TRABAJO PRÁCTICO N° 2

FUNCIONES REALES DE DOS Y TRES VARIABLES.

LÍMITE Y CONTINUIDAD

A) LÍMITE

Ejercicio 1. Determine el límite doble de las siguientes funciones en el punto indicado, o muestra que no existe.

***Ayuda**: Si la función está definida en un punto (a,b) del dominio de f(x,y), el límite existe y es igual a f(a,b)*

a) $z = \ln(xy) - y^2 x + x$ en (2, 1/2)
b) $z = 3x\, cos^2(xy) - 2sen(xy)$ en (-π, 0)
c) $z = \frac{10xy^2}{x^2+y^2}$ en (0, 1)
d) $z = \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ en (0, 0)

Ejercicio 2. Analice los siguientes límites en los puntos indicados a fin de determinar su existencia (aplicando límites reiterados, direccionales, o coordenadas polares):

a) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2}{x^2+y^2}$

b) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^3}{2x^2+y^6}$

c) $\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{xy-x}{x^2+y^2-2y+1}$

d) $\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{x\, sen\, y}{x^2+1}$

e) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{-xy}{|xy|}$

Ejercicio 3. Encuentre, si existen, los siguientes límites dobles:

***Ayuda**: factoriza las funciones polinómicas para salvar las indeterminaciones*

a) $\lim_{(x,y)\to(1,3)} \frac{4x-2y}{4x^2-y^2}$

b) $\lim_{(x,y)\to(1,1)} \frac{(x^3-1)(y^4-1)}{(x-1)(y^2-1)}$

c) $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy}{x^2+y^2}$

d) $\lim_{(x,y)\to(5,-2)} \frac{x(x-5)}{y+2}$

B) CONTINUIDAD EN UN PUNTO Y EN UNA REGIÓN

Ejercicio 4. Suponga que el $\lim_{(x,y)\to(3,1)} f(x,y) = 6$ ¿Qué puede decir acerca del valor de $f(3,1)$? ¿Qué pasa si f es continua?

Ejercicio 5. Analice si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos:

Sea $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

a) Si $\lim_{(x,y)\to(1,3)} f(x,y) = 5$ entonces, $\lim_{\substack{(x,y)\to(1,3) \\ y\to 2x+1}} f(x,y) = 5.$

b) Si $\lim_{\substack{(x,y)\to(1,3) \\ y\to 2x+1}} f(x,y) = 5$ entonces, $\lim_{(x,y)\to(1,3)} f(x,y) = 5.$

c) Si $\lim_{(x,y)\to(1,3)} f(x,y) = 5$ entonces, se puede concluir algo sobre f(1,3).

d) Si f es continua para todo (x, y) ≠ (0, 0) y f(0,0) = 0 entonces, f(x, y) = 0.

e) Si g(x) y h(y) son funciones continuas y f(x, y)= g(x)+h(y) entonces, f es continua.

Ejercicio 6. Estudie la continuidad de las siguientes funciones en el origen:

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{5x^2 + y^2}{x^2 + y^2} & si\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & si\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Ejercicio 7. Describa los puntos (x,y) para los cuales las funciones siguientes son continuas.

a) $h(x,y) = \frac{2x+y}{y+5x^2}$

b) $l(x,y) = \cos(x^2 - y^2)$