Universidad Nacional de Rosario

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Entrega 2

Modelado y Simulación de Sistemas Dinámicos

Arroyo Joaquín
Bolzan Francisco

Contents

1 Problema 1

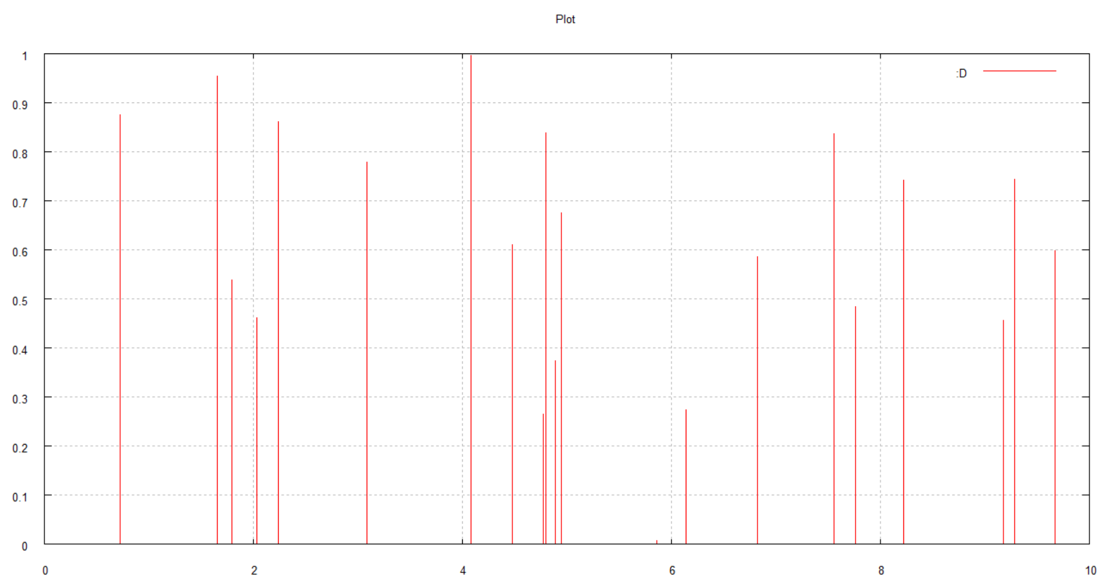
Comenzaremos realizando el modelo de la fuente de trabajos. Para el mismo consideraremos las iguientes hipótesis:

- La fuente emite los trabajos en forma aleatoria y cada trabajo toma un valor positivo limitado por los parámetros J_{min} y J_{max}, siguiendo una distribución uniforme.
- La fuente emite trabajos a intervalos aleatorios. El intervalo entre dos trabajos tiene una distribución uniforme entre 0 y T_{max}, donde T_{max} es un parámetro de la fuente.

Para verificar el funcionamiento de este modelo, lo simularemos utilizando parámetros $J_{min} = 0.02$, $J_{max} = 0.12$ y $T_{max} = 0.1$.

El modelo es el siguiente:

Y el resultado de la simulación:



Donde el modelo Atómico *Fuente* tiene la siguiente estructura:

- $X = \emptyset$
- $Y = \mathbb{R}^+ \times \{0\}$
- $S = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$
- $\delta_{int}(s) = (rand(J_{min},\ J_{max}),\ rand(0,\ T_{max}))$
- $\delta_{ext}(s,\ e,\ x) = s$
- $\lambda((z,\ \sigma)) = (z,\ 0)$
- $ta((z,\ \sigma)) = \sigma$

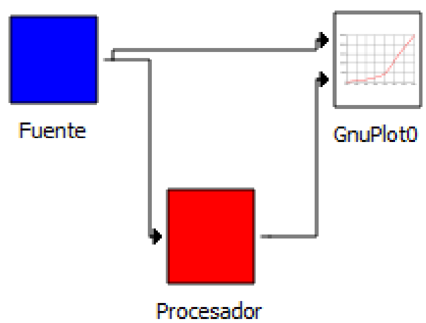
2 Problema 2

A continuación realizaremos el modelo del procesador en base a las siguientes consideraciones:

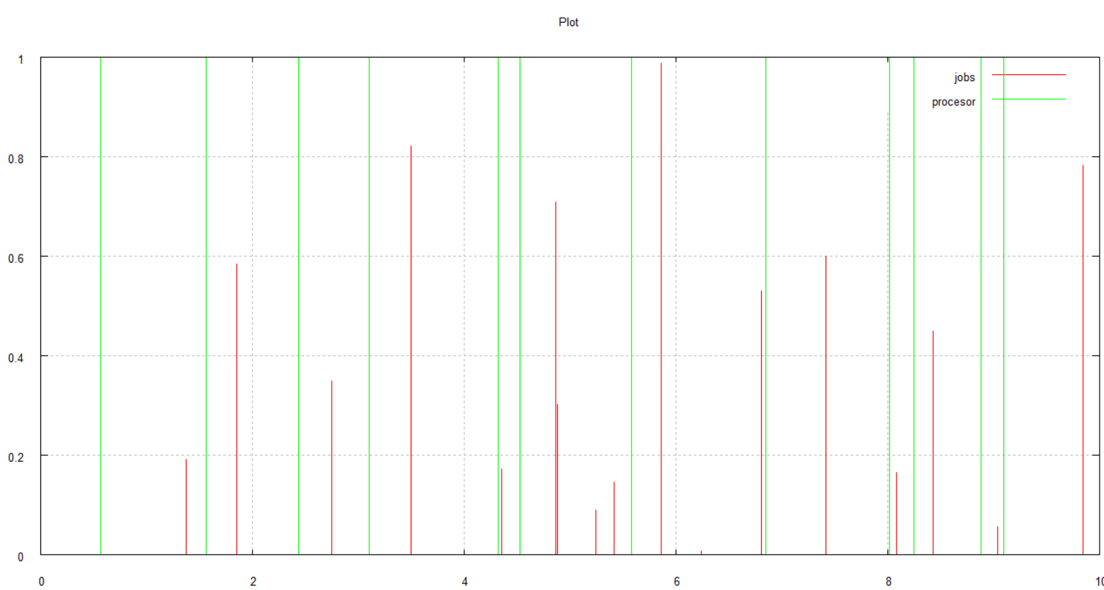
- El procesador recibe trabajos caracterizados por un número real positivo, que indica cuanto demora en procesarse dicho trabajo.
- Cuando termina de procesarse un trabajo, el procesador emite un evento con el valor 1 indicando que terminó de procesar.
- Cuando el procesador está ocupado, ignora cualquier trabajo que ingrese.

Para verificar el correcto funcionamiento del modelo, simularemos el conjunto cola-procesador

Al modelo anterior le agregamos el modelo atómico *Procesador*, el cuál se va a encargar de procesar por t tiempo, donde t es generado por la fuente.



El resultado de la simulación:



Donde el modelo atómico *Procesador* tiene la siguiente estructura:

- $X = \mathbb{R}^+ \times \{0\}$
- $Y = \{1\} \times \{0\}$
- $S = \{true,\ false\} \times \mathbb{R}^+$
- $\delta_{int}((busy,\ \sigma)) = (false, \infty)$

- $\delta_{ext}((busy,\ \sigma,),\ e,\ x) = \begin{cases} (true,\ \sigma - e) & busy = true \\ (true,\ x) & busy = false \end{cases}$
- $\lambda(s) = (1,\ 0)$
- $ta((busy,\ \sigma)) = \sigma$

3 Problema 3

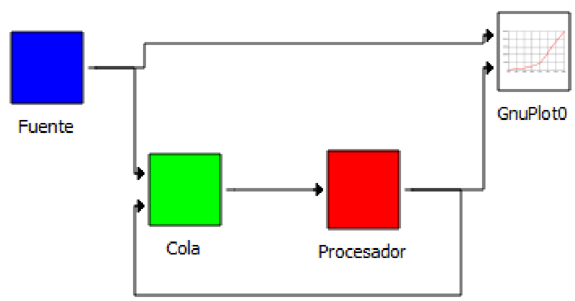
Luego, haremos el modelo de una cola de trabajos bajo las siguiente hipótesis:

- El modelo recibe por el primer puerto de entrada los trabajos y los encola.
- Por el segundo puerto de entrada recibe una señal que indica que el procesador está libre.
- Al recibir esta señal, debe emitir un evento con el primer trabajo de la cola.
- Si en algún momento el modelo recibe un trabajo y el procesador estaba libre, debe enviar inmediatamente dicho trabajo.

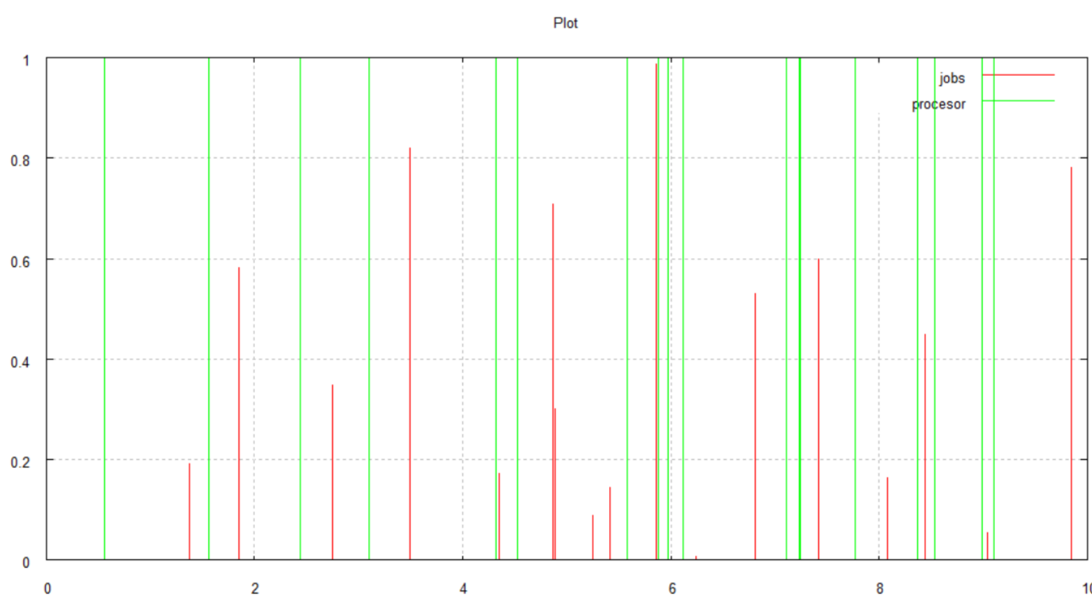
Ayuda: Una manera simple de implementar la cola es mediante un arreglo y dos indices que apuntan al primer elemento de la cola y al último, respectivamente.

Para corroborar que funciona bien este modelo, simularemos el conjunto fuente–cola–procesador.

Al modelo anterior le agregamos entre medio de los modelos atómicos *Fuente* y *Procesador*, al modelo atómico *Cola*, el cuál se va a encargar de encolar las peticiones que lleguen desde la fuente, y evenvualmente enviarlas al procesador.



Y el resultado es:



Donde el modelo atómico *Cola* tiene la siguiente estructura:

- $X = \mathbb{R}^+ \times \{0\} \cup \{1\} \times \{1\}$
- $Y = \mathbb{R}^+ \times \{0\}$

- $S = \{true,\ false\} \times Seq\ R^+ \times \mathbb{R}^+$
- $\delta_{int}((busy,\ h @ tl,\ \sigma)) = (true,\ tl,\ \infty)$
- $\delta_{ext}((busy,\ q,\ \sigma),\ e,\ (x_p,\ x_v)) = \begin{cases} (false,\ q,\ \infty) & x_p = 1 \wedge q = \langle\rangle \\ (false,\ q,\ 0) & x_p = 1 \wedge \neg(q = \langle\rangle) \\ (busy,\ q @ x_v,\ \infty) & x_p = 0 \wedge busy \\ (busy,\ q @ x_v,\ 0) & x_p = 0 \wedge \neg busy \end{cases}$
- $\lambda((busy,\ h @ tl,\ \sigma)) = (h,\ 0)$
- $ta((busy,\ \sigma)) = \sigma$

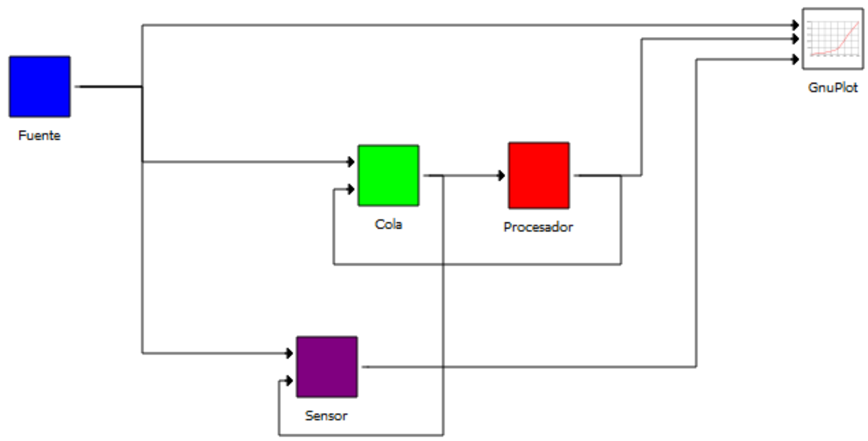
(Tener en cuenta que @ es la concatenación de secuencias)

4 Problema 4

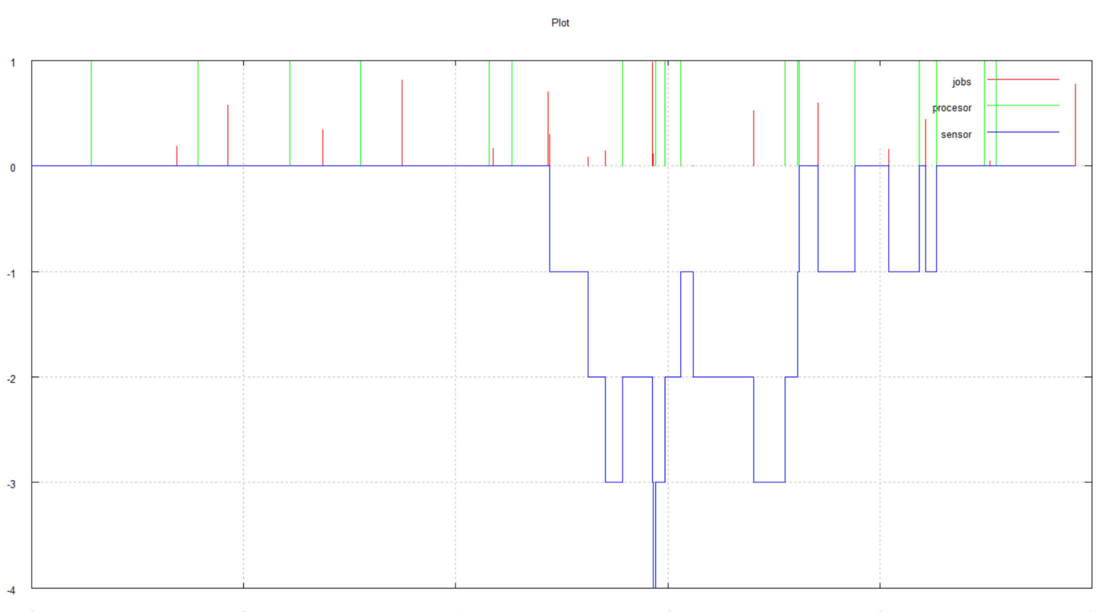
Este modelo se encarga de contar cuantos trabajos hay en la cola. Para eso realiza lo siguiente:

- Por el primer puerto recibe los trabajos que recibe la cola.
- Cada vez que recibe un trabajo incrementa el contador en 1.
- Por el segundo puerto recibe los trabajos que emite la cola. Cada vez que recibe un trabajo por este puerto resta 1 al contador.

Cada vez que cambia el contador, emite un evento con el valor del mismo. Conectando este modelo con el sistema del punto anterior, se puede verificar como se acumulan trabajos en la cola.



El resultado de la simulación es el siguiente:



Donde el modelo atómico *Sensor* tiene la siguiente estructura:

- $X = \mathbb{R}^+ \times \{0,\ 1\}$
- $Y = \mathbb{Z}_0^- \times \{0\}$

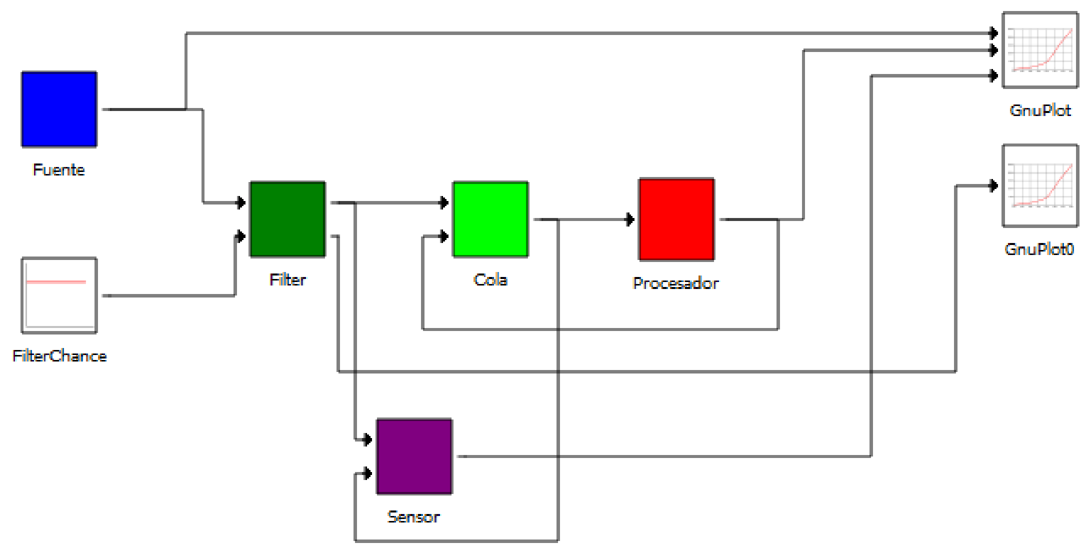
- $S = \mathbb{N} \times \mathbb{R}^+$
- $\delta_{int}((count,\ \sigma)) = (count,\ \infty)$
- $\delta_{ext}((count,\ \sigma),\ e,\ (x_p,\ \_)) = \begin{cases} (count - 1,\ 0) & x_p = 1 \\ (count + 1,\ 0) & x_p = 0 \end{cases}$
- $\lambda((count,\ \sigma)) = (-count,\ 0)$
- $ta((count,\ \sigma)) = \sigma$

5 Problema 5

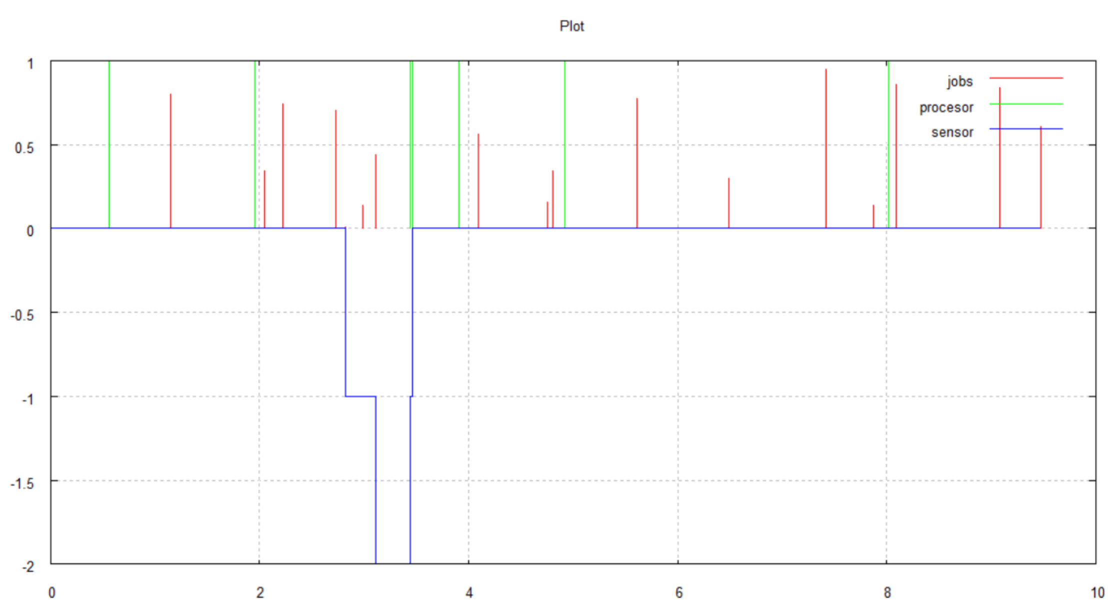
Este modelo está a cargo de decidir si cada trabajo que recibe el sistema es enviado a la cola o es descartado. Obedece a las siguientes reglas:

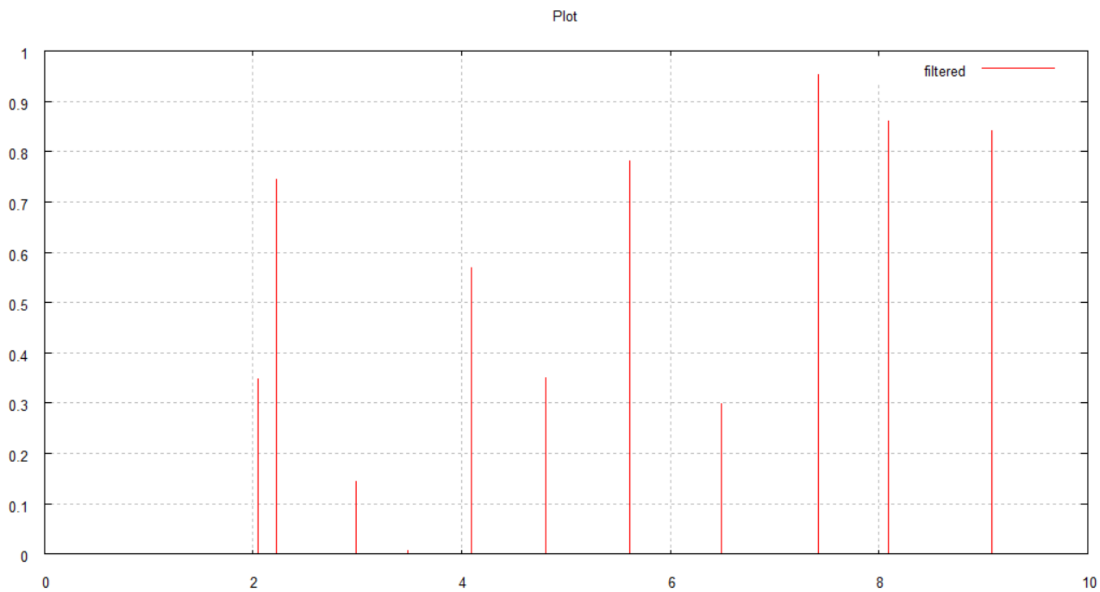
- Por el segundo puerto de entrada, recibe un número p entre 0 y 1 que indica la probabilidad de aceptar o no cada trabajo que se reciba.
- Por el primer puerto de entrada recibe los trabajos.
- Cada vez que recibe un trabajo, el modelo elige un número aleatorio entre 0 y 1. Si el número elegido es menor que p, el trabajo se acepta y se envıa por el primer puerto de salida. Caso contrario, se envía por el segundo.

Conectaremos entonces este modelo entre la fuente y la cola. Por el momento, conectaremos la segunda entrada del bloque a la salida de una señal constante, de manera que la probabilidad de aceptar trabajos se mantenga fija.



El resultado de la simulación es el siguiente:





Donde el modelo atómico *Filtro* tiene la siguiente estructura:

- $X = \mathbb{R}^+ \times \{0\} \cup \{(0.5,\ 1)\}$
- $Y = \mathbb{R}^+ \times \{0,\ 1\}$
- $S = [0,\ 1] \times [0,\ 1] \times \{0,\ 1\} \times \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$
- $\delta_{int}((rand,\ prob\ ,\ outport,\ outval,\ \sigma)) = (rand,\ prob,\ outport,\ outval,\ \infty)$
- $\delta_{ext}((rand,\ prob\ ,\ outport,\ outval,\ \sigma),\ e,\ (x_p,\ x_v))$
$$= \begin{cases} (rand,\ prob\ ,\ 0,\ x_v,\ 0) & x_p = 0 \wedge rand < prob \\ (rand,\ prob\ ,\ 1,\ x_v,\ 0) & x_p = 0 \wedge rand \geq prob \\ (rand,\ x_v,\ outport,\ outval,\ \sigma) & x_p = 1 \end{cases}$$
- $\lambda((rand,\ prob\ ,\ outport,\ outval,\ \sigma)) = (outval,\ outport)$
- $ta((rand,\ prob\ ,\ outport,\ outval,\ \sigma)) = \sigma$

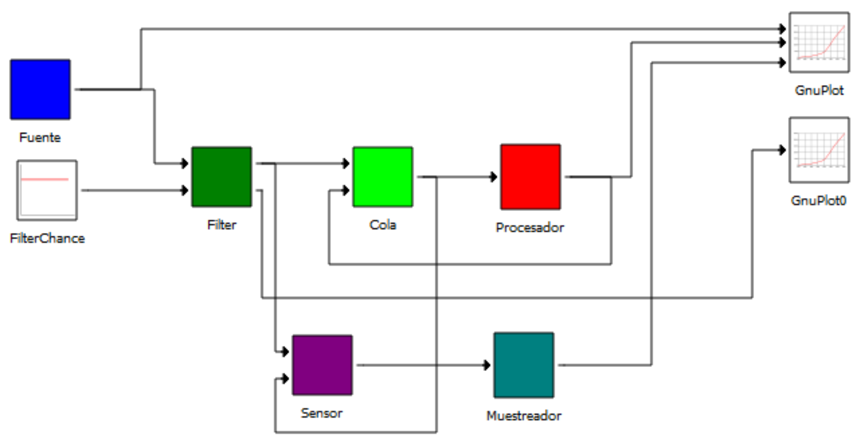
y el modelo *FilterChance* es un modelo atómico que devuelve un valor constante de 0.5.

6 Problema 6

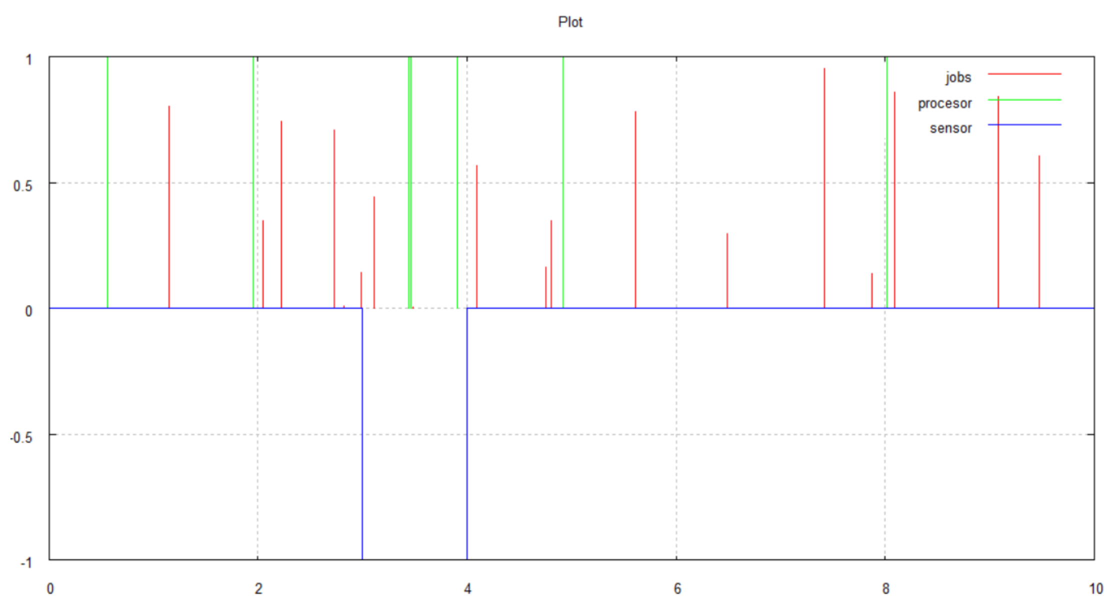
Este modelo recibe eventos de entrada y emite la última entrada recibida a intervalos constantes de tiempo:

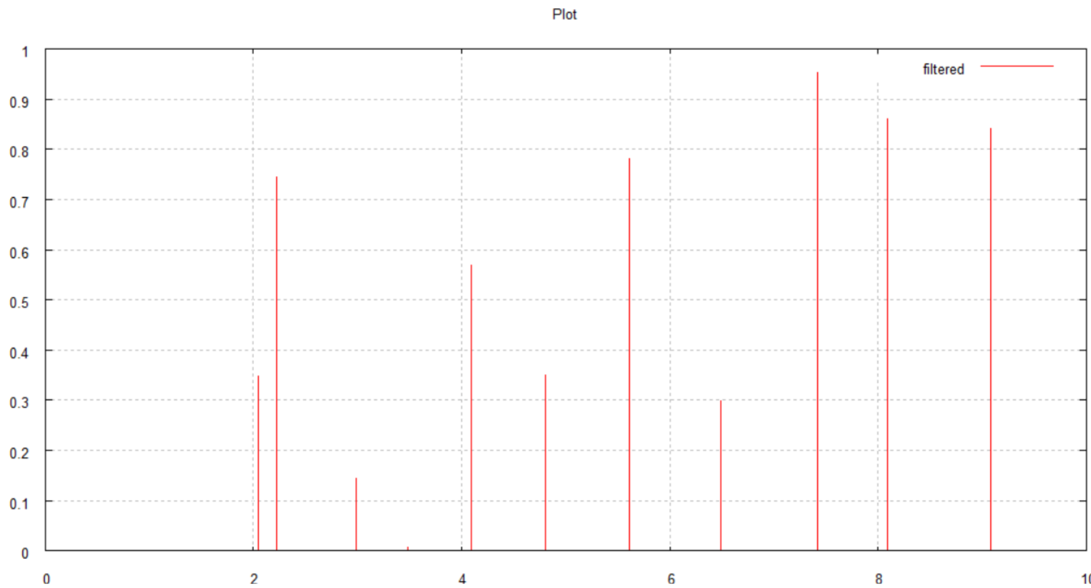
- Cuando recibe un evento de entrada, el modelo guarda su valor.
- El modelo emite un evento cada T unidades de tiempo, cuyo valor es el del último evento recibido. T es un parámetro.

Para verificar que funciona este modelo, lo conectaremos a la salida del sensor usando el parámetro $T = 1$.



El resultado de la simulación es el siguiente:





Donde el modelo atómico *Muestreador* tiene la siguiente estructura:

- $X = \mathbb{R}^+ \times \{0\}$
- $Y = \mathbb{R}^+ \times \{0\}$
- $S = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$
- $\delta_{int}((val,\ \sigma)) = (val,\ T)$
- $\delta_{ext}((val,\ \sigma),\ e,\ (x_p,\ x_v)) = (x_v,\ \sigma - e)$
- $\lambda((val,\ \sigma)) = (val,\ 0)$
- $ta((count,\ \sigma)) = \sigma$

Donde T es un parámetro del modelo.

7 Problema 7

Este modelo modifica la probabilidad p de que el filtro acepte trabajos en función de la longitud de la cola. Se trata en este caso de un sistema de tiempo discreto que obedece al siguiente sistema de ecuaciones en diferencias:

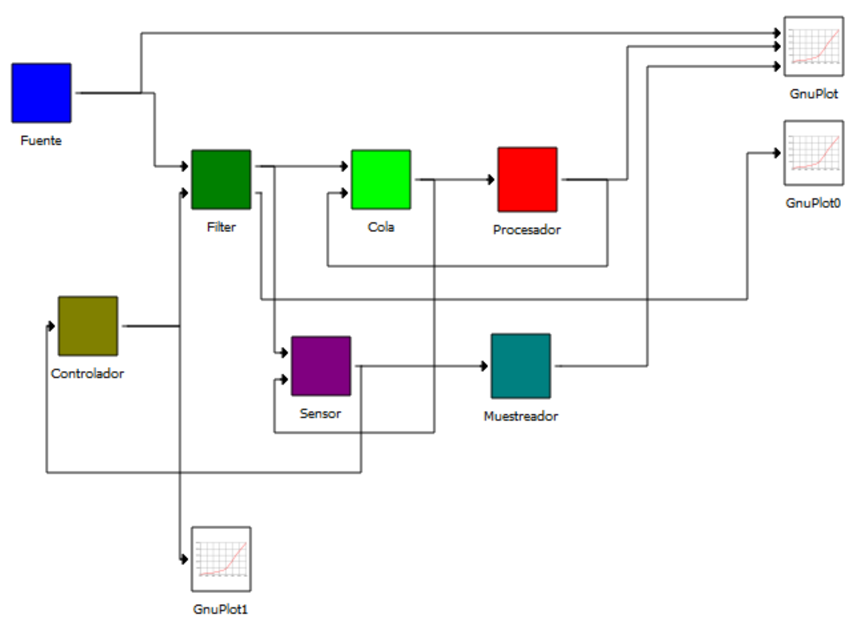
$$e(k) = l_{ref} - l(k)$$
$$x(k+1) = x(k) + e(k)$$
$$p(k) = sat(k_1 \cdot e(k) + k_2 \cdot x(k))$$

donde:

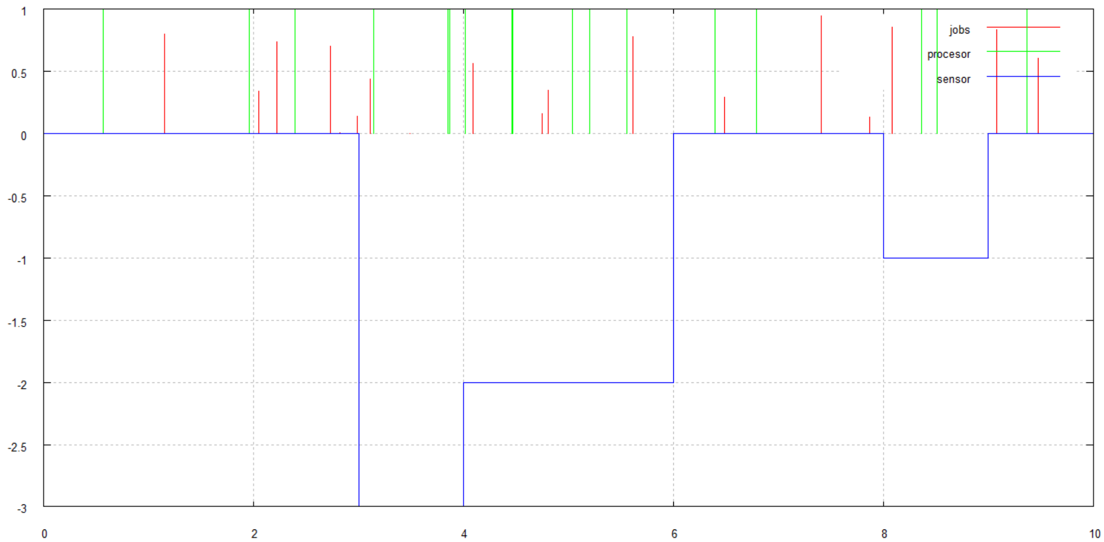
- l_{ref} es la longitud deseada para la cola.
- $l(k)$ es la longitud medida de la cola en el k-ésimo instanta de muestreo.
- $e(k)$ representa el error y $x(k)$ el error acumulado.
- $p(k)$ es la probabilidad de que el filtro acepte trabajos.
- La función sat es la identidad saturada entre 0 y 1.

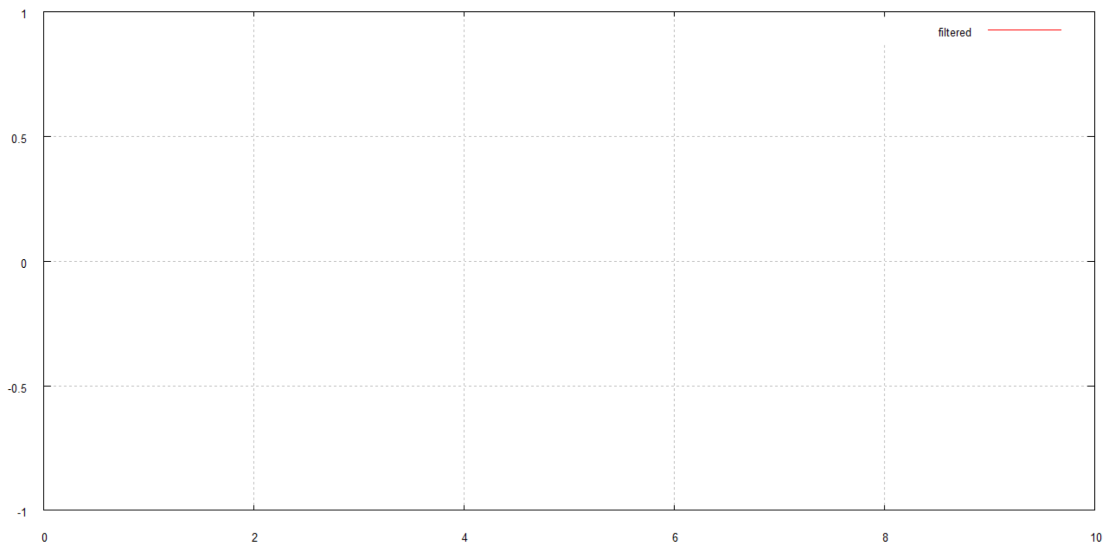
Este modelo se puede armar como un sólo modelo atómico que implemente todas las ecuaciones, o bien como un diagrama de bloques usando elementos de las librerías de **PowerDEVS**. En este último caso, la salida del muestreador deberá ser de tipo compatible con la de los bloques de dichas librerías.

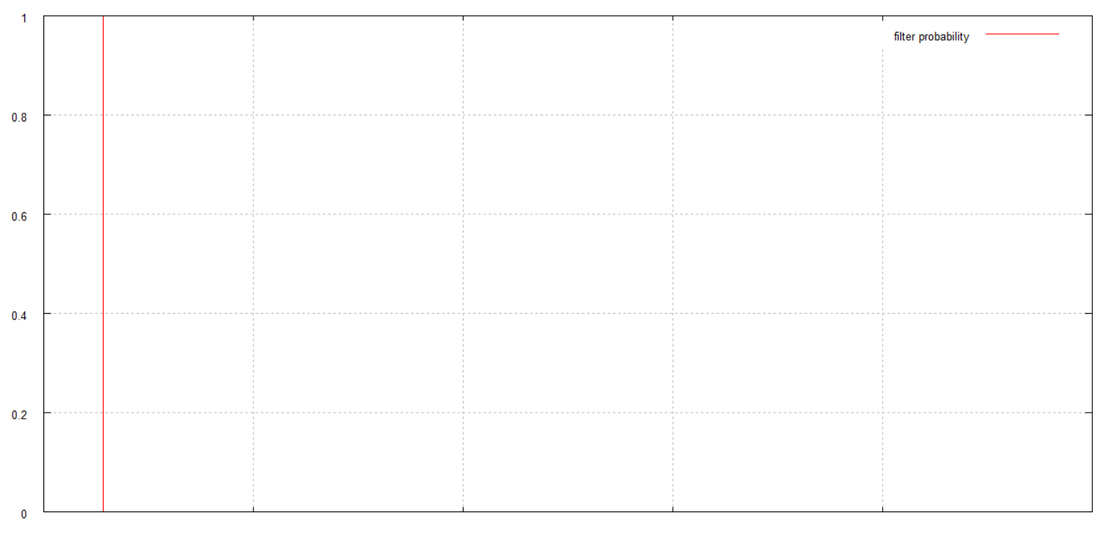
Con este modelo se puede armar el sistema completo. Un posible juego de parámetros es $l_{ref} = 50$, $K_1 = 0.02$, $K_2 = 0.001$.



El resultado de la simulación es el siguiente:







Donde el modelo atómico *Controlador* tiene la siguiente estructura:

- $X = \mathbb{R}^+ \times \{0\}$

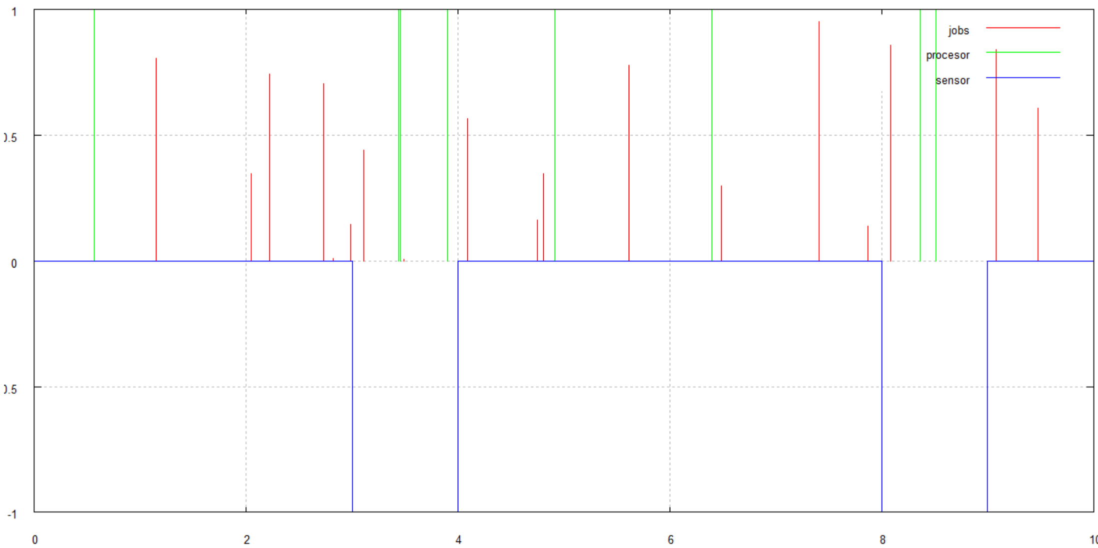
- $Y = [0,\ 1] \times \{0\}$
- $S = (\mathbb{R}^+)^4$
- $\delta_{int}((e,\ e_{acum},\ p,\ \sigma)) = (e,\ e_{acum},\ p,\ \infty)$
- $\delta_{ext}((e,\ e_{acum},\ p,\ \sigma),\ e,\ (x_p,\ x_v)) = (l_{ref} - (-x_v),\ e_{acum} + e,\ sat(k_1 \cdot e + k_2 \cdot e_{acum}),\ 0)$
  donde *sat* es la identidad saturada entre 0 y 1.
- $\lambda((e,\ e_{acum},\ p,\ \sigma)) = (p,\ 0)$
- $ta((e,\ e_{acum},\ p,\ \sigma)) = \sigma$

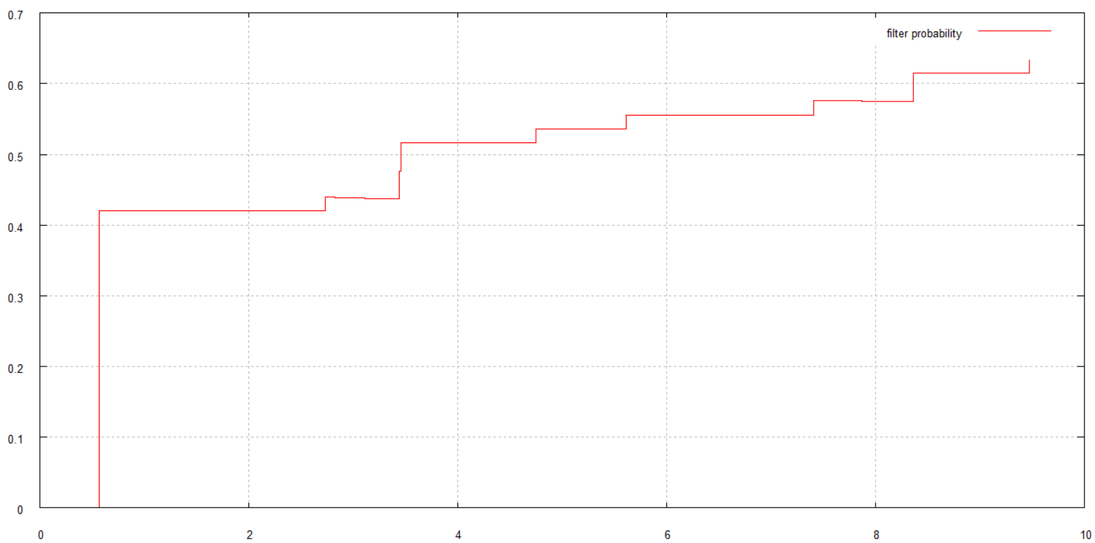
8 Problema 8

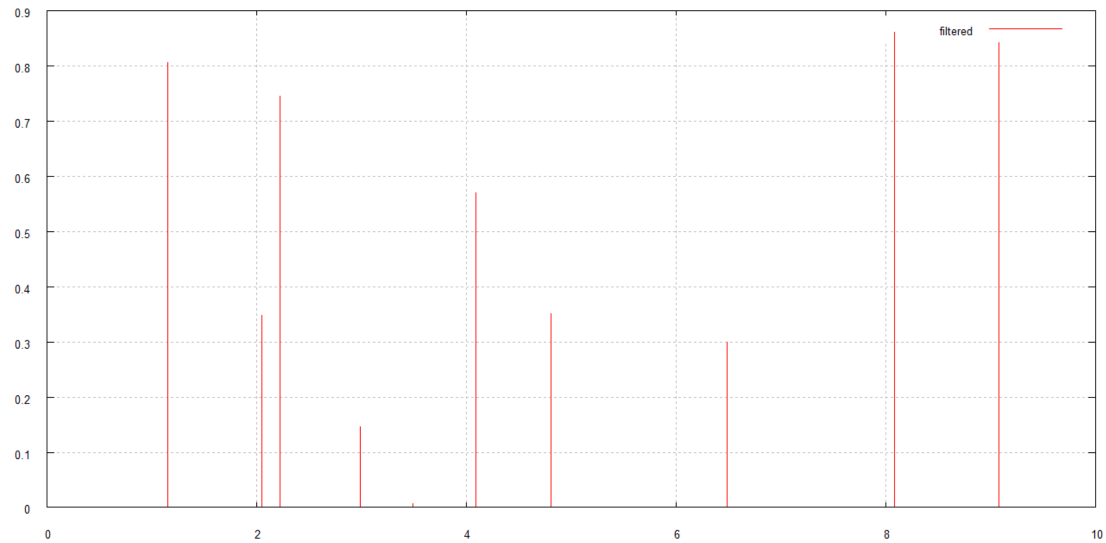
Con el sistema completo, se puede simular modificando los distintos parámetros observando como evoluciona la longitud de la cola y la probabilidad del filtro.

En ambas simulaciones cambiamos solo el parámetro l_{ref} debido a que los demás parámetros no aportarían cambios significativos al funcionamiento del sistema general.

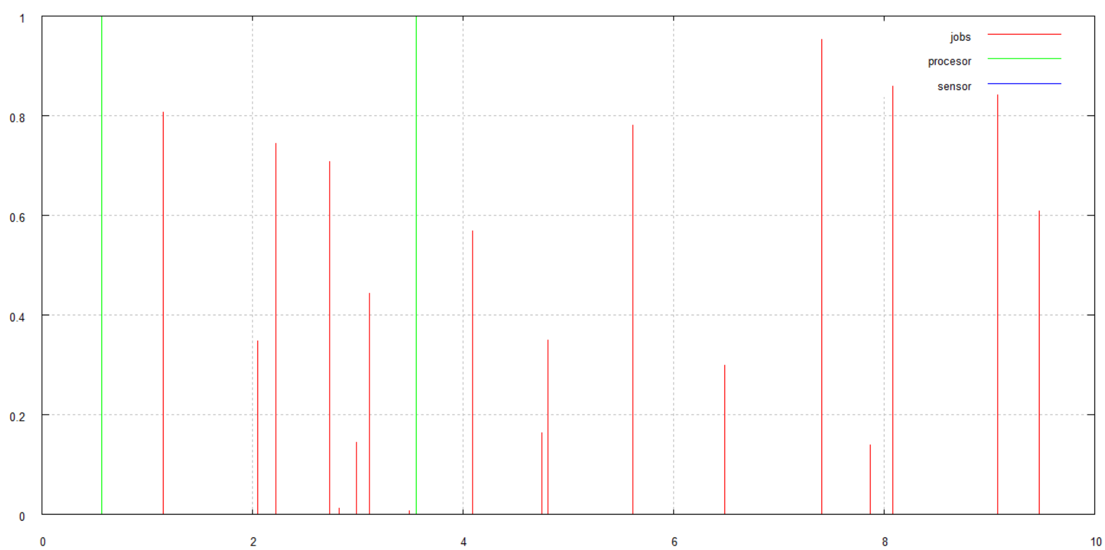
Simulación 1. $l_{ref} = 20$

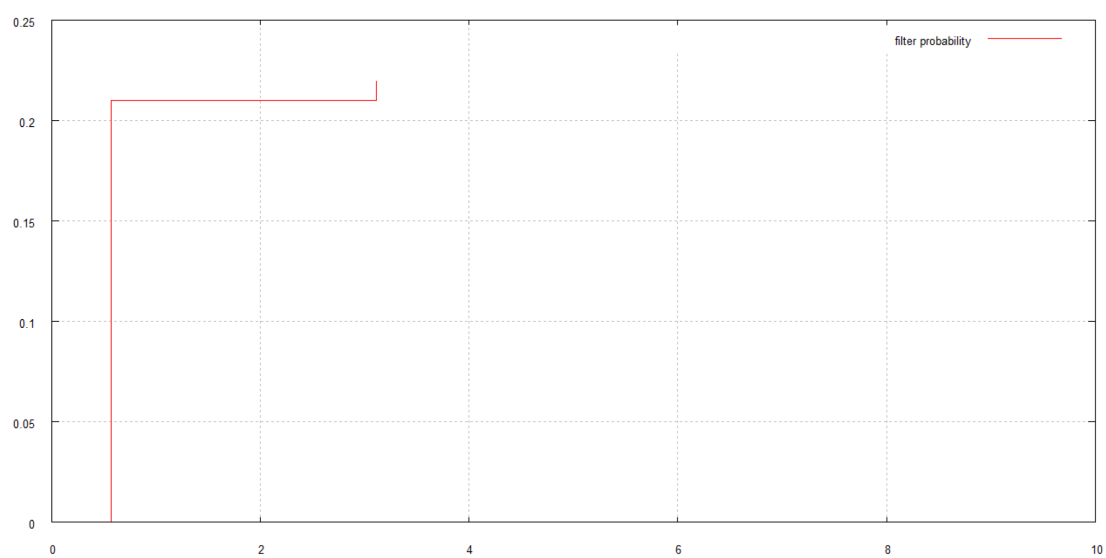


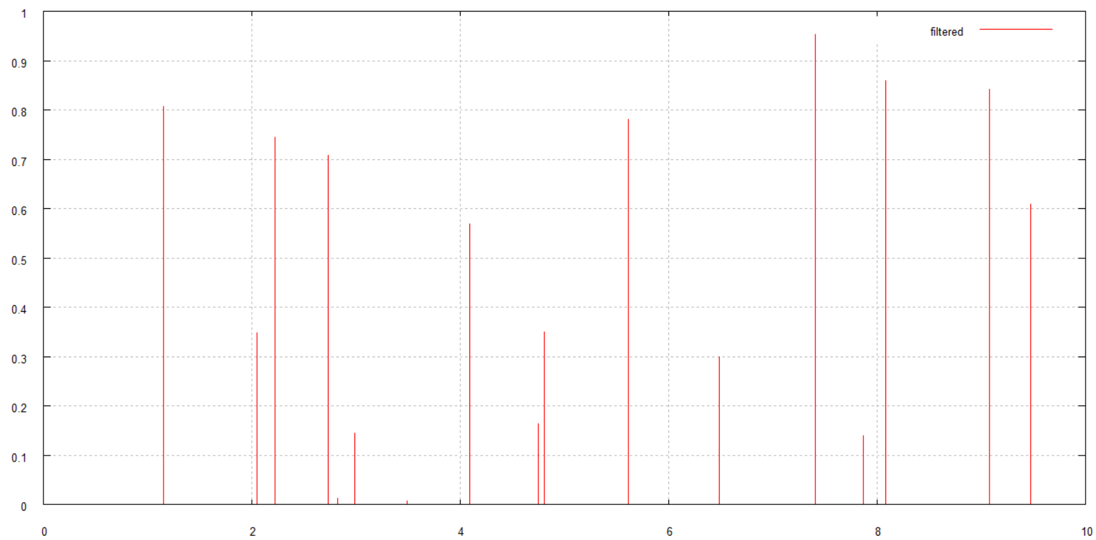




Simulación 2. $l_{ref} = 10$



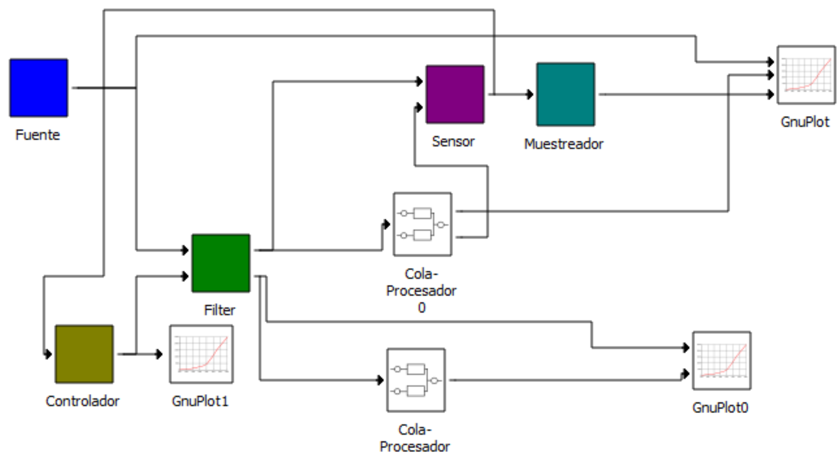




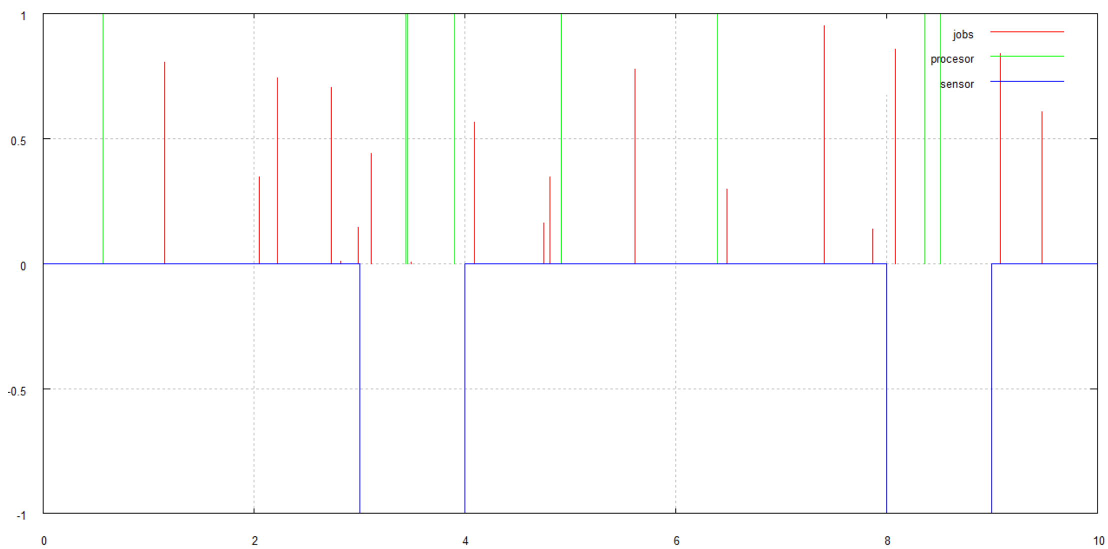
Conclusión. Podemos observar que en cualquiera de las simulaciones, a medida que avanza el tiempo, la probabilidad de aceptar trabajos aumenta. En el Problema 7 con valor $l_{ref} = 50$ podemos ver que debido al gran tamaño deseado de la cola, se aceptan todos los trabajos emitidos. En la simulación uno de este problema, al disminuir el tamaño deseado de la cola a 20, se puede observar un crecimiento gradual en la probabilidad de aceptación de los trabajos. Y por último, en la segunda simulación, al comenzar con un tamaño de cola deseado relativamente bajo, se descartan la mayoría de los trabajos emitidos.

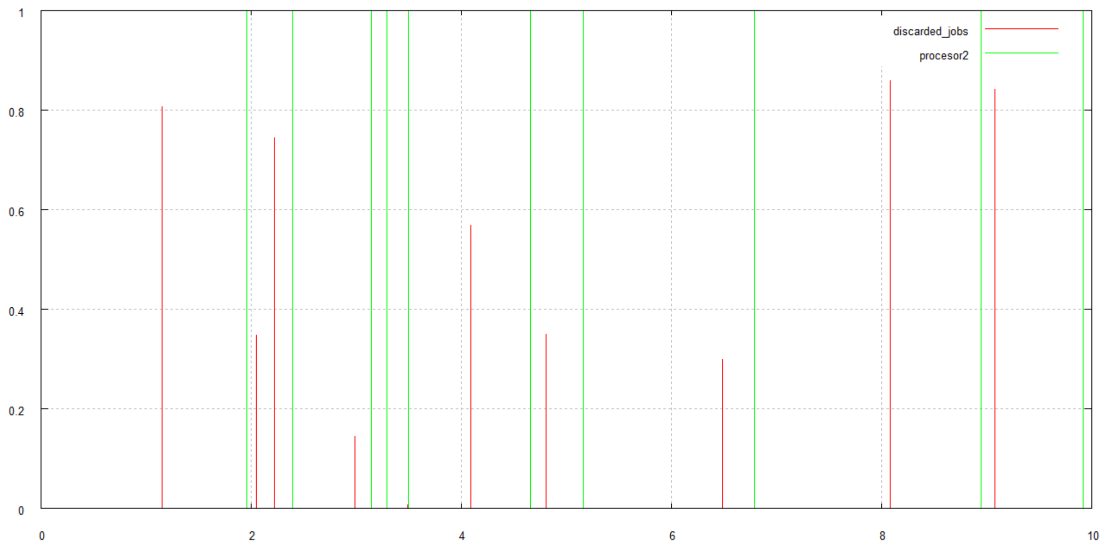
9 Problema 9

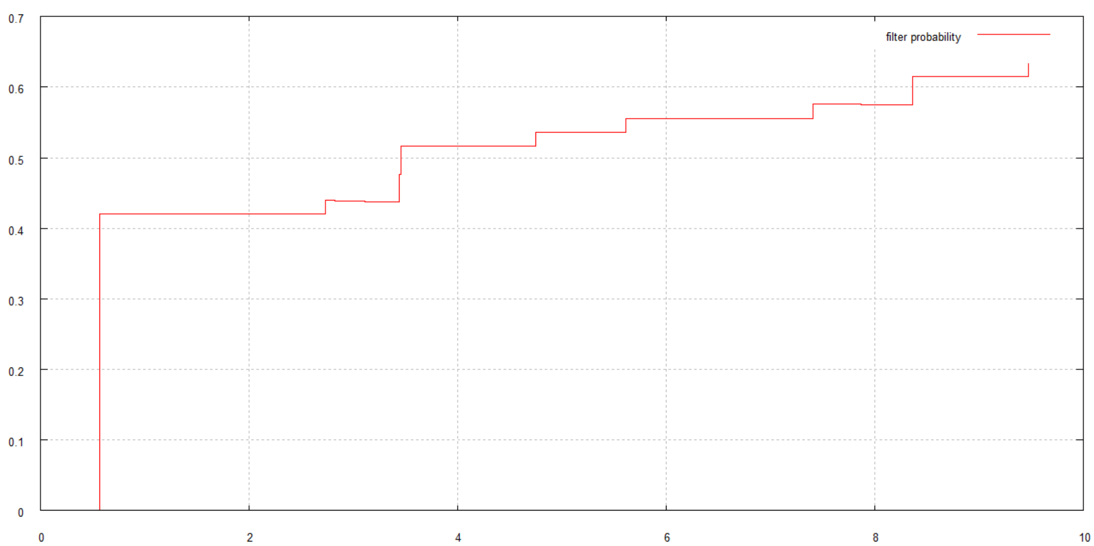
Agregar al sistema anterior otro conjunto cola procesador para tomar los trabajos descartados por el filtro.



Notar que las siguientes simulaciones se realizaron con $l_{ref} = 20$.




discarded_jobs
procesor2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
0
2
4
6
8
10


filter probability
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0
2
4
6
8
10