Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Ciencias de la Computación
Lógica

Nombre y Apellido: Legajo:

Examen Final

1. Sea $\Gamma \subseteq \textsc{Prop}$. Demuestre que si existe una valuación v tal que $[\![\Gamma]\!]_v = T$, entonces Γ es consistente.

2. Se define recursivamente la función $^\star : \textsc{Prop} \to \textsc{Prop}$ del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \varphi^\star &= \neg\varphi \quad \text{si } \varphi \text{ es atómica} \\ (\varphi \wedge \psi)^\star &= \varphi^\star \vee \psi^\star \\ (\varphi \vee \psi)^\star &= \varphi^\star \wedge \psi^\star \\ (\neg\varphi)^\star &= \neg\varphi^\star \end{aligned}$$

Mostrar que para toda fórmula φ vale $[\![\varphi^\star]\!] = [\![\neg\varphi]\!]$.

3. Sea $\mathcal{M}$ un modelo para una signatura $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$. Una fórmula $\phi \in \textsc{Form}_{(\mathcal{F},\mathcal{P})}$ es realizable en $\mathcal{M}$ sii existe un entorno s donde $\mathcal{M}, s \models \phi$ ¿Es verdadera la siguiente afirmación? *Si ϕ es realizable en $\mathcal{M}$, entonces $\neg\phi$ no es realizable en $\mathcal{M}$.* Justifique.

4. Sea $(\mathcal{F}, \mathcal{P})$ una signatura. Determine en cada caso si es posible encontrar fórmulas y modelos que satisfagan cada una de las siguientes restricciones.

a) ϕ, ψ, $\mathcal{M}$ tales que $\vdash \phi \to \psi$, $\mathcal{M} \models \phi$ y $\mathcal{M} \not\models \psi$

b) ϕ, $\mathcal{M}$, $\mathcal{M}'$ tales que $|\mathcal{M}| \subseteq |\mathcal{M}'|$, $\mathcal{M}' \models \phi$ y $\mathcal{M} \not\models \phi$

c) $\mathcal{M}$, ϕ tales $\mathcal{M} \not\models \phi$ y $\mathcal{M} \not\models \neg\phi$

5. Se desea agregar los operadores $\exists!$ y $\forall!$ a la lista de operadores derivados de **CTL**. El significado de $!\phi$ será "ϕ vale ahora y luego no vale más". Entonces:

- $\exists!\phi$: "ϕ vale ahora y hay un camino donde no vuelve a valer"
- $\forall!\phi$: "ϕ vale ahora y no existe camino donde vuelva a valer"

Se pide:

a) Dar definiciones de $\exists!$ y $\forall!$ basándose en los operadores ya definidos.

b) Elegir uno de ellos y derivar su semántica.