

Algoritmo Evolutivo Concurrente de Inspiración Cuántica en \mathbb{R} para problemas de optimización de objetivo único

José Carlos Delgado Ramos

Escuela Profesional de Ciencia de la Computación
Universidad Católica San Pablo

17 de octubre de 2014

Introducción

- Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica: campo relativamente novedoso.
- Busca incorporar algunas de las ventajas de la Computación Cuántica a algoritmos de computación tradicional (basada en transistores y puertas lógicas de dos valores).

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

Emplean una representación denominada Q-bit -la cual equivale al qubit que puede representar a uno los valores $\{0, 1\}$ o a la superposición de ambos-, el cual está definida por un par de número $[\alpha, \beta]$ tal que:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

donde $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$, y que hacen referencia a las posibilidades de que el Q-bit colapse a uno de los dos valores posibles al momento de ser observado.

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

Se puede definir un vector de m Q-bits de esta forma:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_m \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_m \end{bmatrix}$$

donde $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1$ para cada $i = 0, 1, \dots, m$.

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

Para modificar los Q-bits se emplea un operador denominado Q-gate, el cual se encarga de rotar el ángulo y hacerlo inclinarse hacia un valor $\{0, 1\}$, de tal manera que asegure el cumplimiento de la ecuación 3.2:

$$U(\Delta\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_i) & -\sin(\Delta\theta_i) \\ \sin(\Delta\theta_i) & \cos(\Delta\theta_i) \end{bmatrix}$$

donde $\Delta\theta_i, i = 0, 1, \dots, m$ es el ángulo de rotación de cada Q-bit. La magnitud de este valor tiene efecto en la convergencia, pero de ser muy alto se corre el riesgo de diverger o de converger prematuramente hacia un óptimo local.

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

$$\begin{bmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{bmatrix} = U(\Delta\theta_i) \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}$$

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

La estructura del algoritmo es la siguiente:

```
INITIALIZE  $t \leftarrow 0$ ;  
INITIALIZE  $Q(t)$ ;  
MAKE  $P(t)$  by observing the states of  $Q(t)$ ;  
EVALUATE  $P(t)$ ;  
STORE best solutions among  $P(t)$  into  $\mathbf{b}$ ;  
while NOT termination-condition do  
     $t \leftarrow t + 1$ ;  
    MAKE  $P(t)$  by observing states of  $Q(t - 1)$ ;  
    EVALUATE  $P(t)$  ;  
    UPDATE  $Q(t)$  using Q-gates;  
    STORE best solutions among  $P(t)$  into  $\mathbf{b}$ ;  
end while
```

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica en \mathbb{R}

- Busca generar un conjunto de estados observables continuos y no discretos como el algoritmo base.
- La inspiración de este modelo está en el uso de funciones de onda.

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica en \mathbb{R}

- Los individuos cuánticos son reemplazados: en vez de valores que indican la probabilidad de selección de un valor, pasan a ser funciones aleatorias de probabilidad $\mathbb{U}_{ij} \in [l_{ij}, u_{ij}]$ donde l_{ij}, u_{ij} marcan los límites superiores e inferiores del intervalo respectivamente.

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica en \mathbb{R}

- \mathbb{U}_{ij} puede ser representado por el centro $\mu_{ij} = l_{uj} + u_{ij}/2$ mas el ancho del pulso $\sigma_{ij} = u_{ij} - l_{uj}$.

Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica en \mathbb{R}

- El algoritmo funcionaría de la misma forma, pero mejorando los individuos cuánticos mediante la restricción de μ_{ij} y σ_{ij} a las áreas que retornen mejores valores de aptitud.

Propuesta

- Concurrencia: más de una única población de individuos cuánticos produciendo generaciones de individuos en paralelo.
- Recombinación intrageneracional: a partir de cierta iteración u , el individuo cuántico i que tenga el mejor promedio de soluciones recombinará alguno de sus Q-bits con otro Q-bit de otro individuo cuántico i' con el peor promedio de soluciones hasta el momento de iteración.
- Se busca aplicar esta solución para problemas de optimización de objetivo único.

Propuesta

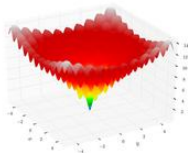
- Concurrencia: más de una única población de individuos cuánticos produciendo generaciones de individuos en paralelo.
- Recombinación intrageneracional: a partir de cierta iteración u , el individuo cuántico i que tenga el mejor promedio de soluciones recombinará alguno de sus Q-bits con otro Q-bit de otro individuo cuántico i' con el peor promedio de soluciones hasta el momento de iteración.
- Se busca aplicar esta solución para problemas de optimización de objetivo único.

Propuesta

- Concurrencia: más de una única población de individuos cuánticos produciendo generaciones de individuos en paralelo.
- Recombinación intrageneracional: a partir de cierta iteración u , el individuo cuántico i que tenga el mejor promedio de soluciones recombinará alguno de sus Q-bits con otro Q-bit de otro individuo cuántico i' con el peor promedio de soluciones hasta el momento de iteración.
- Se busca aplicar esta solución para problemas de optimización de objetivo único.

Escenarios de prueba

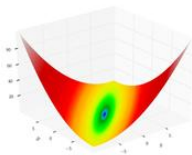
Ackley's
function:



$$f(x, y) = -20 \exp \left(-0.2 \sqrt{0.5 (x^2 + y^2)} \right) - \exp (0.5 (\cos (2 \pi x) + \cos (2 \pi y))) + 20 + e$$

Escenarios de prueba

Matyas
function:



$$f(x, y) = 0.26(x^2 + y^2) - 0.48xy$$