Sistemas y Señales II
Trabajo Práctico 1 – Análisis de Sistemas Lineales
Agosto 2022

1. Objetivos

Incorporar la utilización de `Matlab` y el entorno `Simulink` como herramientas para analizar, verificar y afianzar los conocimientos adquiridos sobre:

a) la identificación de la Función Transferencia (FT) a partir de la *respuesta temporal en tiempo continuo*,

b) la identificación de la FT a partir de la *respuesta temporal en tiempo discreto*,

c) el análisis del *retrato de fases* y su relación con la respuesta temporal de las variables de estado,

d) la relación entre los *autovalores* de la matriz de evolución A del modelo en espacio de estados y los *polos* de las funciones transferencia,

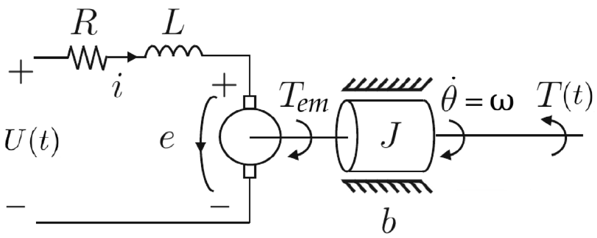
e) la identificación de *polos dominantes* y su relación con la respuesta temporal del sistema.

El Trabajo Práctico consta de dos secciones correspondientes a Sistemas en Tiempo Continuo y Sistemas en Tiempo Discreto. Cada una de las mismas posee un Trabajo Previo que debe ser realizado previo a la sesión de laboratorio correspondiente. [1]

2. Sistemas en Tiempo Continuo

2.1. Introducción

La Figura 1 muestra el esquema de un Motor de Corriente Continua (MCC) con flujo de excitación constante.



R	Resistencia de armadura.
L	Inductancia de armadura.
J	Momento de inercia del eje.
b	Coeficiente de fricción viscosa.

Figura 1: Diagrama esquemático de un MCC con flujo de excitación constante.

Aplicando la Ley de Kirchhoff de Tensiones en la malla obtenemos la siguiente ecuación diferencial

$$\underbrace{L\frac{di(t)}{dt}}_{U_L(t)} + \underbrace{Ri(t)}_{U_R(t)} + e(t) = U(t). \tag{1}$$

[1]Se recomienda realizar todo el trabajo en un mismo `script`. Note que puede dividir dicho `script` en diferentes secciones mediante la utilización del doble del símbolo %% al principio de cada sección. Cada sección también puede ejecutarse de manera individual al posicionarse en la misma y oprimir `Ctrl+Enter`.

Asimismo, aplicando la versión rotacional de la 2^{da} Ley de Newton sobre la inercia J obtenemos otra ecuación diferencial:

$$J\frac{d\omega(t)}{dt} + b\omega(t) = T_{em}(t) - T(t). \tag{2}$$

Teniendo en cuenta que las variables eléctricas y mecánicas se relacionan a través de las siguientes ecuaciones de conversión electromecánica

$$\begin{aligned} e(t) &= K\omega(t) \\ T_{em}(t) &= Ki(t) \end{aligned}$$

las ecuaciones (1) y (2) se pueden reescribir como

$$\begin{aligned} L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + K\omega(t) &= U(t) \\ J\frac{d\omega(t)}{dt} + b\omega(t) + Ki(t) &= -T(t) \end{aligned} \tag{3}$$

El modelo dinámico del MCC dado por el sistema de ecuaciones diferenciales en (3) puede representarse mediante un Diagrama de Bloques (DB) como el detallado en la Figura 2.

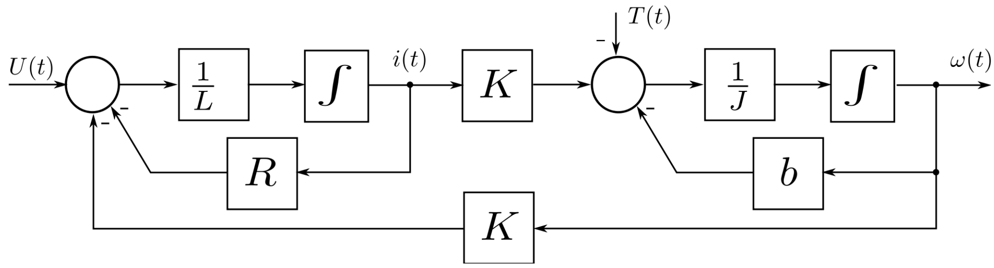


Figura 2: Diagrama de bloques del MCC con flujo de excitación constante.

En este DB, las variables $U(t)$ y $T(t)$ son entradas del sistema. Además, se eligen la velocidad $\omega(t)$ y la corriente $i(t)$ como variables de salida. Si se aplica un escalón de tensión de armadura de $440\,V$ ($U(t) \equiv \bar{U} = 440$) cuando el motor se encuentra completamente desenergizado (con condiciones iniciales nulas $i(0) = 0$, $\omega(0) = 0$) y con un torque de carga nulo ($T(t) \equiv 0$), se obtiene la evolución de la velocidad angular $\omega(t)$ mostrada en la Figura 3.

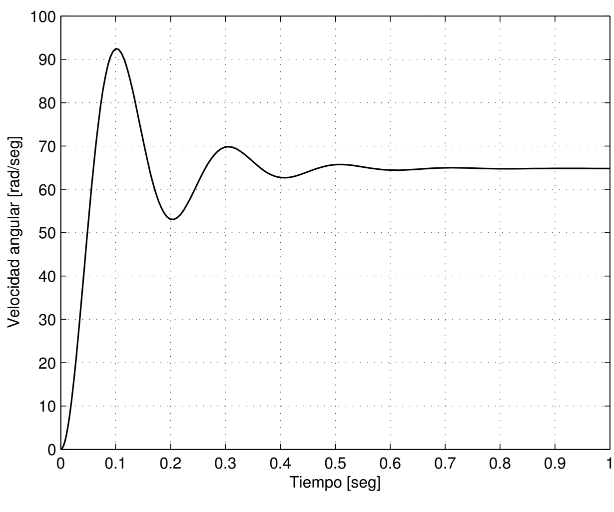


Figura 3: Evolución de la velocidad angular $\omega(t)$ del modelo de la Figura 2.

2.2. Trabajo previo a la sesión de laboratorio

1. A partir del DB de la Figura 2, obtenga analíticamente las FTs $U \rightarrow \omega$ y $T \rightarrow \omega$ para valores genéricos de los parámetros. Para esto, válgase de los conocimientos que posee sobre álgebra de bloques.

2. A partir de la respuesta temporal de la Figura 3, identifique la FT $U \rightarrow \omega$.

3. Asuma que los siguientes valores de los parámetros son conocidos: $J = 15\,Kgm^2$ y $b = 1.1\,Nms/rad$. Calcule los valores de los parámetros restantes (K, R y L) comparando la FT obtenida en el ítem 1 con la identificada en el ítem 2.

4. Construya el DB de la Figura 2 en `Simulink`. Utilice los bloques `In` y `Out` para designar las entradas y salidas del DB tal como se muestra en la Figura 4. Para facilitar la modificación de los valores de los parámetros, coloque en cada bloque los nombres de los parámetros y defina sus valores en el espacio de trabajo de `Matlab`.

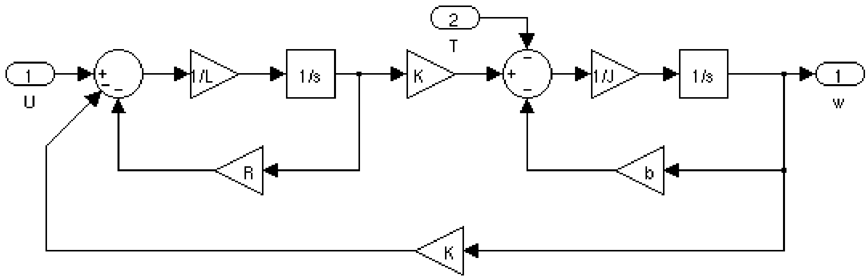


Figura 4: DB en Simulink del sistema de la Figura 2.

5. En un nuevo modelo de `Simulink`, construya el esquema de realimentación detallado en la Figura 5, donde $C(s)$ representa la FT del controlador. Este controlador se encarga de modificar la entrada $U(t)$ del motor en función del error $e(t)$ entre la referencia de velocidad deseada $r(t)$ y la velocidad angular del motor $\omega(t)$.

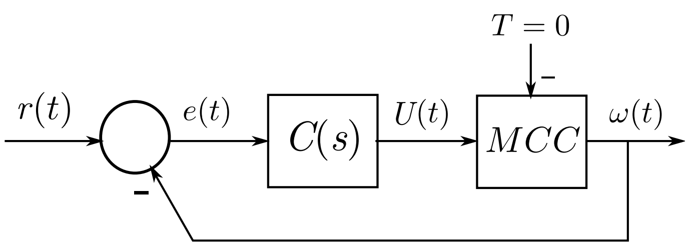


Figura 5: Esquema del motor con un control PI de velocidad.

Considere que se utiliza un controlador Proporcional Integral (PI), cuya FT es:

$$C(s) = \frac{5}{16} \cdot \frac{s+16}{s}.$$

Utilice aquí también los bloques `In` y `Out` para designar las entradas y salidas del DB. Puede utilizar el bloque `Transfer Fcn` de `Simulink` para el controlador.

IMPORTANTE: Para evitar problemas de compatibilidad de versiones al usar las computadoras del laboratorio, guarde los modelos para versión 9.4 de `Simulink` o anterior (`Matlab R2018a`) .

2.3. Desarrollo en el laboratorio

1. Modelo interno y modelo externo

   a) A partir del DB en Simulink de la Figura 4 obtenga un modelo interno de Ecuaciones de Estado/Ecuaciones de Salida (EE/ES) del sistema utilizando el comando `linmod` (`[A,B,C,D] = linmod('nombreDeSuModeloDeSimulink')`).

   b) Obtenga las FTs $U \to \omega$ y $T \to \omega$. Puede utilizar el comando `ss2tf`.

   c) Calcule los autovalores de la matriz de evolución A y los polos de las FTs del ítem anterior y compárelos. Además compute los autovectores de la matriz A. Puede utilizar los comandos `eig` y `pole`.

2. Respuesta temporal y retrato de fases

   a) Mediante el comando `step` simule la respuesta de la FT $U \to \omega$ para un escalón de $440\,V$ en la entrada. Compare la evolución obtenida con la evolución de la gráfica de la Figura 3. Verifique que los cálculos realizados en el ítem 3 del Trabajo Previo sean correctos. [2]

   b) Simule en `Simulink` el modelo del MCC para un escalón de $440\,V$ en la entrada de tensión de armadura ($U(t) = 440\mu(t)$), considerando un torque de carga nulo ($T(t) \equiv 0$) y condiciones iniciales nulas ($i(0) = 0$, $\omega(0) = 0$). Utilice los bloques `step` para el escalón y `ToWorkspace` para enviar los datos al espacio de trabajo.[3]

   c) Grafique la evolución de las variables $\omega(t)$ (eje "x") vs. $i(t)$ (eje "y") en el espacio de estados.

   d) Simule el modelo del MCC para un escalón de $5000\,Nm$ en $T(t)$ considerando una tensión de armadura nula ($U(t) \equiv 0$) y condiciones iniciales nulas ($i(0) = 0$, $\omega(0) = 0$). Grafique nuevamente $\omega(t)$ vs. $i(t)$.

   e) Simule nuevamente el sistema colocando condiciones iniciales $\omega(0) = 65\,rad/s$ e $i(0) = 10\,A$ y considerando las entradas $U(t)$ y $T(t)$ nulas. Grafique $\omega(t)$ vs. $i(t)$ y compare con las evoluciones obtenidas en $2c$) y $2d$) en una misma gráfica. ¿Qué similitudes y diferencias observa? ¿A qué se deben?

   f) Utilice la función `retrato3D` brindada por la cátedra para visualizar el retrato de fases del sistema y relacionarlo con la evolución temporal de las variables de estado. Utilice entrada nula, condiciones iniciales $\omega(0) = 65\,rad/s$ e $i(0) = 10\,A$ y un tiempo de simulación $tfinal = 1\,s$. Observar además los autovectores.

   g) Transformar la matriz A para poder visualizar el sistema en el plano modal a través de la función `retrato3D`.

3. Realimentación y polos dominantes

   a) A partir del esquema de la Figura 5 del Trabajo Previo, obtenga la FT $r \to \omega$ del sistema realimentado utilizando el comando `feedback` y calcule sus polos.

   b) Conociendo la ubicación de los polos, ¿puede estimar cualitativamente la forma de la respuesta temporal de $\omega(t)$ cuando $r(t)$ es un escalón de $60\,rad/s$? Justifique.

   c) Verifique su estimación anterior simulando el DB realizado en Simulink. Utilice los bloques `step` para el escalón y `ToWorkspace` para enviar los datos al espacio de trabajo.

Comandos útiles: `tf, step, dcgain, eig, pole, zero, ss2tf, linmod, ltiview, feedback`.

[2] Haciendo click en el botón secundario del mouse, el comando `step` permite visualizar las principales características de la evolución temporal (valor final, sobrevalor, tiempo de respuesta).

[3] Recomendación: en la configuración del bloque `ToWorkspace` puede seleccionar la opción `TimeSeries`. Esta configuración permite guardar el resultado de la simulación en una estructura que almacena tanto el tiempo de la simulación (`w.time`) como el valor de la variable en cada uno de dichos instantes (`w.data`).
Observación: En Simulation → Model Configuration Parameters → Data Import/Export se puede aumentar el *Refine factor* (en 1 por defecto). El mismo permite aumentar el número de puntos interpolados entre los pasos de la simulación de modo de generar una salida más suave sin la necesidad de incrementar la cantidad de pasos.

3. Sistemas en Tiempo Discreto

3.1. Introducción

En muchos casos los sistemas de tiempo continuo, como el MCC anterior, se controlan mediante un sistema digital como por ejemplo un sistema electrónico con un microprocesador o una PC. Para conectar un sistema continuo (analógico) con uno discreto (digital) se requiere convertir las señales continuas en discretas para poder ser procesadas y viceversa para poder aplicar la acción de control al sistema. Para esto se utilizan las operaciones de *muestreo* y *retención*. El muestreo convierte una señal de tiempo continuo en una de tiempo discreto mediante la obtención de muestras (valores de la señal en instantes específicos). La retención realiza la conversión opuesta generando, de alguna manera determinada, los valores de la señal continua entre las muestras.

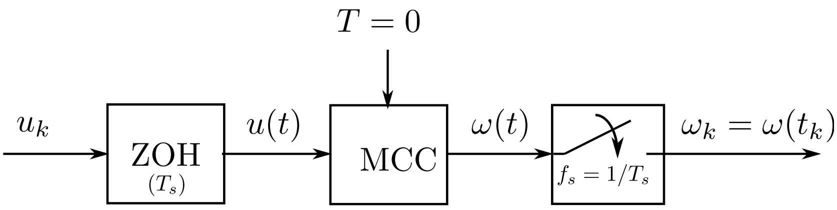


Figura 6: Esquema del motor muestreado.

La Figura 6 muestra el MCC anterior, donde la tensión de armadura aplicada es el resultado de la retención de las muestras U_k y la velocidad angular medida, ω_k, surge del muestreo de $\omega(t)$. El tiempo que transcurre entre muestras consecutivas recibe el nombre de *período de muestreo* y se denota T_s.

Al aplicar un escalón (discreto) de $440\,V$ en U_k, partiendo de condiciones iniciales nulas ($\omega_{-1} = \omega_0 = 0$), se obtiene la evolución de ω_k que se muestra en la Figura 7, para un período de muestreo $T_s = 0.01\,s$ y con torque de carga nulo.

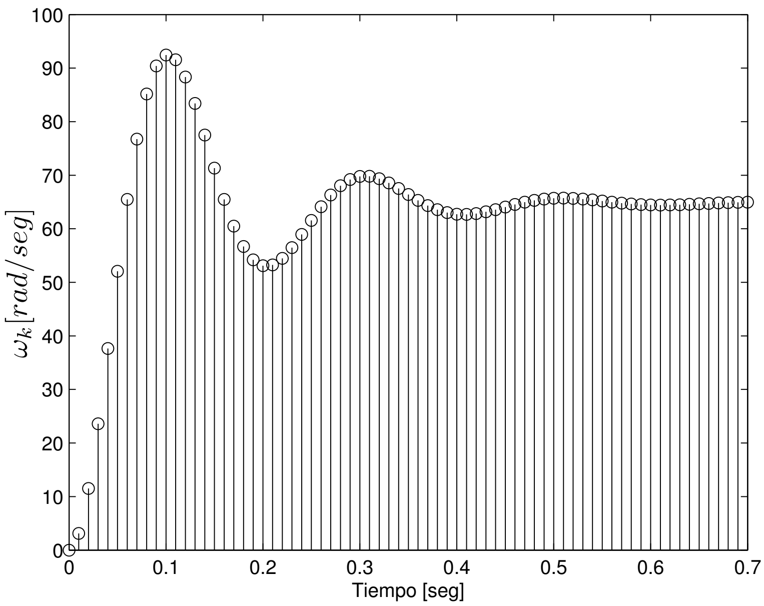


Figura 7: Evolución de ω_k para un período de muestreo $T_s = 0.01\,s$.

3.2. Trabajo previo a la sesión de laboratorio

1. Identifique la Función Transferencia Discreta (FTD) $U_k \to \omega_k$ a partir de la respuesta temporal de la Figura 7. Calcule sus polos.

2. A partir de la FTD, obtenga un juego de EED. Calcule los autovalores de la matriz de evolución y compárelos con los polos de la FTD. Puede usar para esto las funciones `tf2ss`, `pole` y `eig`.

3. Construya el modelo del sistema con muestreo y retención de la Figura 6 en `Simulink`. Configure el bloque `To Workspace` para muestrear con un período de $T_s = 0.01\,s$. Grafique la respuesta mediante el comando `stem`.

3.3. Desarrollo en el laboratorio

1. Simule el modelo construido en `Simulink` para un escalón en U_k de $440\,V$. Compare la evolución de ω_k con la de la Figura 7. Verifique que sus cálculos del punto 1 sean correctos.

Comandos útiles: `tf2ss,eig,stem`.