



Capítulo

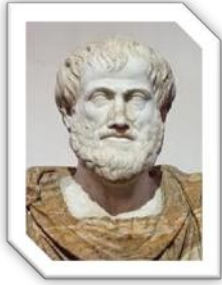
1. Física, Mediciones y Vectores

Contenido:

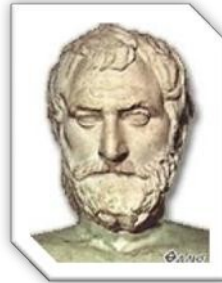
- 1.1. Breve Historia de la Física.
- 1.2. La Física en las ciencias naturales.
- 1.3. Leyes y Cantidades Físicas.
- 1.4. Notación Científica (NC).
- 1.5. Sistemas de Unidades y Medidas.
- 1.6. Prefijos y Conversión de unidades de medidas.
- 1.7. Cifras Significativas (CS) y Redondeo.
- 1.8. Relaciones entre variables.
- 1.9. Cantidades Escalares y Cantidades Vectoriales.
- 1.10. Suma de vectores.

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

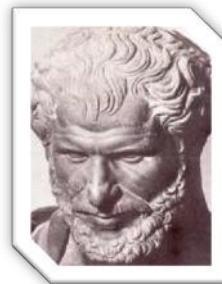
1.1 BREVE HISTORIA DE LA FÍSICA



Aristóteles



Tales de Mileto



Demócrito de
Abdera



Galileo Galilei



Nicolás Copérnico

Desde la antigüedad el hombre se vio interesado en conocer la razón de los sucesos naturales que lo rodean. Debemos recordar que todo lo que rodea al hombre, existiendo de modo independiente de la conciencia humana, se llama **materia**, y los cambios que ésta experimenta se llaman **fenómenos**. En la Grecia antigua se iniciaron las escuelas filosóficas, las cuales estaban constituidas por pensadores interesados en dar respuesta a los fenómenos que se observaban. Con el tiempo los temas de sus conversaciones fueron aumentando, lo que los lleva a un primer punto de especialización, a este punto donde las ramas del saber humano se separan se le denominó **desmembración de las ciencias**. Muchos de los filósofos griegos se interesaron en las ciencias naturales, e hicieron sus aportes al desarrollo de la física. Entre los primeros en tratar de explicar los fenómenos que los rodeaban están Aristóteles, Tales de Mileto y Demócrito de Abdera.

Muchas de las teorías planteadas por los filósofos antiguos no eran totalmente verdaderas, porque estaban muy dominadas por las posibilidades experimentales de la época (que eran muy limitadas). Aunque eran erradas las teorías plasmadas por los primeros observadores de la historia, se mantuvieron consideradas como válidas, por el dominio de la Iglesia, durante casi dos mil años. Esta etapa llamada **oscurantismo** termina en el 1531 cuando **Nicolás Copérnico** (padre de la **astrología moderna**), finaliza su obra fundamental “**De Revolutionibus Orbium Coelestium**” (Sobre el movimiento de las esferas celestiales), aunque no fue publicada hasta después de su muerte.

A finales del siglo XVI Galileo Galilei, quien era catedrático de matemáticas en la universidad de Pisa, fue pionero en el uso de experiencias para validar las teorías de la física. Se interesó en el movimiento de los astros y cuerpos. Usando el plano inclinado descubrió la ley de la inercia de la dinámica, y con el uso de uno de los primeros telescopios observó que Júpiter tenía satélites girando a su alrededor y las manchas solares del sol. Estas observaciones demostraban el modelo heliocéntrico de Nicolás Copérnico, y el hecho de que los cuerpos celestes no son perfectos e inmutables. En la misma época las observaciones Ticho Brahe y los cálculos de Johannes Kepler permitieron establecer las leyes que gobiernan el movimiento de los planetas en el sistema solar.

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

En 1687 (siglo XVII), Sir Isaac Newton publico “**Philosophiae Naturalis Principia Matemática**”, una obra en la que se describen las leyes clásicas de la dinámica conocidas como: Leyes de movimiento de Newton y la Ley de Gravitación universal de Newton. El primer grupo de leyes permitía explicar el movimiento y equilibrio de los cuerpos, haciendo predicciones valederas acerca de estos. La segunda permitía demostrar las leyes de Kepler del movimiento planetario y explicar la gravedad terrestre. El desarrollo por Newton y Leibniz del cálculo matemático, proporcionó las herramientas matemáticas para el desarrollo de la física como ciencias capaz de realizar predicciones concordante con los experimentos. En esa época realizaron sus trabajos en física Sir Robert Hooke y Christian Huygens estudiaron las propiedades básicas de la materia y de la luz.

A partir del siglo XVIII se desarrollaron otras disciplinas, tales como: termodinámica, óptica, mecánica de fluidos, mecánica estadística. En estas se destacaron en la termodinámica Thomas Young, Daniel Bernoulli desarrollo la mecánica estadística, Evangelista Torricelli, entre otros

En el siglo XIX, se producen avances fundamentales en la electricidad y el magnetismo, principalmente con los aportes de Charles – Augustin de Coulomb, Luigi Galvani, Michael Faraday, Georg Simon Ohm. En 1855 James Clerk Maxwell unificó las leyes conocidas sobre el comportamiento de la electricidad y el magnetismo en una sola teoría, con un marco matemático común, a lo que se denominó **electromagnetismo**. Los trabajos de Maxwell en el electromagnetismo se consideran frecuentemente equiparables a los descubrimientos de Newton sobre la gravitación universal, y se resumen con las conocidas **ecuaciones de Maxwell**, un conjunto de cuatro ecuaciones capaces de predecir y explicar todos los fenómenos electromagnéticos clásicos. Una de las predicciones de esta teoría era que la luz es una onda electromagnética. Este descubrimiento de Maxwell proporcionaría la posibilidad del desarrollo de la radio unas décadas más tarde por Heinrich Hertz en 1882.

En 1895 Wilhelm Conrad Röntgen descubrió los rayos x (Rx), ondas electromagnéticas de frecuencia muy alta. Casi simultáneamente Henri Becquerel descubría la radiactividad en 1896. Este campo se desarrollo rápidamente con los trabajos posteriores de Pierre Curie, Marie Curie y muchos otros, dando comienzo a la física nuclear, y al comienzo del estudio de la estructura microscópica de la materia. En 1897 Joseph Jhon Thomson descubre el **electrón**, la partícula elemental asociada a la corriente en los circuitos eléctricos, y en 1904 propuso un modelo del átomo.



Isaac Newton



Robert Hooke

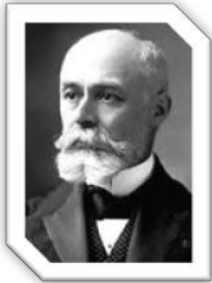
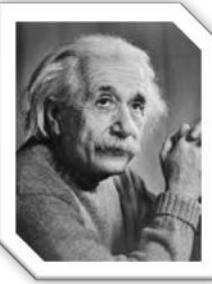
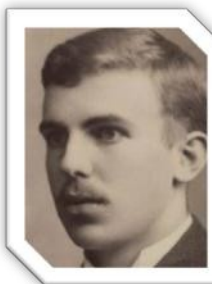


Thomas Young

Wilhelm C
Röntgen

James C Maxwell

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

**Henri Becquerel****Albert Einstein****Ernest Rutherford****Erwin Schrödinger****Paul Dirac**

El siglo XX estuvo marcado por el desarrollo de la Física como ciencia capaz de promover el avance tecnológico. A principios de este siglo los físicos, que consideraban tener una visión casi completa de la naturaleza, se encontraron con experimentos nuevos no explicados por los conceptos conocidos. Por tanto se produjeron dos revoluciones conceptuales de gran impacto: La Teoría de la Relatividad y La Teoría de la Mecánica Cuántica.

Albert Einstein es considerado como el ícono más popular de la ciencia en el siglo XX. En 1905 formuló la Teoría de la Relatividad Especial, en la cual el espacio y el tiempo se unifican en una sola entidad: el espacio-tiempo. La relatividad establece ecuaciones diferentes a las de la mecánica clásica para la transformación de movimientos cuando se observan desde distintos sistemas de referencia inerciales. Ambas teorías (Mecánica Clásica y Relativista) coinciden en sus predicciones cuando el movimiento ocurre a velocidades pequeñas (comparadas con la velocidad de la luz), pero la relatividad aporta predicciones correctas cuando el movimiento ocurre a velocidades grandes (cercas a la velocidad de la luz). Luego, en 1915, Einstein extendió la teoría especial de la relatividad para explicar la gravedad, formulando la Teoría General de la Relatividad, la cual sustituye a la ley de gravitación universal de Newton.

En 1911 Ernest Rutherford dedujo la existencia de un núcleo atómico con cargas eléctricas positivas, realizando experimentos de dispersión de partículas. A los componentes de carga eléctrica positiva del núcleo se les llamó protones. En 1932 Chadwick descubrió los componentes del núcleo que no tienen carga eléctrica, y se les llamó neutrones.

En los primeros años del siglo XX Planck, Einstein, Bohr y otros desarrollaron la “Teoría Cuántica”, a fin de explicar resultados experimentales anómalos sobre la radiación de los cuerpos. En esta teoría los niveles posibles de energía pasan a ser discretos. Luego, en 1925 Werner Heisenberg y en 1926 Erwin Schrödinger y Paul Dirac formularon la “Mecánica Cuántica” para estudiar el movimiento cuando ocurre en dimensiones pequeñas (dentro del átomo). La mecánica cuántica suministró las herramientas teóricas para la física de la materia condensada, la cual estudia el comportamiento de los sólidos y los líquidos incluyendo modelos y fenómenos tales como la estructura cristalina, la semiconductividad y la superconductividad. Entre los pioneros de la materia condensada se incluye a Bloch, el cual desarrolló una descripción mecano – cuántica del comportamiento de los electrones en las estructuras cristalinas (1928).

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Luego, se formuló la **Teoría Cuántica de Campos**, para extender la mecánica cuántica de forma consistente con la Teoría de la Relatividad Especial, logrando su forma moderna a finales de los 40. Gracias a los trabajos de Richard Feynman, Julian Schwinger, Sanjuro Tomonaga y Freeman Dyson, quienes formularon la **Teoría de la electrodinámica cuántica**. Asimismo, esta teoría suministró las bases para el desarrollo de la **Física de Partículas**.



Freeman Dyson

En 1954, Chen Ning Yang y Robert Mills, desarrollan las bases del **modelo estándar de la física de partículas**. Este modelo fue finalizado hacia 1970, y con éste fue posible predecir las propiedades de las partículas no observadas con anterioridad, pero que fueron descubiertas sucesivamente, siendo la última de ellas el **quark top**.



Robert Mills

En los albores del siglo XXI la física sigue enfrentándose a grandes retos, tanto de carácter práctico como teórico. La física teórica (que se ocupa del desarrollo de modelos matemáticos basados en sistemas complejos descritos por sistemas de ecuaciones no lineales) continúa sus intentos de encontrar una teoría física capaz de unificar todas las fuerzas en un único formulismo en lo que sería una teoría del todo. Entre las teorías candidatas debemos citar a la teoría de cuerdas y la teoría de supergravedad. En la física experimental, el gran colisionador de hadrones (que recreó en un tiempo pequeño el big bang) y la fusión nuclear con el proyecto ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) por sus siglas en inglés, (que pretende ser la fuente por excelencia en generación de energía) son proyectos de vanguardia en la física contemporánea. El estudio de las propiedades cuánticas de los materiales (**física de la materia condensada**, antes llamada **física del estado sólido**, desarrollada por Philip Anderson en 1967) ha posibilitado el desarrollo de nuevos materiales con propiedades sorprendentes. La astrofísica (antes llamada Astronomía) estudia el origen, evolución y comportamiento de las estrellas, planetas, galaxias y agujeros negros, nos ofrece una visión del universo con numerosas preguntas abiertas en todos sus frentes. También la biofísica, que trata de las posibilidades de la física en los sistemas vivos (como el combate de células cancerosas con moléculas de plata) está abriendo nuevos campos de investigación en interrelación con otras ciencias como la química, la biología y la medicina.



Chen Ning Yang

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

1.2 LA FISICA EN LAS CIENCIAS NATURALES

Vamos a comenzar este capítulo definiendo algunos conceptos que nos servirán en lo adelante, **Materia** es la realidad objetiva que existe en el universo independientemente de la conciencia humana, más un **Entidad real (o ente real)** es cualquier porción de la materia que podemos estudiar, considerándola separada de lo que la rodea a ella, un **fenómeno** es cualquier cambio que experimenta la materia, la **ciencia** es el conjunto de conocimientos sistematizados que nos permiten deducir principios y leyes generales relativos a su objeto de estudio.

A partir los conceptos antes establecidos definimos como **ciencias naturales** aquellas que se dedican a estudiar los fenómenos de la naturaleza (física, química y biología). Estos fenómenos son estudiados, respectivamente, por la Física, la Química y la Biología. En los fenómenos físicos no ocurren cambios en las que afecten la esencia de las sustancias que intervienen, y si lo hacen, ocurren en el núcleo de los átomos (reacciones nucleares). En los fenómenos químicos los cambios ocurren a nivel de los electrones de los átomos. En los fenómenos biológicos los cambios suceden exclusivamente en los seres vivos.

Son fenómenos **físicos** por ejemplo: el movimiento de un objeto, la deformación de un resorte, la fusión del hielo, el sonido, la emisión y propagación de señales de radio, la separación de la sal y el agua, la transformación del Hidrógeno en Helio (fusión nuclear). Se tienen como ejemplos de fenómenos **químicos**: la combustión, la oxidación, la descomposición del agua en hidrogeno y oxígeno, la descomposición de la sal común en sodio y cloro, la fermentación. Y son ejemplos de fenómenos **biológicos**: la nutrición, la reproducción, el metabolismo, la transmisión de los caracteres hereditarios, la evolución de los seres vivos.

1.3 LEYES Y CANTIDADES DE LA FISICA

La Física expresa los fenómenos que estudia a través de características particulares que asocia a la materia. Estas características se llaman **cantidades físicas** (antes llamadas magnitudes físicas), y con éstas se expresan las leyes físicas y se describen y explican los fenómenos. Por ejemplo, una de las leyes de la física establece que: “La fuerza neta (\vec{F}_{neta}) ejercida sobre un objeto se manifiesta de qué forma que se puede obtener por el producto de su masa (m) y la aceleración (\vec{a}) que experimenta”. El modelo matemático que le corresponde es: $\vec{F}_{neta} = m \cdot \vec{a}$ esta ley se le denomina “**Segunda Ley de Newton**”. Como puedes ver, esta ley establece la relación entre tres cantidades físicas: la masa, la aceleración y la fuerza neta. Otro ejemplo es el movimiento de un objeto, el cual describimos con las cantidades físicas siguientes: posición, desplazamiento, distancia recorrida, intervalo de tiempo, velocidad promedio, velocidad instantánea, aceleración promedio, aceleración instantánea. Se puede apreciar con estos dos ejemplos que las cantidades físicas son el material fundamental que constituye la física.

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

De acuerdo al modo en que se definen, las cantidades físicas se clasifican en dos tipos: **Básicas** (también llamadas “Fundamentales”) y **Derivadas**. Las básicas se definen por convención (acuerdo entre países u organismos) y las derivadas se expresan como combinación de las básicas. Las cantidades físicas se determinan midiéndolas o calculándolas.

De acuerdo al modo en que se expresan sus medidas, las cantidades físicas se clasifican en dos tipos: **Escalares** y **Vectoriales**. A las cantidades físicas se les asocia un símbolo, el cual es una letra mayúscula o minúscula, escrito en cursiva. Si estos símbolos usan una flecha horizontal, entonces estamos indicando que la cantidad física asociada es de carácter **vectorial**, y si no usan la flecha estamos indicando que la cantidad física asociada es de carácter **escalar**. Por ejemplo, para la cantidad física **masa** usamos la letra minúscula “*m*” (note que está escrita en cursiva y sin flecha, por ser una cantidad física escalar), y para la cantidad física **velocidad** usamos la letra minúscula “***v***” (note que está escrita en cursiva y con flecha, por ser una cantidad física vectorial).

1.4 NOTACION CIENTIFICA (NC)

Un número está expresado en notación científica si tiene la forma siguiente: “ $A \times 10^E$ ”. Se le llama **coeficiente** a la parte “*A*” y donde 10^E es la potencia de base 10, cuyo **exponente** es “*E*”. El coeficiente consta de 1 solo dígito entero y (por lo general) de 2 decimales. El dígito entero de “*A*” no puede ser igual a cero, por tanto está entre 1 y 9. De su lado, el exponente “*E*” es cualquier número entero, positivo o negativo.

Ejemplos 1.1

- a. 2.96×10^8 **está** indicado en NC
- b. 0.69×10^{20} **no está** indicado en NC.
- c. 5.68×10^{-3} **está** indicado en NC
- d. 25.8×10^6 **no está** indicado en NC

La NC se usa para escribir de forma abreviada un número muy grande o muy pequeño. Para expresar un número en NC tenemos que correr el punto decimal, hacia la izquierda o hacia la derecha, hasta tener un solo dígito entero diferente de cero. **Si corremos el punto decimal hacia la izquierda, entonces el exponente es positivo** (si corremos el punto decimal un lugar hacia la izquierda multiplicamos el resultado por 10, si lo corremos dos lugares multiplicamos por 10^2 y así sucesivamente). **Si corremos el punto decimal hacia la derecha, entonces el exponente es negativo** (si corremos el punto decimal un lugar hacia la derecha multiplicamos por 10^{-1} , si lo corremos dos lugares multiplicamos por 10^{-2} y así sucesivamente).

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Ejemplos 1.2

- el número 735489 se escribe así en NC: 7.35×10^5 . Observe que, en el coeficiente, hemos seleccionado un solo dígito entero diferente de cero (el 7), y a su lado seleccionamos 2 decimales (3 y 5). Además se ha multiplicado por 10 elevado al exponente + 5 (porque se ha corrido el punto decimal 5 lugares hacia la izquierda)
- el número 0.0045612 se escribe así en NC: 4.56×10^{-3} . Observe que hemos seleccionado un solo dígito entero diferente de cero (el 4) y a su lado seleccionamos 2 decimales (5 y 6). Además se ha multiplicado por 10 elevado al exponente -3 (porque se ha corrido el punto decimal 3 lugares hacia la derecha)
- el número 0.69×10^{20} que **no está** indicado en NC, lo expresamos correctamente en NC así:
 $6.9 \times 10^{20-1} = 6.9 \times 10^{19}$
- el número 25.8×10^6 que **no está** indicado en NC, lo expresamos correctamente en NC así:
 $2.58 \times 10^{6+1} = 2.58 \times 10^7$

➤ OPERACIONES MATEMATICAS CON NOTACION CIENTIFICA

• Suma y/o Resta

La forma de proceder en la suma (o resta) en notación científica (NC) depende de si los exponentes son iguales o diferentes.

- Si los exponentes son iguales**, se suman (o restan) los coeficientes, y al resultado se le multiplica por la potencia de 10.

Es decir:

$$(A \times 10^E) + (B \times 10^E) = (A + B) \times 10^E$$

Ejemplo 1.3

$$(5 \times 10^4) + (2 \times 10^4) = (5 + 2) \times 10^4 = \underline{\underline{7 \times 10^4}}$$

- Si los exponentes son diferentes**, se igualan los exponentes, y luego se procede como en el caso anterior.

Es decir:

$$(A \times 10^E) + (B \times 10^F)$$

- Para igualar los exponentes, se mueve el punto decimal de una de las cantidades a la derecha (restando en el exponente); o a la izquierda (sumando en el exponente), hasta que el exponente de esta cantidad sea igual al de la otra cantidad.

$$(A \times 10^E) + (B \times 10^{F \pm n}) = (A + B) \times 10^E$$

Donde “n” es el número de lugares que se movió el punto decimal.

Ejemplo 1.4

$$(5 \times 10^5) - (2 \times 10^4)$$

- Si lo hacemos igualando los exponentes a 4. Movemos el punto decimal de la cantidad de exponente 5, un lugar a la derecha y restamos uno en el exponente, entonces tenemos:

$$(50 \times 10^4) - (2 \times 10^4) = 48 \times 10^4$$

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Expresándolo correctamente en notación científica, el resultado es: 4.8×10^5

- Si lo hacemos igualando los exponentes a 5. Movemos el punto decimal de la cantidad de exponente 4, un lugar a la izquierda y sumamos uno al exponente, entonces tenemos:

$$(5 \times 10^5) - (0.2 \times 10^5) = \underline{\underline{4.8 \times 10^5}}$$

Observe que es ventajoso igualar los exponentes al mayor de ellos, porque el resultado final nos queda expresado en NC.

• Multiplicación

Al multiplicar dos números en NC debemos multiplicar los coeficientes, y sumar los exponentes de las potencias de 10.

Es decir:

$$(A \times 10^E)(B \times 10^F) = (A)(B) \times 10^{E+F}$$

Ejemplo 1.5

$$(5 \times 10^4)(3 \times 10^2) = (5)(3) \times 10^{4+2} = 15 \times 10^6 = \underline{\underline{1.5 \times 10^7}}$$

• División

Al dividir dos números en NC debemos dividir los coeficientes, y restar los exponentes de las potencias de 10.

Es decir:

$$\frac{(A \times 10^E)}{(B \times 10^F)} = \left(\frac{A}{B}\right) \times 10^{E-F}$$

Ejemplo 1.6

$$\frac{(5 \times 10^6)}{(2 \times 10^2)} = \left(\frac{5}{2}\right) \times 10^{6-2} = \underline{\underline{2.5 \times 10^4}}$$

• Potenciación

Al elevar un número a una potencia, utilizando NC, debemos elevar el coeficiente a la potencia y multiplicar el exponente por la potencia.

Es decir:

$$(A \times 10^E)^F = (A)^F \times 10^{(E)(F)}$$

Ejemplo 1.7

$$(5 \times 10^4)^3 = (5)^3 \times 10^{(5)(3)} = 125 \times 10^{15} = \underline{\underline{1.25 \times 10^{17}}}$$

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

- **Radicación**

- Al extraer la raíz de un número en NC debemos obtener la raíz del coeficiente, y luego dividir el exponente entre el índice del radical.

Es decir:

$$\sqrt[n]{(A \times 10^E)} = \sqrt[n]{A} \times 10^{\left(\frac{E}{n}\right)}$$

Donde **n** es el índice del radical

Ejemplo 1.8

$$\sqrt{(4 \times 10^8)} = \sqrt{4} \times 10^{8/2} = \underline{\underline{2 \times 10^4}}$$

- Si el exponente de la potencia de 10 **no es divisible exactamente** por el índice “**n**” de la raíz, entonces debemos mover el punto decimal, a la derecha (restando en el exponente) o a la izquierda (sumando en el exponente), hasta que el exponente de la potencia de 10 sea divisible exactamente por el índice **n** de la raíz. Luego se procede como en el caso anterior.

Es decir:

$$\sqrt[n]{(A \times 10^E)}$$

Si $\left(\frac{E}{n}\right)$ no es entero entonces movemos el punto decimal a la derecha o la izquierda, hasta que $\left(\frac{E \pm x}{n}\right)$ sea un entero. Luego se procede como se indico anteriormente.

Donde “**x**” es el numero de lugares que se movió el punto decimal.

Ejemplo 1.9

a. $\sqrt{3.6 \times 10^5} = \sqrt{36 \times 10^4} = \sqrt{36} \times 10^{4/2} = 6.0 \times 10^2$

b. $\sqrt{3.6 \times 10^5} = \sqrt{0.36 \times 10^6} = \sqrt{0.36} \times 10^{6/2} = 0.60 \times 10^3 = 6.0 \times 10^2$

1.5 SISTEMAS DE UNIDADES DE MEDIDA

Medir es un proceso, basado en comparación, que nos permite determinar el valor de una cantidad física asociada a un ente real.

El resultado de medir, expresado cuantitativamente, se llama **medida**, y consta de 2 partes: números y unidad de medida.

Ejemplo 1.10

a) “4.23 kg” (el número es 4.23, y la unidad de medida es kg)

b) “5.50 m/s horizontal-derecha” (el número es 5.50, la unidad de medida es m/s, mientras que horizontal-derecha indica dirección y sentido, por ser vectorial)

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

La acción de medir se hace usando un **equipo de medida**, el cual es todo dispositivo que se interpone entre la persona que mide y el ente cuya cantidad física se está midiendo. El equipo de medida puede tener divisiones o marcas en una escala (equipo de medida **análogo**) o puede mostrar una información numérica en una pantalla (equipo de medida **digital**). En los equipos de medir digitales estamos limitados a la cantidad de dígitos que éstos nos muestren en la pantalla. Por el contrario, en los equipos análogos, podemos ir agregando divisiones (aunque necesitemos lupas para poder observar las divisiones) y así acercarnos infinitamente al valor verdadero de la medición. Dicho de otro modo, mientras más divisiones podamos colocar en la escala, mas dígitos podremos asignar al resultado de nuestra medición.



Una **unidad de medida** es el patrón que usamos para cuantificar una cantidad física, y como su nombre lo indica, le asignamos un **valor unitario**. A cada unidad de medida se le asocia un símbolo, el cual es una letra mayúscula o minúscula, escrito en redonda. Por ejemplo, para el **gramo** (unidad de medida de masa) usamos la letra minúscula “g” (note que está escrita en redonda), y para el **segundo** (unidad de medida de tiempo) usamos la letra minúscula “s” (note que está escrita en redonda).

Si agrupamos una unidad de medida para cada cantidad física estamos estableciendo un **Sistema de Unidades de Medida**. Por ejemplo, la siguiente agrupación de unidades de medida corresponde al **Sistema Internacional de Unidades de Medida (SI)**:

Hay más de una unidad de medida para cada cantidad física. Por ejemplo, la masa puede ser expresada en gramo, en kilogramo, en slug. La longitud puede medirse en metro, pie, yarda, pulgada, milla. A partir de este hecho se deduce que existen varios Sistemas de Unidades. Por ejemplo, además del SI, tenemos el **cegesimal**, el **inglés**. En este libro, salvo algunas excepciones, se preferirá el uso del Sistema Internacional (SI).

Tabla 1

Cantidad Física	Unidad de Medida
Longitud (<i>l</i>)	Metro (m)
Masa (<i>m</i>)	Kilogramo (kg)
Tiempo (<i>t</i>)	Segundo (s)

Nota: observe que los símbolos de las cantidades físicas están escrita en **cursiva**, mientras que las unidades se indican en **redonda**.

Muchas unidades de medida tienen un nombre (gramo, ampere, volt, watt, joule), mientras que otras no lo tienen (m/s, Nm, g/cm³). A estas últimas se les llama según la combinación de las unidades que le dan origen. Por ejemplo, la unidad de medida de velocidad en el SI es “m/s”.

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

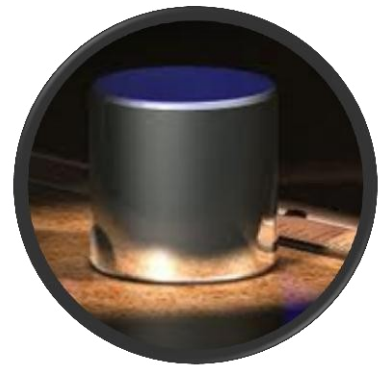
Algunas reglas que debemos cumplir al expresar medidas son las siguientes:

- Se debe respetar el símbolo. Por ejemplo, es correcto “32.4 g” y no “32.4 gr”, ni “32.4 grs”
- Se debe usar el símbolo de la unidad de medida y no el nombre de la unidad de medida. Por ejemplo: es correcto “3.22 km” y no “3.22 kilometro”
- Los símbolos no deben pluralizarse. Por ejemplo, es correcto “500 m” y no “500 mts”

El 20 de mayo de 1875 se realizó la primera reunión internacional para crear un sistema único de unidades de medida, creando el BIPM (Buró Internacional de Pesas y Medidas) cuyas oficinas principales están en Francia. Este organismo realiza, cada 4 años, una CGPM (Conferencia General de Pesas y Medidas). En las CGPM se discuten temas propios de la metrología y se logran acuerdos de importancia para toda la comunidad científica.

Según el SI, las siete cantidades físicas básicas y sus correspondientes unidades de medida son:

- ✓ **Longitud (metro: “m”).** Establecida en la 17^{va} Convención General de Pesos y Medidas (CGPM) en 1983, se define como “la distancia que viaja la luz, en el vacío, durante un intervalo de tiempo de $1/299792458$ s”.
- ✓ **Masa (kilogramo: “kg”).** Establecida en la 3^{ra} CGPM en 1901, se define como “la masa del prototipo cilíndrico, de 39 mm de alto, 39 mm de diámetro, hecho de aleación 90% Platino y 10% Iridio, que se conserva en el BIPM”.
- ✓ **Tiempo (segundo: “s”).** Establecida en la 13^{ava} CGPM en 1967, se define como “la duración de 9192631770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado base del átomo de Cesio 133”.
- ✓ **Temperatura termodinámica (Kelvin: “K”).** Establecida en la 13^{va} CGPM en 1967, se define como “la fracción de $1/273.16$ de la temperatura termodinámica del punto triple del agua”.
- ✓ **Intensidad Luminosa (candela: “cd”).** Establecida en la 16^{ava} CGPM en 1979, se define como “la intensidad luminosa, en una dirección dada, de una fuente que emite radiación monocromática de frecuencia 540×10^{12} Hz y que tiene una intensidad radiante en dicha dirección de $1/683$ Watt por cada steradian”.
- ✓ **Corriente Eléctrica (Ampere: “A”).** Establecida en la 9^{na} CGPM en 1948, se define como “la corriente constante que, si se mantiene en dos conductores paralelos de longitud infinita, de sección transversal despreciable, separados un metro, en el vacío, produce entre dichos conductores una fuerza de 2×10^{-2} N por cada metro de longitud”.
- ✓ **Cantidad de sustancia (mol: “mol”).** Establecida en la 14^{va} CGPM en 1971, se define como “la cantidad de sustancia de un sistema que contiene tantos entes elementales como átomos hay en 0.012 kg de Carbono 12”.



** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Algunas cantidades físicas derivadas, y sus correspondientes unidades de medida son:

- ✓ **Fuerza (Newton: “N”),** “es la fuerza que, aplicada a una masa de 1 kg, le imparte una aceleración de 1 m/s^2 ”
- ✓ **Presión (Pascal: “Pa”),** “es la presión ejercida por una fuerza de 1 N sobre un área de 1 m^2 ”
- ✓ **Energía, Trabajo, Calor (Joule: “J”),** “es el trabajo realizado por una fuerza de 1 N sobre un punto que se desplaza 1 m en la dirección de la fuerza”
- ✓ **Potencia (Watt: “W”),** “es la potencia desarrollada por 1 J en 1 s”
- ✓ **Carga eléctrica (Coulomb: “C”),** “es la cantidad de electricidad transportada por una corriente de 1 A en 1 s”
- ✓ **Diferencia de potencial eléctrico (Volt: “V”),** “es la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de un conductor, que transporta una corriente de 1 A, siendo la potencia disipada de 1 W”
- ✓ **Capacitancia (Faradio: “F”),** “es la capacitancia de un capacitor cuando la diferencia de potencial es 1 V, siendo la carga acumulada de 1 C”
- ✓ **Resistencia eléctrica (Ohm: “Ω”),** “es la resistencia eléctrica entre dos puntos de un conductor, siendo la diferencia de potencial entre dichos puntos de 1 V y la corriente de 1 A”

1.6 PREFIJOS Y CONVERSION DE UNIDADES DE MEDIDA

Un **prefijo de unidad de medida** es un símbolo que se antepone a una unidad de medida para indicar un múltiplo o submúltiplo (de base 10) de ésta. Como se indica en la tabla 1.2.

Ejemplo 1.11

- a) $5 \text{ km} = 5 \times 10^3 \text{ m} = 5000 \text{ m}$
- b) $6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.06 \text{ m}$.
- c) $1 \text{ kg} = 1(10^3) \text{ g} = 1 \times 10^3 \text{ g}$
- d) $100 \text{ cm} = 100 (10^{-2}) \text{ m} = 1.00 \text{ m}$
- e) $1.0 \text{ m L} = 1.0 (10^{-3}) \text{ m} = 1.0 \times 10^{-3} \text{ L}$
- f) $101.1 \text{ MHz} = 101.1 (10^6) \text{ Hz} = 1.011 \times 10^8 \text{ Hz}$
- g) $180 \text{ GW} = 180 (10^9) \text{ W} = 1.80 \times 10^{11} \text{ W}$

Tabla 1.2

Prefijos

Múltiplo de 10	Submúltiplo de 10
Deka = 10	deci = $0.1 = 10^{-1}$
Hecto = $100 = 10^2$	centi = $0.01 = 10^{-2}$
Kilo = $1000 = 10^3$	mili = $0.001 = 10^{-3}$
Mega = $1000,000 = 10^6$	micro = $0.000001 = 10^{-6}$
Giga = $1000,000,000 = 10^9$	nano = $0.000000001 = 10^{-9}$
Tera = $1000,000,000,000 = 10^{12}$	pico = $0.000000000001 = 10^{-12}$

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

➤ CONVERSION DE UNIDADES DE MEDIDA

Cuando vayamos a realizar cálculos en los que intervienen cantidades indicadas con unidades de varios sistemas de medidas, es necesario expresarlas en el mismo sistema de medida (el sistema de medida en el cual vamos a trabajar). Si tenemos una cantidad inicialmente con unidades de un sistema de medida, y luego la expresamos con unidades de otro sistema, realmente lo que hacemos es una **conversión de unidades**. Durante este proceso sustituimos las unidades del sistema que no vamos a utilizar (sistema original) por su equivalente en el sistema que queremos, a la equivalencia de las unidades de dos sistemas se le denominan **factores de conversión** (ver tabla 1.3).

Es importante destacar que sólo podemos convertir unidades que pertenezcan a la misma cantidad física. Por lo general, las unidades de una cantidad física derivada pertenecen al mismo sistema de unidades.

A menos que se le indique lo contrario, cuando calcule o mida una cantidad debe dejarla expresada en términos de unidades del mismo sistema.

Nota:

Solo podemos convertir unidades que pertenecen a la misma cantidad física.

Es decir:

- Puedo convertir de metro a centímetro, pero no de metro a kilogramo.
- Puedo convertir de kilogramo a gramo y viceversa, pero no de kilogramo a segundo
- Etc.

Es muy importante resaltar que, al realizar una conversión de unidades se debe mantener el número de cifras significativas. En los casos necesarios nos auxiliamos de la notación científica.

Ejemplo 1.12

Haciendo uso de las tablas 1.2 y 1.3, realizaremos las siguientes conversiones de unidades.

- a) 1.50 yarda a m

Una yarda es una unidad de longitud inglesa equivalente a 3 pie, por tanto tenemos:

$$1.50 \text{ yarda} = 1.50 (3 \text{ pie}) = 4.50 \text{ pie}$$

Usando la tabla 1.3 tenemos que 1 pie = 0.3048 m, entonces:

$$1.50 \text{ yarda} = 4.50 \text{ pie} = (4.50 \text{ pie}) \left(0.3048 \frac{\text{m}}{\text{pie}}\right) = \underline{\underline{1.37 \text{ m}}}$$

- b) $980 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ a $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

De la tabla 1.3 tenemos que 1 cm es 10^{-2} m, entonces:

$$980 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = \left(980 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}\right) \left(10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{cm}}\right) = 9.80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- c) 1×10^5 dina a N

Newton es la unidad de fuerza en el S.I y la dina es la unidad de fuerza en el sistema cgs.

1 dina = 10^{-5} N, entonces tenemos:

$$1 \times 10^5 \text{ dina} = (1 \times 10^5 \text{ dina}) \left(10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{dina}}\right) = 1 \times 10^{5-5} \text{ N} = 1 \times 10^0 \text{ N} = \underline{\underline{1 \text{ N}}}$$

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Tabla 1.3
Factores de Conversión de Unidades

Longitud

Unidades	centímetro	metro	pulgada	pie	Milla
cm	1	0.01	0.3937	0.03281	6.214×10^{-6}
m	100	1	39.37	3.281	6.214×10^{-4}
plg	2.54	2.54×10^{-2}	1	8.33×10^{-2}	1.578×10^{-5}
pie	30.48	0.3048	12	1	1.894×10^{-4}
milla	1.609×10^5	1609	6.336×10^4	5280	1

Area

	cm ²	m ²	plg ²	pie ²
cm ²	1	10^{-4}	0.155	1.076×10^{-3}
m ²	10^4	1	1550	10.76
plg ²	6.452×10^{-8}	6.452×10^{-4}	1	6.944×10^{-3}
pie ²	9.29×10^{-6}	9.29×10^{-2}	144	1

Volumen

	cm ³	m ³	litro	pie ³	plg ³
cm ³	1	10^{-6}	10^{-3}	3.531×10^{-5}	6.102×10^{-2}
m ³	10^6	1	1000	35.31	6.102×10^4
Lit.	10^3	10^{-3}	1	3.531×10^{-2}	61.02
pie ³	2.832×10^4	2.832×10^{-2}	28.32	1	1728
plg ³	16.39	1.639×10^{-5}	1.639×10^{-2}	5.787×10^{-4}	1

1 galón US = 8 pintas = 128 onzas fluidas = 231 plg³ = 3.7854 litros

1 galón imperial británico = 1.201 galón US

Masa

	kilogramo	slug	*onza	*libra	*tonelada
1 kg	1	6.852×10^{-2}	35.27	2.205	1.102×10^{-3}
1 slug	14.59	1	514.8	32.17	1.609×10^{-2}
*1 onza	2.835×10^{-2}	1.943×10^{-3}	1	6.25×10^{-2}	3.125×10^{-5}
*1 lb	0.4536	3.108×10^{-2}	16	1	5×10^{-4}
*1 ton	907.2	62.15	3.2×10^4	2×10^3	1

*NOTA: la onza, la libra y la tonelada son unidades de fuerza, pero es muy común que se usen como unidades de masa, y por tal razón se incluyen aquí.

Tiempo

	año	Día	hora	minuto	Segundo
1 año	1	365.25	8.766×10^3	5.259×10^5	3.156×10^7
1 día	2.738×10^{-3}	1	24	1440	8.640×10^4
1 hora	1.141×10^{-4}	4.167×10^{-2}	1	60	3600
1 minuto	1.901×10^{-6}	6.944×10^{-4}	1.667×10^{-2}	1	60
1 segundo	3.169×10^{-8}	1.157×10^{-5}	2.778×10^{-4}	1.667×10^{-2}	1

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

1.7 CIFRAS SIGNIFICATIVAS (CS)

Como ya vimos antes “mientras más divisiones podamos colocar en la escala de un equipo de medida, más dígitos podremos asignar al resultado de nuestra medición”. Podemos deducir entonces que, si dos personas miden la misma cantidad física en una misma entidad, pero usan distintos equipos de medida, podrían tener medidas con distinta cantidad de dígitos. Además, si recibimos una medida que haya tomado otra persona, podríamos tener la duda de si dicha persona colocó la cantidad de dígitos que corresponden al equipo de medida.

Para resolver estas cuestiones se crea el concepto de cifras significativas en una medida. La definición clásica de **cifras significativas (CS)** establece que:

“Son cifras significativas en una medida todos los dígitos que nos permite apreciar el equipo de medida, más un dígito que aporta la persona que realiza la medición, según su apreciación”.

Esta definición no es aplicable cuando usamos un equipo de medida digital, porque no podemos añadir ningún dígito según nuestra apreciación. Además, esta definición implica que tenemos el equipo de medida a la mano.

Para el caso en que el equipo de medida sea digital, o no tengamos el equipo de medida a la mano, debemos cambiar esta definición e introducir la definición operativa de **cifras significativas (CS)**, la cual establece:

“son cifras significativas en una medida, todos los dígitos diferentes de cero, los cero que están entre dígitos diferentes de cero (sándwich) y los cero a la derecha de un dígito diferente de cero”.

Nota:

- Las cifras significativas se cuentan de izquierda a derecha.
- Solo se cuentan como cifras significativas a las cifras que componen una medición.
- Si la medida esta expresada en notación científica, las cifras de la potencia de diez no son significativas.
- Las cifras cuyo valor sea cero, contarán como cifras significativas cuando se encuentren a la derecha de otra cifra que sea significativa.

Ejemplo 1.13

¿Cuántas cifras significativas hay en cada una de las cantidades siguientes? ¿Por qué?

- 0.0058 kg \Rightarrow tiene 2 CS (las cifras ocupadas por el 5 y el 8 son significativas, las cifras ocupadas por el cero no cuentan como cifras significativas ya que no están ni a la derecha de una cifra significativa, ni entre dos cifras significativas)
- 500.04 volt \Rightarrow tiene 5 CS (las cifras ocupadas por el 5 y el 4 son significativas y las cifras ocupadas por el cero se encuentran en dos cifras significativas)
- 50.8 \Rightarrow Esta no posee unidades de medidas, por tanto no es una medición y no tiene CS
- 3.04×10^8 m \Rightarrow tiene 3 CS (recuerde que en NC, se cuentan las CS al coeficiente)

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

➤ REDONDEO

Se llama **redondeo** a la acción de reducir el número de dígitos de una cantidad a hasta un número de dígito predeterminado.

Para hacer esto primero se decide a cuantas cifras se redondeará la cantidad, para determinar el lugar del dígito que se eliminará, y con él todos los de su derecha. Luego se aplican el criterio de lugar.

Criterios de Redondeo:

- Si el dígito a eliminar es mayor de 5 se le sumará un 1 al dígito de la izquierda.
- Si el dígito a eliminar es menor de 5 no se afecta el de la izquierda.
- Si el dígito a la izquierda del que será eliminado es par, no se altera.
- Cuando al redondear se le suma uno al dígito de la izquierda del dígito a eliminar decimos que hemos redondeado por exceso.

Ejemplos 1.14

Redondee las siguientes cantidades, tal como se le indica.

- 7.1528 cm redondeado a 3 CS.
 - Debemos mantener las 3 primeras cifras significativas; se elimina el 2, que es menor que 5. Entonces tenemos: 7.15 cm
- 7.1528 cm redondeado a 2 CS.
 - Debemos mantener las dos primeras cifras significativas; se elimina 5, entonces al 1 que está a su izquierda y que es impar, se le suma 1. Entonces tenemos: 7.2 cm
- 7.1528 cm redondeado a 1 CS.
 - Mantendremos la primera CS; se elimina 1 que es menor que 5. Entonces tenemos: 7 cm
- 4.03 ohm redondeado a 1 decimal.
 - Mantendremos hasta el primer decimal; se elimina 3 que es menor que 5. Nos queda 4.0 ohm
- 1.635 plg redondeado a 2 decimales.
 - Mantendremos hasta el segundo decimal; se elimina 5, entonces al 3 que está a su izquierda, que es impar, se le suma 1. Nos queda 1.64 plg
- 40693 kg redondeado a 3 CS.
 - Primero expresamos la cantidad en notación científica, tal que: 4.0693×10^4 kg
 - Debemos mantener las tres primeras cifras, se elimina 9 que es mayor que 5, y como el seis que le queda a la izquierda es par se queda igual. Nos queda 4.06×10^4 kg
- 40693 kg redondeado a 2 CS.
 - Primero expresamos la cantidad en notación científica, tal que: 4.07×10^4 kg
 - Debemos mantener las dos primeras cifras, se elimina 6 que es mayor que 5 y se suma uno a la cifra de la izquierda. Nos queda 4.1×10^4 kg

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

➤ **OPERACIONES MATEMATICAS CON MEDIDAS TOMANDO EN CUENTA LAS CIFRAS SIGNIFICATIVAS (CS)**

• **Suma y/o Resta:**

$$\Sigma M_i = M_1 + M_2 + \dots + M_n = M_R$$

Donde:

- Σ es el símbolo de sumatoria (e indica suma algebraica)
- Las M_i son las medidas sumando
- M_R es la medida resultado

Ejemplo 1.15

Realice las operaciones indicadas considerando las cifras significativas.

- a) $5.32 \text{ kg} + 34.809 \text{ kg} + 8.6 \text{ kg} = 48.729 \text{ kg}$
- Entre las cantidades sumando, la que menos decimales tienes es 8.6 kg, que solo tiene un lugar decima.
 - Entonces: $M_R = 48.7 \text{ kg}$
- b) $6.1328 \times (5.15 \text{ plg}) = 31.58392 \text{ plg}$
- Note que el primer factor carece de unidades de medida, por tal razón no es una medición y sus cifras no son significativas.
 - Entonces, el resultado de corresponder con 5.15 plg, y tenemos: $M_R = 31.58 \text{ plg}$
- c) $5.2 \text{ amp} \div 0.378 = 13.7566 \text{ amp}$
- Note que el divisor no es una medición, por tal razón el resultado corresponderá con 5.2 amp.
 - Entonces: $M_R = 13.8 \text{ amp}$

Regla:

El resultado (M_R) tendrá igual número de lugares decimales que la cantidad (M_i) de la operación que menos decimales tenga.

- ✓ Con esta regla se garantiza que el resultado corresponda con el instrumento que se utilizó para tomar las medidas, y que no tenga menos poder de discriminación (menor número de divisiones).
- ✓ Esta regla se aplica por igual a la suma y a la resta, ya que solo es aplicable a entes de la misma naturaleza.
- ✓ Si se multiplicara o se dividiera una medición (M_i) por un número (A), el resultado tendrá igual cantidad de decimales que la medición.

• **Multiplicación y División**

$$\Pi M_i = M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n = M_R$$

Donde:

- Π es el símbolo de multiplicatoria
- Las M_i son las medidas factores
- M_R es la medida resultado

Regla:

El resultado (M_R) tendrá igual número de cifras significativas que la cantidad (M_i) de la operación que menos cifras tenga.

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Ejemplo 1.15

Realice las operaciones indicadas considerando las cifras significativas.

a) $3.96 \text{ m} \times 25.78 \text{ m} = 102.0888 \text{ m}^2$

- La medición que menos CS tiene corresponde al primer factor que tiene 3 CS.
- Entonces mantendremos las tres primeras cifras:
 $M_R = 102 \text{ m}^2$

b) $\left(60 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right) \div (31.2 \text{ h}) = 1.923 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}$

- La medición que menos CS tiene corresponde al dividendo que tiene 2 CS.
- Entonces mantendremos las dos primeras cifras: $M_R = 1.9 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}$

c) $13 (8.5 \text{ m}) \times \frac{350.0 \text{ m}^2}{6.00 \text{ min}} = 6445.83333 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$

- La medición que menos CS tiene corresponde al primer factor que tiene 2 CS.
- Entonces expresamos en notación científica y tenemos: $M_R = 6.4 \times 10^3 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}$

✓ Esta regla se aplica tanto a la división y a la multiplicación, que la división se puede escribir una multiplicación

✓ Las mediciones que intervienen no tienen por obligación, las mismas unidades de medida, porque estas operaciones se definen entre cantidades de igual o distinta naturaleza.

• Potenciación y Radicación

✓ Potenciación: $M^E = M_R$,

✓ Radicación: $\sqrt{M} = M_R$

Donde:

- M es la medida del cálculo
- M_R es la medida resultado

Ejemplos 1.16

• Potenciación: $(8.5 \text{ m})^3 = 614.125 \text{ m}^3$

- La cantidad base tiene dos cifras significativas, entonces debemos expresar el resultado en notación científica.
- Nos queda: $M_R = 6.1 \times 10^2 \text{ m}^3$

• Radicación: $\sqrt{400 \text{ m}^2} = 20 \text{ m}$

- La cantidad base tiene tres cifras significativas, entonces el resultado es: $M_R = 20.0 \text{ m}$

Regla:

El resultado (M_R) tendrá igual número de cifras significativas que la cantidad (M) de la operación.

✓ Esta regla garantiza que el resultado corresponda con el instrumento de medida utilizado.

✓ En caso que en la cantidad base, se indique otra operación (multiplicación, división, suma o resta) se realizará esta operación, y luego se aplica esta regla.

** Las imágenes fueron seleccionadas de la galería de imágenes de google.

1.8 RELACIONES ENTRE VARIABLES

Se denomina **función** a la regla o ley que asigna a cada elemento de un conjunto A, al menos, un elemento correspondiente en otro conjunto B. Por ejemplo, si dos conjuntos cuyos elementos se relacionan uno a uno como se muestra en la tabla, entonces podemos decir que la función entre A y B es la siguiente: “B es el doble de A”, la cual se puede representar en forma matemática “**B = 2A**”

Tabla 1.4

A	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
B	2.0	4.0	6.0	8.0	10

$$\mathbf{B = 2A}$$

Si en un intervalo los elementos de un conjunto van cambiando decimos que son **variables**, de lo contrario (si no cambian) decimos que son **constantes**. Las funciones no necesariamente son sencillas (como el ejemplo anterior). Estas dependen del tipo de correspondencia que existe entre los elementos de los conjuntos dados. Si denotamos a la variable del segundo conjunto con la letra “y” y a la variable del primer conjunto con la letra “x”, decimos que: “y es una función de x”. En este caso decimos que hay una **función de 1 sola variable**, y se escribe indica: $y = f(x)$

A “x” se le llama **variable independiente** (VI) y a “y” **variable dependiente** (VD). Al conjunto de valores que puede tomar “x” se le llama **dominio** y al que puede tomar “y” se le llama **rango**.

Puede ocurrir que tengamos una función más compleja, en la cual los elementos de un conjunto que llamamos “z” dependan de los elementos de dos conjuntos “x” y “y”. En este caso decimos que hay una **función de 2 variables** y esto se indica: $z = f(x, y)$

Si la dependencia fuera de los elementos de 3 conjuntos, diríamos que hay una **función de 3 variables**, y esto se indica: $z = f(x, y, w)$

- **Proporcionalidad Directa:**

Se designa como **proporcionalidad directa** a la función en la cual el cociente (o razón) de los valores correspondientes a dos variables “x” y “y” es una constante.

De lo anterior se deduce que la expresión matemática de este tipo de relación es:

$$\frac{y}{x} = k$$

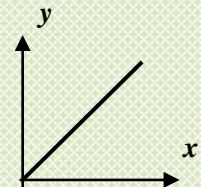
A la constante “k” se le denomina **constante de proporcionalidad** y no es más que la razón a la que cambia “y” con respecto a “x”.

La gráfica de esta función es una línea recta inclinada subiendo hacia la derecha que pasa por el origen.

✓ Si dos variables “x” y “y”, se observa que:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = \text{constante}$$

✓ Y al graficar $y = f(x)$ se obtiene.



✓ Entonces existe una proporcionalidad directa entre las variables. Lo que se indica de la forma:

$$y \propto x$$

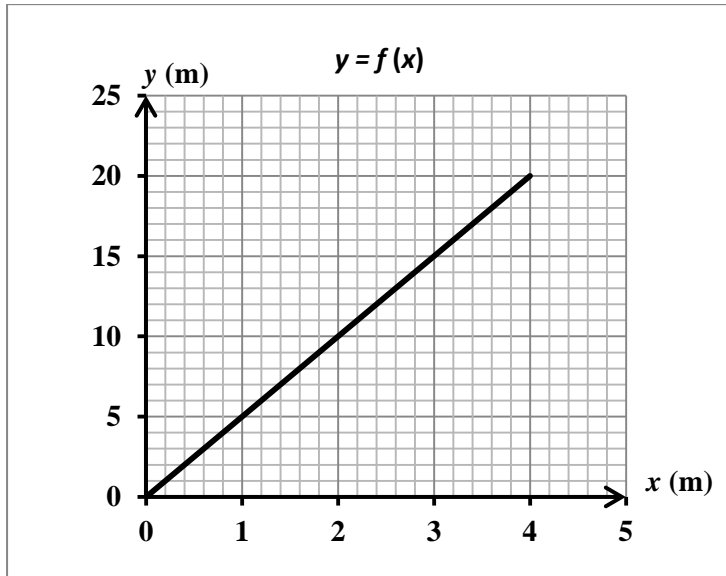
** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Ejemplo 1.17

Con los valores de “x” y de “y” que aparecen en la tabla mostrada:

- a) Construir una gráfica $y = f(x)$,

y (m)	0	5	10	15	20
x (m)	0	1	2	3	4



- b) Determinar el valor de la constante de proporcionalidad.

$$k = \frac{y}{x} = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\underline{\underline{k = 5}}$$

- c) Escribir la ecuación correspondiente

$$\frac{y}{x} = k \quad \text{o} \quad y = kx$$

$$\underline{\underline{y = 5x}}$$

La ventaja de llegar a la ecuación matemática que relaciona las variables es que con ella usted puede determinar valores de “y” correspondientes a valores de “x” que no están en la tabla. Si los valores que buscamos están fuera de la gráfica decimos que se ha hecho una **extrapolación**. Si los valores que buscamos están dentro de la gráfica decimos que se ha hecho una **interpolación**.

Por ejemplo, cuando $x = 10\text{m}$, $y = 5(10\text{m}) = 50\text{m}$

Si con los datos de los censos correspondientes a la cantidad de habitante de esta ciudad construyéramos una grafica de cantidad de habitante en función del tiempo y pudiéramos luego determinar la ecuación que relaciona estas dos cantidades podríamos entonces determinar el número de habitantes que tendría la ciudad en años posteriores (dentro de 5, 10, o más años). Con esta información podríamos realizar una mejor planificación del futuro de la ciudad.

- **Variación lineal:**

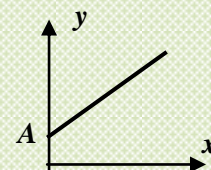
Se designa como **variación lineal (VL)** a la función en la cual la ecuación matemática que relaciona las variables es:

$$y = kx + A$$

En la ecuación anterior k y A son constantes. Al valor “ k ” se le denomina **constante de proporcionalidad** y al valor “ B ” se le llama **constante aditiva**. La grafica de esta relación es una línea recta que no pasa por el origen.

- ✓ Si dos variables “x” y “y”, se relacionan de forma que:

- Para $x = 0$, $y = A$
- Y el grafico $y = f(x)$ es:



- ✓ Entonces la relación es una variación lineal.

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Para determinar la constante de proporcionalidad, se toman dos puntos cualesquiera de la grafica (o de la tabla), y se realiza el cociente entre la diferencia de los valores de la variable dependiente entre la diferencia de los valores de la variable independiente.

- ✓ Para determinar el valor de la constante de proporcionalidad, se opera como sigue.

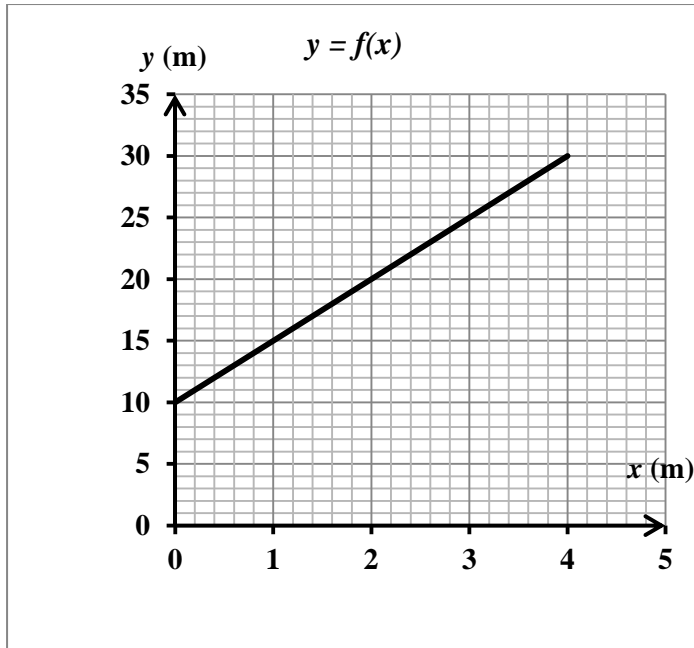
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ejemplo 1.18

Dada la siguiente tabla:

y (m)	10	15	20	25	30
x (m)	0	1	2	3	4

a) Construir la grafica,



b) Determinar las constantes.

- ✓ La constante aditiva se puede observar en el grafico o en la tabla, es el valor de “y” cuando “x=0”

$$A = 10 \text{ m}$$

- ✓ Para el valor de la constante proporcionalidad, se localizan dos puntos en la grafica o en la tabla.

$$p_1 = (x_1, y_1) \text{ y } p_2 = (x_2, y_2)$$

- ✓ Y luego:

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{15 - 10}{1 - 0} = \frac{20 - 10}{2 - 0} = \frac{30 - 15}{4 - 1}$$

$$\underline{\underline{k = 5}}$$

c) Escribir la ecuación correspondiente

$$y = kx + A$$

$$\underline{\underline{y = 5x + 10}}$$

• Proporcionalidad directa con el cuadrado:

Llamamos **proporcionalidad directa con el cuadrado** a la función en la cual el cociente (o razón) de los valores correspondientes a dos variables “x²” y “y” es una constante.

De lo anterior se concluye la expresión matemática que relaciona las variables.

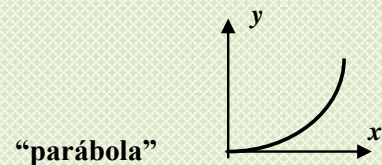
$$\frac{y}{x^2} = k \quad \text{o} \quad y = kx^2$$

La grafica de esta relación es una curva llamada **parábola**, la cual tiene su vértice en el origen.

- ✓ Si dos variables “x” y “y”, se observa que:

$$\frac{y_1}{x_1^2} = \frac{y_2}{x_2^2} = \dots = \frac{y_n}{x_n^2} = \text{constante}$$

- ✓ Y la grafica $y = f(x)$ es



- ✓ Entonces existe una proporcionalidad directa con el cuadrado entre las variables. Lo que se indica de la forma:

$$y \propto x^2$$

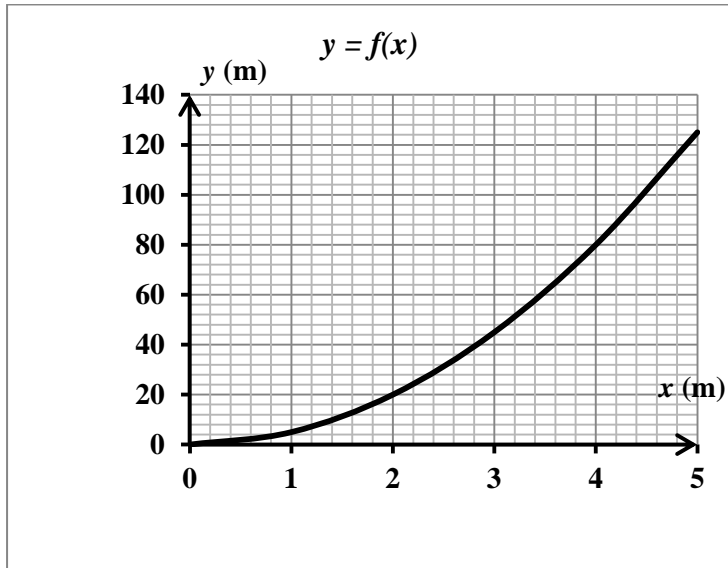
** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Ejemplo 1.19

Dada la siguiente tabla:

a) Construir la grafica,

y(m)	0	5	20	45	80	125
x(m)	0	1	2	3	4	5



b) Determinar el valor de la constante de proporcionalidad.

$$k = \frac{y}{x^2} = \frac{5}{1} = \frac{20}{4} = \frac{45}{9} = \frac{125}{25} = 5$$

$$\underline{\underline{k = 5}}$$

c) Escribir la ecuación correspondiente

$$\frac{y}{x^2} = k \quad \text{o} \quad y = kx^2$$

$$\underline{\underline{y = 5x^2}}$$

• **Proporcionalidad Inversa:**

Se conoce como **proporcionalidad inversa** a la función en la cual el producto de los valores correspondientes a dos variables “x” y “y” es una constante.

De lo anterior se concluye la expresión matemática que relaciona las variables.

$$k = yx \quad \text{o} \quad y = \frac{k}{x}$$

La grafica de esta función es una curva llamada **hipérbola**.

Ejemplo 1.20

Dada la siguiente:

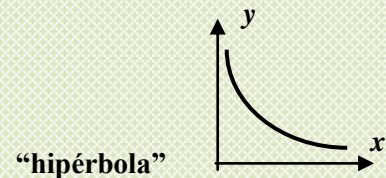
- Construir la grafica,
- Determinar la constante,
- Escribir la ecuación correspondiente.

y(m)	20	10	5	4	2	1
x(m)	1	2	4	5	10	20

✓ Si dos variables “x” y “y”, se observa que:

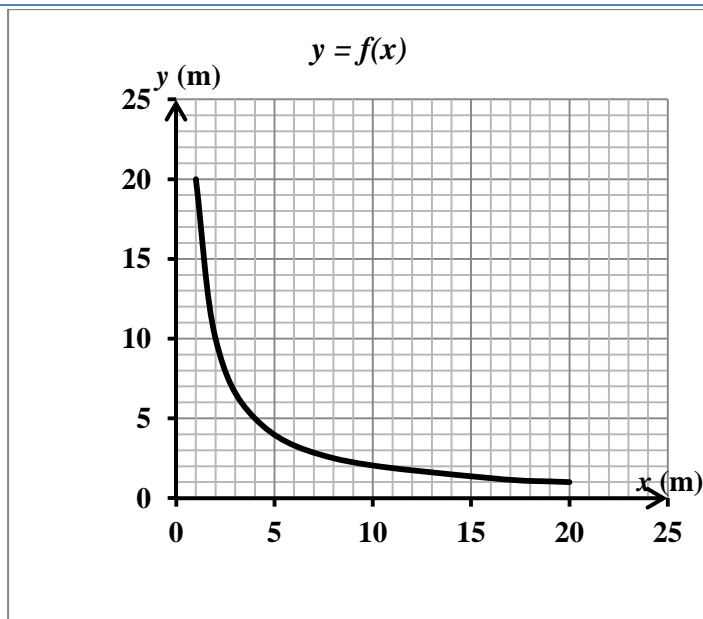
$$y_1x_1 = y_2x_2 = \dots = \text{constante}$$

✓ Y al graficar $y = f(x)$ se obtiene.



✓ Entonces existe una proporcionalidad inversa entre las variables. Lo que se indica de la forma:

$$y \propto \frac{1}{x}$$



b) Determinar el valor de la constante de proporcionalidad.

$$k = yx = (20)(1) = (5)(4) = (2)(10)$$

$$\underline{\underline{k = 20}}$$

c) Escribir la ecuación correspondiente

$$yx = k \quad \text{o} \quad y = \frac{k}{x}$$

$$\underline{\underline{y = \frac{20}{x}}}$$

• **Procedimiento para determinar el tipo de relación entre las variables de una tabla sin construir la grafica:**

a) La relación es una **proporcionalidad directa** si al dividir cada valor de “y” entre el correspondiente valor de “x” se obtiene el mismo valor, ya que:

$$\frac{y}{x} = k$$

b) La relación es una **proporcionalidad directa con el cuadrado** si al dividir cada valor de “y” entre el cuadrado del correspondiente valor de “x” se obtiene el mismo valor, ya que:

$$\frac{y}{x^2} = k$$

c) La relación es una **proporcionalidad inversa** si al multiplicar cada valor de “y” por el correspondiente valor de “x” se obtiene el mismo valor, porque en esta relación:

$$yx = k$$

d) La relación es una **variación lineal** si la constante aditiva (A) es distinta de cero (esto es lo primero). Lo segundo que hay que hacer es calcular la constante de proporcionalidad (k) con el primer punto y cada uno de los puntos siguientes de la tabla, si siempre se obtiene el mismo valor entonces es suficiente para que podamos decir que la relación es una variación lineal.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

1.9 CANTIDADES ESCALARES Y CANTIDADES VECTORIALES

➤ SISTEMAS DE COORDENADAS

Un sistema de coordenadas es un esquema (dibujo) que nos permite identificar la **posición** de un punto de modo único. Vamos a considerar que al identificar la posición de un punto estamos identificando al punto mismo. Todos los sistemas de coordenadas identifican los puntos con respecto de otro punto arbitrario al cual se le llama **origen del sistema de coordenadas**.

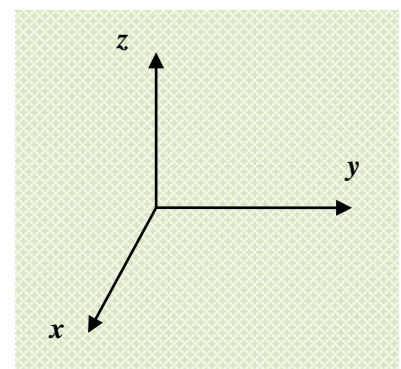
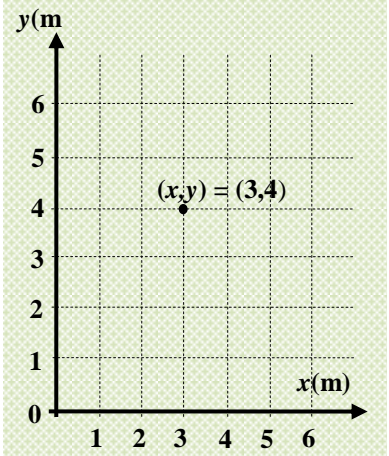
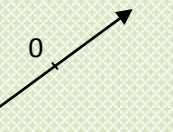
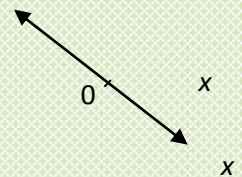
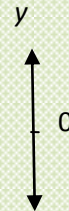
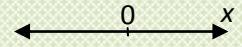
- **Sistema de Coordenadas Rectangulares o Cartesianas**

Este sistema identifica los puntos usando números colocados sobre líneas rectas. Si nos interesa identificar un punto en **1 dimensión** usamos una recta (a la que podemos llamar Eje x). Colocamos un cero (nuestro origen) en cualquier lugar del Eje x (recuerde que el origen es arbitrario), y luego vamos colocando números a los demás puntos (positivos a la derecha del cero, y negativos a la izquierda del cero). Entonces podemos decir que un punto que está colocado sobre el Eje x en el número 4, se identifica por $x = 4$ en **Coordenadas Rectangulares**.

Si nos interesa identificar un punto en **2 dimensiones** usamos un plano, al cual podemos llamar plano formado por los Ejes xy . Los Ejes xy son 2 rectas perpendiculares (se cortan formando ángulos rectos). Colocamos un cero en la intersección de los Ejes xy y luego vamos colocando números a los demás puntos de ambos ejes (positivos a la derecha y arriba del cero, y negativos a la izquierda y abajo del cero). Entonces podemos decir que un punto que está en la intersección del número 3 del Eje x con el número 4 del Eje y se identifica por el **par ordenado** $(x, y) = (3, 4)$ en **Coordenadas Rectangulares**.

Si nos interesa identificar un punto en **3 dimensiones** usamos un espacio, al cual podemos llamar espacio formado por los Ejes xyz . Los Ejes xyz son 3 rectas perpendiculares (se cortan formando ángulos rectos). Colocamos un cero en la intersección de los Ejes xyz y luego vamos colocando números a los demás puntos de ambos ejes (positivos a la derecha, arriba y delante del cero, y negativos a la izquierda, abajo y detrás del cero). Entonces podemos decir que un punto que está en la intersección del número 3 del Eje x , el número 4 del Eje y , y el número 5 del Eje z se identifica por el **trío ordenado** $(x, y, z) = (3, 4, 5)$ en **Coordenadas Rectangulares**.

✓ Sistemas de Coordenadas Unidimensionales



** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

• Sistema de Coordenadas Esféricas

Este sistema identifica los puntos, en **un espacio**, usando un radio “ ρ ” y dos ángulos “ θ ” y “ ϕ ”. El modo de proceder en este sistema es el siguiente:

- El radio “ ρ ” es medido desde el origen hasta el punto p
- El ángulo “ θ ” se mide con la parte positiva del eje “ z ”
- El ángulo “ ϕ ” se mide con la parte positiva del eje “ x ”

Entonces podemos definir el punto por las coordenadas esféricas como:

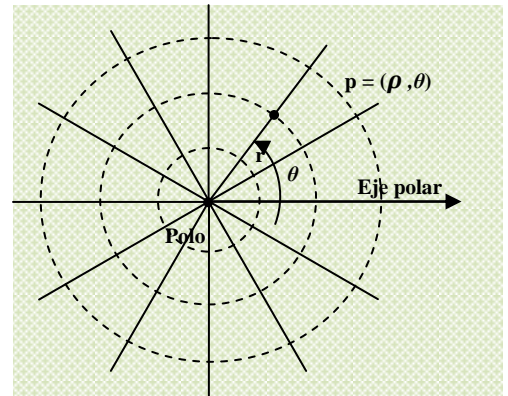
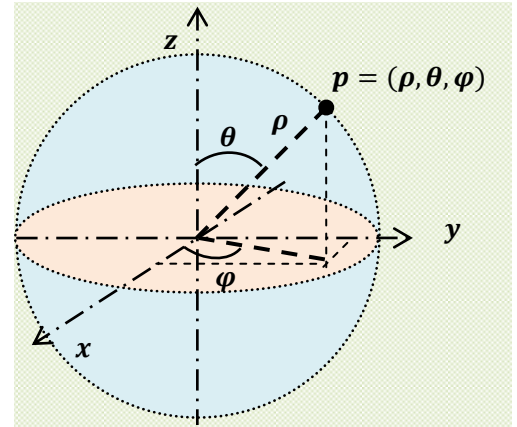
$$p = (\rho, \theta, \phi)$$

Un caso particular de este sistema es cuando identificamos un punto en **una superficie plana (Coordenadas Polares Planas)**, usando el radio “ ρ ” y un solo ángulo.

En este caso especificamos que el ángulo θ lo medimos desde el lado positivo del Eje x (la derecha, o el Este), en contra del reloj, hasta el punto que nos interesa identificar.

Entonces podemos definir el punto por las coordenadas polares planas como:

$$p = (\rho, \theta)$$



➤ ESCALARES Y VECTORES

Toda cantidad física que está completamente expresada con su valor y unidad de medida, se denomina **escalar**. Para simbolizar un escalar se usa una letra; mayúscula o minúscula. Entre los escalares podemos contar:

Ejemplo 1.21

Un objeto posee una masa de 3.25 kg.

Un **vector** es un concepto (idea) que usamos en Física considerando que está formado por tres partes: Magnitud, Dirección, Sentido. Este puede ser representado mediante un segmento de recta dirigido.

Para entender como la Física usa a un vector se hace una comparación entre el concepto “vector” y el ente real “segmento dirigido (o flecha)”.

Entonces, en la comparación tenemos lo siguiente:

- La Magnitud del vector corresponde con la longitud del segmento dirigido.

- Un escalar solo tiene magnitud.
- Entre las cantidades escalares podemos mencionar:
 - ✓ La masa (m)
 - ✓ El tiempo (t)
 - ✓ La temperatura (T)
 - ✓ La energía (U)
 - ✓ La distancia (d)
 - ✓ La rapidez (v)

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

- b) La Dirección del vector corresponde con la línea recta sobre la cual está el segmento dirigido.
- c) El Sentido del vector corresponde con la punta del segmento dirigido (la cabeza).

Hay cantidades físicas llamadas **cantidades vectoriales**. Estas se expresan completamente con:

- a) Un valor (corresponde a la Magnitud del vector)
- b) Una orientación en el espacio (corresponde a Dirección y Sentido del vector)

Para simbolizar una cantidad vectorial (o vector) se usa una letra, mayúscula o minúscula, **con una flechita encima**.

Ejemplo 1.22:

Una partícula se mueve sobre el eje horizontal hacia la derecha con una velocidad de 5.25 m/s.

- La magnitud es 5.25 m/s,
- y la orientación espacial es a la derecha del eje horizontal (+x)
- Entonces podemos indicar el vector:

$$\underline{\underline{\vec{v} = + 5.25 \frac{m}{s}, \text{ sobre el eje horizontal}}}$$

- Una cantidad vectorial tiene magnitud, dirección y sentido.

- Entre las cantidades escalares podemos mencionar:

- ✓ Desplazamiento ($\Delta \vec{r}$)
- ✓ Fuerza (\vec{F})
- ✓ Velocidad (\vec{v})
- ✓ Aceleración (\vec{a})

- Es de importancia que al momento de indicar un vector, le señalemos colocando la flecha, de no hacerlo nos estamos refiriendo a su magnitud

• Representación De Un Vector

Vamos a usar una extensión de los distintos sistemas de coordenadas (que identifican la posición de un punto) como nuestros modelos para la **forma de expresar** un vector, sin importar la cantidad física asociada a dicho vector. Así las cosas, podemos decir que toda cantidad física vectorial la podemos precisar de tres formas fundamentales que son:

- a) **Magnitud y dirección (usando el modelo de las coordenadas polares)**: consiste en indicar el vector mediante su magnitud, y el ángulo de orientación, medido respecto a la parte derecha del eje horizontal (eje polar).

Ejemplo 1.23

Un auto que se mueve a 20.0 m/s sobre una carretera que forma un ángulo de 30° al norte del este. La velocidad del auto queda precisada como:

$$\underline{\underline{\vec{v} = 20.0 \frac{m}{s}, 30^\circ}}$$

- b) **forma gráfica**: consiste en indicar el vector mediante un segmento de recta dirigida (una flecha), la longitud de la flecha debe ser proporcional a la magnitud del vector, por tal razón,

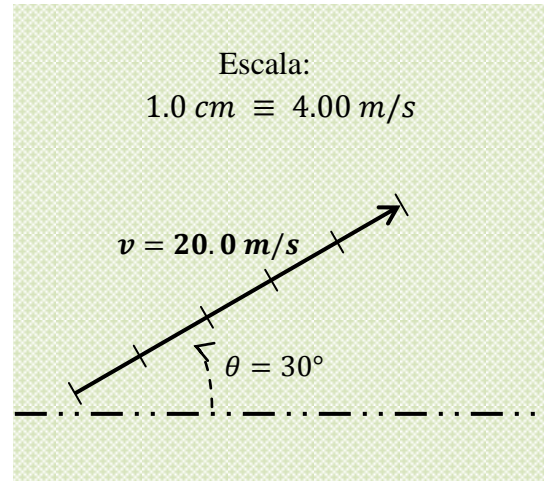
** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

es necesario el uso de una escala. La orientación del vector, está dada por el ángulo de inclinación de la flecha, medido desde la parte derecha del eje horizontal, y en sentido contrario a las agujas del reloj.

Ejemplo 1.24

El vector del ejemplo anterior indicado en forma gráfica, usando como escala que cada centímetro del dibujo equivale a 4.0 m/s:

Trazaríamos una recta de 5.0 cm de longitud, inclinada un ángulo de 30° con respecto a la horizontal.



- c) **Componentes rectangulares:** Si consideremos el vector \vec{v} , precisamos dicho vector como el par ordenado “ (v_x, v_y) ” (si es en el plano xy) o un trío ordenado “ (v_x, v_y, v_z) ” (si es en el espacio xyz), a los cuales se les llama componentes rectangulares. Estas se corresponden con las proyecciones del vector \vec{v} sobre los ejes de coordenadas. Es decir, la proyección \vec{v} , sobre el eje x , se corresponde con la componente v_x .

Ejemplo 1.25

Para precisar las componentes del vector anterior, es necesario conocer su magnitud y su dirección:

$$\vec{v} = 20.0 \text{ m/s}, 30^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{la componente de } \vec{v} \text{ en el eje } x \text{ es:} \\ v_x = (20.0 \text{ m}) \cos 30 = 17.3 \text{ m/s} \\ \text{la componente de } \vec{v} \text{ en el eje } y \text{ es:} \\ v_y = (20.0 \text{ m}) \sin 30 = 10.0 \text{ m/s} \end{array} \right.$$

Entonces precisamos las componentes de \vec{v} :

$$\vec{v} = (v_x, v_y) = \underline{\underline{\left(17.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 10.0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)}}$$

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

1.10 SUMA VECTORIAL

La suma de vectores está definida en componentes rectangulares. Si tenemos \vec{A} y \vec{B} , la suma de estos tendrá como resultado otro vector cuyas componentes se consiguen como la suma de las componentes correspondientes de \vec{A} y \vec{B} . Si llamamos \vec{C} a la suma de \vec{A} y \vec{B} , entonces:

$$C_x = A_x + B_x$$

$$C_y = A_y + B_y$$

✓ En la suma vectorial se cumple:

- **La propiedad Conmutativa:** $\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$
- **La propiedad asociativa:** $(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$
- **El elemento neutro:** $\vec{A} + \vec{0} = \vec{A}$ {donde $\vec{0} = (0, 0, 0)$ es el vector nulo}
- **Elemento simétrico:** $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

Donde $-\vec{B}$ es un vector con la misma magnitud y dirección de \vec{B} y de sentido contrario.

Ejemplo 1.26

¿Cuál es el vector opuesto de un vector $\vec{B} = \left(\frac{4.0m}{s}, \frac{5.0m}{s}\right)$?

- Para obtener el vector opuesto, tenemos que multiplicar por -1 el vector en sí.
- Entonces tenemos:

$$\vec{C} = -\vec{B} = \left(-\frac{4.0m}{s}, -\frac{5.0m}{s}\right)$$

✓ **Métodos gráficos:** En la forma gráfica, existen dos métodos para sumar vectores, que son:

a) **Método del paralelogramo:** con este método solo podemos sumar dos vectores a la vez, y consiste en formar un paralelogramo con los vectores y líneas paralelas a ellos. Para sumar vectores utilizando este método, se seguirán los siguientes pasos:

- 1) Se escogerá una escala conveniente y única para los vectores.
- 2) Se trazan los vectores a sumar, a escala, haciendo que coincidan sus inicios.
- 3) Se traza una línea paralela a cada vector, y que pase por el final del otro.
- 4) El vector resultante será el vector trazado y medido desde el inicio de los vectores sumando, hasta el vértice opuesto del paralelogramo.
 - La magnitud del vector resultante es el producto de la longitud medida por la escala utilizada.
 - La orientación del vector resultante es el ángulo medido desde la parte derecha del eje horizontal, y en sentido contrario de las agujas del reloj, hasta el vector resultante.

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Ejemplo 1.27

Dados dos vectores: $\vec{A} = 10.0 \text{ m}$, al este; y $\vec{B} = 20.0 \text{ m}$, 30° noreste. Determine el vector

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Los vectores en la forma polar están dados por:

El Este geográfico lo haremos coincidir con 0° , entonces: $\vec{A} = 10.0 \text{ m}$, 0°

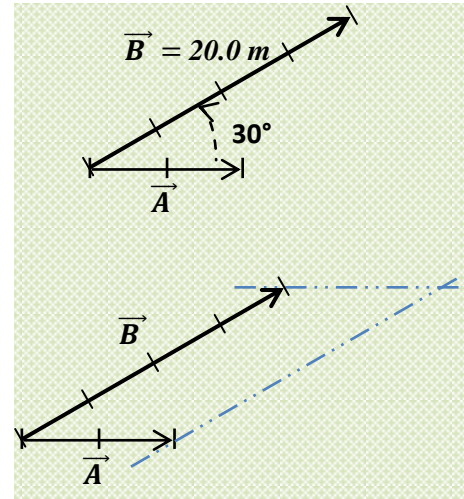
Midiendo el ángulo desde el este hasta el norte, tenemos: $\vec{B} = 20.0 \text{ m}$, 30°

- Debemos escoger una escala conveniente para los dos vectores:

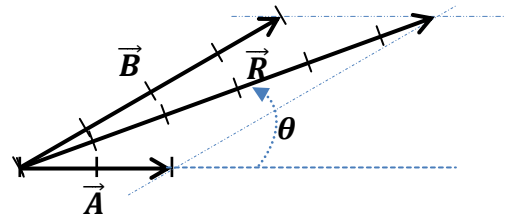
Escala: $1.0 \text{ cm} \equiv 5.00 \text{ m}$

Con esta escala el vector \vec{A} será una flecha de 2.0 cm de largo, y el vector \vec{B} será una flecha de 4.0 cm de largo.

- Se trazan los vectores haciendo que inicien en el mismo punto.
- Se trazan paralelas a ellos que pasen por el final del otro, formando de esta forma un paralelogramo.
- Se traza y mide el vector \vec{R} , para determinar su magnitud y orientación.



Para obtener la magnitud de \vec{R} , medimos su longitud (longitud de la línea azul continua) y multiplicamos por la escala que habíamos utilizado.

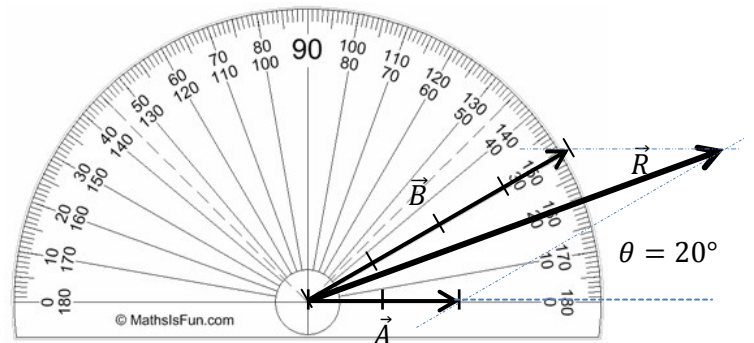


Al medir a \vec{R} podemos observar que tiene una longitud de 5 cm , y una fracción de centímetro la cual podemos estimar entre 0 y 9, digamos que es 8, entonces:

$$R = (5.8 \text{ cm}) \left(5.00 \frac{\text{m}}{\text{cm}} \right) = 29 \text{ m}$$

Para la orientación debemos medir el ángulo utilizando un transportador de ángulo.

Por tanto en la forma polar el vector resultante es: $\vec{R} = 29 \text{ m}$, 20°



“note que la magnitud del vector resultante (\vec{R}), no es igual a la suma de las magnitudes de los vectores \vec{A} y \vec{B} , esto solo será posible cuando los vectores a ser sumados tengan igual dirección y sentido.”

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

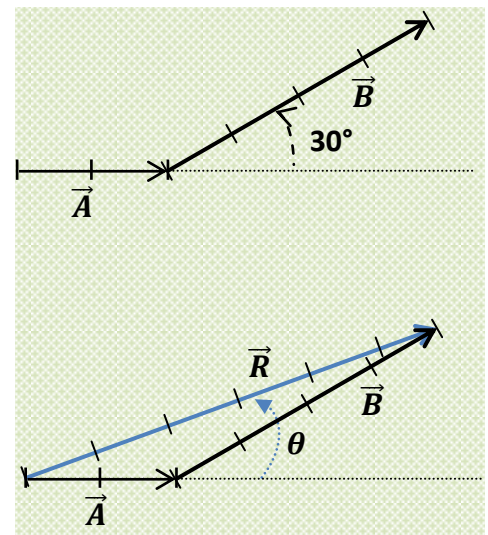
b) **Método del polígono:** también podemos utilizar este método si tenemos que sumar dos o más vectores. Este consiste en formar un polígono con todos los vectores dados y el vector resultante. Para sumar vectores con este método, se seguirán los siguientes pasos:

- 1) Se escogerá una escala conveniente y única para los vectores dados.
- 2) Se trazan los vectores a sumar, a escala, uno a continuación del otro (donde finalice uno iniciará el siguiente y así sucesivamente, hasta el último).
- 3) El vector resultante será trazado y medido desde el inicio del primero hasta el final del último.
 - La magnitud del vector resultante es el producto de la longitud medida por la escala utilizada.
 - La orientación del vector resultante es el ángulo medido desde la parte derecha del eje horizontal, en sentido contrario a las agujas del reloj, hasta el vector resultante.

Ejemplo 1.28

Dados dos vectores $\vec{A} = 10.0 \text{ m}$, al este; y $\vec{B} = 20.0 \text{ m}$, 30° noreste. Determine el vector $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

- Los vectores en la forma polar están dados por:
El Este geográfico lo haremos coincidir con 0° , entonces: $\vec{A} = 10.0 \text{ m}$, 0°
Midiendo el ángulo desde el este hasta el norte, tenemos: $\vec{B} = 20.0 \text{ m}$, 30°
- Debemos escoger una escala conveniente para los dos vectores
Escala: $1.0 \text{ cm} \equiv 5.00 \text{ m}$
Con esta escala el vector \vec{A} será una flecha de 2.0 cm de largo, y el vector \vec{B} será una flecha de 4.0 cm de largo.
- Se trazan los vectores uno a continuación del otro.
- Se traza y mide el vector \vec{R} , para determinar su magnitud y orientación.



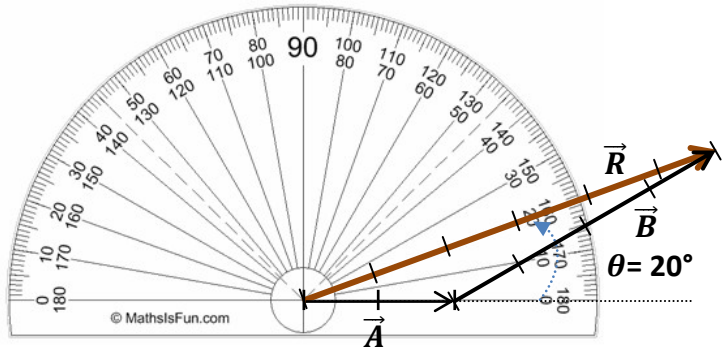
Para obtener la magnitud de \vec{R} , medimos su longitud y multiplicamos por la escala que habíamos utilizado. Al medir a \vec{R} podemos observar que tiene una longitud de 5 cm , y una fracción de centímetro la cual podemos estimar entre 0 y 9, digamos que es 8, entonces:

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

$$R = (5.8 \text{ cm}) \left(5.00 \frac{\text{m}}{\text{cm}} \right) = 29 \text{ m}$$

Para la orientación debemos medir el ángulo utilizando un transportador de ángulo.

Por tanto en la forma polar el vector resultante es: $\vec{R} = 29 \text{ m}, 20^\circ$



- c) **Método analítico:** estando todos los vectores en la forma cartesiana, los vectores se suman algebraicamente todas las componentes que corresponden al eje x, e igualmente con las componentes que corresponden al eje y, de este modo hemos obtenido el vector resultante en su forma cartesiana. Luego podemos llevar el vector resultante a su forma polar.

Ejemplo 1.29

Dados los vectores $\vec{A} = 10.0 \text{ m}$, al este; y $\vec{B} = 20.0 \text{ m}$, 30° noreste. Determine el vector

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

- Tal que los vectores a sumar están en la forma polar, debemos llevarlos a la forma rectangular, tal que:

$$\vec{A} = 10.0 \text{ m}, 0^\circ \quad \begin{cases} A_x = (10.0 \text{ m}) \cos 0 = 10.0 \text{ m} \\ A_y = (10.0 \text{ m}) \sin 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{A} = (10.0 \text{ m}, 0)$$

$$\vec{B} = 20.0 \text{ m}, 30^\circ \quad \begin{cases} B_x = (20.0 \text{ m}) \cos 30 = 17.3 \text{ m} \\ B_y = (20.0 \text{ m}) \sin 30 = 10.0 \text{ m} \end{cases} \Rightarrow \vec{B} = (17.3 \text{ m}, 10.0 \text{ m})$$

- Para obtener el vector resultante en forma rectangular, sumamos las componentes que corresponden a un mismo eje, tal que:

$$\vec{R} = ([A_x + B_x], [A_y + B_y]) = (27.3 \text{ m}, 10.0 \text{ m})$$

- Para determinar la magnitud y la orientación de \vec{R} , llevamos de la forma rectangular a la forma polar.

$$\vec{R} = (27.3 \text{ m}, 10.0 \text{ m}) \Rightarrow \begin{cases} \text{la magnitud de } \vec{R} \text{ esta dada por:} \\ R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(27.3 \text{ m})^2 + (10.0 \text{ m})^2} = 29.1 \text{ m} \\ \text{la orientación de } \vec{R}, \text{ esta dada por:} \\ \theta = \arctan\left(\frac{R_y}{R_x}\right) = \arctan\left(\frac{10.0 \text{ m}}{27.3 \text{ m}}\right) = 20.1^\circ \end{cases}$$

** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

RESUMEN

El objetivo principal de las ciencias es comprender los fenómenos que ocurren en nuestro alrededor, estos fenómenos son tan amplios que ha sido necesario dividir sus estudios en disciplinas, tales como son **Física, Química, Biología**, etc.

En física es necesario afirmar las **cantidades físicas**, que son los conceptos utilizados para el estudio de los fenómenos físicos, y plantear las leyes y principios de la física. Estas cantidades físicas la representaremos mediante *letras cursivas*, ya sea en mayúscula o minúscula.

A toda cantidad física, le corresponde una **unidad de medida**, que son los patrones unitarios para indicar la naturaleza de las cantidades físicas. Las unidades de medida la representaremos mediante letras escritas en **redonda** sea mayúscula o minúscula.

Entre las cantidades físicas algunas para estar completamente indicadas solo necesitaran de su magnitud (valor y unidad de medida), estas cantidades se conocen como **cantidades escalares**. Otras cantidades conocidas como **vectores o cantidades vectoriales**, además de la magnitud necesitan de una orientación espacial (dirección y sentido).

Cuando la escritura de una cantidad es muy extensa, es conveniente expresarla en **notación científica**, indicándola como un número " $1 \leq A < 10$ " el cual será factor de una potencia de base 10, y cuyo exponente "E"

Operaciones en Notación Científica:

Suma y/o Resta: $(A \times 10^E) + (B \times 10^E) = (A + B) \times 10^E$

Multiplicación: $(A \times 10^E) (B \times 10^D) = (A)(B) \times 10^{E+D}$

División: $(A \times 10^E) \div (B \times 10^D) = (A \div B) \times 10^{E-D}$

Potenciación: $(A \times 10^E)^C = (A^C) \times 10^{(E)(C)}$

Radicación: $\sqrt[n]{A \times 10^E} = \sqrt[n]{A} \times 10^{E/n}$

Medir es la acción de comparar, que nos permite determinar el valor de una cantidad física asociada a un ente real. Al valor obtenido se le denomina **medida**.

Operaciones considerando las Cifras Significativas

Suma y/o Resta con CS:

$$\sum M_i = M_1 + M_2 + \dots + M_n = M_R$$

Regla: M_R tendrá la cantidad de decimales de la M_i con menos decimales.

Cifras Significativas, definición clásica de Cifras significativas: "son CS en una medida todos los dígitos que nos permite apreciar el equipo de medida, más un dígito que aporta la persona que realiza la medición, según su apreciación".

Multiplicación y/o División con CS:

$$\prod M_i = M_1 \times M_2 \times \dots \times M_n = M_R$$

Regla: M_R tendrá la cantidad de CS de la M_i que menos CS tenga.

Potenciación con CS: $M^E = M_R$

Radicación con CS: $\sqrt[M]{M} = M_R$

Regla: M_R tendrá la cantidad de CS de M .

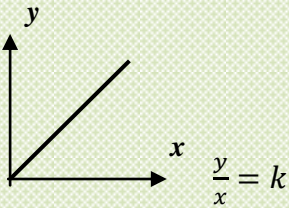
** Las imágenes fueron seleccionada de la galería de imágenes de google.

Definición **operativa** de Cifras Significativas: “son CS en una medida: los dígitos diferentes de cero, los cero que están entre dígitos diferentes de cero (sándwich) y los cero a la derecha de un dígito diferente de cero”.

- ✓ Si dos variables “ x ” y “ y ”, se observa que:

$$\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2} = \dots = \frac{y_n}{x_n} = \text{constante}$$

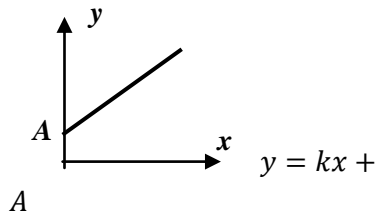
- ✓ Y al graficar $y = f(x)$ es:



- ✓ Entonces existe una proporcionalidad directa entre las variables. $y \propto x$

- ✓ Si dos variables “ x ” y “ y ”, se relacionan de forma que:

- Para $x = 0$, $y = A$
- Y el grafico $y = f(x)$ es:

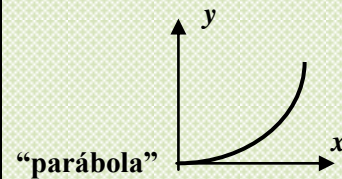


- ✓ Entonces la relación es una variación lineal.

- ✓ Si dos variables “ x ” y “ y ”, se observa que:

$$\frac{y}{x^2} = k$$

- ✓ Y al graficar $y = f(x)$ es:

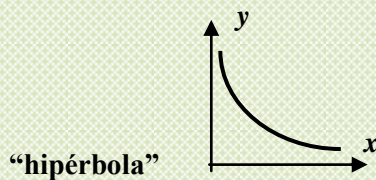


- ✓ Entonces existe una proporcionalidad directa con el cuadrado entre las variables. $y \propto x^2$

- ✓ Si dos variables “ x ” y “ y ”, se observa que:

$$yx = k$$

- ✓ Y al graficar $y = f(x)$ se obtiene.



- ✓ Entonces existe una proporcionalidad inversa entre las variables. Lo que se indica de la forma:

$$y \propto \frac{1}{x}$$

Representación Vectorial

- ✓ forma de coordenadas rectangulares: (x, y)
- ✓ forma de coordenadas polares: r, θ

Cambio de coordenadas

- ✓ de polar a rectangular: $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$
- ✓ de rectangular a polar:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$