}$

b)  $(2x)(3x - 4y + 2z) =$

c)  $(4x + 2y)(4x - 2y) =$

k)  $y + 5x \sqrt{y^2 + 2xy - 15x^2}$

d)  $(a + b)(a^2 - 2ab + b^2) =$

e)  $x^2 - 2xy + 3y^2$

l)  $x + 3 \sqrt{2x^3 - 3x^2 + 4x - 6}$

$\times x^2 + xy - 4y^2$

f)  $\frac{8x^3 + 12x^4y^4 - 16xy}{4xy} =$

m)  $3x^2 - 2xy - y^2 \sqrt{6x^3 - x^2y - 4xy^2 - y^3}$

g)  $\frac{16a^3b^2 - 24a^2b + 32a^5b^6}{8ab} =$

n)  $5a^3 - 2a^2b + ab^2 \sqrt{15a^4 - 16a^3b + 7a^2b^2 - 2ab^3}$

h)  $-8x \sqrt{8x^4 + 24x^2y - 40x^3y^2 + 16x}$

i)  $4xy \sqrt{12x^3y^2 - 16x^4y^3 + 4xy}$

A.- Resuelve las siguientes operaciones:

a) $8ab^2 - 3ab^2 =$	
d) $5a^3b - a^3b =$	
c) $7x^2y^3 - 4x^2y^3 =$	
e) $4xy - 8xy =$	
d) $6cd^4 - 5cd^4 =$	
f) $x^4 + 2x^3y + 3x^2y^2 + 4xy^3 + y^4 + 8$ $- 3x^4 - x^3y - 2x^2y^2 - 2xy^3 - 2y^4 - 6$ $4x^4 + 3x^3y + x^2y^2 - 2xy^3 - 3y^4 + 2$	

A.- Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas llenando los espacios en blanco:

a)  $4a + 3ab$ , si  $a = 2$ ,  $b = 3$

$4(\quad) + 3(\quad)(3) = 8 + \quad =$   
R=

b)  $2a^2 + 4ab^2$ , si  $a = 1$ ,  $b = 2$

$2(\quad)^2 + 4(1)(\quad)^2 = \quad + 16 =$   
R=

c)  $3xy - 5x^2$ , si  $x = 1$ ,  $y = 2$

$3(\quad)(\quad) - 5(\quad)^2 = \quad =$   
R=

d)  $6x^2y - 3y^2$ , si  $x = 2$ ,  $y = 2$

$6(\quad)(\quad) - 3(\quad)^2 = \quad =$   
R=

## 1.6.Traducción del lenguaje verbal al lenguaje matemático

A.- Representa algebraicamente las siguientes expresiones:

- a) El triple de un número aumentado en cinco unidades. R=
- b) El cuadrado de un número disminuido en tres unidades. R=
- c) El cociente de dos números. R=
- d) El volumen (V) de un cono es igual a un tercio del producto de  $\pi$  por el cuadrado del radio (r) de la base y la altura (h). R=

## 1.6.Factorización

A.- Escribe el factor común y factoriza; anota los términos que faltan:

- a)  $6a - 10ab - 2b =$
- a. Factor común =
- b. Factorizando =  (  -  -  )
- b)  $18a^2c + 27a^3 + 45a^2b =$
- i. Factor común =
- ii. Factorizando =  (  +  +  )
- c)  $20a^3b - 35a^2b^2 + 10ab =$
- i. Factor común =
- ii. Factorizando =  (  -  +  )

## 1.7.Productos notables

A.- Obtén los siguientes productos y llena los espacios en blanco:

- a)  $(2a + 3b)(3a - 4b) = 6a^2 -$    $+$    $-$    $=$    $+$    $-$
- b)  $(4a - 2b)(2a - 3b) =$    $-$   $12ab -$    $+$    $=$    $-$    $+ 6b^2$
- c)  $(3x + 2y)(2x + 4y) =$    $+ 12xy +$    $+$    $=$    $+$    $+$    $14$
- d)  $(x - y)(2x + 3y) =$    $-$    $-$    $=$    $-$    $-$
- e)  $(x + y)^2 =$    $+$    $+$    $+$    $=$    $+$    $+$
- f)  $(x - y)^2 =$    $-$    $-$    $+$    $=$    $- 2xy +$
- g)  $(2x + 3y)^2 = x^2 +$    $+$    $+ y^2 =$    $+ 12xy +$
- h)  $(4x - 2y)^2 =$    $-$    $xy -$    $+$    $=$    $-$    $+$
- i)  $(8x + 4y)(8x - 4y) =$    $^2 -$    $^2 =$    $-$
- j)  $(6x + 2y)(6x - 2y) =$    $^2 -$    $^2 =$    $- 4y^2$
- k)  $(5x + 3y)(5x - 3y) =$    $^2 -$    $^2 =$    $-$
- l)  $(9x + 5y)(9x - 5y) =$    $^2 -$    $^2 =$    $-$