TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL

TAREA 14

Alumno:
Joaquín Arturo Velarde Moreno

1. Introducción

El objetivo de esta tarea es explicar como se puede aplicar el teorema de limite central, para analizar una población de la que no se conoce ni su media ni su varianza, las cuales queremos aproximar, puesto que nos interesa hacer inferencia sobre esta población en general, siendo estos dos parámetros los mas importantes para realizar inferencia. Estos conceptos de probabilidad son introducidos en el material del curso de modelos probabilistas aplicados[2] y ademas con el uso de R poder comprobar numéricamente sus propiedades[3], este documento se encuentra alojado en el repositorio[1] como recurso libre.

2. Teorema del límite central

Una muestra de tamaño n de una población por definición tiene una media:

$$p = \frac{X_1 + X_2 + ...X_n}{n}.$$

Donde:

- n es el numero de elementos de la muestra,
- X_n cada elemento de la muestra,
- p es la media muestral.

Y una varianza muestral:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - p)^2.$$

Donde:

- n es el numero de elementos de la muestra,
- X_i cada elemento de la muestra,
- σ_p^2 es varianza.

Ademas la desviación estándar de la muestra esta relacionada con la desviación típica de la distribución de probabilidad real de la población.

$$\sigma_p = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Donde:

- σ es la desviación estándar de la población,

- n tamaño de la muestra,
- σ_p es la desviación estándar de la muestra.

El teorema central del limite dice que, bajo condiciones más bien generales, las medias obtenidas de muestras aleatorias de una población tienden a tener una distribución que se aproxima a la normal.

Podemos observar este comportamiento en R [3], supongamos que tenemos una distribución exponencial con n datos(Figura 2.1).

```
n      <- 500
vector <- rexp(n,2)
```

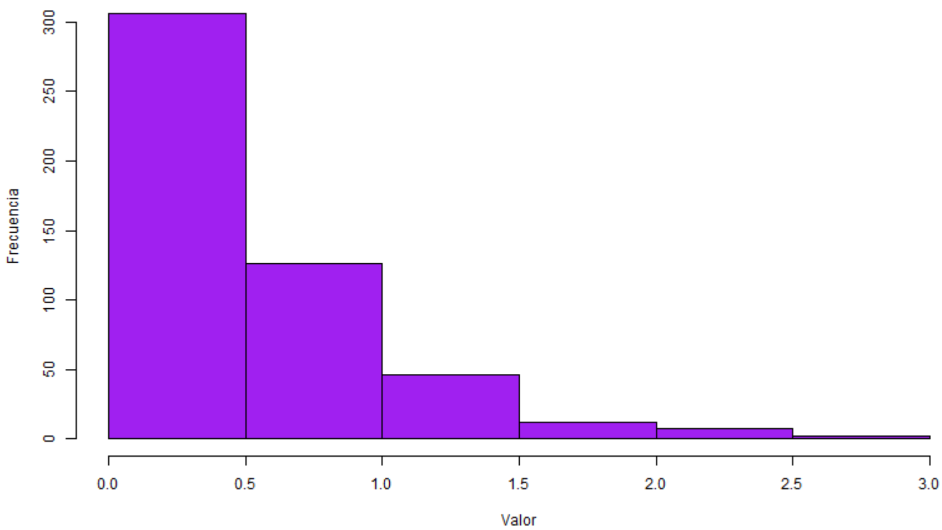


Figura 2.1: Distribución exponencial de n muestras.

Ahora obtendremos una muestra aleatoria de elementos de esta y sacaremos su media muestral un numero n de veces.

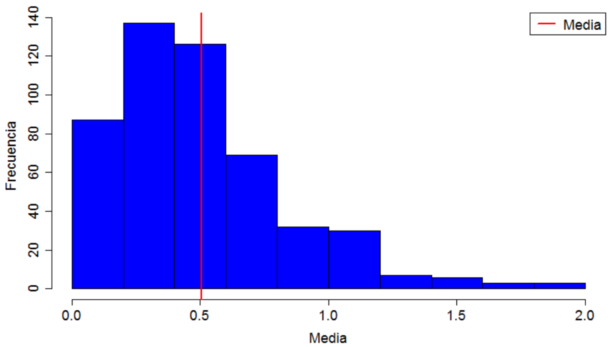
```
n           <- 500
vector      <- rexp(n,2)
nmuestral   <- 50
for(i in 1:n)
{
  sample    <- sample(vector, nmuestral)
  medias    <- c(medias, sum(sample)/nmuestral)
}
```

Si observamos la distribución de las medias obtenidas su distribución se aproximara cada vez mas a una normal (Figura 2.2).

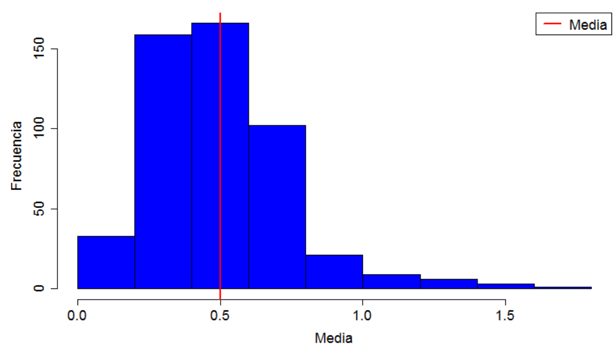
Referencias

[1] Joaquin Arturo Velarde Moreno. *Repositorio con material de la clase de probabilidad*. Recursos libre, disponible en https://github.com/joaquin3600/Modelos_Probabilistas_Aplicados. 2020.

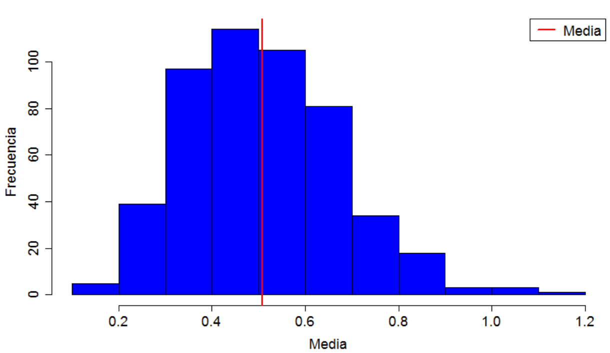
[2] Satu Elisa Schaeffer. *Modelos probabilistas aplicados*. Sitio en, https://elisa.dyndns-web.com/teaching/prob/pisis/prob.html.



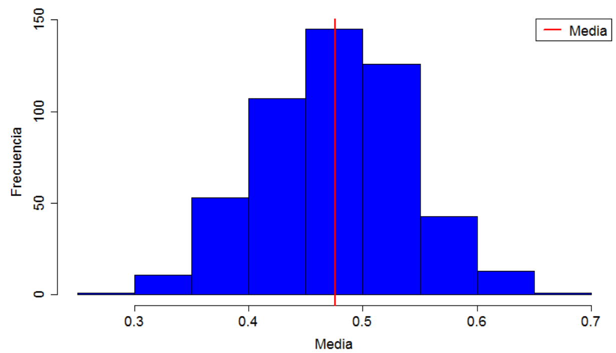
(a) Distribución del promedio de una muestra de 2 elementos aleatorios.



(b) Distribución del promedio de una muestra de 5 elementos aleatorios.



(c) Distribución del promedio de una muestra de 10 elementos aleatorios.



(d) Distribución del promedio de una muestra de 50 elementos aleatorios.

Figura 2.2: Distribuciones de promedio en las muestras obtenidas al ir aumentando el número de muestras.

[3] The R Foundation. *The R Project for Statistical Computing*. `https://www.r-project.org/`. 2019.