

# Algoritmo Evolutivo Concurrente de Inspiración Cuántica en $\mathbb{R}$ para problemas de optimización de objetivo único

José Carlos Delgado Ramos

Escuela Profesional de Ciencia de la Computación  
Universidad Católica San Pablo

5 de diciembre de 2014

# Introducción

- Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica: campo relativamente novedoso.
- Busca incorporar algunas de las ventajas de la Computación Cuántica a algoritmos de computación tradicional (basada en transistores y puertas lógicas de dos valores).

# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

Emplean una representación denominada Q-bit -la cual equivale al qubit que puede representar a uno los valores  $\{0, 1\}$  o a la superposición de ambos-, el cual está definida por un par de número  $[\alpha, \beta]$  tal que:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$$

donde  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ , y que hacen referencia a las posibilidades de que el Q-bit colapse a uno de los dos valores posibles al momento de ser observado.

# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

Se puede definir un vector de  $m$  Q-bits de esta forma:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_m \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_m \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_m \end{bmatrix}$$

donde  $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1$  para cada  $i = 0, 1, \dots, m$ .

# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

Para modificar los Q-bits se emplea un operador denominado Q-gate, el cual se encarga de rotar el ángulo y hacerlo inclinarse hacia un valor  $\{0, 1\}$ , de tal manera que asegure el cumplimiento de la ecuación 3.2:

$$U(\Delta\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_i) & -\sin(\Delta\theta_i) \\ \sin(\Delta\theta_i) & \cos(\Delta\theta_i) \end{bmatrix}$$

donde  $\Delta\theta_i, i = 0, 1, \dots, m$  es el ángulo de rotación de cada Q-bit. La magnitud de este valor tiene efecto en la convergencia, pero de ser muy alto se corre el riesgo de diverger o de converger prematuramente hacia un óptimo local.

# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

$$\begin{bmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{bmatrix} = U(\Delta\theta_i) \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}$$

# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica

La estructura del algoritmo es la siguiente:

---

```
INITIALIZE  $t \leftarrow 0$ ;  
INITIALIZE  $Q(t)$ ;  
MAKE  $P(t)$  by observing the states of  $Q(t)$ ;  
EVALUATE  $P(t)$ ;  
STORE best solutions among  $P(t)$  into  $\mathbf{b}$ ;  
while NOT termination-condition do  
     $t \leftarrow t + 1$ ;  
    MAKE  $P(t)$  by observing states of  $Q(t - 1)$ ;  
    EVALUATE  $P(t)$  ;  
    UPDATE  $Q(t)$  using Q-gates;  
    STORE best solutions among  $P(t)$  into  $\mathbf{b}$ ;  
end while
```

---

# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica en $\mathbb{R}$

- Busca generar un conjunto de estados observables continuos y no discretos como el algoritmo base.
- La inspiración de este modelo está en el uso de funciones de onda.



# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica en $\mathbb{R}$

- Los individuos cuánticos son reemplazados: en vez de valores que indican la probabilidad de selección de un valor, pasan a ser funciones aleatorias de probabilidad  $\mathbb{U}_{ij} \in [l_{ij}, u_{ij}]$  donde  $l_{ij}, u_{ij}$  marcan los límites superiores e inferiores del intervalo respectivamente.

# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica en $\mathbb{R}$

- $\mathbb{U}_{ij}$  puede ser representado por el centro  $\mu_{ij} = l_{uj} + u_{ij}/2$  mas el ancho del pulso  $\sigma_{ij} = u_{ij} - l_{uj}$ .

# Algoritmos Evolutivos de Inspiración Cuántica en $\mathbb{R}$

- El algoritmo funcionaría de la misma forma, pero mejorando los individuos cuánticos mediante la restricción de  $\mu_{ij}$  y  $\sigma_{ij}$  a las áreas que retornen mejores valores de aptitud.

# Propuesta

- Concurrencia: más de una única población de individuos cuánticos produciendo generaciones de individuos en paralelo.
- Recombinación intrageneracional: a partir de cierta iteración  $u$ , el individuo cuántico  $i$  que tenga el mejor promedio de soluciones recombinará alguno de sus Q-bits con otro Q-bit de otro individuo cuántico  $i'$  con el peor promedio de soluciones hasta el momento de iteración.
- Se busca aplicar esta solución para problemas de optimización de objetivo único.

# Propuesta

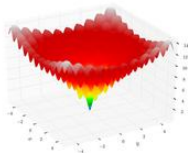
- Concurrencia: más de una única población de individuos cuánticos produciendo generaciones de individuos en paralelo.
- Recombinación intrageneracional: a partir de cierta iteración  $u$ , el individuo cuántico  $i$  que tenga el mejor promedio de soluciones recombinará alguno de sus Q-bits con otro Q-bit de otro individuo cuántico  $i'$  con el peor promedio de soluciones hasta el momento de iteración.
- Se busca aplicar esta solución para problemas de optimización de objetivo único.

# Propuesta

- Concurrencia: más de una única población de individuos cuánticos produciendo generaciones de individuos en paralelo.
- Recombinación intrageneracional: a partir de cierta iteración  $u$ , el individuo cuántico  $i$  que tenga el mejor promedio de soluciones recombinará alguno de sus Q-bits con otro Q-bit de otro individuo cuántico  $i'$  con el peor promedio de soluciones hasta el momento de iteración.
- Se busca aplicar esta solución para problemas de optimización de objetivo único.

# Escenarios de prueba

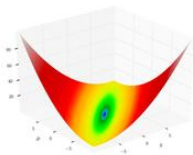
Ackley's  
function:



$$f(x, y) = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{0.5 (x^2 + y^2)} \right) \\ - \exp (0.5 (\cos (2\pi x) + \cos (2\pi y))) + 20 + e$$

# Escenarios de prueba

Matyas  
function:



$$f(x, y) = 0.26(x^2 + y^2) - 0.48xy$$