2)

a) $$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \ln(n) - \ln(n+1)$$

Tomando $b_n = \ln(n)$, vemos que la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$ puede escribirse como $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(n) - \ln(n+1)$ que cumple la propiedad telescópica.

Luego, $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right) = \ln(1) - \ln(n+1) = 0 - \ln(n+1) =$

$= -\ln(n+1)$

Como $n \to \infty$, $\ln(n+1) \to \infty$, $\therefore$ la serie diverge.

b) $$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{2n} \cdot 5^{-n} = \sum_{n=1}^{\infty} 4^n \cdot \frac{1}{5^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

Como $\frac{4}{5} < 1$, y la serie es geométrica, podemos concluir que la serie converge.