Universidad Nacional de Rosario

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Trabajo práctico II: Búsqueda

Introducción a la Inteligencia Artificial

Autores:
Arroyo, Joaquín
Bolzan, Francisco
Montoro, Emiliano

17 de abril de 2023

1. Cuestión 4

En OpenMaze, se puede notar una diferencia sustancial de costos entre el algoritmo DFS y los demás. Además, existen diferencias significativas en cuanto a los nodos expandidos por los algoritmos BFS/UCS y A*.

En cuanto al primer aspecto, el algoritmo DFS logra encontrar una solución, aunque no óptima, mientras que las demás estrategias sí alcanzan una solución óptima. Con respecto al segundo punto, tanto BFS/UCS como A* encuentran soluciones óptimas, sin embargo, A* logra expandir menos nodos en comparación con BFS/UCS.

En resumen:

Estrategia	Costo	Nodos expandidos	Óptimo
DFS	298	576	No
BFS/UCS	54	682	Si
A*	54	211	Si

2. Cuestión 5

En el ejercicio 6 se probará que nuestra heurística es consistente, y sabemos que esto implica la admisibilidad de la misma.

3. Cuestión 6

Queremos probar que nuestra heurística h es consistente, es decir, que $h(n) \leq c(n, n') + h(n')$ donde n es nuestro estado actual para todo n del conjunto de estados del problema.

En nuestro problema representamos los posibles estados como una tupla $(pos\_actual, (visited\_corners))$, donde pos_actual es la posición actual del Pacman y $visited\_corners$ es una tupla en la que almacenaremos las esquinas que visitamos en la búsqueda. Además contamos con el conjunto $corners$ que contiene a las cuatro esquinas.

Supongamos estar en el estado $n = (p, ())$, calculamos h para dicho estado tal que

$h(n) = min\{manhattan(p, c_i), manhattan(p, c_j), manhattan(p, c_k), manhattan(p, c_l)\} +$
$min\{manhattan(c_i, c_j), manhattan(c_i, c_k), manhattan(c_i, c_l)\} +$
$min\{manhattan(c_j, c_k), manhattan(c_j, c_l)\} +$
$min\{manhattan(c_k, c_l)\}$

Donde c_i es alguna de las cuatro esquinas posibles, y la idea es que, si c_i fue la esquina con menor distancia de Manhattan en el primer conjunto de cuentas entonces el siguiente será tomado desde dicha esquina. Así, sumamos la menor distancia de Manhattan desde nuestra posicion a alguna esquina, luego desde dicha esquina a la siguiente más cercana y así hasta que no queden esquinas sin medir (nótese el uso de la palabra $'medir'$ ya que no es que estas esquinas ya hayan sido visitadas, solamente se simula dicha situación).

Es trivial que la distancia de Manhattan es una heurística consistente, ya que nunca sobreestima la distancia real, porque se mueve sólo en línea recta y no permite diagonales, por lo que siempre es menor o igual que la distancia real, y por lo tanto elegir la mínima de un conjunto también lo será.

Planteemos entonces una nueva heurística llamada h' tal que

$h'((p', vc)) = min\{d \mid d = manhattan(p', c) \ donde \ c \notin vc \wedge c \in corners\}$

Podríamos decir entonces que

$h(n) = h'(n) + h'(n_i) + h'(n_j) + h'(n_k)$

Donde

$n_i = (c_i, (c_i))$
$n_j = (c_j, (c_i, c_j))$
$n_k = (c_k, (c_i, c_j, c_k))$

Notar que estos estados no necesariamente son a los que se pasa, si no que son simulaciones para calcular la heurística.

Aplicando la equivalencia anterior se tiene entonces:

$h(n) = manhattan(n, n_i) + manhattan(n_i, n_j) + manhattan(n_i, n_k) + manhattan(n_k, n_l)$

Sabemos que en nuestro problema $manhattan(n, n') \leq c(n, n')$ para todo par de estados, luego:

$h(n) \leq c(n, n_i) + c(n_i, n_j) + c(n_j, n_k) + c(n_k, n_l)$

Pasamos a demostrar la consistencia de h. Sea n' un estado sucesor de n, luego:
(1) Si $n' = n_i$ entonces:
$h(n) \leq c(n, n') + c(n', n_j) + c(n_j, n_k) + c(n_k, n_l)$
$h(n) \leq c(n, n') + h(n')$
Los casos en los que ya hayamos visitado alguna/s esquina/s son análogos.
(2) Caso contrario a (1), tenemos dos posibilidades:
(2.1) Que $h(n')$ elija el mismo orden de esquinas que $h(n)$, luego:
$h(n') \leq c(n', n_i) + c(n_i, n_j) + c(n_j, n_k) + c(n_k, n_l)$
¿Vale que $h(n) \leq c(n, n') + h(n')$?
Reemplazando:
$c(n, n_i) + c(n_i, n_j) + c(n_j, n_k) + c(n_k, n_l) \leq c(n, n') + c(n', n_i) + c(n_i, n_j) + c(n_j, n_k) + c(n_k, n_l)$
$c(n, n_i) \leq c(n, n') + c(n', n_i)$
$manhattan(n, n_i) \leq manhattan(n, n') + manhattan(n', n_i)$
Luego, por desigualdad triangular de la distancia de Manhattan, lo anterior es cierto.
Los casos en los que ya hayamos visitado alguna/s esquina/s son análogos.

(2.2) Que $h(n')$ no elija el mismo orden de esquinas que $h(n)$, supongamos luego $h(n')$ tal que:
$h(n') \leq c(n', n_j) + c(n_j, n_i) + c(n_i, n_k) + c(n_k, n_l)$
¿Vale que $h(n) \leq c(n, n') + h(n')$?
Reemplazando:
$c(n, n_i) + c(n_i, n_j) + c(n_j, n_k) + c(n_k, n_l) \leq c(n, n') + c(n', n_j) + c(n_j, n_i) + c(n_i, n_k) + c(n_k, n_l)$
$c(n, n_i) + c(n_j, n_k) \leq c(n, n') + c(n', n_j) + c(n_i, n_k)$
Por desigualdad trigonométrica sobre $c(n_i, n_k)$ podemos ver que:
$c(n, n_i) + c(n_j, n_k) \leq c(n, n') + c(n', n_j) + c(n_i, n_k) \leq c(n, n') + c(n', n_j) + c(n_i, n_j) + c(n_j, n_k)$
$c(n, n_i) \leq c(n, n') + c(n', n_j) + c(n_i, n_j)$
$c(n, n_i) \leq c(n, n') + c(n', n_j) + c(n_j, n_i)$
Lo cual vale ya que el camino más corto de un punto a otro siempre es la línea recta, en este caso equivalente a la distancia de manhattan.
Los casos en los que ya hayamos visitado alguna/s esquina/s son análogos.
Esta desigualdad va a valer para cualquier orden 'correcto' de esquinas elegidas por h (la elección del órden sólo puede variar en la primera esquina elegida y como consecuencia en otra de las cuatro distancias, desde que se comienza a calcular posicionado en una esquina se debe elegir el mismo órden, ya que si no fuera así significaría que la distancia entre esquinas cambió entre iteraciones del calculo de h).

Finalmente, por **(1)** y **(2)** nuestra heurística es consistente.