

Ejercicio 3. Cálculo Predicados

1. Crea un archivos PVS con diversas fórmulas cuantificadas básicas para practicar con el demostrador.
2. Comprueba la sintaxis.
3. Intenta probar los lemas enunciados. Utiliza además de los comandos ya utilizados en los ejercicios del boletín anterior, reglas como *skolem*, *inst* y sus variantes. Detecta los que no sean ciertas.
4. Vuelve a probar los lemas ya probados de otra forma. Utiliza cuando sea necesario los comandos *undo* y *postpone* para cambiar de rama de prueba.
5. Comprueba la prueba con *M-x x-show-current-proof*

Lemas:

1. $\{\forall x \forall y [P(x) \longrightarrow R(x, y)], \exists x \exists y [Q(y) \wedge \neg R(x, y)], \forall x \exists y [P(x) \vee S(x, y)]\} \Longrightarrow \exists x \exists y S(x, y)$
2. $(\forall x P(x)) \Longrightarrow P(a)$
3. $(\forall x P(x)) \Longrightarrow P(a) \wedge P(b)$
4. $(\forall x P(x) \Longrightarrow Q(x)) \wedge P(a) \Longrightarrow Q(a)$
5. $(\forall x P(x)) \Longrightarrow (\exists y P(y))$
6. $(\forall x P(x)) \vee (\exists y \neg P(y))$
7. $(\exists x P(x)) \vee (\exists x Q(x)) \Longleftrightarrow (\exists x P(x) \vee Q(x))$
8. $(\exists x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \Longleftrightarrow (\forall x P(x) \wedge Q(x))$
9. $(\forall x P(x)) \vee (\exists x Q(x)) \Longleftrightarrow (\exists x P(x) \vee Q(x))$
10. $(\forall x P(x) \wedge Q(x)) \Longrightarrow (\forall x Q(x))$
11. $(\forall x P_1(x) \rightarrow P_2(x)) \wedge (\forall x P_2(x) \rightarrow P_3(x)) \Longrightarrow (\forall x P_1(x) \rightarrow P_3(x))$
12. $(\forall x P(x)) \wedge (\forall x Q(x)) \Longrightarrow (\forall x P(x) \vee Q(x))$
13. Formaliza el siguiente razonamiento **Si un programa está verificado, entonces el resultado es correcto. Sin embargo, hay un resultado que no es correcto. Esto quiere decir que no todos los programas han sido verificados.** Compruébalo en PVS y con Cálculo de secuentes.
14. Formaliza el siguiente razonamiento **Los números enteros son pares o impares. No todos los números enteros son impares. En consecuencia, todos los números enteros son pares.** Compruébalo en PVS y comenta el resultado de dicha comprobación. Si el razonamiento no es cierto cambia la conclusión para que lo sea y compruébalo en PVS.