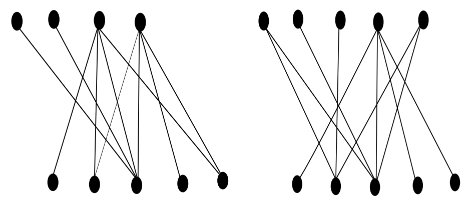
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura (U.N.R.)
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Matemática
Cátedras: Matemática Discreta - Complementos de Matemática I

EXAMEN FINAL TEÓRICO-PRÁCTICO Fecha: 08/03/2021

---

1. Sean T y T' dos árboles generadores del grafo conexo $G = (V, E)$. Demostrar que si $e \in E(T) - E(T')$, entonces existe $e' \in E(T') - E(T)$ tal que $T - e + e'$ es un árbol generador de G.

2. Encontrar un matching máximo en los grafos G_1 y G_2 que se presentan en la figura. Probar que se trata de matching máximos exhibiendo un cubrimiento mínimo del mismo tamaño. Justificar por qué puede determinarse de esta manera que los matchings encontrados son máximos.



G1 G2

3. Analizar la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando adecuadamente;

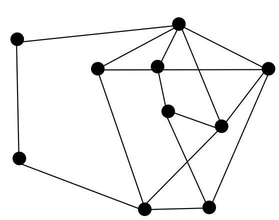
   a) Si G es conexo, de grado mínimo 2 y tiene un matching perfecto, entonces ningún vértice tiene grado impar

   b) Si G tiene tres componentes conexas y n vértices, entonces $|E(G)| \geq n - 3$.

   c) Si G es conexo, de grado mínimo 2, tiene un ciclo de Hamilton.

   d) Si G es conexo, toda arista pertenece a algún árbol generador de G.

4. Sea G el siguiente grafo.



   a) ¿Es G un grafo planar? Si no lo fuera, determinar un conjunto minimal de aristas que bastaría eliminar para que lo sea.

   b) ¿Es G un grafo hamiltoniano?

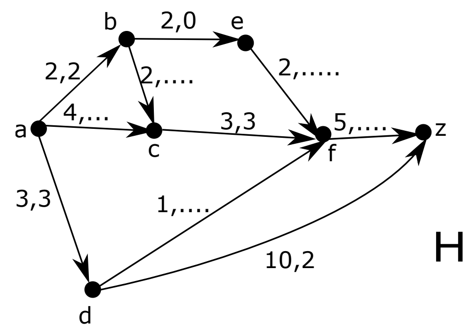
   c) ¿Es G un grafo euleriano? Si no lo fuera, determinar el mínimo número de aristas que se deberían agregar para que lo sea.

   d) Determinar el número cromático del grafo.

   e) Determinar su número de estabilidad.

f) Determinar su número de matching.

5. En los arcos de la siguiente red $a - z$ se indica la capacidad de los mismos y también, aunque de manera incompleta, los valores de un flujo factible f.



a) Complete los valores faltantes del flujo f.

b) Halle un flujo máximo, iterando el algoritmo de Ford-Fulkerson a partir del flujo f.

c) Halle un corte $a - z$ de capacidad mínima.

6. Sea $G = (X \cup Y, E)$ grafo bipartito. Sean $\mathcal{M}$ y $\mathcal{M}'$ dos matchings en G tales que $\mathcal{M}$ satura a $S \subseteq X$ y $\mathcal{M}'$ satura a $T \subseteq Y$. Demostrar que G admite un matching que satura a $S \cup T$.