

一.计算方法及结果

1.复化梯形积分，误差(科学计数形式)和误差阶为

[$n=2k$ 为总区间个数， $k=0$ 时，按照区间个数为 1 来计算梯形积分]

$$k=0, e_0= 1.8250e+00,$$

$$k=1, e_1= 2.4548e-01, d_1= \ln(e_0/e_1)/\ln 2=2.0061$$

$$k=2, e_2= 5.6149e-02, d_2= \ln(e_1/e_2)/\ln 2=1.4752$$

$$k=3, e_3= 2.4584e-02, d_3= \ln(e_2/e_3)/\ln 2=0.8259$$

$$k=4, e_4= 1.3757e-02, d_4= \ln(e_3/e_4)/\ln 2=0.5805$$

$$k=5, e_5= 8.7839e-03, d_5= \ln(e_4/e_5)/\ln 2= 0.4487$$

$$k=6, e_6= 6.0921e-03, d_6= \ln(e_5/e_6)/\ln 2= 0.3659$$

$$k=7, e_7= 4.4724e-03, d_7= \ln(e_6/e_7)/\ln 2=0.3091$$

$$k=8, e_8= 3.4225e-03, d_8= \ln(e_7/e_8)/\ln 2=0.2676$$

$$k=9, e_9= 2.7032e-03, d_9= \ln(e_8/e_9)/\ln 2=0.2359$$

$$k=10, e_{10}= 2.1891e-03, d_{10}= \ln(e_9/e_{10})/\ln 2=0.2110$$

$$k=11, e_{11}= 1.8088e-03, d_{11}= \ln(e_{10}/e_{11})/\ln 2=0.1908$$

$$k=12, e_{12}= 1.5197e-03, d_{12}= \ln(e_{11}/e_{12})/\ln 2=0.0015$$

2.复化 Simpson 积分，误差和误差阶为

[$n=2k$ 为总共区间个数， k 为积分区间个数]

$$k=1, e_0= 2.8103e-01,$$

$$k=2, e_1= 6.9609e-03, d_1= \ln(e_0/e_1)/\ln 2=3.6982$$

$$k=3, e_2= 1.2252e-03, d_2= \ln(e_1/e_2)/\ln 2=1.7372$$

$$k=4, e_3= 3.7319e-04, d_3= \ln(e_2/e_3)/\ln 2= 1.1888$$

$$k=5, e_4= 1.5024e-04, d_4= \ln(e_3/e_4)/\ln 2=0.9098$$

$$k=6, e_5= 7.1787e-05, d_5= \ln(e_4/e_5)/\ln 2=0.7386$$

$$k=7, e_6= 3.8534e-05, d_6= \ln(e_5/e_6)/\ln 2=0.6222$$

$$k=8, e_7= 2.2507e-05, d_7= \ln(e_6/e_7)/\ln 2=0.5377$$

$k=9, e_8= 1.4016e-05, d_8= \ln(e_7/e_8)/\ln 2=0.4736$

$k=10, e_9= 9.1800e-06, d_9= \ln(e_8/e_9)/\ln 2=0.4232$

$k=11, e_{10}= 6.2619e-06, d_{10}= \ln(e_9/e_{10})/\ln 2=0.3825$

$k=12, e_{11}= 4.4170e-06, d_{11}= \ln(e_{10}/e_{11})/\ln 2= 0.3490$

二.算法分析

1. 公式的选取

公式即选取复化梯形公式和复化 *simpson* 公式，将区间 $[a,b]$ 等分为 n (n 为偶数)个积分区间，步长 $h=(b-a)/n$ 。

2. 误差的计算

人工计算得到积分准确值，与数值积分得到的结果相减，再取绝对值，从而得到误差。

3. 编程实现的说明

使用 *matlab* 编程实现。按照实验要求，要编写用复化 *Simpson* 积分公式和复化梯形积分公式计算积分的通用程序，故将待积分函数 $f(x)$ 单独列为一个可更改的函数模块，在主程序中调用。主程序中按照公式做一个求和即可。

三.结果分析

1. 对于复化梯形公式和复化 *simpson* 公式进行纵向比较，随着 k 值的增大，即积分区间数的增加，积分的误差逐渐减小，误差阶也逐渐减小。

2. 对于复化梯形公式和复化 *simpson* 公式进行横向比较，对于相同的总区间数 n 值 ($n \geq 2$)，复化 *simpson* 积分的误差要小于复化梯形积分。

3. 由两种积分误差阶的结果可以看出，随着积分区间数的增加，误差会减小但是减小的速率逐渐降低。

四.小结

1. 在区间个数相同的情况下，复化 *simpson* 公式要优于复化梯形公式。

2. 对于两种积分，增加区间个数可以减小误差。

3. 在区间数 n 已经很大时，随着 n 的增大， n 对误差的影响越来越小