# Teorema de Bayes

**TAREA 8**

Alumno:
Joaquín Arturo Velarde Moreno

## 1. Introducción

En el presente trabajo, se busca investigar sobre el teorema de Bayes; sus usos y su aplicaciones con el reciente Covid es personas infectadas, usando como apoyo el material de la Dra. Elisa Schaefer. [2]. Este documento se encuentra alojado en el repositorio [1] como recurso libre.

## 2. Teorema de Bayes

Con la pandemia de Covid se ha visto la necesidad de hacer pruebas de detección del virus para decidir si un paciente está sano o infectado el caso es que se tiene que ninguna prueba es totalmente efectiva siempre se tiene un grado de error o probabilidad de que la prueba sea negativa cuando el individuo está enfermo y otra de que la prueba sea positiva cuando el individuo está sano. Por supuesto que hay factores que afectan el resultado puede que la enfermedad no se haya desarrollado lo suficiente para dar positiva, una muestra de mala calidad y la selección de fluidos corporales.

En WANG [3] se afirma que la prueba de reacción en cadena de la polimerasa con transcriptasa inversa en tiempo real (rRT-PCR) tiene una sensibilidad del 63 % para un frotis nasofaríngeo y del 31 % para un frotis de garganta [3]. Y estos resultados se basan en pruebas anteriores al 5 de marzo de 2020. Aun así es conveniente tener un método para decidir si un paciente dado, al que se le aplico la prueba y dio negativo o positivo deben o no ser hospitalizados o aislados, aquí se necesita de dar una estimación de si un paciente negativo es que tiene todos los síntomas o no debería ser tratado con ciertos medicamentos la estimación Bayesiana de probabilidad permite que una vez que se tienen una historia previa de resultados se pueda explorar la probabilidad de internar al paciente dado que ya se tienen mas pruebas anteriores esto es de los datos anteriores sacar una probabilidad a anterior , para predecir una probabilidad posterior, Para esto recordemos que el cálculo de probabilidades de Bayes más generales. en el libro de AMS afirma que:

Suponga que tenemos un conjunto de eventos $H_1$, $H_2$,...$H_i$ que son disjuntos por pares y tales que el espacio muestral satisface la ecuación:

$$\omega = H_1 \cup H_2 \cup ...H_i.$$

A estos eventos se les llama hipótesis. También tenemos un evento $E$ que nos da alguna información sobre qué hipótesis es correcta. A este evento evidencia. Antes de recibir la evidencia, entonces, tenemos un conjunto de probabilidades previas $P(H_1)$, $P(H_2)$,. . . , $P(H_i)$ para las hipótesis. Si conocemos la hipótesis correcta, sabemos la probabilidad de la evidencia. Es decir, conocemos $P(E|H_i)$ para todo $i$. Queremos Encontrar las probabilidades de las hipótesis dadas las pruebas. Es decir, queremos encontrar las probabilidades condicionales $P(H_i|E)$. Estas probabilidades se llaman probabilidades posteriores. Para encontrar estas probabilidades, las escribimos en la forma

$$P(H_i|E) = \frac{P(H_I \cap E)}{P(E)} \tag{1}$$

Podemos calcular el numerador a partir de nuestra información dada por

$$P(H_i \cap E) = P(H_i)P(E|H_i). \tag{2}$$

Dado que uno y solo uno de los eventos $H_1$, $H_2$,. . . , $H_i$ puede ocurrir, podemos escribir el probabilidad de $E$ como

$$P(E) = P(H_1 \cap E) + P(H_2 \cap E) + ...P(H_i \cap E).$$

Usando la ecuación 2, se puede ver que la expresión anterior es igual a

$$P(H_1)P(E|H_1) + P(H_2)P(E|H_2) + ...P(H_i)P(E|H_i). \tag{3}$$

Usando las ecuaciones (1), (2) y (3) podemos llegar a la fórmula de Bayes:

$$P(H_1|E) = \frac{H_i P(E|H_i)}{\sum_{k=1}^{m} P(H_k)P(E|H_k)}.$$

Si el número de hipótesis es pequeña, un cálculo simple de la medida de árbol se realiza fácilmente, En nuestro caso podemos quisiéramos contestar a la pregunta de ¿cuál es la probabilidad de que dado el resultado de una prueba positiva o negativa una persona que acude a hacerse la prueba este realmente contagiada? No se cuide provocando con ello que siga propagando la enfermedad.

En nuestro caso las hipótesis son dos quien se aplica la prueba en nuevo león está sano o esta contagiado, y nuestra evidencia es la prueba PCR aplicada nasofaringea. Para ello vamos a consultar datos publicados por la secretaria de Nuevo Leon el 8 de noviembre de 2020, además usaremos el resultado utilizado por chang que dice que un 63 %\$$delaspruebasPCRdanresultadoscorrectosy$37 %\$ no. Si nuevo león aplica 1000 pruebas diarias y según sus datos al de noviembre 87149 dieron positivo y 166844 dieron negativo, cual es la probabilidad de que de positivo si se aplican la prueba es 343 darán positivo, y 657 darán negativo, la tabla se vería así

| | | **Pruebas validas** | **Pruebas falsas** |
|---|---|---|---|
| **Test +** | 343 | 216 | 127 |
| **Test -** | 657 | 414 | 243 |
| **# de Test** | 1000 | 630 | 370 |

Así que la probabilidad de que una persona acuda a realizarse la prueba y obtenga un resultado positivo y no esté enferma,

| Prueba PCR | **Enfermos** | **Sanos** |
|---|---|---|
| + | 343 | 342 |
| - | 657 | 658 |

Entonces nuestros datos no son significativos pues parecen reproducir los datos de las pruebas realizadas en nuevo león, un dato curioso es que si vemos observamos los porcentajes de positividad contra negatividad de tres fechas especificas parecen irse acercando a los porcentajes de las pruebas señalados en Wang

| Fecha | **Positivos** | **Negativos** | **% +** | **% -** |
|---|---|---|---|---|
| **8 de nov 2020** | 87,149 | 166,844 | 34.3 | 65.6 |
| **6 de dic 2020** | 107,244 | 199,033 | 35 | 65 |
| **6 de ene 2021** | 127,625 | 214,832 | 37.3 | 62.7 |

# Referencias


[1] Joaquin Arturo Velarde Moreno. *Repositorio con material de la clase de probabilidad.* Recursos libre, disponible en `https://github.com/joaquin3600/Modelos_Probabilistas_Aplicados`. 2020.

[2] Satu Elisa Schaeffer. *Modelos probabilistas aplicados.* Sitio en, `https://elisa.dyndns-web.com/teaching/prob/pisis/prob.html`.

[3] Wenling Wang,Yanli Xu, Ruqin Gao. *Detection of SARS-CoV-2 in Different Types of Clinical Specimens.* Publicado en, `https://jamanetwork.com/journals/jama/article-abstract/2762997`.