



## Unidad Métodos Numéricos

\* Resuelva cada uno de los siguientes problemas numéricos en un script por separado usando algún software de cálculo numérico (Matlab/Octave/Scilab).

\* Responda las preguntas o explique las consignas mediante un comentario (%) en el mismo script. Si necesita hacer cálculos matemáticos manualmente puede hacerlos en una hoja en papel.

\* Suba al campus todos los scripts y funciones usadas, así como también los cálculos escaneados.

1. Considere la función:

$$f(x) = \frac{1 - \cos x}{x}, \quad x \neq 0.$$

- (a) Explique por qué evaluando numéricamente  $f(x)$  cerca de  $x \approx 0$  puede ser inexacto.
- (b) Reescriba  $f(x)$  de modo de evitar el error generado en (a).
- (c) Plotee la función  $f(x)$  usando las dos expresiones algebraicas en la misma gráfica para los intervalos:  $[-1 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-3}]$ ,  $[-1 \times 10^{-5}, 1 \times 10^{-5}]$  y  $[-1 \times 10^{-7}, 1 \times 10^{-7}]$ .

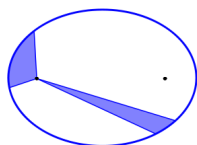
Utilice un tamaño del paso de  $h = \frac{b-a}{100}$  para la discretización.

2. Considere la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}.$$

- (a) Resuelva numéricamente el sistema lineal  $Ax = b$  siendo  $b = [0.7 \ 1]^T$ .
- (b) Se perturba el lado derecho del sistema de la forma  $\tilde{b} = b + \Delta b$  siendo  $\Delta b = [-0.01 \ 0.01]^T$ . Vuelva a resolver numéricamente este nuevo sistema perturbado  $Ax = \tilde{b}$ .
- (c) ¿Qué observa? ¿A qué se debe el fenómeno numérico?

3. Se sabe que los planetas giran alrededor del Sol en una órbita elíptica donde uno de cuyos focos lo ocupa el Sol. Sin embargo, los planetas no hacen un movimiento uniforme sino que el radio vector Sol-planeta barre áreas iguales en tiempos iguales.



La ecuación que rige este movimiento es la *ecuación de Kepler* derivada en 1609:

$$E - e \sin(E) = M$$

donde  $0 \leq e < 1$  es la *excentricidad* de la elipse,  $M > 0$  (ángulo) es la *anomalía media* y  $E > 0$  (ángulo) la *anomalía excéntrica*.

- (a) Para el planeta Marte la excentricidad es  $e = 0.09341233$  y la anomalía media para cierto periodo de tiempo es de  $M = 41,9226^\circ$ . Aproxime numéricamente el valor de la anomalía excéntrica de marte  $E_{\text{marte}}$  suponiendo una aproximación inicial  $E_0 = 40^\circ$  y una tolerancia  $1'$  (minuto sexagesimal).
- (b) ¿Qué puede decir de la velocidad de convergencia del método usado a la raíz?

*Nota histórica:* En 1921 Kepler propuso una solución iterativa particular para esta ecuación que convergía a la raíz en 3 iteraciones (con la misma tolerancia). Fue uno de los primeros esquemas iterativos conocidos.