

# Sistemas y Señales II

## Trabajo Práctico 2 – Análisis de Sistemas Realimentados

### Octubre 2022

## 1. Objetivos

Incorporar la utilización de **Matlab** y el entorno **Simulink** como herramientas para analizar, verificar y afianzar los conocimientos adquiridos sobre:

- estrategias de realimentación a lazo cerrado,
- efecto de la realimentación sobre la robustez del sistema controlado,
- lugar de las raíces como forma de analizar el comportamiento del sistema a lazo cerrado,
- interpretación y relación entre los diagramas de Bode y Nyquist y la estabilidad del sistema a lazo cerrado,

**Trabajo previo:** Los puntos 2.1, 2.4, 3.1 y 3.2 del desarrollo indicado abajo deben ser calculados y realizados previamente a la sesión de trabajo práctico correspondiente.

## 2. Control a lazo abierto del motor de corriente continua

La Figura 1 representa el control a lazo abierto de un Motor de Corriente Continua (MCC) de imán permanente de baja potencia, donde  $k_p$  es una constante a seleccionar.

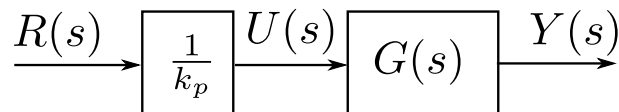


Figura 1: Control a lazo abierto para lograr ganancia unitaria en el MCC

A partir de diversas hipótesis simplificadoras que dan lugar a un modelo aproximado, se puede modelar el MCC a partir de la siguiente FT

$$G_p(s) = \frac{400}{s^2 + 20s + 200} = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_0} \quad (1)$$

donde la entrada es la tensión aplicada en los bornes de armadura ( $U$ ) y su salida es la velocidad angular del eje ( $\omega$ ).

2.1. Calcule analíticamente las siguientes características de la respuesta al escalón de  $G_p$ :

- Ganancia estática
- Tiempo de respuesta al 1 %.
- Período de oscilación y sobrevalor (si los hubiera).

- 2.2. Grafique la respuesta al escalón utilizando Matlab y verifique que se cumpla lo calculado en el punto 2.1.
- 2.3. Seleccione un valor de  $k_p$  de modo obtener una ganancia estática unitaria en el control a lazo abierto y grafique la respuesta al escalón.
- 2.4. Se sabe que el parámetro  $a_0$  puede variar teniendo un error de hasta 10 %. Calcule el máximo error que puede tener la verdadera ganancia estática del MCC suponiendo que sólo existen errores en el parámetro  $a_0$ .
- 2.5. Grafique la respuesta al escalón para los valores mínimo y máximo de  $a_0$ . Superponga las respuestas con la obtenida en 2.3 y compare. ¿Cómo podría mejorarse la robustez del control frente a errores en los parámetros?

**Comandos útiles:** `tf`, `step`, `dcgain`, `pole`, `zero`, `ltiview`.

### 3. Estrategia básica de control por realimentación del MCC

Una mejor manera de controlar el MCC es mediante un lazo de realimentación como el que se muestra en la Figura 2, donde  $C(s)$  es la FT del controlador.

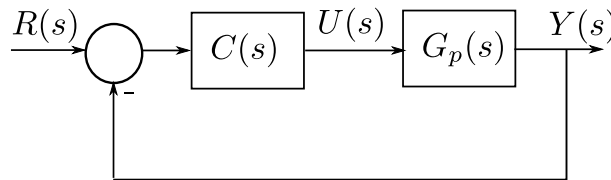


Figura 2: Realimentación unitaria de la velocidad del MCC

- 3.1. Considerando control proporcional,  $C(s) = K$ , calcule analíticamente la ganancia estática del sistema a lazo cerrado

$$G_{LC}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

para todo valor de  $K$ .

- 3.2. Suponiendo  $a_0 = 200$ , calcule  $K > 0$  para que la ganancia estática de lazo cerrado esté comprendida entre 0.95 y 1.05 ( $1 \pm 5\%$ ).
- 3.3. Grafique la respuesta al escalón de  $G_{LC}(s)$  y verifique que se cumpla lo calculado. Observe las características de la respuesta y compare con la obtenida en lazo abierto.
- 3.4. Grafique en una misma figura la respuesta al escalón del sistema a lazo cerrado para los valores mínimo y máximo de  $a_0$  y compare con la respuesta obtenida en 3.3. ¿Qué ventajas posee el actual esquema de control respecto del anterior control a lazo abierto?
- 3.5. Grafique el lugar de las raíces (LR). Evalúe, en función de las características observadas en la respuesta al escalón de  $G_{LC}(s)$ , donde se ubican los polos de  $G_{LC}(s)$  para el valor de  $K$  calculado.
- 3.6. Grafique los diagramas de Bode y Nyquist de  $G_p(s)$ . Evalúe los márgenes de fase y ganancia.
- 3.7. Grafique los diagramas de Bode y Nyquist de  $G_{LA}(s) = KG_p(s)$  para el valor de  $K$  calculado. Evalúe los márgenes de fase y ganancia del lazo de la Figura 2. Superponga los diagramas con los obtenidos en el ítem anterior y compare.

**Comandos útiles:** `feedback`, `rlocus`, `rlocfind`, `bode`, `nyquist`, `margin`, `ltiview`.

## 4. Control por realimentación con sensor de velocidad y filtro

En la realidad, para poder medir la velocidad en el eje del motor, se debe colocar un sensor que sea el encargado de producir una señal eléctrica que lleve la información de la velocidad  $\omega(t)$  en todo instante de tiempo. Asimismo, es usual que se requiera filtrar la salida del sensor para evitar la presencia de 'ruido' en la señal eléctrica.

El sistema realimentado se muestra entonces en la Figura 3,

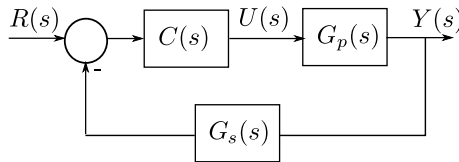


Figura 3: Control a lazo cerrado del MCC con filtro en la realimentación

donde  $G_s(s)$  es la función transferencia que modela al sensor junto con el filtro. Consideraremos que esta FT es:

$$G_s(s) = \frac{100}{s + 100}$$

Notar que este sensor tiene una respuesta cuya constante de tiempo es de 10ms.

- 4.1. Para  $C(s) = K$  con el valor de  $K$  calculado anteriormente, obtenga la nueva  $G_{LC}(s)$ , grafique su respuesta al escalón y calcule sus polos. Explique los resultados obtenidos.
- 4.2. Grafique el LR para el sistema de la Figura 3 con  $C(s) = K > 0$ .
- 4.3. Encuentre los puntos de cruce y el valor correspondiente de  $K$ . Interprete y relacione con el resultado anterior.
- 4.4. Grafique diagramas de Bode y Nyquist de  $G(s) = G_p(s)G_s(s)$ . Superpóngalos con los obtenidos en el ítem 3.6 y observe en qué regiones se aproximan o se diferencian.
- 4.5. Evalúe márgenes de fase y ganancia de  $G(s)$ . Verifique que los márgenes de estabilidad obtenidos sean coherentes con lo que observa en los puntos 4.1 a 4.3.

**Comandos útiles:** `feedback`, `rlocus`, `rlocfind`, `bode`, `nyquist`, `margin`, `ltiview`.

## 5. Control proporcional-integral de la velocidad

Para lograr una ganancia estática unitaria independientemente de los parámetros del lazo, se emplea un control proporcional-integral (PI):

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_r s} \right)$$

- 5.1. Para  $T_r = 0.1$ , grafique el LR del sistema de la Figura 3, correspondiente a la variación del parámetro  $K_p > 0$ .
- 5.2. Seleccione tres valores de  $K_p$  para los cuales el sistema a lazo cerrado sea estable, y además:
  - la respuesta al escalón en lazo cerrado posea un solo polo dominante;
  - la respuesta al escalón en lazo cerrado posea un par de polos complejos conjugados dominantes;
  - la respuesta al escalón en lazo cerrado posea tres polos dominantes con similares partes reales.

En cada caso, obtenga la FT de lazo cerrado, grafique la respuesta al escalón y compare con la obtenida en la Sección 3.

- 5.3. Grafique diagramas de Bode y Nyquist de la FT de lazo abierto  $G_{LA}(s) = C(s)G_p(s)G_s(s)$  con  $K_p = 1$ . Evalúe márgenes de fase y ganancia. Verifique que los tres valores de  $K_p$  calculados sean consistentes con lo que observa.
- 5.4. Grafique diagramas de Bode y Nyquist de la FT de lazo abierto  $G_{LA}(s) = C(s)G_p(s)G_s(s)$  con el último valor de  $K_p$  seleccionado. Evalúe márgenes de fase y ganancia del lazo de Figura 3 para este caso.
- 5.5. ¿Observa alguna característica de la respuesta que haya empeorado con respecto a la de la planta a lazo abierto? ¿Se le ocurre alguna forma de mejorarla?