Serway-Jewett-Cap. 28

Unidad 7: El circuito eléctrico

Fuerza electromotriz. Ley de Ohm generalizada, diferencia de potencial entre dos puntos de un circuito. Conexión de resistencias y fuerzas electromotrices. Redes eléctricas. Reglas de Kirchhoff. Circuitos de medición: Puente de Wheatstone y Potenciómetro.

Fuerza electromotriz

En un circuito particular la diferencia de potencial en las terminales de la batería es constante, la corriente en el circuito es constante en magnitud y dirección y recibe el nombre de ***corriente directa***.

A la batería se le conoce como fuente de fuerza electromotriz, o más comúnmente, fuente de *fem*.

Fem (ε): fuerza electromotriz, es un término erróneo ya que no existe una fuerza.

La fem (ε) de una batería es el voltaje máximo posible que ésta puede suministrar entre sus terminales.

La *fem* (ε) de la fuente se define como el trabajo por unidad de carga:

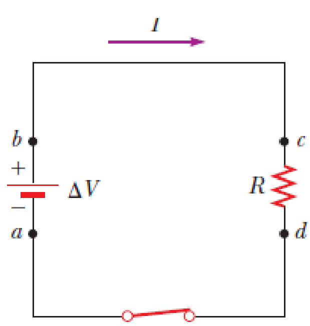
$$\varepsilon = \frac{dW}{dQ}$$

-La unidad de la *fem* es joule/coulomb $\left(\frac{J}{C}\right)$, que es volt (V).

$$1volt = 1\frac{joule}{coulomb}$$

-Nótese que la *fem* no es realmente una fuerza; es decir; no la medimos en newton.

Consideremos un circuito constituido por un resistor de resistencia R y una batería con una diferencia de potencial ΔV entre sus terminales.

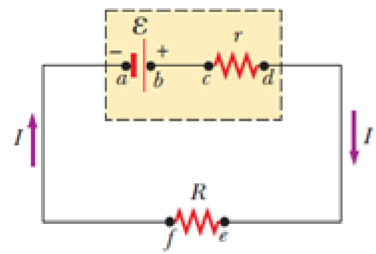


El voltaje entre las terminales de la batería

$$\Delta V = V_b - V_a$$

Puesto que una batería está hecha de materia, existe una resistencia al flujo de las cargas dentro de la misma. Esta resistencia recibe el nombre de resistencia interna r.

Sin embargo, conforme se mueve a través de la resistencia r, el potencial disminuye en una cantidad (Ir), donde I es la corriente del circuito.



Debido a eso: $\Delta V = \varepsilon - Ir$

Si $r = 0$ (batería ideal) o, $I = 0$ (circuito abierto)

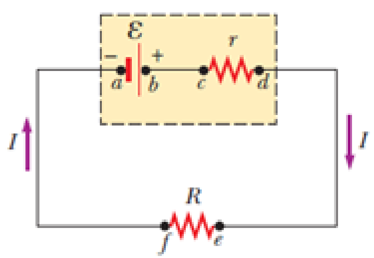
$\Delta V = \varepsilon$

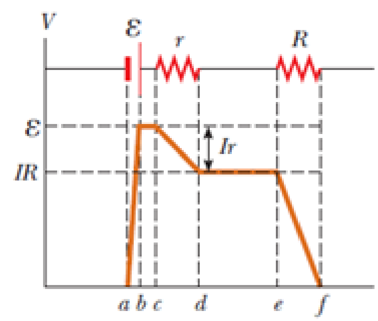
De esta expresión, observe que $\mathcal{E}$ es equivalente al voltaje en circuito abierto, es decir, el voltaje entre las terminales cuando la corriente es igual a cero.

Representación gráfica de los cambios de potencial

La representación gráfica de los cambios en el potencial eléctrico conforme se recorre el circuito en el sentido de las manecillas del reloj, donde R, es conocida como resistencia de carga.

La diferencia de potencial de un extremo a otro de la resistencia de carga es $\Delta V = IR$





Entonces :

$$\Delta V = \varepsilon - Ir$$

$$\Delta V = IR$$

Igualando $\varepsilon - Ir = IR$

$$\varepsilon = IR + Ir$$

Resolvemos en función de la corriente

$$\varepsilon = I(R + r) \Longrightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r}$$ Ecuación de circuito

Esta ecuación muestra que la corriente en este circuito simple depende tanto de la resistencia de carga R externa a la batería como de la resistencia interna r. Si R es mucho mayor que r, como es el caso de muchos circuitos útiles en la vida cotidiana, ignore r.

Si multiplicamos la ecuación, $\varepsilon = IR + Ir$ por la corriente I

$$I\varepsilon = I^2R + I^2r$$

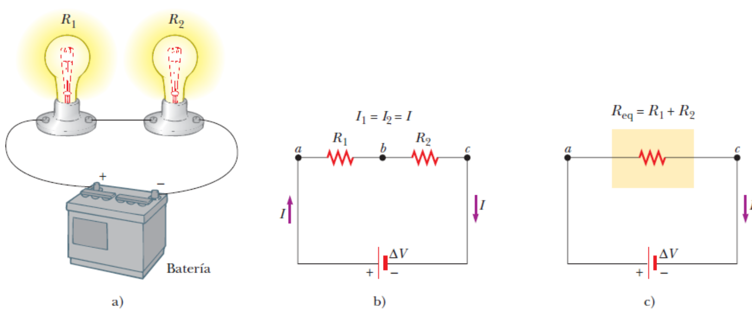
Recordar la fórmula de potencia $P = I\Delta V$

Esta ecuación indica que la potencia total de salida $I\varepsilon$ de la batería es entregada a la resistencia de carga externa con un valor I^2R y a la resistencia interna con un valor I^2r

Si	Entonces
$r << R$	$I\varepsilon = I^2R$
$r >> R$	$I\varepsilon = I^2r$

Resistores en serie y en paralelo

a-Resistores en serie



$$I = I_1 = I_2$$

$$\Delta V = IR_1 + IR_2$$

$$\Delta V = IR_{eq}$$

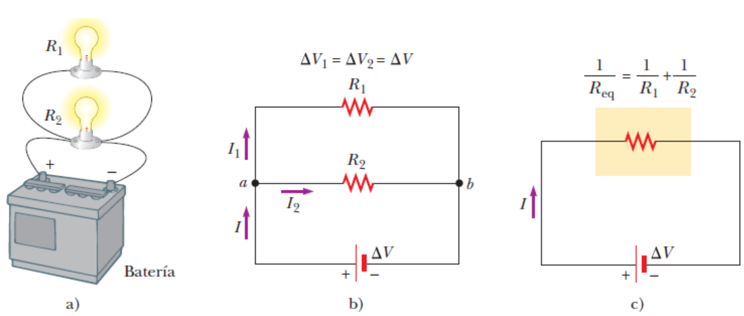
$$IR_{eq} = IR_1 + IR_2$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots$$

La resistencia equivalente de una combinación en serie de resistores es la suma numérica de las resistencias individuales y siempre es mayor que cualquier resistencia individual.

b- Resistores en paralelo



$$\Delta V = \Delta V_1 = \Delta V_2$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$I = \frac{\Delta V}{R_{eq}}$$

$$\frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V_1}{R_1} + \frac{\Delta V_2}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

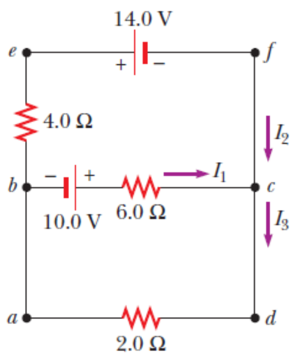
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots$$

El inverso de la resistencia equivalente de dos o más resistores conectados en una combinación en paralelo es igual a la suma de los inversos de las resistencias individuales. Además, la resistencia equivalente siempre es menor que la resistencia más pequeña en el grupo.

Ver ejemplo de combinación mixta.

Leyes de Kirchhoff

Ejemplo de circuito que contiene varias ramas.



Unión (Nodo): Punto del circuito donde concurren 3 o más corrientes.

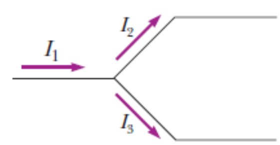
Malla (Espira cerrada): Es toda trayectoria cerrada que puede establecerse en la red.

Rama: Trayectoria entre dos nodos.

1. Ley de la unión. En cualquier unión, la suma de las corrientes debe ser igual a cero:

$$\sum_{unión} I = 0$$

Ejemplo:

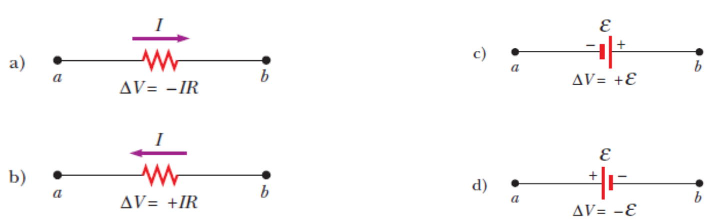


$$+I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

2. Ley de la espira. La suma de las diferencias de potencial a través de todos los elementos alrededor de cualquier espira de un circuito cerrado debe ser igual a cero:

$$\sum_{\substack{espeira \\ cerrada}} \Delta V = 0$$

Reglas para determinar las diferencias de potencial a través de un resistor y una batería.



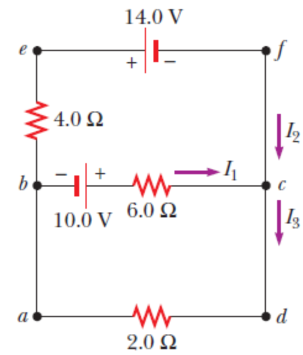
Ejemplo:

Nodo c $\qquad +I_1 + I_2 - I_3 = 0$

Malla $abcda$ $\qquad 10V - (6\Omega)\, I_1 - (2\Omega)\, I_3 = 0$

Malla $befcb$ $\qquad -(4\Omega)\, I_2 - 14V + (6\Omega)\, I_1 - 10V = 0$

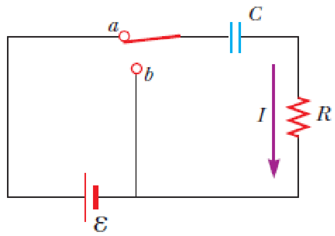
Malla $abefcda$ $\qquad \dots$



Circuitos RC

Hasta ahora hemos analizado circuitos de corriente directa en donde la corriente es constante. En los circuitos de CD que contienen capacitores, la corriente siempre está en la misma dirección pero puede variar en el tiempo. Se le llama circuito RC a un circuito que contiene una combinación en serie de un resistor y un capacitor.

Carga de un capacitor



La diferencia de potencial aplicada al capacitor $\frac{q}{C}$

La diferencia de potencial aplicada al resistor IR

Para analizar cuantitativamente este circuito, aplique la regla de la espira de Kirchhoff al circuito una vez que el interruptor está en la posición a.

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = 0$$

Para $t = 0;\ q = 0$

Corriente inicial

$$I_i = \frac{\varepsilon}{R}$$

Carga máxima $I = 0$

$$Q = C\varepsilon$$

Para determinar expresiones analíticas que muestren cómo la carga y la corriente dependen del tiempo, Hay que resolver la ecuación:

$$\varepsilon - \frac{q}{C} - IR = 0 \rightarrow \varepsilon - \frac{q}{C} - \frac{dq}{dt}R = 0 \qquad I = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{dq}{dt}=\frac{\varepsilon}{R}-\frac{q}{RC}=\frac{1}{RC}(C\varepsilon-q)=-\frac{1}{RC}(q-C\varepsilon)$$

$$\frac{dq}{(q-C\varepsilon)}=-\frac{dt}{RC}$$

Integrando

$$\int_0^q\frac{dq}{(q-C\varepsilon)}=-\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

Nos da

$$[ln(q-C\varepsilon)]_0^q=-\frac{t}{RC}$$

$$\frac{ln(q-C\varepsilon)}{-C\varepsilon}=-\frac{t}{RC}$$

$$\frac{q-C\varepsilon}{-C\varepsilon}=e^{-\frac{t}{RC}}\rightarrow q_{(t)}=C\varepsilon\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)=Q\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

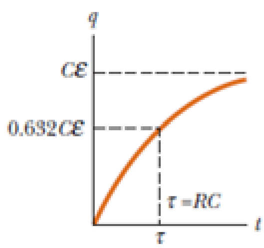
La carga como una función del tiempo para un capacitor cargándose es:

$$q_{(t)}=C\varepsilon\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)=Q\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

La cantidad RC, que aparece en los exponentes de las ecuaciones se llama la constante de tiempo τ del circuito.

$$\tau=RC$$

La gráfica de la carga capacitor en función del tiempo.



$t=0;\qquad q_{(0)}=0$

$t=\tau;\qquad q_{(\tau)}=C\varepsilon\left(1-e^{-\frac{t}{RC}}\right)=0{,}632C\varepsilon=0{,}632Q\ \ (63\%Q)$

$t=\infty;\qquad q_{(\infty)}=C\varepsilon=Q$

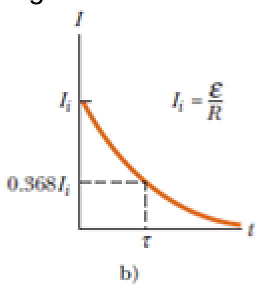
Puede encontrar la corriente de carga diferenciando respecto al tiempo:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

La corriente como una función del tiempo para un capacitor cargándose.

$$I = \frac{dq}{dt} = -C\varepsilon\, e^{-\frac{t}{RC}} \left(-\frac{1}{RC}\right) = \frac{\varepsilon}{R}\, e^{-\frac{t}{RC}} = I_i\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

La grafica de la corriente en función del tiempo.

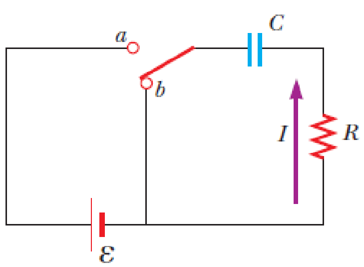


$t = 0;$ $\qquad I_{(0)} = I_i = \frac{\varepsilon}{R}$

$t = \tau;$ $\qquad I_{(\tau)} = 0{,}368\, I_i$

$t = \infty:$ $\qquad I = 0$

Descarga de un capacitor



Aplicando la regla de la espira de Kirchhoff al circuito una vez que el interruptor está en la posición b.

$$-\frac{q}{C} - IR = 0; \text{ Porque } \varepsilon = 0$$

Se sustituye $I = \frac{dq}{dt}$ en esta expresión, se convierte en:

$$-\frac{dq}{dt}R = \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

Integramos esta expresión con $q = Q$ en $t = 0$ se obtiene:

$$\int_Q^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt$$

$$ln\left(\frac{q}{Q}\right) = -\frac{t}{RC}$$

Carga como función del tiempo para un capacitor que se descarga:

$$q_{(t)} = Q\ e^{-\frac{t}{RC}}$$

Al diferenciar la ecuación anterior respecto al tiempo se obtiene la corriente instantánea como función del tiempo:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\frac{Q}{RC}\ e^{-\frac{t}{RC}}$$

Corriente como función del tiempo para un capacitor que se descarga:

$$I = -I_i\, e^{-\frac{t}{RC}}$$

El signo negativo indica que, conforme el capacitor se descarga, la dirección de la corriente es opuesta a su dirección cuando el capacitor se estaba cargando.

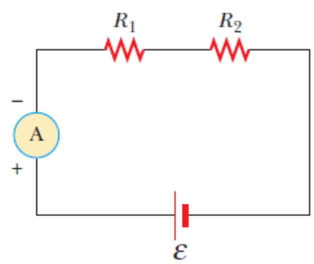
Medidores eléctricos

El galvanómetro

El galvanómetro es el componente principal en los medidores analógicos para medir la corriente y el voltaje. Un tipo común, el galvanómetro *D'Arsonva*l, está constituido por una bobina de alambre montada de tal manera que puede girar libremente alrededor de un pivote en un campo magnético producido por un imán permanente. En consecuencia, la deflexión de una aguja unida a la bobina es proporcional a la corriente en el galvanómetro.

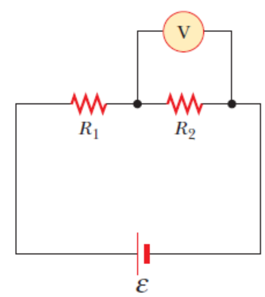
El amperímetro

Se trata de un aparato que mide la corriente. Las cargas que constituyen la corriente a medir deben pasar directamente a través del amperímetro, por lo que éste debe estar conectado en serie con los otros elementos del circuito.



El voltímetro

Al aparato que mide la diferencia de potencial se le llama voltímetro. La diferencia de potencial entre dos puntos cualesquiera en un circuito se mide al unir las terminales del voltímetro entre estos puntos sin abrir el circuito.



Multímetro digital aplicado para medir un voltaje a través de un elemento de circuito.