Actividades de la unidad V

1) Encuentre la matriz C invertible que satisfaga la condición $B = C^{-1}AC$

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) Determine si las matrices dadas son diagonalizables.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 4 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

3) En cada caso determine, si es posible, una matriz invertible P tal que $P^{-1}AP$ sea diagonal.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ b) $A = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ d) $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

4) Verifique que las siguientes matrices son ortogonales

$$A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\sqrt{3}}{2} & \frac{-1}{2} \\ 0 & \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

5) Diagonalice ortogonalmente las matrices dadas. Halle la matriz diagonal D y la matriz ortogonal P

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

6) Halle la forma canónica de Jordan para las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -2 \\ -7 & 6 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -4 & 4 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \ C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \ F = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -3 & -1 & -2 \\ 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

7) Verificar el teorema de Cayley-Hamilton para las siguientes matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

8) Para cada una de las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \ E = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 5 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Calcular, si existe, la matriz inversa usando el teorema de Cayley-Hamilton.

b) Determinar los radios y trazar los círculos de Gershgorin para las matrices dadas. Luego verificar que los valores propios están contenidos en los círculos.