Actividades de la unidad IV

1) Sea $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ un endomorfismo cuya matriz asociada es

$$A = \begin{pmatrix} 10 & -18 \\ 6 & -11 \end{pmatrix}$$

Determina si los vectores $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $v = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ son vectores propios de A. En caso afirmativo halla el valor propio asociado.

2) Determine todos los valores propios y vectores propios de los siguientes endomorfismos:

a) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definido por $T(a,b) = (2a - 3b, 3a + b)$

b) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por $T(x,y,z) = (3y - z, 3x - z, 3x - y)$

c) $F: P_3 \rightarrow P_3$ tal que

$$F(a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0) = 3a_3x^2 + 2a_2x + a_1$$

donde P_3 es el espacio de los polinomios de grado menor o igual que 3, con coeficientes reales y en la variable x.

d) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por

$$T(x,y,z) = (-x - 3z, 3x + 2y + 3z, -3x - z)$$

e) $G: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definido por

$$G(x,y,z) = (x + y + z, 2y + z, 2y + 3z)$$

3) Si λ es un valor propio de un endomorfismo f, demuestre que λ^k es un valor propio de f^k para cualquiera que sea $k \in \mathbb{Z}^+$.

4) Sean las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 2 \\ 0 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad N = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$