

Actividad 2

Fecha de entrega: Viernes 3 de septiembre, 23:59

Profesor: Pablo Estévez V.
Auxiliar: Ignacio Reyes J.
Semestre: Primavera 2021

Instrucciones generales

- La tarea es de carácter **individual**. No está permitido compartir desarrollos matemáticos ni líneas de código. Sí se puede conversar con otros estudiantes respecto a cómo resolver los problemas.
- La entrega final debe corresponder a un solo PDF. Además de éste, debe entregar los códigos de Python respectivos para ser testeados por el equipo docente.

1. Matemáticas

(a) Valores y vectores propios

- I) Defina el concepto de valores propios y vectores propios de una matriz cuadrada. ¿Qué significado tienen los valores y vectores propios asociados a una transformación lineal?
Hint: [Ver video de 3Blue1Brown](#).
- II) Encuentre los valores y vectores propios de

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- III) Para cualquier $k \in \mathbb{N} - \{0\}$, demuestre que los valores propios de \mathbf{A}^k son $\lambda_1^k, \lambda_2^k, \dots, \lambda_n^k$, las potencias k -ésimas de los valores propios de \mathbf{A} , y que cada vector propio de \mathbf{A} es un vector propio de \mathbf{A}^k

(b) Geometría

- I) Demuestre que el vector \mathbf{w} es ortogonal a la recta $\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b = 0$
- II) Argumente que la distancia desde el origen a la recta $\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b = 0$ es $\frac{|b|}{\|\mathbf{w}\|}$, donde $\|\mathbf{w}\|$ corresponde a la norma euclidiana.

2. Biología

Explique el concepto de selección natural en no más de dos párrafos.

3. Programación

Considere la curva de luz de la estrella ZTF17aaajtgd, disponible en el notebook (pandas) de la auxiliar 1. Esta estrella oscila periódicamente con un periodo de 3.879 días. Tomando sólo la banda g, ajuste el siguiente modelo a las observaciones

$$f(t) = A \cdot \cos(2\pi t/P) + B \cdot \sin(2\pi t/P) + C \cdot \cos(4\pi t/P) + D \cdot \sin(4\pi t/P) + E,$$

donde P corresponde al periodo de la estrella. Como puede notar de la expresión anterior, el modelo es lineal y tiene cinco parámetros.

Para ajustar el modelo utilice tensorflow, siguiendo un procedimiento muy similar al del tutorial mostrado en la auxiliar 1. La función de costos a minimizar es el error cuadrático medio entre las observaciones y el valor predicho por el modelo. Utilice gradiente descendente para optimizar. Tal vez deba ajustar la tasa de aprendizaje para obtener una buena convergencia.

Corrobore que el ajuste fue exitoso dibujando la curva real y el modelo “doblando” el eje del tiempo (ver notebook de pandas, auxiliar 1).