Esto es un bosquejo de lo que será la parte introductoria del libro de cálculo a ser publicado bajo licencia Creative Commons.

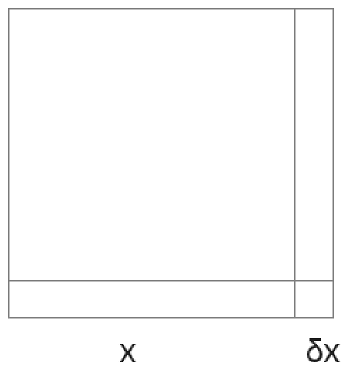
El cálculo posee dos símbolos particulares que definen su esencia. La idea general detrás de ellos, sin embargo, no es nada complicada:

d significa "una pequeña parte de"
$\int$ significa "suma de todas las pequeñas partes"

Por lo tanto, dx significa "una pequeña parte de x, y du significa "una pequeña parte de u. Como veremos más adelante, lo de "pequeño" viene a ser para algo infinitamente pequeño.

Por su parte, el símbolo $\int$ es como una S larga, y bien podría interpretarse como un tipo especial de suma. Significa "la suma de todas las partes pequeñas de". Por ejemplo, $\int dx$ es la suma de todas las partes pequeñas de x, y $\int dt$ es la suma de todas las partes pequeñas de t.

Para llegar al concepto de derivada nos valdremos de un cuadrado cualquiera. Supongamos que lo estiramos con las manos un poco. El cuadrado conserva sus proporciones, y luego podemos comparar la forma final con la forma inicial. Llamamos x al tamaño que tenía cada lado al principio, dx al aumento realizado, y x + dx al tamaño final de cualquiera de los lados. Si aumentas por un punto el ancho, entonces el alto aumentará en una línea completa del tamaño de x.

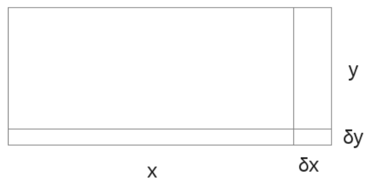


$$
\begin{aligned}
y &= x^2 \\
y + \delta y &= (x + \delta x)^2 \\
y + \delta y &= x^2 + 2x\delta x + (\delta x)^2 \\
\delta y &= 2x\delta x + \delta x \\
\frac{\delta y}{\delta x} &= 2x + \delta x
\end{aligned}
$$

Un poco más formalmente, podemos decir que la derivada de la función del área del cuadrado es lo que obtienes si le restas el resultado inicial al resultado final, y divides todo entre un tamaño de cambio infinitamente pequeño. Esto se escribe en notación de límites de la siguiente manera:

$$
f'(x) = \inf_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}
$$

El caso del área del rectángulo es un poco más complejo, ya que ahora no todos los lados son iguales. Dos tienen un largo ”x”, y dos un largo ”y”. Si denominamos al área ”z”, entonces tenemos que las dos derivadas parciales son la misma expresión derivada en base a la variable que nos interesa (hay casos más complicados, pero por ahora esto es suficiente).



$$z = xy$$
$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{d(xy)}{dx} = x\delta x$$
$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{d(xy)}{dy} = y\delta y$$

$$f_x(x,y) = \inf_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x, y) - f(x,y)}{\Delta x}$$
$$f_y(x,y) = \inf_{\Delta y \to 0} \frac{f(x, y+\Delta y) - f(x,y)}{\Delta y}$$