Universidad Nacional de Rosario

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Especificación del Lenguaje Imperativo Simple

Primer trabajo practico
Análisis del Lenguajes de Programación

Autor:
Caporalini, Joaquín
Arroyo, Joaquín

16 de septiembre de 2022

Índice

1. Ejercicio 1

Extensión de la sintáxis abstracta con la regla de producción del operador ternario:

```
intexp   ::= nat
           | var
           | −_u intexp
           | intexp + intexp
           | intexp −_b intexp
           | intexp ∗ intexp
           | intexp / intexp
           | boolexpatom ? intexp : intexp
boolexpatom ::= true
              | false
              | ¬boolexpatom
              | boolexp
boolexp ::= intexp == intexp
          | intexp != intexp
          | intexp < intexp
          | intexp > intexp
          | intexp ∧ intexp
          | intexp ∨ intexp
          | boolexpatom
comm     ::= skip
           | var = intexp
           | comm; comm
           | if boolexp then comm else comm
           | while boolexp do comm
```

Extensión de la sintáxis concreta con la regla de producción del operador ternario:

```
digit    ::= '0' | '1' | ... | '9'
letter   ::= 'a' | ... | 'z'
nat      ::= digit | digit nat
var      ::= letter | letter var
intexp   ::= nat
           | var
           | '−' intexp
           | intexp '+' intexp
           | intexp '−' intexp
           | intexp '∗' intexp
           | intexp '/' intexp
           | boolexpatom '?' intexp ':' intexp
           | '(' intexp ')'
boolexpatom ::= true
              | false
              | '!' boolexpatom
              | '(' boolexp ')'
boolexp ::= intexp '==' intexp
          | intexp '!=' intexp
          | intexp '<' intexp
          | intexp '>' intexp
          | intexp '&&' intexp
          | intexp '||' intexp
          | boolexpatom
```

```
comm    ::=  'skip'
           | var '=' intexp
           | comm ';' comm
           | 'if' boolexp '{' comm '}'
           | 'if' boolexp '{' comm '}' 'else' '{' comm '}'
           | 'while' boolexp '{' comm '}'
```

2. Ejercicio 4

Extensión de la semántica big-step de expresiones enteras con las reglas para el operador ternario:

$$\frac{\langle p_0,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} \textbf{true} \quad \langle e_0,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} n_0}{\langle p_0?e_0 : e_1,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} \mathrm{n}_0}\ ?\mathrm{TRUE}$$

$$\frac{\langle p_0,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} \textbf{false} \quad \langle e_1,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} n_1}{\langle p_0?e_0 : e_1,\sigma\rangle \Downarrow_{exp} n_1}\ ?\mathrm{FALSE}$$

3. Ejercicio 5

Queremos probar que la relación $\rightsquigarrow$ es determinista, es decir que, si t $\rightsquigarrow$ v1 y t $\rightsquigarrow$ v2 $\Rightarrow$ v1 = v2. Vamos a realizar la demostración bajo el supuesto de que $\Downarrow_{exp}$ es determinista.

- Si la última derivación fue ASS entonces
  - 1. $\langle e, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} n$
  - 2. t = $\langle v := e, \sigma\rangle$
  - 3. v1 = $\langle skip,\ [\sigma|\text{v:n}]\rangle$

  Como $\Downarrow_{exp}$ es determinista por hipótesis, y la última regla que podemos aplicarle a t es ASS, v1 = v2.

- Si la última derivación fue SEQ1 entonces
  - 1. t = $\langle \textbf{skip}; c1, \sigma\rangle$
  - 2. v1 = $\langle c1, \sigma\rangle$

  Como la última regla que podemos aplicarle a t es SEQ1, v1 = v2.

- Si la última derivación fue SEQ2 entonces
  - 1. $\langle c0,\sigma\rangle \rightsquigarrow \langle c0', \sigma\text{'}\rangle$
  - 2. t = $\langle c0; c1, \sigma\rangle$
  - 3. v1 = $\langle c0'; c1, \sigma\text{'}\rangle$

  Como la última regla que podemos aplicarle a t es SEQ2 y por H.I $\langle c0, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle c0', \sigma'\rangle$ es determinista, no es posible aplicar SEQ2 con un antecedente diferente, por lo que v1 = v2.

- Si la última derivación fue IF1 entonces
  - 1. $\langle b, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} true$
  - 2. t = $\langle \textbf{if}\ b\ \textbf{then}\ c0\ \textbf{else}\ c1, \sigma\rangle$
  - 3. v1 = $\langle c0, \sigma\rangle$

  Como $\Downarrow_{exp}$ es determinista por hipótesis, y la última regla que podemos aplicarle a t es IF1, v1 = v2.

- Análogo para IF2.

- Si la última derivación fue WHILE1 entonces
  - 1. $\langle b, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} true$
  - 2. t = $\langle \textbf{while } b \textbf{ do } c, \sigma\rangle$
  - 3. v1 = $\langle c; \textbf{while } b \textbf{ do } c, \sigma\rangle$

  Como $\Downarrow_{exp}$ es determinista por hipótesis, y la última regla que podemos aplicarle a t es WHILE1, v1 = v2.

- Si la última derivación fue WHILE2 entonces
  - 1. $\langle b, \sigma\rangle \Downarrow_{exp} false$
  - 2. t = $\langle \textbf{while } b \textbf{ do } c, \sigma\rangle$
  - 3. v1 = $\langle \textbf{skip}, \sigma\rangle$

  Como $\Downarrow_{exp}$ es determinista por hipótesis, y la última regla que podemos aplicarle a t es WHILE2, v1 = v2.

4. Ejercicio 6

4.1. A

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\langle x, [[\sigma|x:2\}|y:2\}\rangle \Downarrow_{exp} 2}\ \textbf{VAR} \qquad \dfrac{}{\langle 0, [[\sigma|x:2\}|y:2\}\rangle \Downarrow_{exp} 0}\ \textbf{NVAL}}{\langle x > 0, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 2 > 0}\ \textbf{LT}}{\langle \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow \langle x := x - y; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle}\ \textbf{WHILE1}}{\langle \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^{*} \langle x := x - y; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle}\ \textbf{CLAUSURE}
$$

4.2. B

$$
\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\langle x, [[\sigma|x:2\}|y:2\}\rangle \Downarrow_{exp} 2}\ \textbf{VAR} \qquad \dfrac{}{\langle y, [[\sigma|x:2\}|y:2\}\rangle \Downarrow_{exp} 2}\ \textbf{VAR}}{\langle x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 0}\ \textbf{\textit{MINUS}}}{\langle x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow \langle \textbf{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle}\ \textbf{ASS}}{\langle x := x - y; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow \langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle}\ \textbf{SEQ2}}{\langle x := x - y; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^{*} \langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle}\ \textbf{CLAUSURE}
$$

4.3. C

$$
\dfrac{\textbf{A} \qquad\qquad \textbf{B}}{\langle \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^{*} \langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle}\ \textbf{TRANSITIVE}
$$

4.4. D

$$
\dfrac{\dfrac{}{\langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:0\}|y:2\}\rangle \rightsquigarrow \langle \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:0\}|y:2\}\rangle}\ \textbf{SEQ1}}{\langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:0\}|y:2\}\rangle \rightsquigarrow^{*} \langle \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:0\}|y:2\}\rangle}\ \textbf{CLAUSURE}
$$

4.5. E

$$
\dfrac{\textbf{C} \qquad\qquad \textbf{D}}{\langle \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^{*} \langle \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:0\}|y:2\}\rangle}\ \textbf{TRANSITIVE}
$$

4.6. F

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\langle x, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 0}\ \textbf{VAR} \qquad \dfrac{}{\langle y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 2}\ \textbf{VAR}}{\langle x>0, [[\sigma|x:0]|y:2]]\rangle \Downarrow_{exp} 0>0}\ \textbf{LT}}{\langle \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:0]|y:2]]\rangle \rightsquigarrow \langle \textbf{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle}\ \textbf{WHILE2}}{\langle \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:0\}|y:2]]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \textbf{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle}\ \textbf{CLAUSURE}$$

4.7. G

$$\dfrac{\textbf{E} \qquad\qquad \textbf{F}}{\langle \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \textbf{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle}\ \textbf{TRANSITIVE}$$

4.8. H

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\langle x, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 1}\ \textbf{VAR} \qquad \dfrac{}{\langle y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 2}\ \textbf{VAR}}{\langle x := x>y\ ?\ y*2\ :\ y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 1>2}\ \textbf{LT} \qquad \dfrac{}{\langle y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 2}\ \textbf{VAR}}{\langle x := x>y\ ?\ y*2\ :\ y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \Downarrow_{exp} 2}\ \textbf{?FALSE}}{\langle x := x>y\ ?\ y*2\ :\ y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \rightsquigarrow \langle \textbf{skip}, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle}\ \textbf{ASS}}{\langle x := x>y\ ?\ y*2\ :\ y; \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \rightsquigarrow \langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle}\ \textbf{SEQ2}}{\langle x := x>y\ ?\ y*2\ :\ y; \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle}\ \textbf{CLAUSURE}$$

4.9. I

$$\dfrac{\dfrac{}{\langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow \langle \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle}\ \textbf{SEQ1}}{\langle \textbf{skip}; \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle}\ \textbf{CLAUSURE}$$

4.10. J

$$\dfrac{\textbf{H} \qquad\qquad \textbf{I}}{\langle x := x>y\ ?\ y*2\ :\ y; \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \textbf{while}\ x>0\ \textbf{do}\ x:=x-y, [[\sigma|x:2]|y:2]\rangle}\ \textbf{TRANSITIVE}$$

4.11. K

$$\frac{\textbf{J} \qquad\qquad\qquad\qquad \textbf{G}}{\langle x := x > y\ ?\ y * 2\ :\ y; \textbf{while}\ x > 0\ \textbf{do}\ x := x - y, [[\sigma|x:1]|y:2]\rangle \rightsquigarrow^* \langle \textbf{skip}, [[\sigma|x:0]|y:2]\rangle}\ \textbf{TRANSITIVE}$$

K es la ultima parte del árbol

5. Ejercicio 10

Extensión de la sintáxis abstracta con la regla de producción del comando repeat:

comm ::= ... | **repeat** comm **until** boolexp

Extensión de la semantica con la regla para el comando repeat:

$$\frac{}{\langle \textbf{repeat}\ c\ \textbf{until}\ b, \sigma\rangle \rightsquigarrow \langle c; \textbf{while}\ \neg b\ \textbf{do}\ c, \sigma\rangle}\ \text{REPEAT}$$