Serway- Jewett- Cap. 34
Unidad 12: Fundamentos de ondas y ecuaciones de Maxwell.
Fundamentos de ondas; ecuación de ondas viajeras. Ecuación diferencial de ondas. Generalización del electromagnetismo: ecuaciones de Maxwell en forma integral.

Ley de Ampere-Maxwell

La ley de Ampere

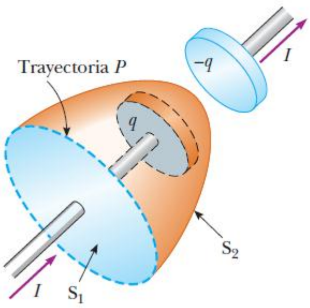
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

Definición
La integral de línea de $\vec{B} \cdot d\vec{s}$ alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente total estable que pasa a través de cualquier superficie limitada por la trayectoria cerrada.

$I = \frac{dq}{dt}$ Expresión válida sólo para corriente constante (*I* corriente de conducción)

Ahora considere un capacitor que se carga

Cuando una corriente de conducción está presente, la carga sobre la placa positiva cambia, pero no existe corriente de conducción en el espacio entre las placas.



Considere dos superficies S_1 y S_2, limitadas por la misma trayectoria P.

La ley de Ampère establece que $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$ alrededor de esta trayectoria debe ser igual a $\mu_0 I$, donde I es la corriente total a través de cualquier superficie limitada por la trayectoria P.

Para S_1

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

Para S_2

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ Por no haber corriente, se tiene una situación contradictoria que surge de la discontinuidad de la corriente

Maxwell resolvió este problema al postular un término adicional en el lado derecho de la ley de Ampère que incluye un factor llamado:

Corriente de desplazamiento

$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Flujo de campo eléctrico

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Conforme el capacitor se carga (o descarga), el campo eléctrico cambiante entre las placas puede considerarse equivalente a una corriente que actúa como una continuación de la corriente de conducción en el alambre.

Con este nuevo término I_d se expresa la forma general de la **ley de Ampère-Maxwell**

Ley de Ampere-Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \, (I + I_d) = \mu_0 \, I + \mu_0 \, \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$I =$ Corriente de conducción
I_d =corriente de desplazamiento

$\mu_0 \, I + \mu_0 \, \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ = quiere decir que el campo magnético puede producirse por la corriente de conducción o por el campo eléctrico variables en el tiempo.

Ejemplo: Capacitor de placas paralelas

Flujo eléctrico

$$\Phi_E = E \, A$$

Si q es la carga sobre las placas en cualquier instante, entonces el campo eléctrico es:

$$E = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

En consecuencia, el flujo eléctrico a través de S_2 es:

$$\Phi_E = E \, A = \frac{q}{\varepsilon_0 A} \cdot A = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Por esto, la corriente de desplazamiento a través de S_2 es:

$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{\cancel{\varepsilon_0}}{\cancel{\varepsilon_0}} \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

Es decir, la corriente de desplazamiento I_d a través de S_2, es precisamente igual a la corriente de conducción I a través de S_1.

Al considerar la superficie S_2, se identifica la corriente de desplazamiento como la fuente del campo eléctrico en la superficie límite.

La corriente de desplazamiento tiene su origen físico en el campo eléctrico variable en el tiempo.

El punto central de este formalismo es que **los campos magnéticos se producen tanto por corrientes de conducción como por campos eléctricos variables en el tiempo**.

Este resultado fue un ejemplo notable del trabajo teórico de Maxwell y contribuyó a mayores avances en la comprensión del electromagnetismo.

Ecuaciones de Maxwell

1- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$	Ley de Gauss
2- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$	Ley de Gauss del magnetismo
3- $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$	Ley de Faraday
4- $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$	Ley de Ampère-Maxwell

Las cuatro ecuaciones de Maxwell resumen las propiedades de los campos eléctricos y magnéticos.

Cuando estas ecuaciones se aplican al espacio libre, se escriben como se acaba de expresar.

1- El flujo eléctrico total a través de cualquier superficie cerrada es igual a la carga neta dentro de dicha superficie dividida por ε_0. Esta ley relaciona un campo eléctrico con la distribución de carga que lo produce.

2- El flujo magnético neto a través de una superficie cerrada es cero. Es decir, el número de líneas de campo magnético que entra a un volumen cerrado debe ser igual al número que sale de dicho volumen, esto implica que las líneas de campo magnético no pueden comenzar o terminar en cualquier punto.

3- Esta ley afirma que la fem, que es la integral de línea del campo eléctrico alrededor de cualquier trayectoria cerrada, es igual a la relación de cambio del flujo magnético a través de cualquier superficie limitada por dicha trayectoria**.**

4- La integral de línea del campo magnético alrededor de cualquier trayectoria cerrada es la suma de μ_0 veces la corriente neta a través de dicha trayectoria y `$\varepsilon_0 \mu_0$ veces la rapidez de cambio del flujo eléctrico a través de cualquier superficie limitada por dicha trayectoria.

Fuerza de Lorentz $\vec{F} = q\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}$

En las cuatro de Maxwell más la fuerza de Lorentz está resumido todo el electromagnetismo clásico.

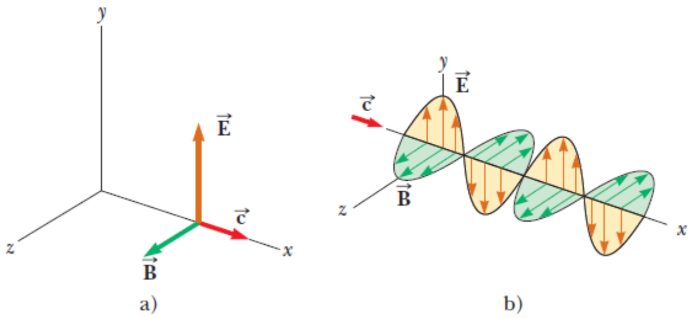
Ondas electromagnéticas planas

Las propiedades de las ondas electromagnéticas se pueden deducir a partir de las **ecuaciones de Maxwell.**

Para comprender la predicción de las ondas electromagnéticas más ampliamente, enfoque su atención en una onda electromagnética que viaja en la dirección x (la dirección de propagación). Para esta onda, el campo eléctrico $\vec{E}$ está en la dirección y, y el campo magnético $\vec{B}$ está en la dirección z.

Cuando los campos eléctricos y magnéticos están restringidos a variar en una sola dirección se dice que la onda, es una onda polarizada linealmente.

La figura muestra una onda electromagnética sinusoidal, que se explica a continuación.



Onda polarizada linealmente

Suponga que las magnitudes de campo E y B dependen únicamente de x y t,No de las coordenadas y o z.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

Ambas ecuaciones tienen la forma de la ecuación de onda general con la rapidez de onda v sustituida por c, donde

$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ Rapidez de la onda electromagnética

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A}$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

si reemplazamos en

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \times 10^{-7} \frac{Tm}{A} \cdot 8{,}85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}}} = 2.997\,92 \times 10^8 \, {}^{m}/_{s}$$

Porque esta rapidez es precisamente la misma que la rapidez de la luz en el espacio vacío, uno puede creer (correctamente) que la luz es una onda electromagnética.

La solución más simple a las ecuaciones es una onda sinusoidal para la cual las magnitudes de campo E y B varían con x y t de acuerdo con las expresiones

Funciones de onda de los campos E y B.

Formas sinusoidales

$$E = E_{máx}\cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_{máx}\cos(kx - \omega t)$$

$E_{máx}$ y $B_{máx}$ son las amplitudes máximas

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ Numero de onda

$\omega = 2\pi\, f$ Frecuencia angular

La relación $\frac{\omega}{k}$ es igual a la rapidez de una onda electromagnética, c :

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\, f}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \lambda f = c$$

$v = c = \lambda f$ que relaciona rapidez, frecuencia y longitud de onda de cualquier onda continua.

Relación de la magnitud del campo eléctrico con la magnitud del campo magnético

$$\frac{E_{máx}}{B_{máx}} = \frac{E}{B} = c$$

En todo instante, la relación de la magnitud del campo eléctrico con la magnitud del campo magnético en una onda electromagnética es igual a la rapidez de la luz.

Ejemplo: Una onda electromagnética

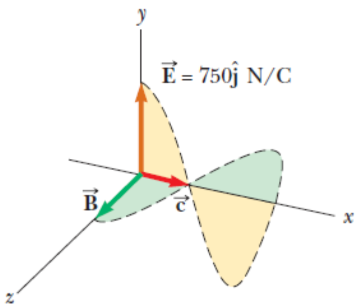
Una onda electromagnética sinusoidal de $40\, MHz$ de frecuencia viaja en el espacio libre en la dirección x. Calcular:

a- Longitud de onda y periodo de la onda.
b- Calcule la magnitud y dirección del campo magnético.

Datos

$f = 40\, MHz = 40 \times 10^6 Hz$

$E_{máx} = 750 \frac{N}{C}$



a-

$$c = \lambda f \therefore \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8\, {}^{m}/_{s}}{40 \times 10^6 Hz} = 7{,}5\, m$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{40 \times 10^6 Hz} = 2{,}5\ \times 10^{-8} s$$

b-

$$\frac{E_{máx}}{B_{máx}} = c \therefore B_{máx} = \frac{E_{máx}}{c} = \frac{750\frac{N}{C}}{3 \times 10^{8} \, m/_{s}} = 2{,}5 \times 10^{-6}\, T$$

La dirección de $B_{máx}$ apunta en la dirección de z por ser perpendicular a y.

El espectro de las ondas electromagnéticas

En la figura se listan los diversos tipos de ondas electromagnéticas que muestra el espectro electromagnético.

Observe los extensos intervalos de frecuencias y longitudes de onda. No existe una división clara entre un tipo de onda y la siguiente. Recuerde que todas las formas de los diversos tipos de radiación son producidos por el mismo fenómeno: cargas en aceleración**.**

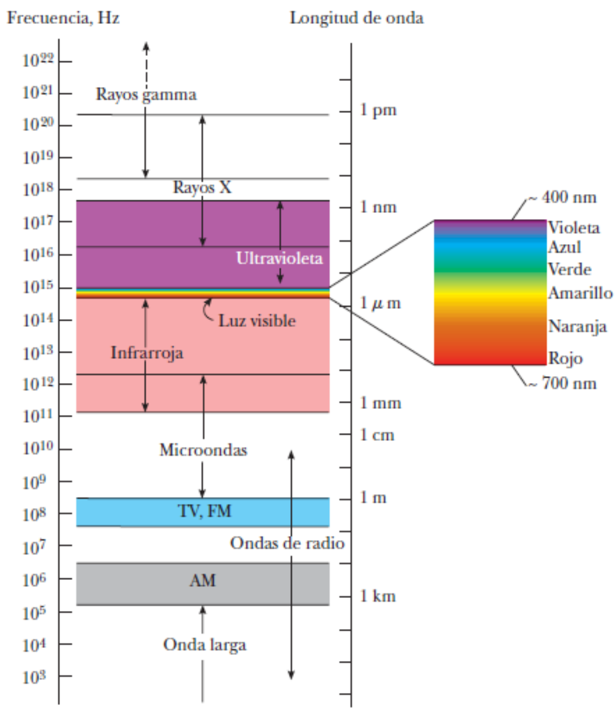


Figura 34.11 El espectro electromagnético. Observe el traslape entre tipos de ondas adyacentes. La vista ampliada a la derecha muestra detalles del espectro visible.

Ondas de radio y televisión

Se forman en la antena, cuando son aceleradas cargas eléctricas en dichas antenas se forman ondas electromagnéticas. Son generadas por un circuito LC que se denominan osciladores

$\lambda = 10^{5}\, m\; a\; 10^{-1} m$

Microondas

Tienen longitudes de onda clasificadas desde 0.3 m hasta $10^{-4}\ m$ y también son generadas por dispositivos electrónicos.

Ej.: microondas, radares

Ondas infrarrojas

Son a nivel molecular, tienen longitudes de onda clasificadas desde 10^{-3} hasta $7 \times 10^{-7}\, m$.

Ej.: Ondas del sol, fisioterapia, generadas a nivel atómico.

Luz visible

Es la forma más familiar de las ondas electromagnéticas, es aquella parte del espectro electromagnético que el ojo humano puede detectar. Se produce mediante la reorganización de los electrones en los átomos y moléculas. Sus diversas longitudes de onda, que corresponden a los diferentes colores, van desde el rojo ($7 \times 10^{-7}\ m$) hasta el violeta ($4 \times 10^{-7}\ m$).

La sensibilidad del ojo humano es una función de la longitud de onda, siendo máxima a una longitud de onda de alrededor de $5{,}5 \times 10^{-7}\ m$.

Las ondas ultravioletas (U.V)

Cubren longitudes de onda que van desde aproximadamente $4 \times 10^{-7}\ m$ hasta $6 \times 10^{-10}\ m$. El Sol es una fuente importante de luz ultravioleta (UV), la cual es la causa principal de las quemaduras de sol o eritema solar.

Los rayos X

Tienen longitudes de onda que van de aproximadamente $10^{-8}\ m$ a $10^{-12}\ m$.
La fuente más común de rayos X es el frenado de electrones de alta energía que impactan un objetivo metálico. Los rayos X se utilizan como una herramienta de diagnóstico en la medicina y como tratamiento para ciertos tipos de cáncer. Porque los rayos X dañan o destruyen los tejidos y los organismos vivos, se debe tener cuidado para evitar una exposición o sobreexposición innecesaria. Los rayos X también se utilizan en el estudio de la estructura de los cristales ya que las longitudes de onda de los rayos X son comparables con las distancias de separación de los átomos en los sólidos (alrededor de $0.1\ nm$).

Los rayos gamma

Son ondas electromagnéticas emitidas por núcleos radioactivos. Tienen longitudes de onda que van desde aproximadamente $10^{-10}\ m$ hasta menos de $10^{-14}\ m$. Son rayos muy penetrantes y producen daños serios si son absorbidos por tejidos vivos.