Cuantificador

En [lógica matemática](http://es.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica_matem%C3%A1tica), [teoría de conjuntos](http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_de_conjuntos) y matemáticas en general, los **cuantificadores** son símbolos utilizados para indicar cuántos o qué tipo de [elementos de un conjunto](http://es.wikipedia.org/wiki/Elemento_de_un_conjunto) dado cumplen con cierta propiedad (por ejemplo, [pertenencia](http://es.wikipedia.org/wiki/Relaci%C3%B3n_de_pertenencia) ,[equivalencia](http://es.wikipedia.org/wiki/Relaci%C3%B3n_de_equivalencia) u [orden](http://es.wikipedia.org/wiki/Relaci%C3%B3n_de_orden)). Existen muchos tipos de cuantificadores, entre los más utilizados están:

[Cuantificador universal](http://es.wikipedia.org/wiki/Cuantificador_universal)

\forall \, x, y \ldots 

Para todo x, y...

[Cuantificador existencial](http://es.wikipedia.org/wiki/Cuantificador_existencial)

\exists \, x, y \ldots 

Existe al menos un x, y...

[Cuantificador existencial único](http://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Cuantificador_existencial_%C3%BAnico&action=edit&redlink=1)

\exists ! \, x, y \ldots 

Existe exactamente un x, y...

Negación del cuantificador existencial

\nexists \, x, y \ldots 

No existe ningún x, y...

Declaraciones cuantificadas

Las declaraciones cuantificadas se escriben en la forma:

 \forall \, x \in \mathbb{R} \; , \quad 2x \in \mathbb{R} 

Para todo **x** que pertenece a **R**, se cumple que **2x** pertenece a **R**.

 \forall \, a \in \mathbb{R} , \quad \exists \, x \in \mathbb{R} \; : \quad a < x < (a + 1) 

Para todo **a** que pertenece a **R**, existe **x** que pertenece a **R**, que está comprendido entre **a** y **a+1**.

 \forall \, a \in \mathbb{R}-\left\{{0}\right\} , \quad \exists ! \, x \in \mathbb{R} \; : \quad a \cdot x=1 

Para todo **a** que pertenece a **R** diferente de cero, existe un único **x** que pertenece a **R**, que cumple que **a** por **x** es igual a**1**.

Proposiciones

**Cuantificación universal**

El cuantificador universal se utiliza para afirmar que *todos* los elementos de un conjunto cumplen con una determinada [propiedad](http://es.wikipedia.org/wiki/Propiedad_(l%C3%B3gica)). Por ejemplo:


   \forall x \in A
   \; : \quad
   P(x)


Para todo **x** perteneciente a **A**, se cumple **P(x)**.

Esta afirmación suele usarse como la equivalente de la [proposición](http://es.wikipedia.org/wiki/Proposici%C3%B3n) siguiente:


   A =
   \{x \in U \; : \quad P(x)\}


Se define el conjunto **A**, como el de los elementos **x** de **U**, que cumplen **P(x)**.

**Cuantificación existencial**

El cuantificador existencial se usa para indicar que hay uno o más elementos en el conjunto ~A (no necesariamente único/s) que cumplen una determinada propiedad. Se escribe:


   \exists \, x \in A
   \; : \quad
   P(x)


Existe **x** en **A** que cumple **P(x)**.

Esta proposición suele interpretarse como la equivalente de la proposición siguiente:


   \{ x \in A
   \; : \quad
   P(x) \}
   \neq \emptyset


El conjunto de los elementos **x** de **A**, que cumplen **P(x)** es distinto del conjunto vacío.

**Cuantificación existencial única**

El cuantificador existencial con marca de unicidad se usa para indicar que hay un único elemento de un conjunto **A** que cumple una determinada propiedad. Se escribe:

 \exists ! \, x \in A   \; : \quad P(x) 

Se lee:

Existe una única **x** elementos de **A**, que cumple **P(x)**.

Equivalencias

Se tienen las siguientes relaciones universales:


   \forall x \in A \; : \quad P(x)
   \qquad \longleftrightarrow \qquad
   \neg \exists x \in A \; : \quad \neg P(x)


Si: para todo **x** de **A** se cumple **P(x)**, es equivalente a: no existe **x** en **A** que **no** cumpla **P(x)**.


   \exists x \in A \; : \quad P(x)
   \qquad \longleftrightarrow \qquad
   \neg \forall x\in A \; : \quad \neg P(x)


Si: existe **x** en **A** que cumple **P(x)**, es [equivalente](http://es.wikipedia.org/wiki/Equivalencia_l%C3%B3gica) a: **no** para todo **x** de **A**, **no** se cumple **P(x)**.

En cuanto al cuantificador existencial único puede considerarse una extensión por definición en un [lenguaje formal](http://es.wikipedia.org/wiki/Lenguaje_formal) con igualdad teniendo dada la equivalencia:


   \exists ! x \in A \; : \quad P(x)
   \qquad \longleftrightarrow \qquad
   \exist z \in A\ \forall x, y \in A \;: P(z) \land (P(x) \; \land \; P(y)
   \rightarrow    x = y)


Si: existe un único **x** en **A** que cumple **P(x)**, es equivalente a: para todo **x**, **y** de **A**, que cumple **P(x)** y **P(y)**, entonces **x** es igual a **y**.