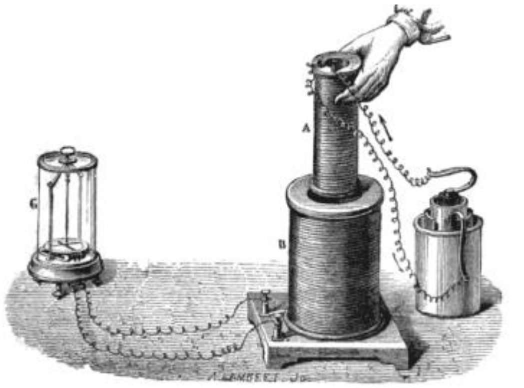
Serway-Jewett-CAP 31-ed 7ma

Unidad 9: Inducción electromagnética

La Ley de Faraday. Fuerza electromotriz inducida en una bobina en rotación. Fuerza electromotriz inducida sobre un conductor recto en un campo magnético. Auto y mutua inducción. Aplicaciones. Cierre y apertura de circuitos inductivos. Constante de tiempo y gráficos. Energía en una bobina y densidad de energía en el campo magnético.

Michael Faraday en Inglaterra descubrió en torno 1831 que un campo magnético induce una corriente en un conductor si varía el flujo del campo magnético a través del conductor. El fenómeno se conoce como inducción electromagnética.

La inducción electromagnética permite transformar trabajo mecánico en corriente eléctrica (energía eléctrica), y lo contrario. El funcionamiento de los transformadores, de muchos medidores, detectores y sensores se basan en el fenómeno de inducción electromagnética.

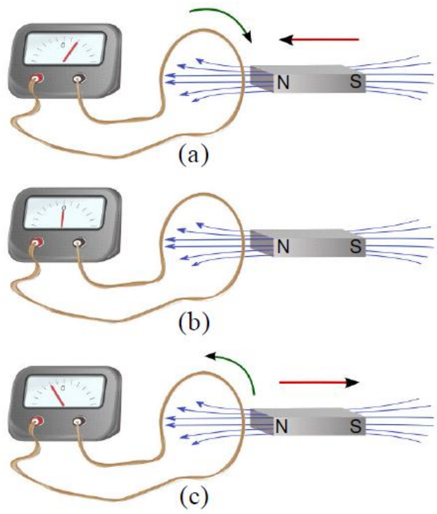


http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/1/1c/Induction_experiment.png

Experimento de Faraday mostrando la inducción de una corriente eléctrica por la variación del flujo de un campo magnético en una bobina conductora.

Ley de Faraday Lenz

Experimento 1: A fin de poder observar cómo es posible inducir una fem debido a un campo magnético cambiante, tomemos una sola espira conductora inmóvil situada en el campo magnético creado por un imán. La espira se encuentra conectada a un galvanómetro (o amperímetro) de modo que, si circula corriente por ella, esta corriente será detectada en el galvanómetro.



1- Si ahora acercamos el imán a la espira la aguja del galvanómetro se desvía. Si a continuación alejamos el imán la aguja del galvanómetro se desvía en la dirección opuesta. Si mantenemos quieto el imán la aguja del galvanómetro no se mueve.

2- De lo anterior se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Al acercar a la espira el imán con su polo norte por delante, como se muestra en la figura 8.a, aumenta el campo magnético $\vec{B}$ en la espira y por lo tanto aumenta el flujo magnético. Este aumento produce una fem inducida con una determinada polaridad.

-Al mantener fija la posición del imán el campo magnético $\vec{B}$ no varía, figura 8.b, tampoco lo hace el flujo magnético y no se induce fem.

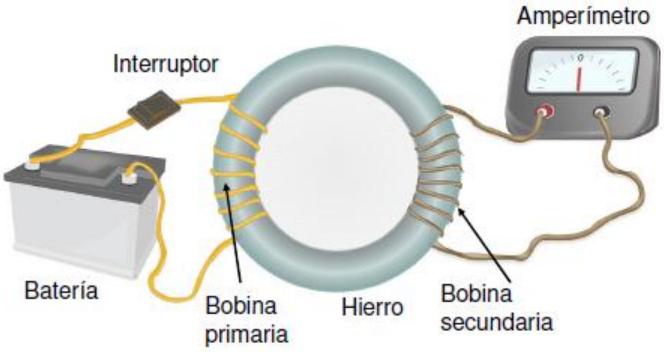
-Al alejar el imán del circuito, figura 8.c, disminuye el campo magnético $\vec{B}$ en la espira y observamos que se induce una fem de polaridad opuesta a la anterior.

Deducción:

Cuando hay un movimiento relativo entre el imán y la espira aparece una corriente (sin que haya ninguna batería en el circuito).

Experimento 2: Se describe un experimento conducido por Faraday, al abrir y cerrar el interruptor el amperímetro detecta corriente en el arrollamiento secundario.

1°- Tomemos un toroide de hierro y le hacemos dos arrollamientos de hilo de cobre aislado, de manera que cada vuelta de cada arrollamiento no esté cortocircuitada con las otras vueltas del arrollamiento. El primero de los arrollamientos, llamado primario, se conecta a una batería a través de un interruptor. El segundo de los arrollamientos, llamado secundario, se conecta a un galvanómetro.



2°- Si ahora cerramos el interruptor haciendo pasar una corriente por el primario la aguja del galvanómetro se desvía hacia un lado y a continuación vuelve a cero.

3°- Si a continuación abrimos el interruptor, cortamos la corriente en el primario y vemos que la aguja del galvanómetro se desvía en dirección opuesta y después vuelve a cero.

De lo expuesto anteriormente se puede extraer la siguiente conclusión:

Podemos producir una corriente eléctrica en el bobinado secundario variando el campo magnético que le atraviesa, con lo que se varía el flujo magnético. La variación del campo magnético se produce al cerrar o abrir el interruptor, pues la corriente que atraviesa el primario, pasaría, al cerrarle el interruptor, de cero a su valor máximo, y al abrirle, de su valor máximo a cero. El resultado sería que esta corriente creciente o decreciente crearía un campo magnético creciente o decreciente que, canalizado por el toroide, haría variar el flujo magnético en el secundario.

Estos resultados son realmente notables porque **se establece una corriente a pesar de que no existe una batería presente en el circuito.** ***A esta corriente se le conoce como corriente inducida, y se dice que es producida por una fem inducida.***

Siempre que el flujo magnético a través de un circuito varia con el tiempo aparece una fuerza electromotriz inducida, ε (fem), en el circuito cuya magnitud es proporcional a la velocidad con que varía el flujo, es decir a $\frac{d\phi_B}{dt}$.

Ley de inducción de Faraday

La fuerza electromotriz inducida en un circuito es igual a la variación respecto al tiempo del flujo magnético que atraviesa al circuito.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$$

La ***fem*** total inducida en la bobina:

$$\varepsilon = -N\frac{d\phi_B}{dt}$$

El signo negativo corresponde a la Ley de Lenz

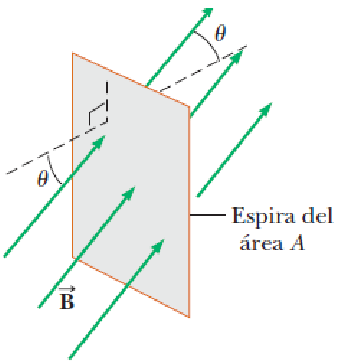
Flujo magnético ϕ_B

$\phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A}$ flujo magnético a través de la espira.

La unidad es:

$$[\phi_B] = [B][A] = T \cdot m^2 = Wb\ (weber)$$

Suponga que una espira que encierra una superficie *A* se encuentra en un campo magnético uniforme $\vec{B}$.



$$\phi_B = BA\cos\theta$$

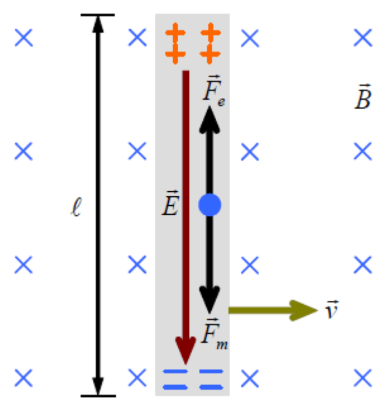
$$\varepsilon = -N\frac{d\phi_B}{dt} = -N\frac{d(BA\cos\theta)}{dt}$$

Para que $\varepsilon \neq 0$

- La magnitud de $\vec{B}$ cambia con el tiempo.
- El área encerrada por la espira cambia con el tiempo.
- El ángulo u existente entre$\vec{B}$ y la normal a la espira puede cambiar con el tiempo.
- Cualquier combinación puede presentarse de lo anterior.

Fem debida al movimiento

Otro caso: la fem inducida en un conductor que se mueve a través de un campo magnético.



1- Un conductor recto de longitud l que se mueve con velocidad constante a través de un campo magnético uniforme dirigido hacia dentro del papel.

2- El conductor se mueve perpendicularmente al campo.

3- Los electrones del conductor estarán sometidos a una fuerza dirigida a lo largo del mismo que vendrá dada por:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

4- Por esta fuerza los electrones se moverán al extremo inferior del conductor.

5- Como consecuencia de esta separación de carga aparece un campo eléctrico neto en el interior del conductor.

6- Este campo da lugar a una fuerza eléctrica que se opone al movimiento y acumulación de electrones.

7- La acumulación cesa cuando se alcanza el equilibrio, es decir, cuando las fuerzas magnética y eléctrica son iguales y opuestas, esto es: $qE = qvB$

De donde $E = vB$

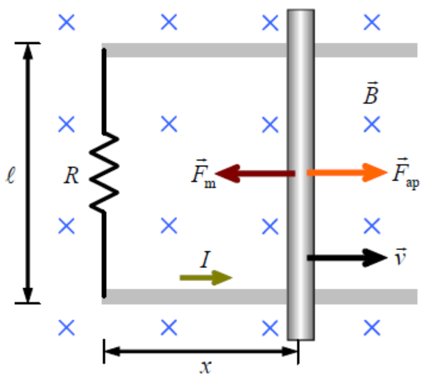
8- Como $\vec{E}$ es constante, aparecerá entre los extremos de la barra una diferencia de potencial

$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = E.l = vBl$$

Donde el extremo superior está a un potencial más alto que el inferior.
Por lo tanto, se mantiene una diferencia de potencial entre los extremos de la barra siempre que ésta esté en movimiento a través del campo. En el caso de invertir el movimiento también se invertirá la polaridad.

Segundo caso

Consideremos en segundo lugar el caso en el que el conductor en movimiento forma parte de un lazo cerrado. Sea un circuito formado por una barra conductora de longitud l que se desliza a lo largo de dos railes conductores paralelos cerrados en su extremo por una resistencia R tal y como se muestra en la figura.



- Por simplicidad supondremos que la barra y los rieles tienen resistencia nula.
- Aplicamos un campo magnético $\vec{B}$ uniforme y constante perpendicularmente al plano del circuito.
- Cuando, bajo la influencia de una fuerza aplicada $\vec{F}ap$, se empuja la barra hacia la derecha, las cargas libres de la barra experimentan una fuerza magnética a lo largo de la misma.

En este caso, la rapidez de cambio del flujo magnético a través del circuito y la fem de movimiento correspondiente inducida en la barra en movimiento son proporcionales al cambio de área del circuito.

Dado que en cualquier instante el área A encerrada por el circuito es igual a lx, donde x es la posición de la barra, el flujo magnético a través de dicha área es

$$\emptyset_B = B\,A = Blx$$

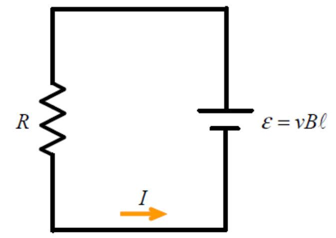
Al aplicar la ley de Faraday y observar x cambia con el tiempo con una rapidez $\frac{dx}{dt} = v$ entonces

$$\varepsilon = -\frac{d\emptyset_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(Blx) = -Bl\frac{dx}{dt} = -Blv$$

Entonces la fem de movimiento es:

$$\boxed{\varepsilon = -Blv}$$

Esta fuerza establece una corriente inducida pues ahora las cargas son libres de moverse en una trayectoria conductora cerrada. El valor de la corriente vendrá dado por la ley de Ohm.



$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

Circuito eléctrico equivalente

Veamos que sucede al analizar el caso desde consideraciones energéticas.

Como en el circuito no hay baterías ¿cuál es el origen de la intensidad inducida y de la energía eléctrica?

Existe una fuerza externa que mueve el conductor y eso hace que las cargas móviles se muevan; es la fuerza externa quien proporciona la energía:

ya que la barra se mueve con una velocidad constante se modela como una partícula en equilibrio y la fuerza magnética debe ser igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza aplicada.

Para que $v = constante$ $\quad$ $F_{ap} = F_B = IlB$

Magnitud de la corriente inducida

$$I = \frac{|\varepsilon|}{R} = \frac{Blv}{R}$$

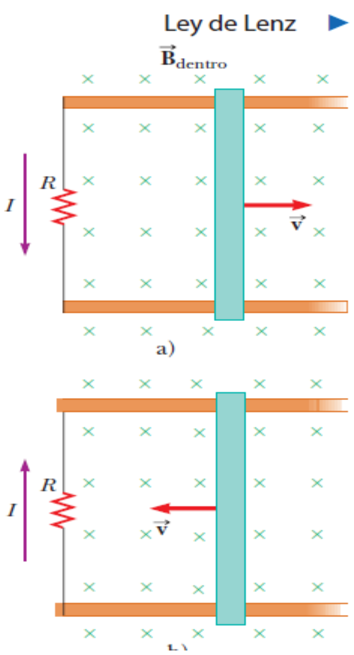
Potencia entregada por la fuerza aplicada

$$P = F_{ap}v = (IlB)v = \frac{B^2l^2v^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

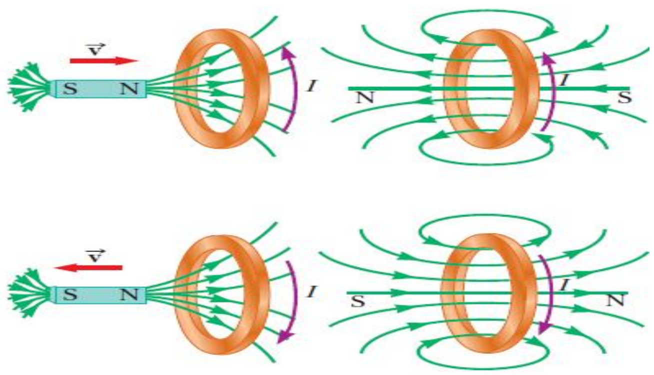
Conclusión respecto a la conversión de energía

La energía mecánica producida por la fuerza exterior aplicada se convierte en energía interna en la resistencia la cual se disipa en forma de calor por efecto Joule.

Ley de Lenz



La corriente inducida en una espira está en la dirección que crea un campo magnético que se opone al cambio en el flujo magnético en el área encerrada por la espira.

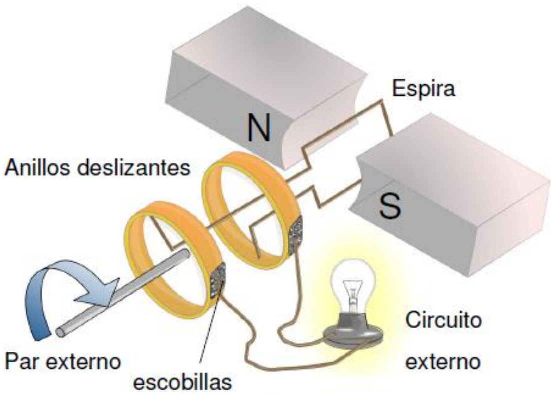


- Como el imán se aproxima a la espira, el flujo de $\vec{B}$ es cada vez mayor en la espira.
- Como el imán se aleja de la espira, el flujo de $\vec{B}$ es cada vez menor en la espira.

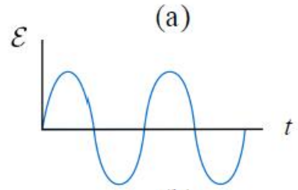
En cualquier caso, la corriente inducida tiende a mantener el flujo original a través del área encerrada por la espira de la corriente.

Generador de corriente alterna (C.A)

Los generadores eléctricos reciben energía mediante trabajo y la transfieren al exterior por medio de una transmisión eléctrica.



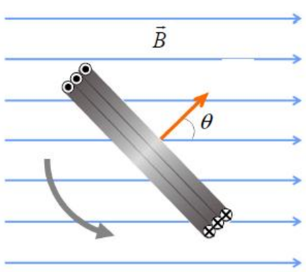
(a)



(b)

Supongamos una espira conductora plana situada en el seno de un campo magnético uniforme como muestra la figura, con el eje de la espira perpendicular al campo magnético. Aunque en este caso concreto la espira se considera plana puede tener cualquier forma. La espira gira en torno a su eje debido a un par mecánico aplicado externamente: este par puede provenir de un salto hidráulico, una turbina de vapor, etc.

Conforme gira una espira en un campo magnético, el flujo magnético a través del área encerrada por la espira cambia en función del tiempo; esto, de acuerdo con la ley de Faraday, induce una fem así como una corriente en la espira.



Suponga que, en lugar de una sola vuelta, la espira tiene N vueltas (una solución más práctica), todas con la misma área A, y giran en un campo magnético con una rapidez angular constante v. Si θ es el ángulo formado entre el campo magnético y la normal al plano de la espira el flujo magnético a través de la espira para cualquier instante es igual a:

$$\emptyset_B = BA\cos\theta = BA\cos\omega t$$

La fem inducida en la bobina es:

$$\varepsilon = -N\frac{d\emptyset_B}{dt} = -NAB\frac{d}{dt}(\cos\omega t) = NAB\omega\, sen\omega t$$

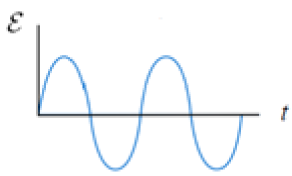
$$\boxed{\varepsilon = NAB\omega\, sen\omega t}$$

La fem máxima se presenta cuando $\omega t = 90°$, o bien $\omega t = 270°$, es decir $\varepsilon = \varepsilon_{máx}$

$$\varepsilon_{máx} = NAB\omega$$

La fem es igual a cero cuando $\omega t = 0$, o bien $\omega t = 180°$

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_{máx} sen\omega t}$$



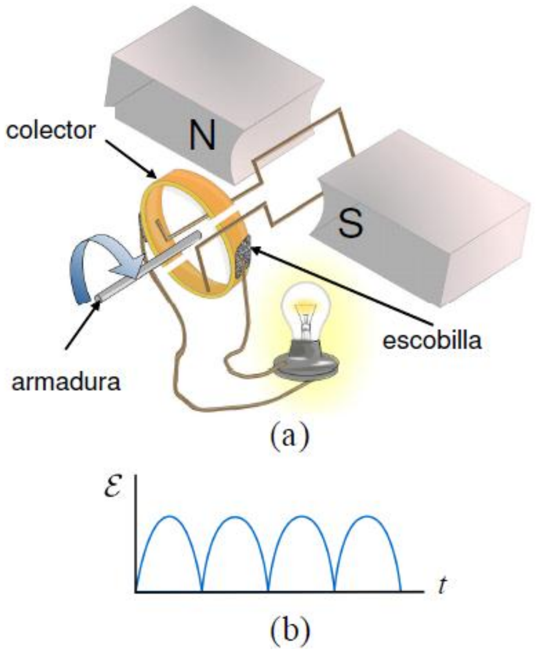
Generadores de corriente continua

Podríamos usar otra forma de conexión de la espira o de la bobina al circuito externo. En vez de un anillo conductor completo donde cada borne de la bobina roza transmitiendo la tensión al circuito exterior podríamos usar semianillos constituyendo una pieza que se llama colector como se muestra en la figura.

El principio de funcionamiento es simple:

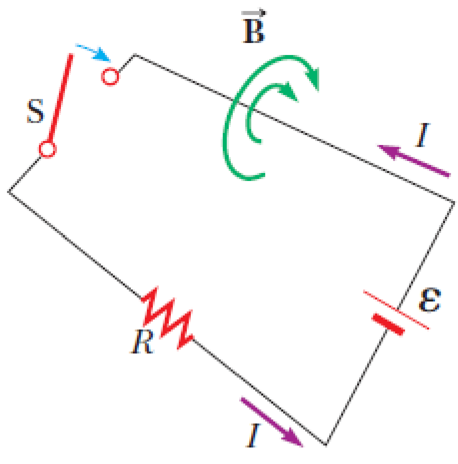
Supongamos que uno de los bornes, el positivo, está rozando uno de los anillos. En el proceso de girola tensión positiva en ese borne irá disminuyendo hacia cero. Justo en el momento en que se alcanza la tensión nula en el borne y un instante antes de que el borne se vuelva negativo, deja de rozar en el semianillo positivo para continuar el giro rozando el semianillo negativo. Con ello el semianillo positivo siempre mantendrá esta polaridad, obteniéndose una tensión del tipo mostrado en la misma figura.

Es posible construir una máquina de este tipo en la que se dispongan varias bobinas, decaladas unas de otras un ángulo pequeño. Cada una de las bobinas producirá una fem inducida similar a la mostrada en la figura, pero desfasadas entre si exactamente el mismo ángulo que se encuentran desfasadas las bobinas. La tensión total recogida en los bornes para este caso sería la suma de la proporcionada por cada bobina en cada instante con lo que se obtendría una tensión continua afectada con un rizado que disminuye a medida que aumenta el número de bobinas empleadas.



Autoinducción e inductancia

Considere un circuito formado por un interruptor, un resistor y una fuente de fem.



Cuando el interruptor se coloca en posición abierto $I = 0$

Cuando el interruptor se coloca en posición cerrada, la corriente no salta inmediatamente de cero a su valor máximo $I = \frac{\varepsilon}{R}$

Para describir este efecto se puede utilizar la ley de la inducción electromagnética de Faraday

Conforme la corriente aumenta con el tiempo, el flujo magnético debido a esta corriente, a través de la espira del circuito, también aumenta. Este flujo creciente genera una fem inducida en el circuito.

La fem inducida es tal que causaría una corriente inducida en la espira que establecería un campo magnético opuesto al cambio en el campo magnético original.

La dirección de la fem inducida es en sentido opuesto a la dirección de la fem de la batería, lo que da como resultado un incremento gradual, en vez de instantáneo, de la corriente hasta que alcance su valor de equilibrio final y se la conoce como fuerza contraelectromotriz,

Este efecto se llama autoinducción debido a que el flujo cambiante a través del circuito y la fem inducida resultante surge del circuito mismo. La fem ε_L y se llama fem autoinducida.

Una fem autoinducida siempre es proporcional a la rapidez de cambio en el tiempo de la corriente.

$$\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt}$$

L es una constante de proporcionalidad llamada inductancia de la espira y depende de la geometría de la espira y de otras características físicas.

Si considera una bobina con espacios cerrados de N vueltas (un toroide o un solenoide ideal) que lleva una corriente I y contiene N vueltas, la ley de Faraday dice que:

$$\varepsilon_L = -N\frac{d\emptyset_B}{dt}$$

Donde

$$\varepsilon_L = -N\frac{d\emptyset_B}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Entonces

$$\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt}$$

Combinado las expresiones anteriores obtenemos la inductancia L de una bobina N vueltas

$$L = \frac{N\emptyset_B}{I}$$

También se escribe la inductancia como la relación

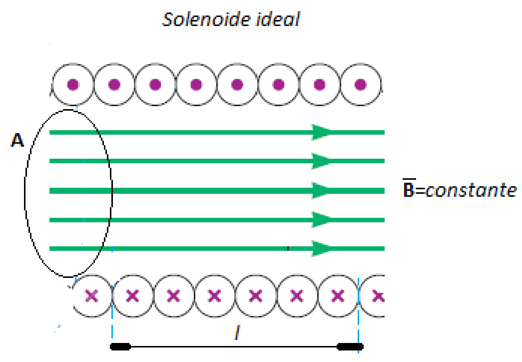
$$L = -\frac{\varepsilon_L}{\frac{dI}{dt}}$$

Recuerde que la resistencia mide la oposición a la corriente ($R = \frac{\Delta V}{I}$); en comparación, la ecuación anterior muestra que la inductancia es una medida de oposición a un cambio en la corriente.

La unidad del SI para la inductancia es el henry (H), y equivale a 1 volt-segundo por cada ampere:

$$1H = 1\frac{V}{\frac{A}{s}} = 1\frac{Vs}{A}$$

Inductancia de un solenoide: *Calcular la inductancia del solenoide*



Considere un solenoide con N vueltas y longitud l devanado uniformemente. Suponga que l es mucho mayor que el radio de los devanados y que el núcleo del solenoide es aire.

El flujo magnético es

$$\emptyset_B = BA = \mu_0 nIA = \mu_0 \frac{N}{l} IA$$

$$L = \frac{N\emptyset_B}{I} = \mu_0 \frac{N^2}{l} A$$

El resultado muestra que L depende de la geometría y es proporcional al cuadrado del número de vueltas.

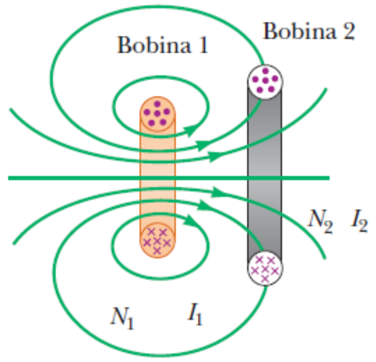
Si multiplicamos y dividimos por l

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{l^2}(A\,l) = \mu_0 \frac{N^2}{l^2}\mathrm{V} = \mu_0 n^2 \mathrm{V}$$

Siendo $\mathrm{V} = Al$ el volumen del solenoide

Inductancia Mutua

Con frecuencia, el flujo magnético a través del área encerrada por un circuito varía con el tiempo debido a corrientes variables con el tiempo en circuitos cercanos. Esta situación induce una fem a través de un proceso conocido como inductancia mutua, denominada así porque depende de la interacción de dos circuitos.



-Bobinas muy cerca

-N_1 y N_2 Cantidad de vueltas o espiras

- I_1 corriente en la bobina 1

- $\emptyset_{12}$ flujo causado por la corriente de la bobina 1 y que pasa a través de la bobina 2

Definición de inductancia mutua

$$M_{12} = \frac{N_2\emptyset_{12}}{I_1}$$

La inductancia mutua depende de la geometría de ambos circuitos y de su orientación mutua. Conforme aumenta la distancia de separación de los circuitos, la inductancia mutua disminuye, ya que el flujo que une los circuitos decrece.

Por la Ley de Faraday

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\emptyset_{12}}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt}\left(\frac{M_{12}I_1}{N_2}\right) = -M_{12}\frac{dI_1}{dt}$$

Entonces

$$\varepsilon_2 = -M_{12}\frac{dI_1}{dt}$$

En la inductancia mutua, la fem inducida en una bobina siempre es proporcional a la rapidez con la cual cambia la corriente de la otra bobina.

Si la corriente I_2 varía con el tiempo, la fem inducida por la bobina 2 en la bobina 1 es igual a:

$$\varepsilon_1 = -M_{21}\frac{dI_2}{dt}$$

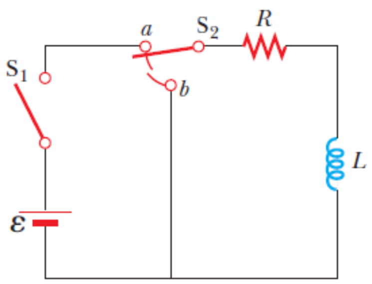
A pesar de que las constantes de proporcionalidad M_{21} y M_{12} fueron tratadas por separado, puede demostrarse que son iguales.

Por lo tanto, con $M_{21} = M_{12} = M$

$$\varepsilon_2 = -M\frac{dI_1}{dt} \qquad\qquad \varepsilon_1 = -M\frac{dI_2}{dt}$$

Estas dos ecuaciones son similares a $\quad \varepsilon = -L\frac{dI}{dt}$

Circuito RL



Por la segunda regla de la espira de Kirchhoff

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Analizando llegamos a la siguiente expresión que muestra cómo la corriente es afectada por el inductor es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-Rt/L}\right)$$

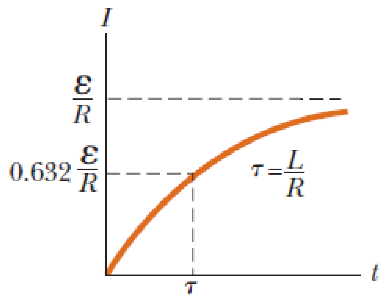
Si τ es la constante de tiempo del circuito RL

$$\tau = \frac{L}{R}$$

La expresión de la corriente se puede escribir

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

Grafica de corriente en función del tiempo



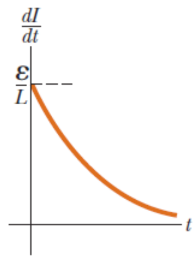
Para

$t = 0 \qquad I = 0$

$t = \tau \qquad I = 0{,}632\ \frac{\varepsilon}{R}$

$t = \infty \qquad I = \frac{\varepsilon}{R}$

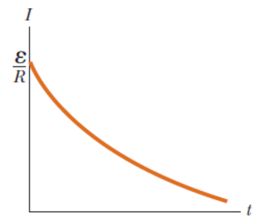
La rapidez del cambio en el tiempo de la corriente



$$\frac{dI}{dt} = \frac{\varepsilon}{L}e^{-t/\tau}$$

Si el interruptor se mueve a la posición b, la $\varepsilon = 0$, por lo tanto

$$IR + L\frac{dI}{dt} = 0$$

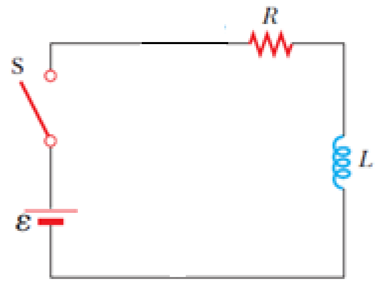


Entonces

$$I = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-t/\tau} = I_i\, e^{-t/\tau}$$

Energía en un campo magnético

Por la segunda regla de la espira de Kirchhoff



$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

Despejando ε

$$\varepsilon = IR + L\frac{dI}{dt}$$

Multiplicamos por I cada uno de los términos

$$I\varepsilon = I^2R + LI\frac{dI}{dt}$$

Donde

$I\varepsilon$ Potencia entregada por la batería al circuito

I^2R Potencia entregada a la resistencia R

$LI\frac{dI}{dt}$ Potencia entregada al inductor

Si U representa la energía almacenada en el inductor

$$\frac{dU}{\cancel{dt}} = LI\frac{dI}{\cancel{dt}}$$

La energía total almacenada es

$$U = \int dU = \int_0^I LIdI = L\int_0^I IdI = \frac{LI^2}{2}$$

Entonces la energía almacenada en el campo magnético del inductor cuando la corriente es igual a I es:

$$U = \frac{LI^2}{2}$$

Esta ecuación es similar en forma a:

$$U = \frac{C\Delta V^2}{2}$$

Densidad de energía de un campo magnético

Considere un solenoide cuya una inductancia se conoce

$$L = \mu_0 n^2 V$$

Y el campo magnético de un solenoide es:

$$B = \mu_0 n I$$

Siendo la energía almacenada en el campo magnético del inductor

$$U = \frac{LI^2}{2}$$

Al sustituir L y $I = \frac{B}{\mu_0 n}$

$$U = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 V \left(\frac{B}{\mu_0 n}\right)^2 = \frac{B^2}{2\mu_0} V$$

Y la densidad de energía magnética, o la energía almacenada por cada unidad de volumen es

$$\mu_B = \frac{U}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Esta expresión se dedujo para el caso especial de un solenoide, aplica también para cualquier región del espacio en el que exista un campo magnético.