

Ejercicio 2. Cálculo de Proposiciones

1. Crea un archivo PVS con diversas fórmulas proposicionales básicas para practicar con el demostrador.
2. Comprueba la sintaxis.
3. Intenta probar los lemas enunciados. Utiliza sobre todo los comandos *split* y *flatten*
4. Vuelve a probar los lemas ya probados de otra forma. Utiliza cuando sea necesario los comandos *undo* y *postpone* para cambiar de rama de prueba.
5. Comprueba la prueba con *M-x x-show-current-proof*
6. Sean p, q y r proposiciones primitivas. Verifica las equivalencias lógicas:

i) $[p \rightarrow (q \vee r)] \equiv [\neg r \rightarrow (p \rightarrow q)]$

ii) $[(p \vee q) \rightarrow r] \equiv [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$

7. Comprueba que las siguientes fórmulas proposicionales son tautologías. Si no lo son da un contraejemplo

i) $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$

iii) $((p \leftrightarrow q) \wedge (q \rightarrow r \wedge \neg s)) \leftrightarrow (p \wedge \neg s \rightarrow r)$

ii) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$

8. Comprueba que del conjunto de hipótesis $H = \{(p \vee q), (q \rightarrow t), (p \rightarrow r)\}$ podemos obtener la conclusión $C = \{(r \vee t)\}$
9. Formaliza el argumento siguiente y comprueba su posible validez utilizando PVS:
Puede optar a una vivienda social si, y sólo si, tiene dos hijos a cargo y sus ingresos netos no superan los 10.000 al año.
Y si está exento del impuesto sobre la renta, es porque sus ingresos netos no superan los 10.000 al año.
Está exento del impuesto sobre la renta, pero no tiene derecho a una vivienda social.
Por tanto, sus ingresos netos no superan los 10.000 al año, pero no tiene dos hijos a cargo.
10. Formaliza el argumento siguiente y comprueba su posible validez utilizando PVS:
Para que el coche marche suavemente es condición necesaria y suficiente que esté a punto. Si el coche está a punto, su precio de reventa es más alto que la media y su motor no está excesivamente deteriorado. Por lo tanto, si el coche marcha suavemente y su motor no está excesivamente deteriorado, entonces su precio de reventa es más alto que la media.
11. Demuestra en PVS que el conjunto S es inconsistente.

$$S = \{\neg a \rightarrow b, c \vee \neg b, d \rightarrow \neg e, e \leftrightarrow a, c \rightarrow a \wedge d, a \rightarrow c\}$$