

Serway-Jewett- Cap. 29

### Unidad 8: Magnetostática e interacción magnética

Fuerza del campo magnético sobre una carga en movimiento; trayectoria. Aplicación: determinación de la razón  $e/m$ . Fuerza del campo magnético sobre una corriente eléctrica y momento sobre una espira o bobina.

Fuentes del campo magnético, Ley de Biot y Savart. Aplicación al conductor recto y a la espira. Ley o integral de Ampere. Aplicación al toroide y solenoide.

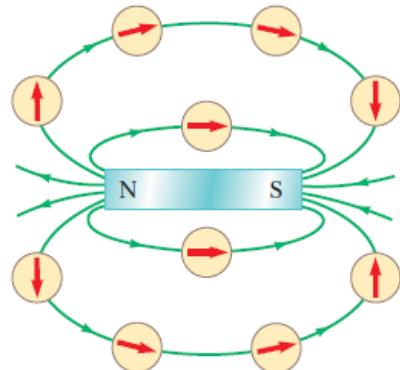
## Campos magnéticos

Desde el año 800 a. C. los griegos ya tenían conocimientos sobre el magnetismo. Descubrieron que la magnetita ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) atrae fragmentos de hierro.

En el año 1269 un francés de nombre Pierre de Maricourt descubrió que las direcciones a las que apuntaba una aguja de las brújulas al acercársele un imán natural esférico formaban líneas que rodeaban a la esfera y pasaban a través de ésta en dos puntos diametralmente opuestos uno del otro, a los que llamó **polos del imán**.

Experimentos consecutivos demostraron que todo imán, cualquiera que fuera su forma, tiene dos polos, uno norte (N) y otro sur (S), que ejercen fuerzas sobre otros polos magnéticos de manera similar a como las cargas eléctricas ejercen fuerzas entre sí.

Polos iguales (N-N o S-S) se repelen y polos opuestos (N-S) se atraen.

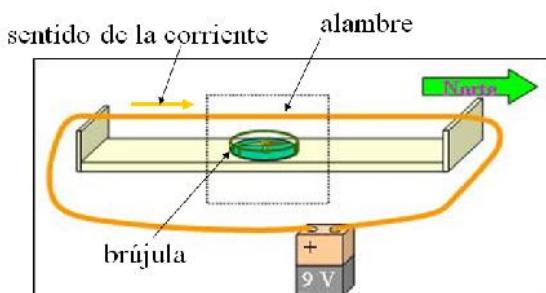


En otros experimentos se utilizó una balanza de torsión para demostrar que los polos magnéticos ejercen entre sí fuerzas de atracción o de repulsión y que estas fuerzas varían en **función del inverso del cuadrado de la distancia** entre los polos que interactúan.

A pesar de que la fuerza entre polos magnéticos es de otro modo similar a la fuerza entre dos cargas eléctricas, estas últimas pueden aislarse (recuerde el electrón y el protón), considerando que nunca ha sido posible aislar un solo polo magnético.

La correspondencia entre la **electricidad y el magnetismo** fue descubierta en 1819 por científico danés Hans Christian Oersted descubrió que una corriente eléctrica en un alambre desviaba la aguja de una brújula cercana.

Ampere encontró que entre conductores en los cuales circulaba una corriente eléctrica aparecen fuerzas de atracción y de repulsión.



Durante 1820, Faraday y Joseph Henry (1797-1878) demostraron, de manera independiente, relaciones adicionales entre la electricidad y el magnetismo. Mostraron que es posible crear una corriente eléctrica en un circuito ya sea moviendo un imán cerca de él o variando la corriente de algún circuito cercano. Estas observaciones demuestran que una variación en un campo magnético crea un campo eléctrico.

Años después Maxwell demostró que lo contrario también es cierto: un campo eléctrico que varía crea un campo magnético.

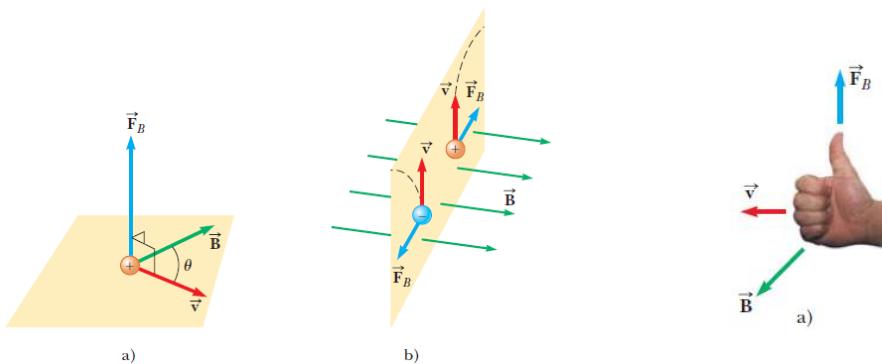
## Campos y fuerzas magnéticas

Es posible definir un campo magnético  $\vec{B}$  en algún punto en el espacio en función de la fuerza magnética  $\vec{F}_B$  que ejerce el campo sobre una partícula con carga que se mueve con una velocidad  $\vec{v}$ , misma que se identifica como el objeto de prueba.

Por ahora, suponga que no existen ni campo eléctrico ni campo gravitacional en la ubicación del objeto de prueba.

Los experimentos efectuados en diferentes partículas con carga que se mueven en un campo magnético dan los siguientes resultados:

- La magnitud  $F_B$  de la fuerza magnética ejercida sobre la partícula es proporcional a la carga  $q$  y a la rapidez  $v$  de dicha partícula.
- Cuando una partícula con carga se mueve paralela al vector de campo magnético, la fuerza magnética que actúa sobre ella es igual a cero.
- Cuando el vector de velocidad de la partícula forma un ángulo  $\theta \neq 0$  con el campo magnético, la fuerza magnética actúa en dirección perpendicular tanto a  $\vec{v}$  como a  $\vec{B}$ ;  $\vec{F}_B$  es perpendicular al plano formado por  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ .
- La fuerza magnética ejercida sobre una carga positiva tiene dirección opuesta a la dirección de la fuerza magnética ejercida sobre una carga negativa que se mueva en la misma dirección.
- La magnitud de la fuerza magnética que se ejerce sobre una partícula en movimiento es proporcional a  $\sin \theta$ , donde  $\theta$  es el ángulo que el vector de velocidad de la partícula forma con la dirección de  $\vec{B}$ .



$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La magnitud de la fuerza magnética sobre una partícula cargada es:

$$F_B = |q|vB\sin \theta$$

Existen diferencias de importancia entre las fuerzas eléctrica y magnética:

- El vector fuerza eléctrica actúa a lo largo de la dirección del campo eléctrico, en tanto que el vector fuerza magnética actúa perpendicularmente al campo magnético.
- La fuerza eléctrica actúa sobre una partícula con carga sin importar si ésta se encuentra en movimiento, en tanto que la fuerza magnética actúa sobre una partícula con carga sólo cuando está en movimiento.
- La fuerza eléctrica efectúa trabajo al desplazar una partícula con carga, en tanto que la fuerza magnética asociada con un campo magnético estable no efectúa trabajo cuando se desplaza una partícula, debido a que la fuerza es perpendicular al desplazamiento.

La magnitud del campo magnético es:

$$B = \frac{F_B}{qv \operatorname{sen} \theta}$$

La unidad del S.I del campo magnético es newton por coulomb-metro por segundo  $\left( \frac{N}{C \cdot m} \right) = (T) \text{tesla}$

$$1T = 1 \frac{N}{C \cdot s}$$

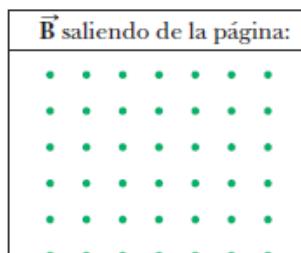
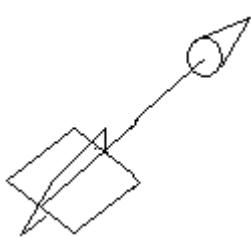
Dado que un apere se define como un coulomb por segundo,

$$1T = 1 \frac{N}{A \cdot m}$$

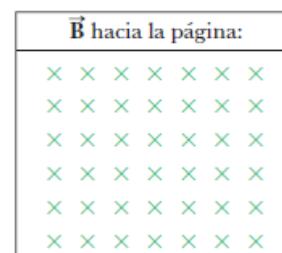
Una unidad que no es del S.I y que se usa comúnmente para el campo eléctrico *gauss* (*G*),

$$1T = 10^4 G$$

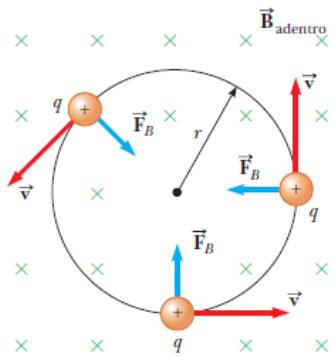
## Movimiento de una partícula con carga en un campo magnético uniforme



a)



b)



La fuerza magnética que actúa sobre una partícula con carga que se mueve en un campo magnético es perpendicular a la velocidad de la partícula y, en consecuencia, el trabajo realizado por la fuerza magnética sobre la partícula es igual a cero.

Por la segunda Ley de Newton,

$$\sum F = F_B = ma$$

Ya que la aceleración centrípeta es  $\frac{v^2}{r}$

$$F_B = qvB = m\frac{v^2}{r}$$

Despejando el radio de la trayectoria

$$r = \frac{mv}{qB}$$

El radio de la trayectoria es proporcional a la cantidad de movimiento lineal  $mv$  de la partícula e inversamente proporcional a la magnitud de la carga sobre la partícula y a la magnitud del campo magnético.

La rapidez angular de la partícula es,

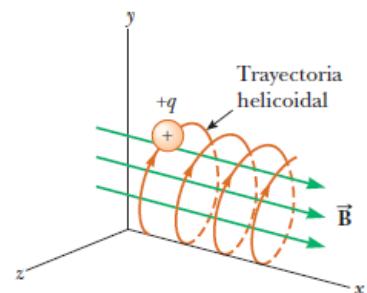
$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

El periodo

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}$$

La rapidez angular de la partícula y el periodo del movimiento circular no dependen de la rapidez de la partícula ni del radio de la órbita.

Si una partícula con carga se mueve en un campo magnético uniforme con su velocidad orientada en algún ángulo arbitrario respecto a  $\vec{B}$ , su trayectoria será una espiral.



## Aplicaciones del movimiento de partículas con carga en un campo magnético

Fuerza de Lorentz

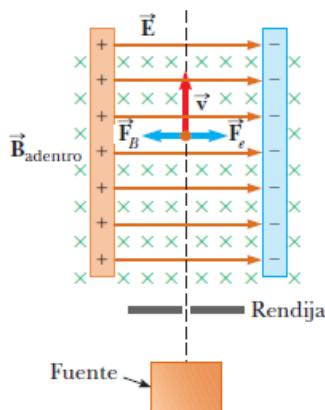
Una carga móvil con una velocidad  $\vec{v}$  en presencia tanto de un campo eléctrico  $\vec{E}$  y un campo magnético  $\vec{B}$  experimenta a la vez una fuerza eléctrica  $q\vec{E}$  y una fuerza magnética  $q\vec{v} \times \vec{B}$ .

La fuerza total (conocida como fuerza de Lorentz) que actúa sobre la carga es:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

### Selector de velocidad

En muchos experimentos que incluyen partículas con carga en movimiento, es importante que todas las partículas se muevan a la misma velocidad, esto se puede lograr aplicando la combinación de un campo eléctrico con uno magnético.



Si  $q$  es positiva y la velocidad  $\vec{v}$  está dirigida hacia arriba, la fuerza magnética  $q\vec{v} \times \vec{B}$  se dirige hacia la izquierda y la fuerza eléctrica  $q\vec{E}$  hacia la derecha.

La partícula con carga se modela como una partícula en equilibrio

$$qE = qvB$$

Entonces,

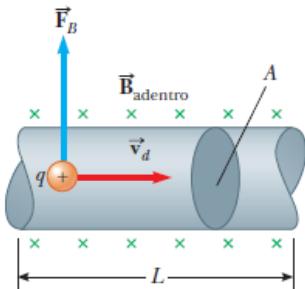
$$v = \frac{E}{B}$$

Sólo aquellas partículas que tengan esta rapidez pasarán sin desviarse a través de los campos eléctrico y magnético mutuamente perpendiculares.

### Otros ejemplos:

- Espectrómetro de masas
- El ciclotrón

## Fuerza magnética que actúa sobre un conductor que transporta corriente



Considere un segmento recto de alambre de longitud  $L$  y de área de sección transversal  $A$ , que conduce una corriente  $I$  en un campo magnético uniforme  $\vec{B}$ .

La fuerza magnética que se ejerce sobre una carga  $q$  en movimiento, con una velocidad de arrastre  $\vec{v}_d$ , es:

$$\vec{F}_B = q\vec{v}_d \times \vec{B}$$

La fuerza total que actúa sobre el alambre es

$$\vec{F}_B = (q\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$

Debido a que la corriente es el alambre es  $I = nqv_dA$

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

- El vector  $\vec{L}$  apunta en la dirección de la corriente y tiene la magnitud de  $L$ .
- Esta expresión se aplica sólo a un segmento de alambre recto en un campo magnético uniforme.

Ahora considere un segmento de alambre de forma arbitraria de sección transversal uniforme en un campo magnético.

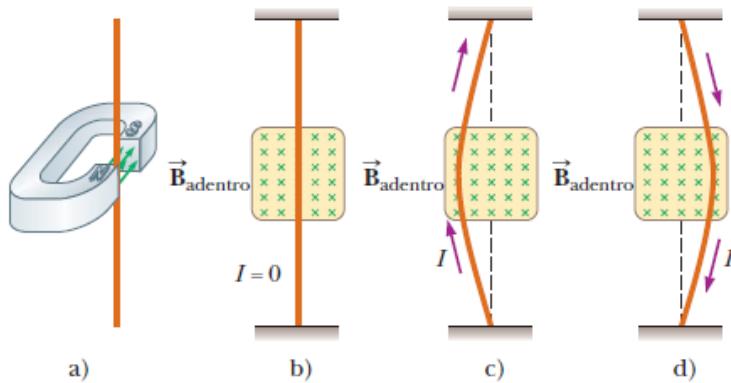
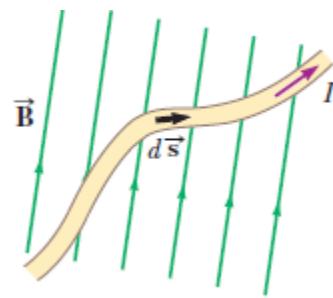
La fuerza magnética que se ejerce sobre una longitud  $d\vec{s}$  de un pequeño segmento de vector en presencia de un campo  $\vec{B}$  es igual a:

$$d\vec{F}_B = Id\vec{s} \times \vec{B}$$

La fuerza total es:

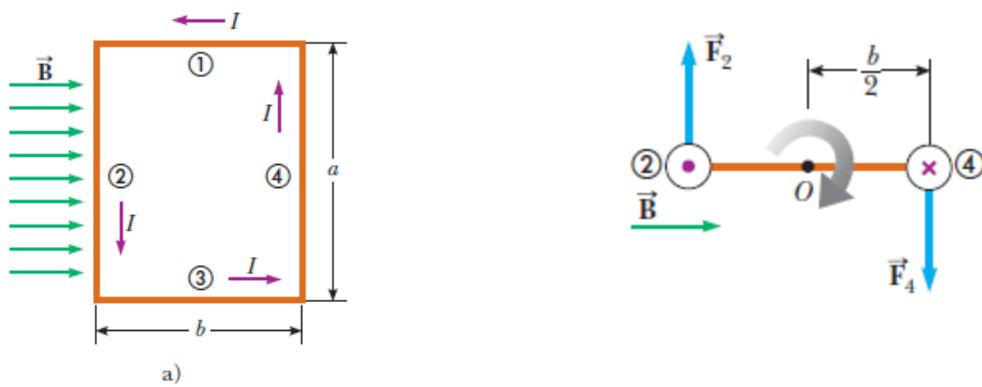
$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B}$$

donde a y b representan los puntos extremos del alambre.



## Momento de torsión sobre una espira de corriente en un campo magnético uniforme

Considere una espira rectangular que tiene una corriente  $I$  en presencia de un campo magnético uniforme dirigido paralelamente al plano de la espira.



Sobre los lados 1 y 3 no actúa ninguna fuerza magnética, ya que estos alambres son paralelos al campo; por lo que para estos lados,  $\vec{L} \times \vec{B} = 0$

Sobre los lados 2 y 4, sí actúan fuerzas magnéticas, porque están orientados perpendicularmente al campo.

La magnitud de la fuerza es:

$$F_2 = F_4 = ILB$$

Si se logra que la espira gire alrededor del punto O, estas dos fuerzas producen, en relación con este punto, un momento de torsión que hace que la espira gire en el sentido de las manecillas del reloj.

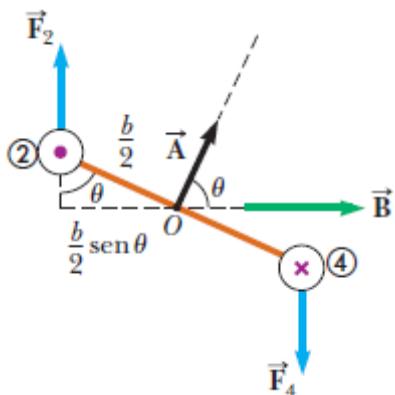
La magnitud de este momento de torsión  $\tau_{\max}$

$$\tau_{\max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB) \frac{b}{2} + (IaB) \frac{b}{2} = IabB$$

Ya que el área contenida por la espira es  $A = ab$

$$\tau_{\max} = IAB \quad \text{Momento de torsión sobre la espira}$$

Ahora se supone que el campo magnético uniforme forma un ángulo  $\theta < 90^\circ$  con una línea perpendicular al plano de la espira. Por conveniencia,  $\vec{B}$  es perpendicular a los lados 2 y 4.



La magnitud de la fuerza:

$$F_2 = F_4 = ILB$$

Y la magnitud del momento de torsión neto en relación con el punto o,

$$\begin{aligned} \tau &= F_2 \frac{b}{2} \sin \theta + F_4 \frac{b}{2} \sin \theta \\ &= (IaB) \frac{b}{2} \sin \theta + (IaB) \frac{b}{2} \sin \theta = IabB \sin \theta = IAB \sin \theta \end{aligned}$$

Si  $\theta = 90^\circ$ ;  $\sin \theta = 1$ ;  $\tau_{\max} = IAB$

Si  $\theta = 0$ ;  $\sin \theta = 0$ ;  $\tau = 0$

Entonces el momento de torsión sobre una espira de corriente en un campo magnético

$$\vec{\tau} = I\vec{A} \times \vec{B} \quad \text{Forma vectorial}$$

$\vec{A}$ , es un vector perpendicular al plano de la espira y tiene una magnitud igual al área esta.

El producto  $I\vec{A}$ , representa el momento dipolar magnético  $\vec{\mu}$  (conocido a menudo como "momento magnético") de la espira:

$$\vec{\mu} = I\vec{A} \quad \text{Momento dipolar magnético de una espira de corriente}$$

La unidad del SI del momento dipolar magnético es el ampere-metro<sup>2</sup> (A.m<sup>2</sup>).



Si una bobina de alambre contiene N espiras de la misma área, el momento magnético de la bobina es:

$$\vec{\mu}_{bobina} = N I \vec{A}$$

El momento de torsión ejercido en una espira de corriente en un campo magnético  $\vec{B}$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

El momento de torsión en una espira de corriente hace girar la espira; este efecto se explota de manera práctica en un motor.