Distribución de probabilidad de Poisson

TAREA 4

Alumno:

Joaquín Arturo Velarde Moreno

1. Introducción

En el presente trabajo, se busca investigar sobre la distribución de Poisson; sus usos y su equivalente en el programa R 4.0.2 [3], usando como apoyo el material de la Dra. Elisa Schaefer [2].

Además, se utilizaron varias distribuciones para hacer algunas estadísticas y conversiones a la distribución de Poisson. Este documento se encuentra alojado en el repositorio [1] como recurso libre.

2. Distribución de Poisson

Se conoce como distribución de Posisson a la distribución de una variable discreta que expresa la probabilidad de que ocurran **k** eventos en un intervalo de tiempo.

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k * e^{-\lambda}}{k!}.$$

Parámetros		
k	Es el número de sucesos o eventos deseados en un intervalo de tiempo	(1)
λ	Es el promedio de eventos en un intervalo de tiempo	
X	Evento que se desea analizar	

Por ejemplo, si queremos calcular el número de nacimientos de varones en un hospital y se sabe que en una semana nacen una media de 7 bebés varones, ¿cuál sería la probabilidad de que nazcan 3 varones en una semana?

Parámetros	
k	3
λ	7

(2)

Sustituyendo estos valores en la función tenemos:

$$P(X=3)=\frac{7^3 * e^{-7}}{3!}.$$

La distribución de Poisson puede ser representada y graficada en R de la siguiente manera.

```
Lambda         <- 4
Muestra        <- 1200
Distribucion   <- rpois(Muestra , Lambda)
hist(Distribucion)
```

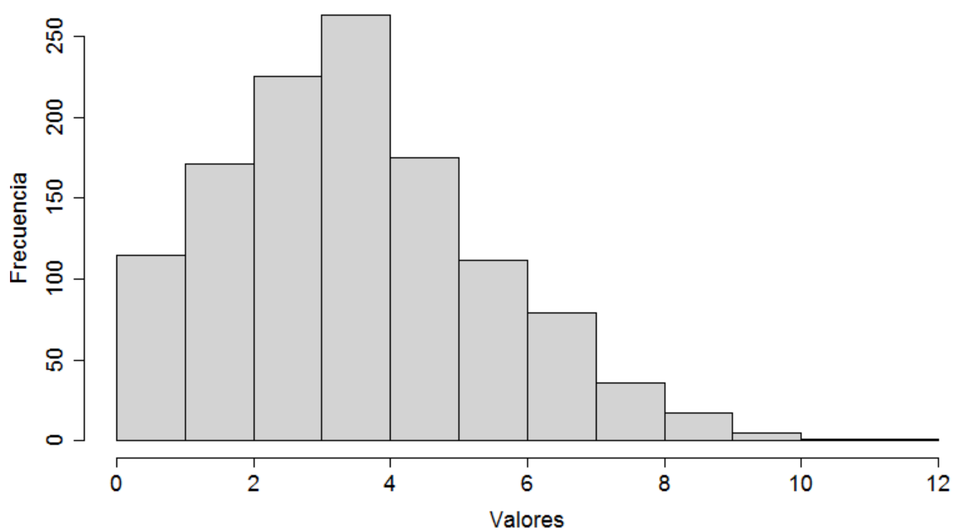


Figura 2.1: Distribución de Poisson con n = 1200 y λ = 4 .

3. Distribución exponencial a Poisson

La exponencial es una distribución del tiempo que transcurre hasta que se produce un fallo, si se cumple la condición que la probabilidad de producirse un fallo en un instante no depende del tiempo transcurrido.

$$\lambda e^{-\lambda x}.$$

La distribución exponencial puede ser representada y graficada en R de la siguiente manera.

```
lambda      <- 1
replicas    <- 10000
Exponencial <- rexp(replicas, lambda)
hist(Exponencial)
```

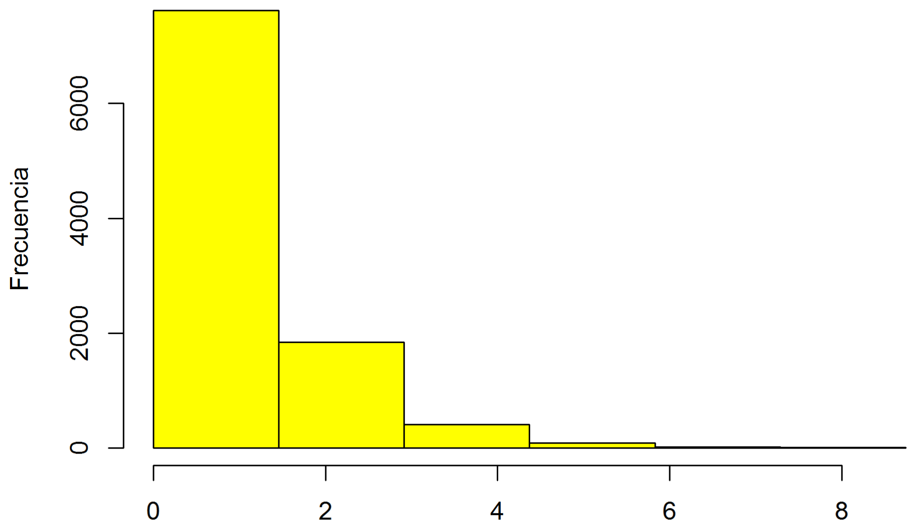
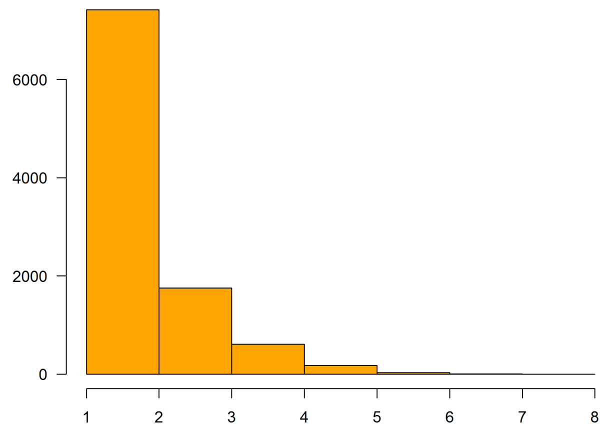


Figura 3.1: Distribución exponencial con replicas = 1000 y lambda = 1.

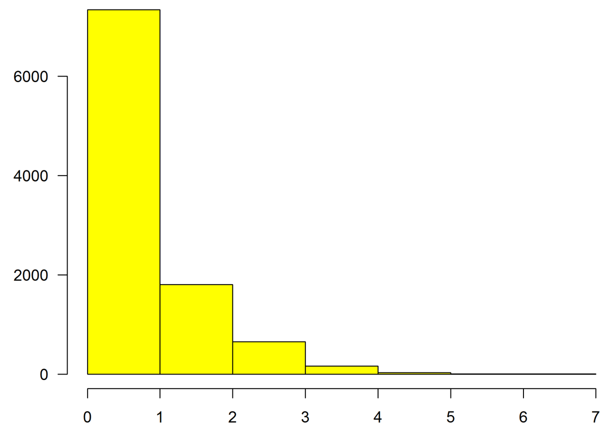
A continuación se comparara entre las variables aleatorias de Poisson creadas por medio de la funcion *rexp()* y creadas apartir con *rpois()*.

```
lambda      <- 1
Exponencial <- numeric()
replicas    <- 10000

for (replica in 1:replicas) {
        helper <- numeric()
        while (sum(helper) < 1)
        {
                 helper <- c(helper, rexp(1, lambda))
        }
        Exponencial <- c(Exponencial, length(helper))
}
```



(a) grafica obtenida con valores de distribución exponencial.



(b) grafica obtenida con $rpois$.

Figura 3.2: Distribución exponencial simulada por rpois y la sumatoria de una distribución exponencial.

4. Distribución binomial a Poisson

La distribución binomial con parametros n, p y k es la distribución que cuenta el numero de veces que se obtiene una variable aleatoria en n experimentos, asumiendo que por cada experimento, la probabilidad ed que ocurra es p, esta es dada por la formula.

$$b(n, p, k) = \binom{k}{n} p^k q^{n-k}.$$

La distribución binomial puede ser representada y graficada en R de la siguiente manera.

```
p        <- 0.001
size     <- 10000
replicas <- 1000
binomial <- rbinom(replica, n, p)
```

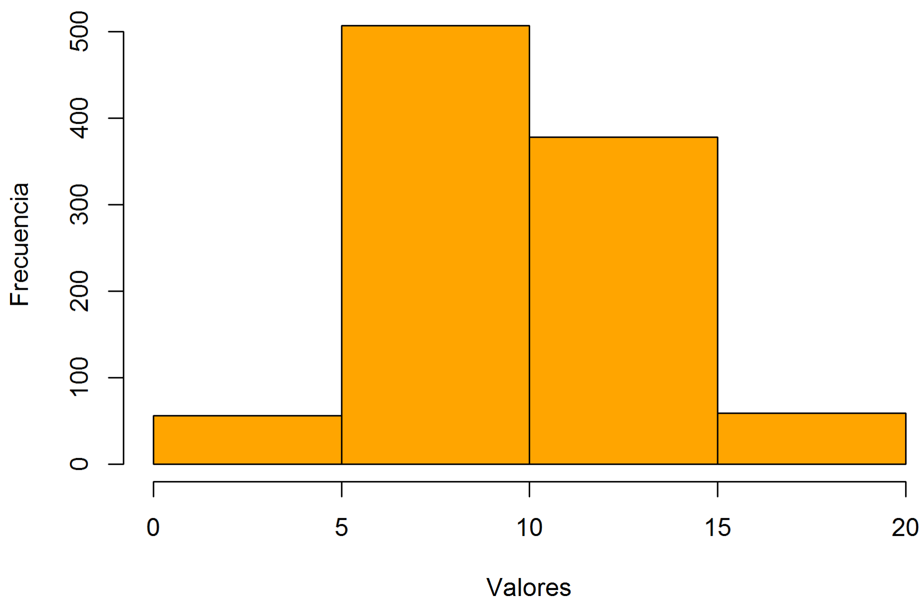
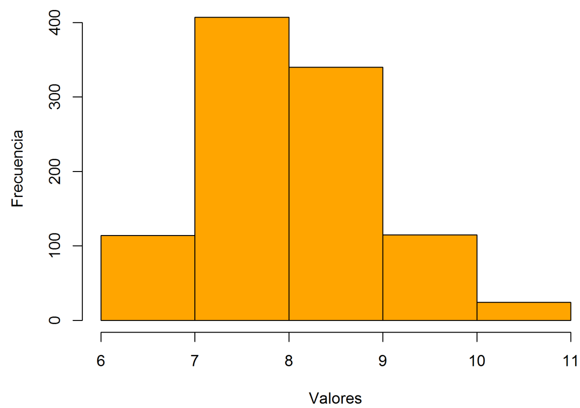


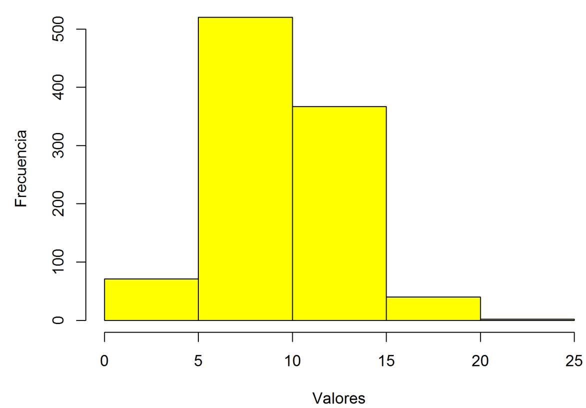
Figura 4.1: Distribución binomial con n = 1000 y probabilidad p = $000{,}1$.

A continuación se comparara entre las variables aleatorias de Poisson creadas por medio de la funcion *rbinom()* y creadas apartir con *rpois()*.

```
n          <- 10000
p          <- 0.001
me         <- 80
lambda     <- n*p
replicas   <- 1000
Binomial         <- numeric()
for (replica in 1:repl)
{
  Helper <- numeric()
  while (sum(Helper) < me)
  {
    Helper <- c(Helper, rbinom(1, n, p))
  }
  Binomial <- c(Binomial, length(Helper))
}
```



(a) Grafica obtenida con valores de distribución binomial.



(b) Grafica obtenida con *rpois*.

Figura 4.2: Distribución exponencial simulada por rpois y de una distribución binomial.

5. Distribución normal a Poisson

La distribución normal es también llamada la distribución gaussiana. Es una distribución continua, una de las más comunes para modelar fenómenos centralizados (estatura y peso). Es la distribución de probabilidad más importante por sus propiedades estadísticas. Supone que en experimentos repetidos, la mayor parte de los resultados coincidirán con un resultado promedio.

$$P(X = x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} exp(\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}).$$

La distribución normal puede ser representada y graficada en R de la siguiente manera.

```
n      <- 1000
x      <- 23
p      <- 1
Distribucionnormal  <- rnorm(n, x, p)
hist(Distribucionnormal)
```

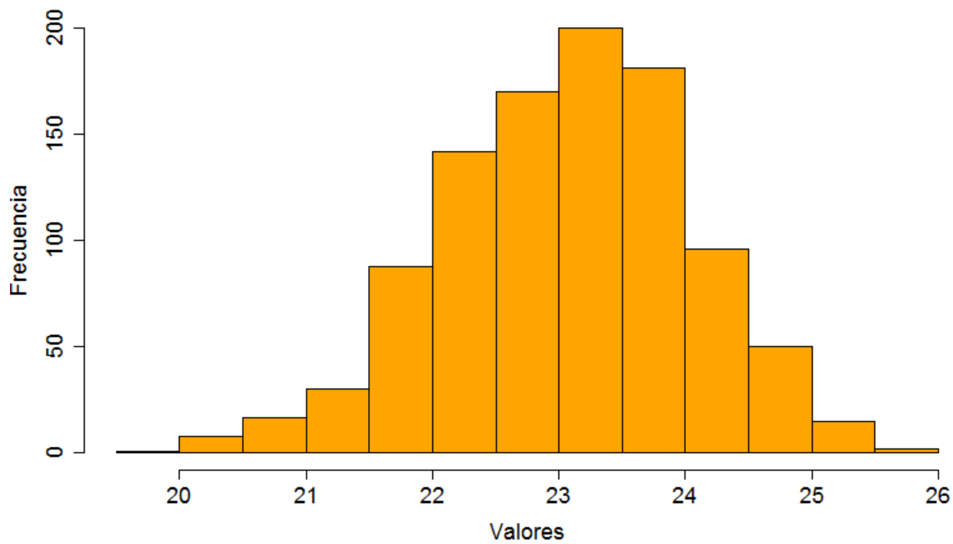
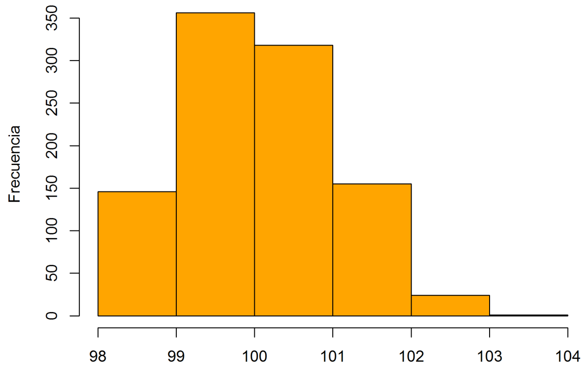


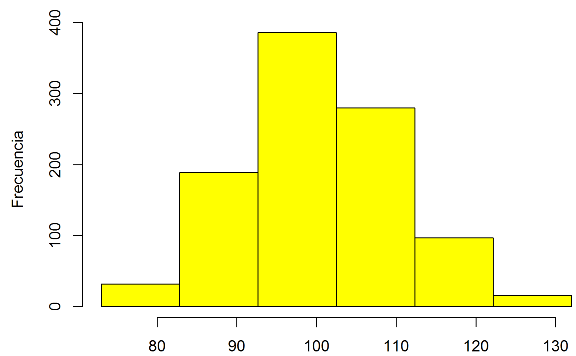
Figura 5.1: Distribución normal con n = 1000 y promedio de x = 23.

A continuación se comparara entre las variables aleatorias de Poisson creadas por medio de la funcion *rnorm()* y creadas apartir con *rpois()*. Expresada en el siguiente código:

```
replicas <- 1000
limite   <- 10000
mean     <- 100
DistribucionNormal <- numeric()
for (replica in 1:replicas)
{
    Helper = numeric()
    while (sum(Helper) < meta)
    {
      Helper = c(Helper, rnorm(1, mean, sqrt(mean)))
    }
  DistribucionNormal = c(DistribucionNormal, length(Helper))
}
```



(a) Grafica obtenida con valores de distribución normal.



(b) Grafica obtenida con *rpois*.

Figura 5.2: Distribución exponencial simulada por rpois y la sumatoria de una distribución normal.

Referencias

[1] Joaquin Arturo Velarde Moreno. *Repositorio con material de la clase de probabilidad*. Recursos libre, disponible en `https://github.com/joaquin3600/Modelos_Probabilistas_Aplicados`. 2020.

[2] Satu Elisa Schaeffer. *Modelos probabilistas aplicados*. Sitio en, `https://elisa.dyndns-web.com/teaching/prob/pisis/prob.html`.

[3] The R Foundation. *The R Project for Statistical Computing*. `https://www.r-project.org/`. 2019.