1. 计算结果&函数图象

最大误差：

第一组节点，误差为

n=4 , 0.647533206831e-001

n=8 , 0.515605662863e-001

n=16 , 0.107190440726e000

第二组节点，误差为

n=4 ,0.543760265007e-001

n=8 , 0.142609260655e-001

n=16 , 0.836727209692e-003

函数图像：

第一组节点：

图 1

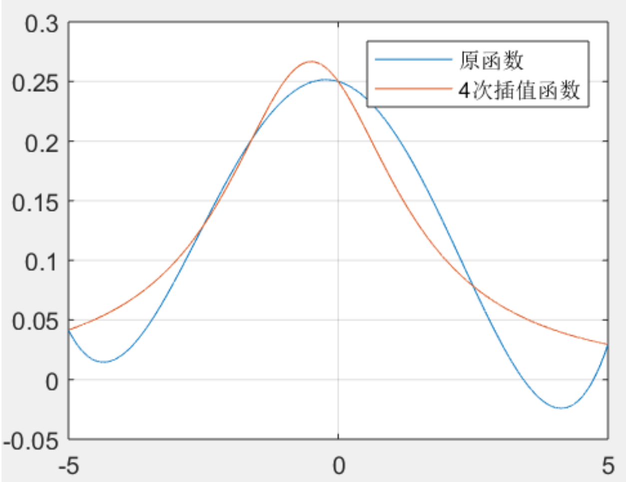


图 2

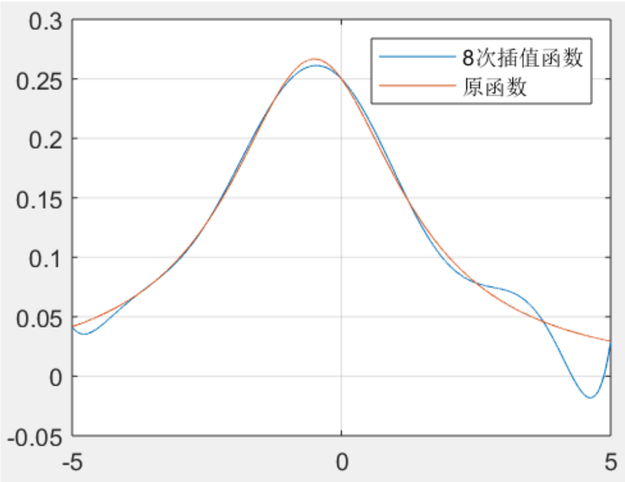
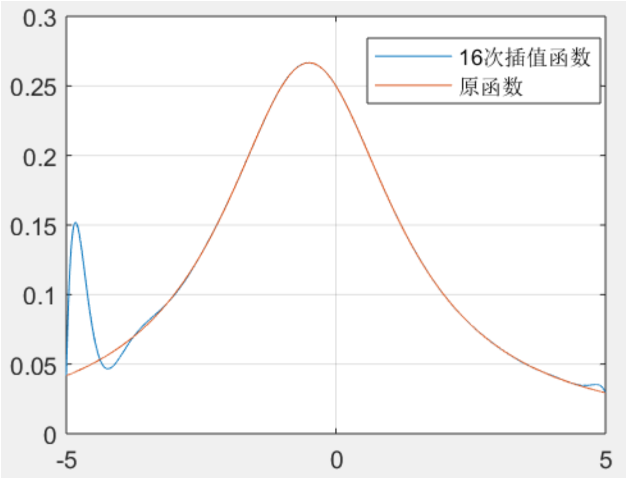


图 3



第二组节点：

图 4

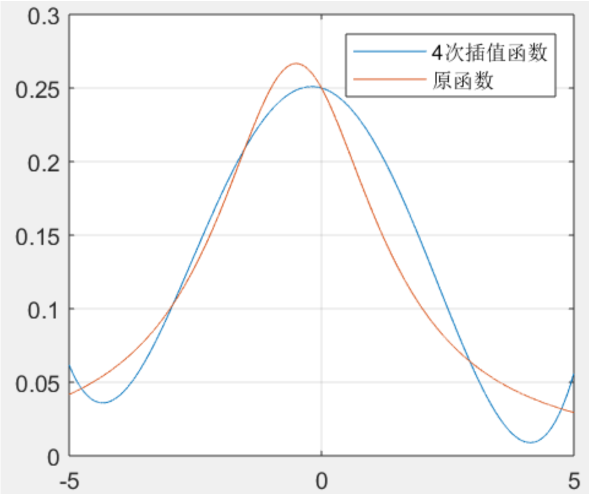


图 5

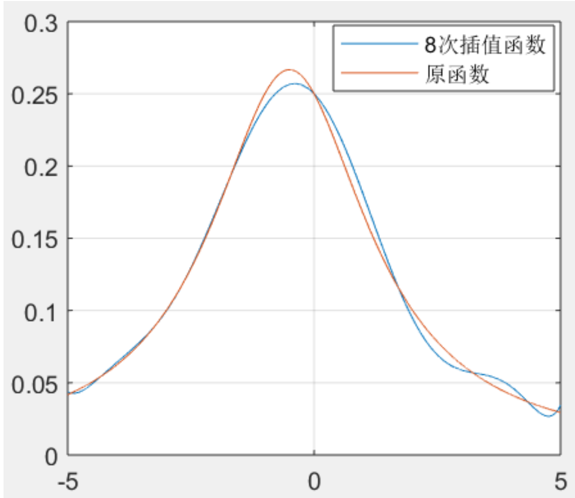
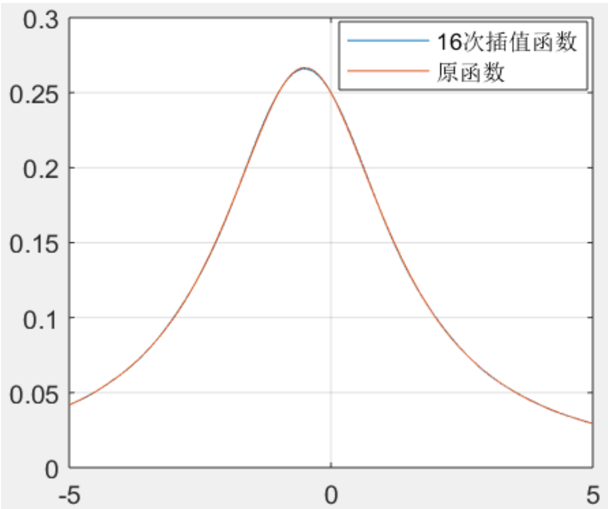


图 6



2. 算法分析

本题采用 matlab 实现 lagrange 插值。

Step1：定义函数 y=1/(4+x+x^2),将其保存在 f.m 文件中；

Step2：定义拉格朗日插值函数 y0 = lagrange(x,y,x0)，将其保存在 lagrange.m 文件中。其中 x 是所有插值点，y 是对应插值点的原函数值，x0 是插值函数自变量。

Step3：建立测试程序，将其保存在 test.m 文件中。根据题目要求选取插值点，将其作为参数传递给 step2 中的函数，得到插值函数。并根据题目要求得到近似误差。

3. 结果分析

1) **当选取相同插值点时，插值次数 N 对误差的影响**

   A. 对于均匀选取的插值点。首先，从最大误差计算结果可见，随着插值函数次数的升高，插值函数与原函数在插值区间内的最大误差逐渐减小；随着插值次数

的升高，插值函数在区间内与原函数在更大范围内更贴合，而插值函数在区间端点附近的波动也越来越大，这导致了最大误差越来越大。所以在用均匀选取插值节点方式构造好插值函数后，为了减小误差，最好舍弃区间端点的值，因为除去端点波动较大值的插值函数与原函数最吻合。

B. 对于题目中非均匀选取的插值点。从最大误差计算结果和 N=4,8,16 时的三幅图象可见，随着插值函数次数的升高，插值函数与原函数在插值区间内的最大误差逐渐减小，区间端点波动也减小。

2) 插值次数 N 相同时，不同的插值点选取方法对结果的影响

对比同一插值次数的两个插值函数的最大误差计算结果，可以看出插值次数相等时，方法 2 插值函数的最大误差大多数都比方法 1 中均匀点插值函数的误差小，而且随插值次数升高其波动程度迅速减小，极好地与原函数的图像重合。

4. 实验结论（小结）

- 均匀选取插值点可以在逼近原函数方面做得比较好，但是存在在区间端点处相对于原函数的波动程度显著增加的问题。
- 不同的选取插值点的方法对插值结果的影响较大，取决于插值点在整个区间的分布，以及覆盖是否完全。
- 在区间中点附近，随着插值次数 N 的增大，越来越精确。