



Universidad Católica
San Pablo

Título de la Tesis

José Carlos Delgado Ramos

Orientador: Prof Dr. Yván Jesús Túpac Valdivia

Tesis profesional presentada al Programa Profesional de Ciencia de la Computación como parte de los requisitos para obtener el Título Profesional de Lic. en Ciencia de la Computación.

UCSP- Universidad Católica San Pablo
Octubre de 2014

Esto lo pondré cuando lo termine.

Abreviaturas

QIEA Quantum-Inspired Evolutionary Algorithm

CMM *Capability Maturity Model*

Resumen

En la presente tesis se propone una modificación del Algoritmo Evolutivo de Inspiración Cuántica (Quantum-Inspired Evolutionary Algorithm (QIEA)), el cual introduce el operador de reproducción (*crossover*) mediante el concepto de entrelazamiento (*entanglement*) a nivel intergeneracional entre poblaciones de individuos cuánticos, con el fin de aplicar las mejoras obtenidas por un individuo inicial a otro individuo ya evolucionado tras un número de iteraciones. Debido a la combinación de mejoras, este individuo presentaría una ventaja en sus características con respecto a los demás y, por lo tanto, se asume la posibilidad de obtener mejores individuos en un menor tiempo que el algoritmo original.

Abstract

In this thesis, a modification of the QIEA is proposed. This modification introduces a crossover operator through the concept of entanglement at an intergenerational level among different populations of quantum individuals with the purpose of applying the improvements obtained by a certain individual to another yet evolutioned individual after a certain number of iterations. Due to the combination of improvements, the generated individual would present advantages in comparison to its peers and therefore, the possibility of better-generating individuals in less time than the original algorithm would be feasible.

Índice general

1. Introducción	2
1.1. Motivación y Contexto	2
1.2. Planteamiento del Problema	2
1.3. Objetivos	3
1.3.1. Objetivos Específicos	3
1.4. Organización de la tesis	3
1.5. Cronograma	3
2. Estado del Arte	4
2.1. Variantes y modificaciones del Algoritmo Evolutivo de Inspiración Cuántica	4
2.2. Aplicaciones de los Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica	5
2.3. Consideraciones Finales	5
3. Marco Teórico	6
3.1. Computación Cuántica	6
3.1.1. Sub Sección	6
3.2. Computación Evolutiva	6
3.3. Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica	9
3.4. Consideraciones Finales	9
4. Propuesta	10
Bibliografía	13

Índice de tablas

Índice de figuras

3.1. Proceso de un algoritmo evolutivo. [Eiben and Smith, 2003]	8
---------------------------------------------------------------------------	---

Capítulo 1

Introducción

Este es el primer capítulo de la tesis. Se inicia con el desarrollo de la introducción de la tesis. Es importante que el texto utilice la tabla de abreviaturas correctamente. En el archivo `abreviaturas.tex` contiene la tabla de abreviaturas. Para citar alguna de ellas debes usar los comandos `\ac{tu-sigla-aqui}`. Si es la primera vez que utilizas la sigla ella se expandirá por completo. Por ejemplo, el comando `\ac{CMM}` va a producir: *Capability Maturity Model* (CMM). Si más adelante repites el mismo comando sólo aparecerá la sigla CMM. Para explorar mucho más este comando es necesario leer su manual disponible en: [http : //www.ctan.org/tex – archive/macros/latex/contrib/acronym/](http://www.ctan.org/tex-archive/macros/latex/contrib/acronym/)

1.1. Motivación y Contexto

En esta sección se va desde aspectos generales a aspectos específicos (como un embudo). No se olvide que es la primera parte que tiene contacto con el lector y que hará que este se interese en el tema a investigar.

El objetivo de esta sección es llevar al lector hacia el tema que se va a tratar en forma específica y dejar la puerta abierta a otras investigaciones

1.2. Planteamiento del Problema

En esta sección se realiza el planteamiento del problema que queremos resolver con la tesis. Sea muy puntual y no ocupe más de un párrafo en especificar cual es el problema que desea atacar.

1.3. Objetivos

En esta sección se colocan los objetivos generales de la tesis. Máximo dos. Si necesita ampliar estos objetivos utilice la sección de objetivos específicos.

1.3.1. Objetivos Específicos

En esta sección se coloca el los objetivos específicos de la tesis, que serán aquellos que contesten a las interrogantes de investigación.

1.4. Organización de la tesis

En esta sección se coloca cuantos capítulos contendrá la tesis y que se tratará en cada uno de ellos en forma resumida. Dediquele un parrafo de dos o tres lineas a explicar cada capítulo.

1.5. Cronograma

Esta sección sólo es para aquellos alumnos que estén presentando su plan de tesis. Esta sección no va en la tesis final.

Capítulo 2

Estado del Arte

Mientras que los primeros estudios sobre computación cuántica fueron propuestos en la década de los ochenta [Benioff, 1980] [Benioff, 1982], el primer trabajo sobre técnicas de inteligencia computacional de inspiración cuántica recién fue presentado hacia finales de la década de los noventa [Narayanan and Moore, 1996]. A diferencia de los “auténticos” algoritmos cuánticos [Grover, 1996] [Shor, 1994], los algoritmos de inspiración cuántica no requieren de una computadora cuántica para ser implementados, sino que implementan niveles adicionales de aleatoriedad inspirados en conceptos y principios de la computación cuántica, tales como los *qubits*, la *interferencia* o la *superposición de estados* [Nowotniak, 2010].

El primer trabajo que realmente se puede considerar como un algoritmo evolutivo de inspiración cuántica fue presentado en el año 2001 [Han and Kim, 2000], el mismo que presenta el algoritmo evolutivo de inspiración cuántica base. Es acá cuando se introducen los conceptos de qubits y superposición de estados, además de la representación de individuos basados en el concepto de qubits. Se tratarán estos conceptos con mayor profundidad en el siguiente capítulo.

2.1. Variantes y modificaciones del Algoritmo Evolutivo de Inspiración Cuántica

Debido al poco tiempo de vida de este campo -menos de tres lustros, en realidad-, el área se encuentra aún en crecimiento y sólo existen unos pocos cientos de artículos sobre el tema [Nowotniak and Kucharski, 2014]. Desde el año 2007 se ha dado un incremento notable en la investigación relacionada, concentrando esfuerzos mayoritariamente en aplicaciones, seguido por innovaciones tanto en los operadores genéticos como en las representaciones [Nowotniak, 2010].

En el ámbito de operadores genéticos, ya sean modificados o generalizados, se ha realizado avances tales como la implementación de estrategias de búsqueda de escala mutativa y un método de optimización de caos basado en mapas de Hénon [Teng et al., 2010], una búsqueda en la disminución de operaciones al momento de evaluar la aptitud de los indi-

viduos [Malossini et al., 2008], aplicación de rotaciones en los ángulos de las puertas lógicas cuánticas [Zhang et al., 2006], combinación con Cuadrados Latinos [Tsai et al., 2012], generalización del q-bit para una cantidad n de variables además del operador Q -gate [Alegria and Túpac, 2014].

Cabe señalar también que en muchos casos se utiliza codificación cuántica binaria de la misma manera que el algoritmo original, mientras que en algunos casos se ha hecho la extensión correspondiente para utilizar valores reales [Qin et al., 2008] [Fan et al., 2007].

Si bien la mayoría de algoritmos evolutivos de inspiración cuántica están relacionados estrechamente a los algoritmos genéticos, hay casos en los que se ha llevado dicha inspiración a otros algoritmos evolutivos, tales como a la evolución diferencial [Hota and Pat, 2010] y a la programación genética [Dias et al., 2011] [Dias and Pacheco, 2013].

2.2. Aplicaciones de los Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

Al ser derivados de los algoritmos evolutivos, los algoritmos cuántica de inspiración cuántica han sido aplicados en diversos problemas combinatorios y de optimización numérica [Nowotniak, 2010]. Entre algunas de las áreas en las que se han aplicado satisfactoriamente este tipo de problemas, tenemos: procesamiento de imágenes [Talbi et al., 2007], problemas de diseño de redes [Xing et al., 2009], problemas de calendarización de flujo de tienda [Li and Wang, 2007], optimización de sistemas de energía [Miao et al., 2009], generación de instrumentos a escala nanométrica [Dias et al., 2011], entre otros.

Además, los algoritmos representados con números reales han sido exitosamente aplicados a problemas de optimización en ingeniería [Mani and Patvardhan, 2010], modelamiento de opciones de facturación [Fan et al., 2007], optimización de sistemas de energía [Jeong et al., 2010], análisis de datos financieros [Fan et al., 2008], entrenamiento de redes neuronales [Zhao et al., 2009] [Venayagamoorthy and Singhal, 2005], entre otras aplicaciones adicionales.

2.3. Consideraciones Finales

El desarrollo de algoritmos evolutivos de inspiración cuántica, al ser un área novedosa y aún poco explorada, tiene todavía mucho que ofrecer. A pesar de ello, ya se ha demostrado su competencia y adaptabilidad a problemas de diversa índole, con garantía de obtención de resultados positivos. Es por esto que se muestran en el presente -y a futuro- como un área de gran potencial y como una alternativa factible para el desarrollo de nuevas soluciones a problemas de distinta índole.

Capítulo 3

Marco Teórico

En este capítulo se examinará de forma más profunda las dos áreas de inspiración para la presente tesis: la **computación cuántica** y la **computación evolutiva**.

3.1. Computación Cuántica

Un capítulo puede contener n secciones. La referencia bibliográfica se hace de la siguiente manera:

3.1.1. Sub Sección

Una sección puede contener n sub secciones.[Galante, 2001]

Sub sub sección

Una sub sección puede contener n sub sub secciones.

3.2. Computación Evolutiva

La computación evolutiva es una rama dependiente de la inteligencia artificial, y a su vez, una metodología de optimización inspirada en la evolución biológica y el comportamiento de organismos vivientes [Zhang et al., 2011], y comprende en sí a los algoritmos evolutivos. La computación evolutiva incluye metodologías y variantes tales como: algoritmos genéticos, estrategias evolutivas, programación genética, sistemas de clasificación mediante aprendizaje, evolución diferencial, algoritmo para la estimación de la distribución, inteligencia de enjambre, optimización por colonia de hormigas, entre otros.

Un algoritmo evolutivo es una abstracción de procesos y principios establecidos por el Darwinismo y el Neo-Darwinismo. Por lo general comprenden las siguientes ideas: dada una población de individuos, distintas circunstancias en el ambiente ejercen presión sobre los mismos provocando el fenómeno conocido como selección natural (supervivencia del más apto), causando un incremento en las aptitudes de dichos individuos. Estas circunstancias ambientales son las encargadas de realizar la medición de la aptitud de los individuos.

Dada una función que mide esta calidad y la cual se busca maximizar, se genera aleatoriamente un conjunto de individuos candidatos (que podrían ser elementos en el dominio de la función) a los cuales se les aplica la función ya mencionada para medir y comparar la aptitud de cada individuo por separado. Basándonos en esta medición de aptitud, algunos de los individuos candidatos son escogidos para propiciar la siguiente generación mediante la recombinación y/o mutación. La recombinación es un operador que se aplica a dos o más candidatos-progenitor seleccionados y que permite intermezclar características de ambos produciendo como resultado a un individuo-hijo. La mutación, por otro lado, es la aplicación de un cambio puntual sobre un candidato resultando en uno distinto. Esta generación de nuevos individuos candidatos compite en aptitud -y en algunos casos, edad- con los individuos de la generación anterior por un lugar en la siguiente. Este proceso continua iterando hasta que se evalúa a algún individuo de calidad lo suficientemente alta (hallazgo de una solución) o que se llegue a un límite en el tiempo de computación [Eiben and Smith, 2003].

Vale la pena indicar también que muchos componentes de los algoritmos evolutivos son estocásticos debido a que, a pesar de las mayores posibilidades de supervivencia o reproducción que poseen los mejores individuos, los más débiles mantienen incluso alguna chance de hacerlo también.

Algorithm 1 Pseudocódigo para un algoritmo evolutivo estándar

INITIALIZE *population* with random candidate solutions;

EVALUATE each candidate;

while TERMINATION condition is satisfied **do**

 SELECT parents;

 RECOMBINE pairs of parents;

 MUTATE the resulting offspring;

 EVALUATE new candidates;

 SELECT individuals for next generation;

end while

Debido a que todas las variedades de algoritmos evolutivos siguen los lineamientos formulados tanto en el algoritmo estándar como en la Figura 3.1, las diferencias entre ellas se reducen a detalles técnicos, como la forma de representar las soluciones. Lo ideal es utilizar la representación de datos más adecuada según la naturaleza del problema a resolver. Si bien son varios los paradigmas desarrollados a partir de la computación evolutiva, son tres los más importantes: Estrategias de Evolución, Programación Evolutiva y Algoritmos Genéticos, las cuales evolucionan soluciones para problemas parametrizados. A ellas se les sumaría un cuarto paradigma: Programación Genética, el cual evoluciona los programas computacionales en sí con el fin de solucionar problemas computacionales

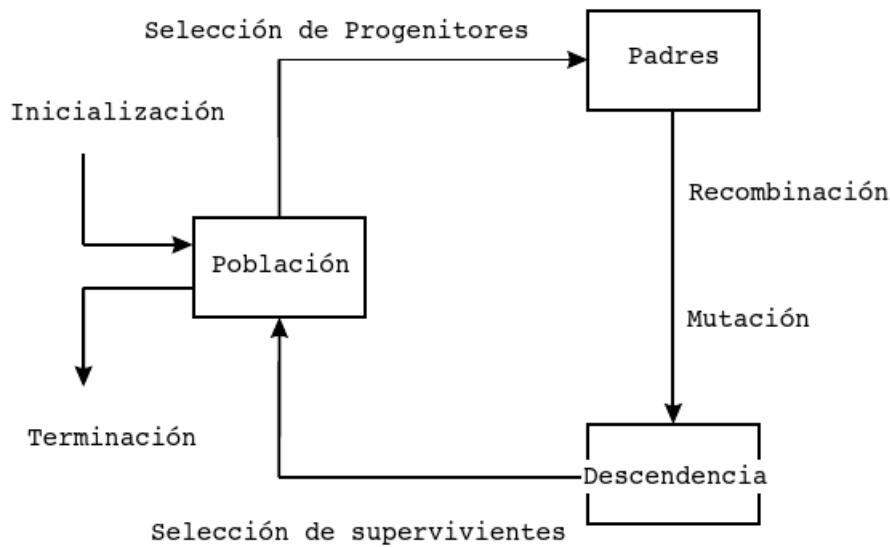


Figura 3.1: Proceso de un algoritmo evolutivo. [Eiben and Smith, 2003]

[Kicinger et al., 2005].

Es necesario mencionar algunos conceptos propios de los algoritmos evolutivos, entre los cuales se encuentra al **individuo** que es una solución propuesta al problema; la **población** que es el conjunto de individuos a evaluar y evolucionar; la **generación** que es una iteración del algoritmo en el que se evalúa la aptitud de los individuos de la población para posteriormente obtener una población nueva tras realizar cambios aplicando operadores tales como *mutación* o *recombinación*; el **fenotipo** que son los rasgos observables de cada individuo; y el **genotipo** que es la codificación genética factible de convertirse en un individuo.

Los algoritmos evolutivos emplean determinadas herramientas comunes en sus distintas variables:

- Una forma de codificar las soluciones. Esta forma varía de tal forma que podemos encontrar el uso de cadenas de alfabetos finitos como en los algoritmos genéticos, el de árboles en la programación evolutiva, o de vectores con valores reales en las estrategias evolutivas, entre otros [Kicinger et al., 2005]
- Una función de aptitud que depende tanto de los individuos como de la forma de evaluarlos.
- Un mecanismo de selección, el cual se basa en la aptitud.
- Un conjunto de operadores para reproducir y alterar a los individuos codificados.

Los algoritmos evolutivos poseen gran cantidad de aplicaciones, entre las que podemos contar problemas de optimización [Coello, 1999] [Zhou et al., 2011], exploración (arte evolutivo) [Romero and Machado, 2008], optimización de procesos químicos [Singulani et al., 2008], entre muchos otros. Presentan gran cantidad de ventajas, entre las cuales podemos mencionar:

- Aplicabilidad en problemas donde no hay otros métodos disponibles, ya sea por presencia de restricciones no lineales, discontinuidad, multi-modalidad, problemas de ruido, etc.
- Adecuados para problemas que requieren múltiples soluciones, debido a la existencia de una población de las mismas.
- Altamente paralelizables.

Por supuesto, los algoritmos evolutivos también presentan algunos inconvenientes, tales como:

- Los efectos que los errores del usuario pueden producir al momento de ajustar parámetros, los cuales pueden resultar en errores o en un desempeño menor que óptimo [Hinterding et al., 1997].
- El ajuste de los parámetros puede tomar tiempo.
- El valor óptimo de los parámetros pueden variar durante la evolución.
- No existe una garantía para hallar soluciones óptimas en un periodo de tiempo determinado, aunque para evitar ello se pueden aplicar pruebas de convergencia asintótica.

3.3. Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

Cada capítulo excepto el primero debe contener al finalizarlo una sección de consideraciones que enlacen el presente capítulo con el siguiente.

3.4. Consideraciones Finales

Cada capítulo excepto el primero debe contener al finalizarlo una sección de consideraciones que enlacen el presente capítulo con el siguiente.

Capítulo 4

Propuesta

Un capítulo puede contener n secciones. La referencia bibliográfica se hace de la siguiente manera: [Zhang et al., 2011]

En este capítulo se desarrolla toda la propuesta realizada a través de la investigación. Sigue la misma estructura del capítulo anterior.

El título del capítulo es flexible de acuerdo a cada tesis. Algunos títulos sugeridos podrían ser:

- El algoritmo X: nuestra propuesta.
- La técnica Y

Este título debe de estar de acuerdo con el asesor del tema. Consúltelo en su sala de clase.

Bibliografía

- [Alegria and Túpac, 2014] Alegria, J. M. and Túpac, Y. J. (2014). A generalized quantum-inspired evolutionary algorithm for combinatorial optimization problems.
- [Benioff, 1980] Benioff, P. (1980). The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical hamiltonian model of computers as represented by turing machines. *Journal of Statistical Physics*, 22(5):563–591.
- [Benioff, 1982] Benioff, P. (1982). Quantum mechanical models of turing machines that dissipate no energy. *Physical Review Letters*, 48(23):1581.
- [Coello, 1999] Coello, C. A. C. (1999). A comprehensive survey of evolutionary-based multiobjective optimization techniques. *Knowledge and Information systems*, 1(3):269–308.
- [Dias and Pacheco, 2013] Dias, D. M. and Pacheco, M. A. C. (2013). Quantum-inspired linear genetic programming as a knowledge management system. *The Computer Journal*, 56(9):1043–1062.
- [Dias et al., 2011] Dias, D. M., Singulani, A. P., Pacheco, M. A. C., de Souza, P. L., Pires, M. P., and Neto, O. P. V. (2011). Self-assembly quantum dots growth prediction by quantum-inspired linear genetic programming. In *Evolutionary Computation (CEC), 2011 IEEE Congress on*, pages 2075–2082. IEEE.
- [Eiben and Smith, 2003] Eiben, A. E. and Smith, J. E. (2003). *Introduction to evolutionary computing*. springer.
- [Fan et al., 2007] Fan, K., Brabazon, A., O’Sullivan, C., and O’Neill, M. (2007). Option pricing model calibration using a real-valued quantum-inspired evolutionary algorithm. In *Proceedings of the 9th annual conference on Genetic and evolutionary computation*, pages 1983–1990. ACM.
- [Fan et al., 2008] Fan, K., Brabazon, A., O’Sullivan, C., and O’Neill, M. (2008). Quantum-inspired evolutionary algorithms for financial data analysis. In *Applications of Evolutionary Computing*, pages 133–143. Springer.
- [Galante, 2001] Galante, R. d. M. (2001). *Evolução de Esquemas em Bancos de Dados Orientados a Objetos com o emprego de versões*. PhD thesis, Instituto de Informática-UFRGS.
- [Grover, 1996] Grover, L. K. (1996). A fast quantum mechanical algorithm for database search. In *Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing*, pages 212–219. ACM.

-
- [Han and Kim, 2000] Han, K.-H. and Kim, J.-H. (2000). Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problem. In *Evolutionary Computation, 2000. Proceedings of the 2000 Congress on*, volume 2, pages 1354–1360. IEEE.
- [Hinterding et al., 1997] Hinterding, R., Michalewicz, Z., and Eiben, A. E. (1997). Adaptation in evolutionary computation: A survey. In *Evolutionary Computation, 1997., IEEE International Conference on*, pages 65–69. IEEE.
- [Hota and Pat, 2010] Hota, A. R. and Pat, A. (2010). An adaptive quantum-inspired differential evolution algorithm for 0–1 knapsack problem. In *Nature and Biologically Inspired Computing (NaBIC), 2010 Second World Congress on*, pages 703–708. IEEE.
- [Jeong et al., 2010] Jeong, Y.-W., Park, J.-B., Jang, S.-H., and Lee, K. Y. (2010). A new quantum-inspired binary pso: application to unit commitment problems for power systems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 25(3):1486–1495.
- [Kicinger et al., 2005] Kicinger, R., Arciszewski, T., and Jong, K. D. (2005). Evolutionary computation and structural design: A survey of the state-of-the-art. *Computers & Structures*, 83(23):1943–1978.
- [Li and Wang, 2007] Li, B.-B. and Wang, L. (2007). A hybrid quantum-inspired genetic algorithm for multiobjective flow shop scheduling. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, 37(3):576–591.
- [Malossini et al., 2008] Malossini, A., Blanzieri, E., and Calarco, T. (2008). Quantum genetic optimization. *Trans. Evol. Comp*, 12(2):231–241.
- [Mani and Patvardhan, 2010] Mani, A. and Patvardhan, C. (2010). Solving ceramic grinding optimization problem by adaptive quantum evolutionary algorithm. In *Intelligent Systems, Modelling and Simulation (ISMS), 2010 International Conference on*, pages 43–48. IEEE.
- [Miao et al., 2009] Miao, H., Wang, H., and Deng, Z. (2009). Quantum genetic algorithm and its application in power system reactive power optimization. In *Computational Intelligence and Security, 2009. CIS’09. International Conference on*, volume 1, pages 107–111. IEEE.
- [Narayanan and Moore, 1996] Narayanan, A. and Moore, M. (1996). Quantum-inspired genetic algorithms. In *Evolutionary Computation, 1996., Proceedings of IEEE International Conference on*, pages 61–66. IEEE.
- [Nowotniak, 2010] Nowotniak, R. (2010). Survey of quantum-inspired evolutionary algorithms.
- [Nowotniak and Kucharski, 2014] Nowotniak, R. and Kucharski, J. (2014). Higher-order quantum-inspired genetic algorithms. *arXiv preprint arXiv:1407.0977*.
- [Qin et al., 2008] Qin, C., Liu, Y., and Zheng, J. (2008). A real-coded quantum-inspired evolutionary algorithm for global numerical optimization. In *Cybernetics and Intelligent Systems, 2008 IEEE Conference on*, pages 1160–1164. IEEE.
- [Romero and Machado, 2008] Romero, J. J. and Machado, P. (2008). *The art of artificial evolution: a handbook on evolutionary art and music*. Springer.

-
- [Shor, 1994] Shor, P. W. (1994). Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. In *Foundations of Computer Science, 1994 Proceedings., 35th Annual Symposium on*, pages 124–134. IEEE.
- [Singulani et al., 2008] Singulani, A. P., Vilela Neto, O. P., Aurélio Pacheco, M. C., Vellasco, M. B., Pires, M. P., and Souza, P. L. (2008). Computational intelligence applied to the growth of quantum dots. *Journal of Crystal Growth*, 310(23):5063–5065.
- [Talbi et al., 2007] Talbi, H., Batouche, M., and Draa, A. (2007). A quantum-inspired evolutionary algorithm for multiobjective image segmentation. *International Journal of Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1(2):109–114.
- [Teng et al., 2010] Teng, H., Zhao, B., and Cao, A. (2010). Chaos quantum genetic algorithm based on henon map. *Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA), 2010 International Conference on*, 1:922–925.
- [Tsai et al., 2012] Tsai, J.-T., Chou, J.-H., and Ho, W.-H. (2012). Improved quantum-inspired evolutionary algorithm for engineering design optimization. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012.
- [Venayagamoorthy and Singhal, 2005] Venayagamoorthy, G. K. and Singhal, G. (2005). Quantum-inspired evolutionary algorithms and binary particle swarm optimization for training mlp and srn neural networks. *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience*, 2(4):561–568.
- [Xing et al., 2009] Xing, H., Liu, X., Jin, X., Bai, L., and Ji, Y. (2009). A multi-granularity evolution based quantum genetic algorithm for qos multicast routing problem in wdm networks. *Computer Communications*, 32(2):386–393.
- [Zhang et al., 2006] Zhang, G.-x., Li, N., Jin, W.-d., and Hu, L.-z. (2006). Novel quantum genetic algorithm and its applications. *Frontiers of Electrical and Electronic Engineering in China*, 1(1):31–36.
- [Zhang et al., 2011] Zhang, J., Zhan, Z.-h., Lin, Y., Chen, N., Gong, Y.-j., Zhong, J.-h., Chung, H. S., Li, Y., and Shi, Y.-h. (2011). Evolutionary computation meets machine learning: A survey. *Computational Intelligence Magazine, IEEE*, 6(4):68–75.
- [Zhao et al., 2009] Zhao, S., Xu, G., Tao, T., and Liang, L. (2009). Real-coded chaotic quantum-inspired genetic algorithm for training of fuzzy neural networks. *Computers & Mathematics with Applications*, 57(11).
- [Zhou et al., 2011] Zhou, A., Qu, B.-Y., Li, H., Zhao, S.-Z., Suganthan, P. N., and Zhang, Q. (2011). Multiobjective evolutionary algorithms: A survey of the state of the art. *Swarm and Evolutionary Computation*, 1(1):32–49.