

4)

2F)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{2^{n+1}}$$

Sea $a_n = \frac{2^n + 1}{2^{n+1}} = \frac{2^n}{2^{n+1}} + \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^{n+1}}$

Luego, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{2^{n+1}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} + \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{2}$

Como el límite es distinto de cero, podemos afirmar que la serie diverge.

3b)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^n - 1}$$

Podemos ver que $\frac{4^n}{3^n} < \frac{4^n}{3^n - 1}$

Luego, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4}{3}\right)^n$

Como $\frac{4}{3} > 1$, la serie diverge.

y como $\frac{4^n}{3^n} < \frac{4^n}{3^n - 1}$ y la serie anterior diverge,

la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^n - 1}$ también diverge.