Serway-Jewett-Cap. 30-ed 7ma

Unidad 8: Magnetostática e interacción magnética

Fuentes del campo magnético, Ley de Biot y Savart. Aplicación al conductor recto y a la espira. Ley o integral de Ampere. Aplicación al toroide y solenoide.

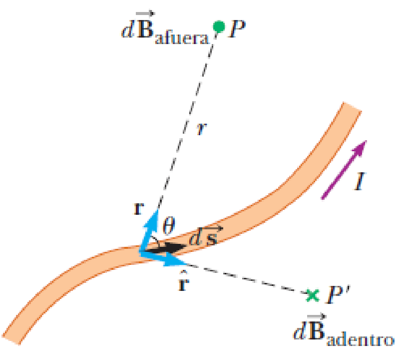
Ley de Biot-Savart

Después de los descubrimientos de Oersted, Biot y Savart observaron que una corriente eléctrica es capaz de ejercer fuerza sobre cualquier imán.

Realizaron una serie de experimentos con corrientes llegando a una ley que lleva su nombre y que resulta ser el equivalente en Magnetostática a la ley de Coulomb en la Electrostática.

De sus resultados experimentales, Biot y Savart llegaron a una expresión matemática que da el valor del campo magnético en algún punto del espacio, en función de la corriente que dicho campo produce.

Esta expresión se basa en las siguientes observaciones experimentales para el campo magnético $d\vec{B}$ en un punto P asociado con un elemento de longitud $d\vec{s}$ de un alambre por el que pasa una corriente estable I.



- El vector $d\vec{B}$ es perpendicular tanto a $d\vec{s}$ (que apunta en la dirección de la corriente) como al vector unitario $\hat{r}$, dirigido desde $d\vec{s}$ hacia P.

- La magnitud de $d\vec{B}$ es inversamente proporcional a r^2, donde r es la distancia de $d\vec{s}$ a P.

- La magnitud de $d\vec{B}$ es proporcional a la corriente y a la magnitud ds del elemento de longitud $d\vec{s}$.

- La magnitud de $d\vec{B}$ es proporcional a $sen\,\theta$, donde θ es el ángulo entre los vectores $d\vec{s}$ y $\hat{r}$.

Estas observaciones se resumen en la expresión matemática conocida hoy en día como la ley de Biot-Savart.

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \qquad \text{Ley de Biot} - \text{Savart}}$$

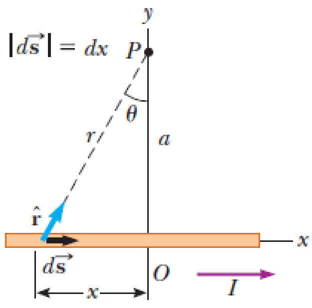
Donde μ_0 es una constante llamada **permeabilidad del espacio libre**:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\frac{T.m}{A}$$

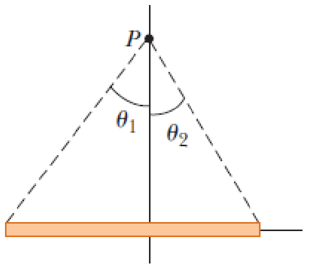
Para determinar el campo magnético total $\vec{B}$ que se crea en algún punto por una corriente de tamaño finito:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Ejemplo 1: Campo magnético alrededor de un conductor recto delgado



a)



A partir de la ley de Biot-Savart:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Comenzamos evaluando el producto cruz

$$d\vec{s} \times \hat{r} = |d\vec{s} \times \hat{r}|\hat{k}$$

Y llegamos a:

$$d\vec{B} = dB\hat{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dx\, cos\theta}{r^2}\hat{k}$$

Integrando obtenemos

$$B = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta\, d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(sen\ \theta_1 - sen\ \theta_2)$$

Campo magnético alrededor de un conductor recto delgado

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(sen\ \theta_1 - sen\ \theta_2)}$$

Considere el caso especial de un alambre recto infinitamente largo

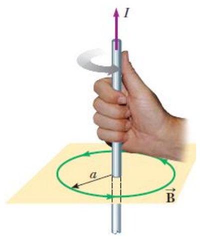
Para un conductor infinitamente largo, $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ y $\theta_2 = -\frac{\pi}{2}$

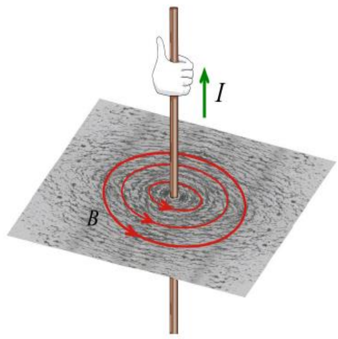
Por lo tanto $\left(sen\ \frac{\pi}{2} - sen\ \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = 2$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$

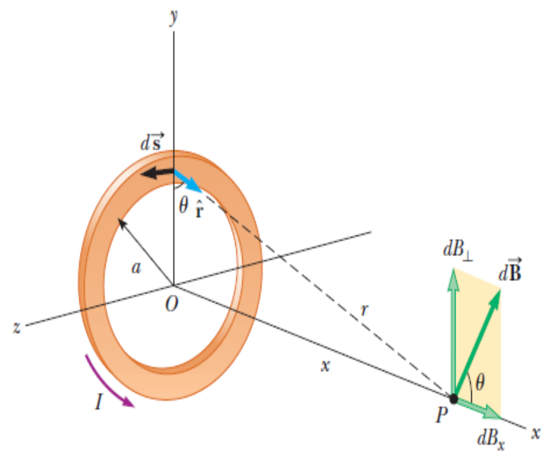
Regla de la mano derecha para determinar la dirección de $\vec{B}$

Tomar el alambre con la mano derecha, colocando el pulgar a lo largo de la dirección de la corriente y doblando los otros cuatro dedos en la dirección del campo magnético.





Ejemplo 2: Campo magnético en el eje de una espira de corriente circular



a- Para $x \neq 0$

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Campo magnético en el centro de la espira

b- Para $x = 0$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

c- Para $x \gg a$

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3}$$

Momento magnético $\vec{\mu}$ de la espira

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

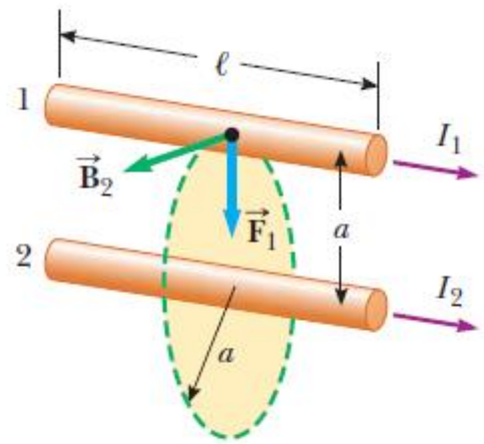
$\vec{\mu}$ perpendicular a la espira, y el sentido se obtiene con la regla de la mano derecha.

La magnitud de μ es: $\mu = IA = I(\pi a^2)$

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2x^3} = \frac{\mu_0 I(\pi a^2)}{2\pi x^3} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi x^3}$$

a) b) c)

Fuerza magnética entre dos conductores paralelos- Definición de Ampere



$$\vec{F}_1 = I_1 \vec{l} \times \vec{B}_2$$

$$\vec{l} \perp \vec{B}_2$$

$$F_1 = I_1 l B_2$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$$

$$F_1 = I_1 l B_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} l$$

La dirección de $\vec{F}_1$ es hacia el alambre 2, debido a que $\vec{l} \times \vec{B}_2$ va en esa dirección.

La fuerza $\vec{F}_2$ que actúa en el alambre 2 es de igual magnitud y dirección opuesta a $\vec{F}_1$.

$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ se cumple la tercera ley de Newton

Fuerza por unidad de longitud

$$\boxed{\frac{F_B}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}}$$

Conclusión

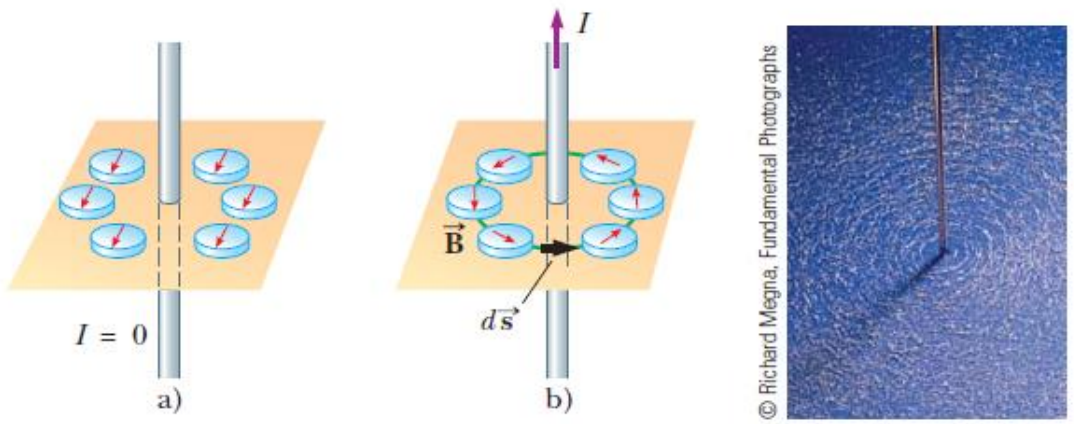
Cuando dos conductores transportan corrientes en igual sentido se atraen y si transportan corriente en sentido contrario se repelen.

Definición de Ampere

Cuando $2 \times 10^{-7}\ \frac{N}{m}$ es la magnitud de la fuerza por unidad de longitud presente entre dos alambres largos y paralelos que llevan corrientes idénticas y están separados 1 m, se define la corriente en cada alambre como 1 A.

Ley de Ampère

Oersted en 1819



a- $I = 0$; todas las agujas apuntan en la misma dirección.

b- $I \neq 0$; intensa y estable todas las agujas se desvían en una dirección tangente al círculo.

Estas observaciones demuestran:

- Que la dirección del campo magnético producido por la corriente es consistente con la regla de la mano derecha.

- Ya que las agujas de las brújulas apuntan en la dirección de $\vec{B}$,se concluye que las líneas de $\vec{B}$ forman círculos alrededor del alambre.

Ahora evaluamos el producto de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ para un elemento $d\vec{s}$ pequeño de la trayectoria circular definida por las agujas de las brújulas.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(2\pi r) = \mu_0 I$$

A pesar de que este resultado fue calculado para un caso especial de una trayectoria circular que rodea el alambre , es válida para la trayectoria cerrada de ***cualquier forma*** (***una espira amperiana***) que rodea una corriente en un círculo cerrado.

Enunciado de la Ley de Ampère

La integral de línea de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente total estable que pasa a través de cualquier superficie limitada por la trayectoria cerrada.

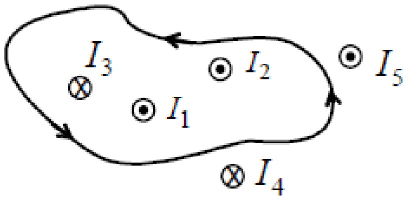
$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I}$$

Ley de Ampere

La ley de Ampère describe la creación de campos magnéticos para todas las configuraciones de corriente continua, pero a este nivel matemático, solo es útil para calcular el campo magnético de configuraciones de corriente que tienen un alto grado de simetría.

Su uso es similar al de la ley de Gauss para el cálculo de campos eléctricos con distribuciones de carga altamente simétricas.

Ejemplo ¿Cuál es la magnitud de $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$ para la curva señalada en la figura?



Solución :

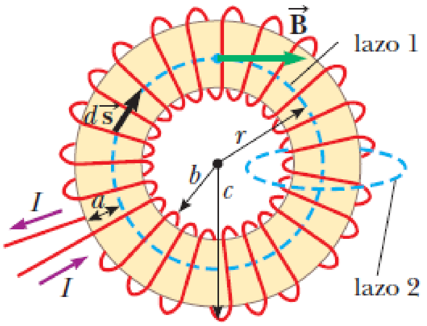
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0(I_1 + I_2 - I_3)$$

Ejemplo de aplicación

Campo magnético creado por un toroide

Un ***toroide*** es un dispositivo que se usa con frecuencia para crear un campo magnético casi uniforme en algún área cerrada.

Consisten en un alambre conductor enrollado alrededor de un anillo (un toro) hecho de material no conductor.



El toroide tiene N vueltas de alambre (N espiras)

Por simetría la magnitud del campo es contante en este círculo y tangente a él.

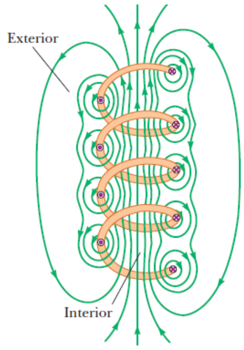
$$\vec{B} \cdot d\vec{S} = Bds \quad (\theta = 0^0)$$

Aplicamos la ley de Ampere

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

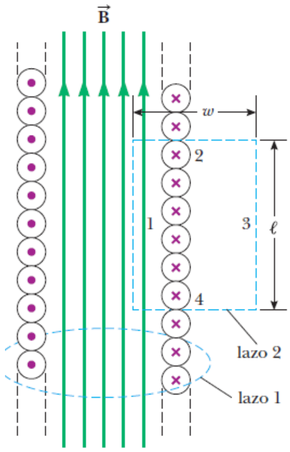
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$ Campo en el centro del toroide

Campo magnético de un solenoide



Un ***solenoide*** es un alambre largo enrollado en forma de hélice. Con esta configuración, puede producirse un campo magnético razonablemente uniforme en el espacio rodeado por las vueltas del alambre (llamado interior del solenoide) cuando éste lleva una corriente.

Si el solenoide es infinitamente largo y las espiras están muy próximas el campo se concentra en el centro del solenoide mientras que en el exterior es nulo.



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 NI$$

Para 2 y 4 $\int \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \ \ (\theta = 90^0)$

Para 3 $\int \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ $B = 0$ en el exterior

Para 1 $\int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \int ds = Bl = \mu_0 NI$

$B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ Campo en el centro del solenoide

Si $n = \frac{N}{L}$ $B = \mu_0 nI$

(n) número de vueltas por unidad de longitud.