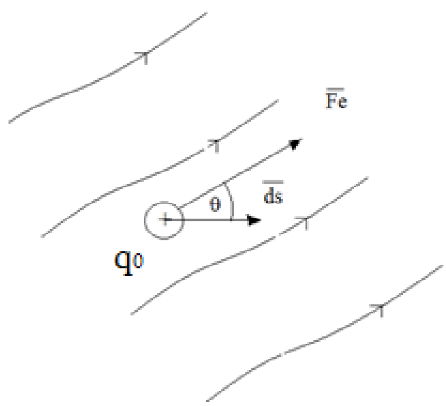
Serway-Jewett- 7ed- Capítulo 25
Unidad 4: El potencial eléctrico
Trabajo en el campo electrostático; diferencia de potencial y potencial eléctrico de una y varias cargas. Cálculo del potencial a partir del campo eléctrico, ejemplo y aplicaciones. Cálculo del campo a partir del potencial: gradiente de potencial, aplicaciones.

Diferencia de potencial y potencial eléctrico

Tenga en cuenta la similitud entre la fuerza de la gravedad y la fuerza eléctrica que son fuerzas conservativas. Para una fuerza conservativa, el trabajo es independiente del camino.

Cuando se coloca una carga de prueba q_0 en un campo eléctrico $\vec{E}$ producido por alguna distribución de carga fuente, la fuerza eléctrica que actúa sobre ella es $q_0\,\vec{E}$

Sistema carga-campo



$$q_0 > 0$$

$$\vec{F}_e = q_0\vec{E}$$

Cuando se traslada la carga de prueba por algún agente externo en el campo, el trabajo consumido por el campo en la carga es igual al trabajo invertido por el agente externo que origina el desplazamiento, pero con signo negativo.

$$-W_{campo} = W_{ext}$$

Para un desplazamiento $d\vec{s}$ de una carga puntual q_0 el trabajo realizado por el campo sobre la misma es:

$$dW = \vec{F}\cdot d\vec{s} = \vec{F}_e\cdot d\vec{s} = q_0\vec{E}\cdot d\vec{s}$$

Conforme el campo consume esta cantidad de trabajo, la energía potencial del sistema carga-campo cambia en una cantidad:

$$\boxed{dU = -dW}$$

$$dU = -q_0\vec{E}\cdot d\vec{s}$$

Para un desplazamiento finito de la carga desde el punto A al punto B, el cambio en energía potencial del sistema es:

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_0\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

Porque la fuerza $q_0\vec{E}$ es conservativa, **la integral de línea no depende de la trayectoria de** A, a B.

Potencial Eléctrico

Para una posición conocida de la carga de prueba en el campo, el sistema carga-campo tiene una energía potencial U relativa a la configuración del sistema, definido como $U = 0$.

Al dividir la energía potencial entre la carga de prueba, se obtiene una cantidad física que *depende sólo de la distribución de carga fuente* y tiene un valor en cada uno de los puntos de un campo eléctrico.

Esta cantidad se conoce como potencial eléctrico (o simplemente potencial) V:

$$V = \frac{U}{q_0}$$

Es una cantidad escalar y la unidad del SI es joules por cada coulomb $\frac{J}{C}$, que se define como un volt (V).

$$1V \equiv 1\frac{J}{C}$$

Diferencia de potencial Eléctrico

La **diferencia de potencial** $\Delta V = V_A - V_B$ entre los puntos A y B de un campo eléctrico se define como el cambio en energía potencial en el sistema al mover una carga de prueba *q*0 entre los puntos, dividido entre la carga de prueba:

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

La diferencia de potencial entre los puntos A y B de un campo eléctrico

No debe confundirse la diferencia de potencial con la diferencia en energía potencial.

-La diferencia de potencial entre A y B depende sólo de la distribución de carga fuente (considere los puntos A y B sin la presencia de la carga de prueba).

-La diferencia en energía potencial existe sólo si se desplaza una carga de prueba entre los puntos.

Si un agente externo traslada una carga de prueba de A, a B sin modificar la energía cinética de ésta, el agente realiza un trabajo que modificar la energía potencial del sistema

$$W = \Delta U$$

$$W = q\Delta V$$

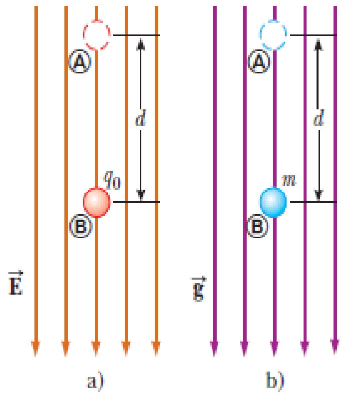
Otra unidad de energía el electrón-volt

El electrón volt (eV), se define como la energía que un sistema carga-campo gana o pierde cuando se desplaza una carga de magnitud e (un electrón o un protón) a causa de una diferencia de potencial de 1 V.

Es una unidad de energía comúnmente utilizada en física atómica y nuclear es el electrón-volt (eV)

$$1eV = 1{,}60x10^{-19}C.V = 1{,}60x10^{-19}J$$

Diferencias de potencial en un campo eléctrico uniforme



$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_A^B (E\cos 0°)ds = -\int_A^B E ds$$

$$E = constante \qquad \Delta V = V_B - V_A = -E\int_A^B ds = -Ed$$

$\Delta V = V_B - V_A = -Ed$ El signo menos significa que $V_B < V_A$

Las líneas de campo eléctrico siempre apuntan hacia donde el potencial es menor.

Ahora suponga que una carga de prueba q_0 se mueve desde A hacia B, se puede calcular cambio en la energía potencial del sistema carga–campo

$$\Delta U = q_0\Delta V = -q_0 Ed$$

Si $q_0 > 0$ entonces $\Delta U < 0$, la energía potencial disminuye.

Si $q_0 < 0$ entonces $\Delta U > 0$, la energía potencial aumenta.

Si una carga de prueba positiva en reposo es liberada en este campo eléctrico, experimenta una fuerza eléctrica $q_0\vec{E}$ en la dirección de $\vec{E}$. En consecuencia, se acelerará hacia abajo, adquiriendo energía cinética.

Conforme esta partícula con carga adquiere energía cinética, el sistema carga-campo pierde una cantidad igual de energía potencial.

$$\boxed{\Delta K = -\Delta U}$$

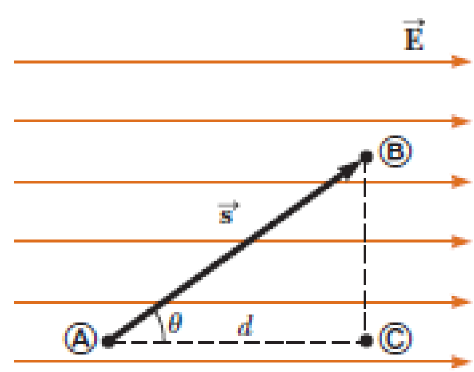
Caso más general

Ahora considere el caso más general de una partícula con carga que se mueve entre A y B en un campo eléctrico uniforme, en el cual el vector $\vec{S}$ no es paralelo a las líneas de campo, como se muestra en la figura.

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\vec{E}\cdot\int_A^B d\vec{s} = -\vec{E}\cdot\vec{S}$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -E\,S\cos\theta = -Ed$$

$$V_B - V_A = -Ed$$

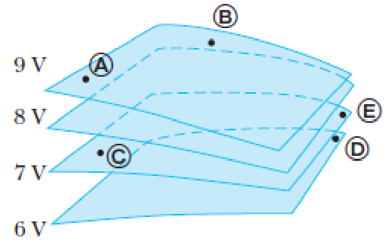


En el caso que $\vec{S}$ sea de A a C donde $\theta = 0$

$$V_C - V_A = -Ed$$

Si $V_B - V_A = V_C - V_A$

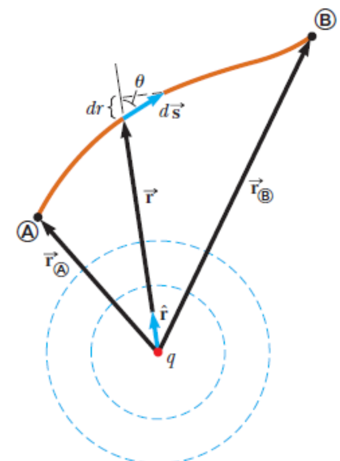
Debido a eso $V_B = V_C$



A cualquier superficie formada por una distribución continua de puntos con el mismo potencial eléctrico se le denomina superficie equipotencial.

Las superficies equipotenciales de un campo eléctrico uniforme consisten en una familia de planos paralelos, todos ellos perpendiculares al campo.

Potencial eléctrico y energía potencial a causa de cargas puntuales



Determinar el potencial eléctrico en un punto ubicado a una distancia *r* de la carga, iniciamos con la expresión general para la diferencia de potencial:

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

donde A y B son los dos puntos arbitrarios que se muestran en la figura.

El campo eléctrico a causa de la carga puntual es:

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

La cantidad $\vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s}$

El producto punto $\hat{r} \cdot d\vec{s} = dscos\theta = dr$

Nos queda $\vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} dr$

En consecuencia $V_B - V_A = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = k_e q \left[\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B} = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$

$$V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right]$$

Esta ecuación muestra que la integral de $\vec{E} \cdot d\vec{s}$ es independiente de la trayectoria entre los puntos A y B.

Por lo común se elige la referencia del potencial eléctrico de una carga puntual, de forma que sea $V = 0$ en $r_A = \infty$

El potencial eléctrico establecido por una carga puntual a cualquier distancia r de la carga es

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

Potencial eléctrico producido por varias cargas

$$V = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Es una suma algebraica de escalares

El campo eléctrico.

$$\vec{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r^2} \hat{r_i}$$

Es una suma vectorial

Energía potencial de un sistema de carga

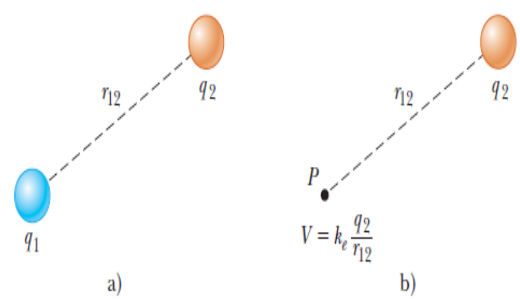
Consideramos la energía potencial de un sistema formado por dos partículas con carga. Si V_2 es el potencial eléctrico en un punto P debido a la carga q_2, por lo tanto el trabajo que debe realizar un agente externo para traer una segunda carga q_1 desde el infinito hasta P sin aceleración es igual a $q_1 V_2$.

Este trabajo representa una transferencia de energía hacia el interior del sistema y aparece en éste como energía potencial U

$$V_2 = k_e \frac{q_2}{r_{12}}$$

$$W_{ext} = q_1 \, \Delta V = q_1 V_2 = U$$

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

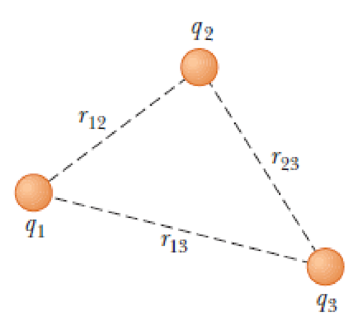


Si las cargas son del mismo signo, U es positiva; un agente externo debe realizar un trabajo positivo sobre un sistema para acercar las dos cargas.

Si las cargas son de signos opuestos, U es negativa; un agente externo deberá realizar un trabajo negativo en contra de la fuerza de atracción entre cargas de signo opuesto al acercar la una a la otra.

Si el sistema consiste en más de dos partículas con carga

$$U = k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$



Físicamente, puede interpretar el resultado como sigue: imagine que q_1 está fi ja en la posición que se muestra en la fi gura pero que q_2 y q_3 están en el infinito.

Obtención del valor del campo eléctrico a partir del potencial eléctrico

El campo eléctrico $\vec{E}$ y el potencial eléctrico V están relacionados

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Para un desplazamiento infinitesimal

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Si el campo eléctrico tiene sólo componente en x E_x

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_x dx$$

$$dV = -E_x dx$$

Por lo tanto

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

La componente en x del campo eléctrico es igual al negativo de la derivada del potencial eléctrico respecto a x. Esta ecuación es la afirmación matemática del hecho de que el campo eléctrico es una medida de la relación de cambio del potencial eléctrico con su posición.

Cuando una carga de prueba se somete a un desplazamiento $d\vec{s}$ a lo largo de una superficie equipotencial, en tal caso $dV = 0$

$$dV = \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

por lo tanto, $\vec{E}$ debe ser perpendicular al desplazamiento a lo largo de la superficie equipotencial.

Esto demuestra que las superficies equipotenciales siempre deben ser perpendiculares a las líneas de campo eléctrico que pasan a través de ellas.

Si la distribución de carga que origina un campo eléctrico tiene simetría esférica tal que la densidad de carga volumétrica depende sólo de la distancia radial r, el campo eléctrico es radial:

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E_r dr$$

$$dV = -E_r dr$$

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

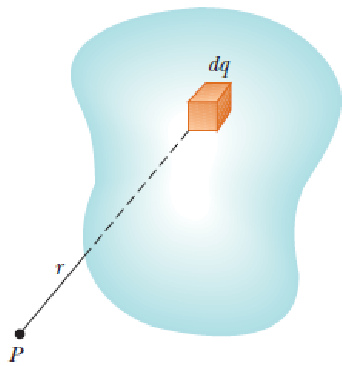
El potencial eléctrico es una función de las tres coordenadas espaciales.
Las componentes del campo eléctrico E_x, E_y, E_z pueden ser determinadas fácilmente a partir de $V(x, y, z)$ como derivadas parciales.

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\left(\hat{\imath}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right) \quad \vec{E} \ en\ términos\ de\ V$$

Potencial eléctrico debido a distribuciones de carga continuas

Existen dos maneras de calcular el potencial eléctrico debido a una distribución de carga continua.
a- Si conoce la distribución de carga



-Considero el potencial debido a un elemento de carga dq pequeño, y trate a este elemento como una carga puntual

$$dV = k_e \frac{dq}{r}$$

-Para tener el potencial total en el punto P, integre a fin de incluir las contribuciones de todos los elementos de la distribución de carga.

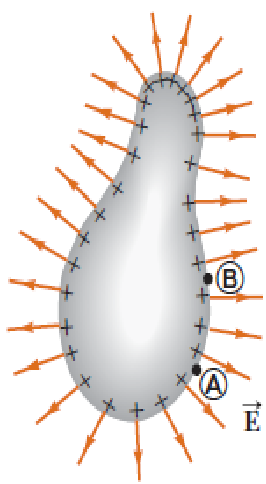
$$V = k_e \int \frac{dq}{r}$$

b- Si debido a otras consideraciones, como la ley de Gauss, el campo eléctrico ya es conocido

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

A continuación se elige el valor del potencial eléctrico V de cero en algún punto conveniente.

Potencial eléctrico a causa de un conductor con carga



Conductores en equilibrio electrostático

Propiedades

1-$E_{int} = 0$

2- La carga se encuentra en la parte externa de la superficie del conductor.

3- El campo eléctrico justo en el exterior del conductor es perpendicular a la superficie.

4- En un conductor de forma irregular, la densidad de carga superficial es máxima en aquellos puntos donde el radio de curvatura de la superficie es el menor.

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

Por la tercera propiedad $\vec{E} \perp d\vec{s}$

Conclusión

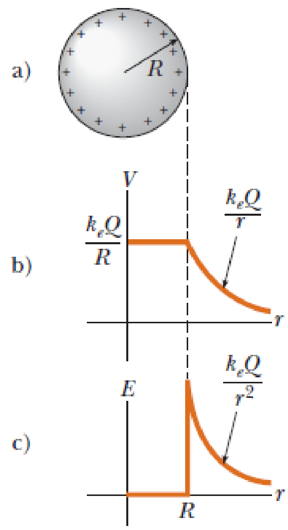
-La superficie en cualquier conductor con carga en equilibrio electrostático es una superficie equipotencial.

-Ya que el campo eléctrico es igual a cero en el interior del conductor, el potencial eléctrico es constante en cualquier punto en el interior del conductor y en la superficie es equivalente a su valor.
Ejemplo: Esfera conductora de radio R

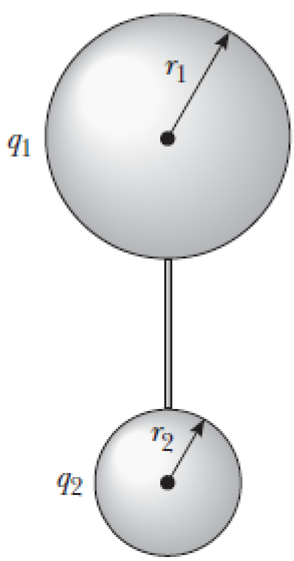
Valores máximos

$$V = k_e \frac{Q}{R}$$

$$E = k_e \frac{Q}{R^2}$$



Ejemplo: Dos esferas con carga conectadas



Iguales potenciales eléctricos (alambre conductor)

$$V = V_1 = V_2$$

$$V = k_e \frac{q_1}{r_1} = k_e \frac{q_2}{r_2}$$

Proporción de cargas en las esferas

$$\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} \Longrightarrow \frac{q_1}{q_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

Densidad de carga superficial

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

$$\sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi r_1^2} \text{ y } \sigma_2 = \frac{q_2}{4\pi r_2^2}$$

La proporción entre las dos densidades de carga

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\frac{q_1}{4\pi r_1^2}}{\frac{q_2}{4\pi r_2^2}} = \frac{q_1}{q_2}\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{r_2}{r_1}$$

$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{r_2}{r_1}$ $\quad r_1 > r_2 \quad \sigma_1 < \sigma_2$