

## 8. Lätkonstruktioner

### Materialval och konstruktionslösningar

Magnus Burman, KTH Teknisk Mekanik



Lättviktsdesign med lättviktsmaterial - BMW i3's förar/passagerarmodul tillverkad i kolfiber, vikten är endast 140 kg med 1/3 så många delar som motsvarande metalstruktur. Produktionen kräver 50% mindre energi, 50% mindre tid och ljudnivån i fabriken var 50% lägre. Bild från BMW.

### 8.1 Lättviktsdesign

Inom många sektorer är valet av konstruktionsmaterial och designlösning väldigt centralt, inte minst gäller detta transportindustrin. Att välja ett lättviktsmaterial och skapa en lättviktsdesign är här avgörande av flera anledningar:

#### **– Minskad bränsleförbrukning och lägre utsläpp:**

En av de mest betydande fördelarna med att använda lättviktsmaterial är minskad energiåtgång / bränsleförbrukning. Med låg fordonsvikt krävs mindre energi för framdrivningen, vilket direkt leder till lägre bränslekostnader och minskad miljöpåverkan.

#### **– Ökad lastkapacitet:**

En minskning av farkosten/fordonets egenvikten att lastkapaciteten kan ökas, så kallad "pay load". Ökad transporteffektiviteten leder till färre transporter, vilket i sin tur innebär ytterligare minskade utsläpp och kostnader.

### **– Förbättrad prestanda och effektivitet:**

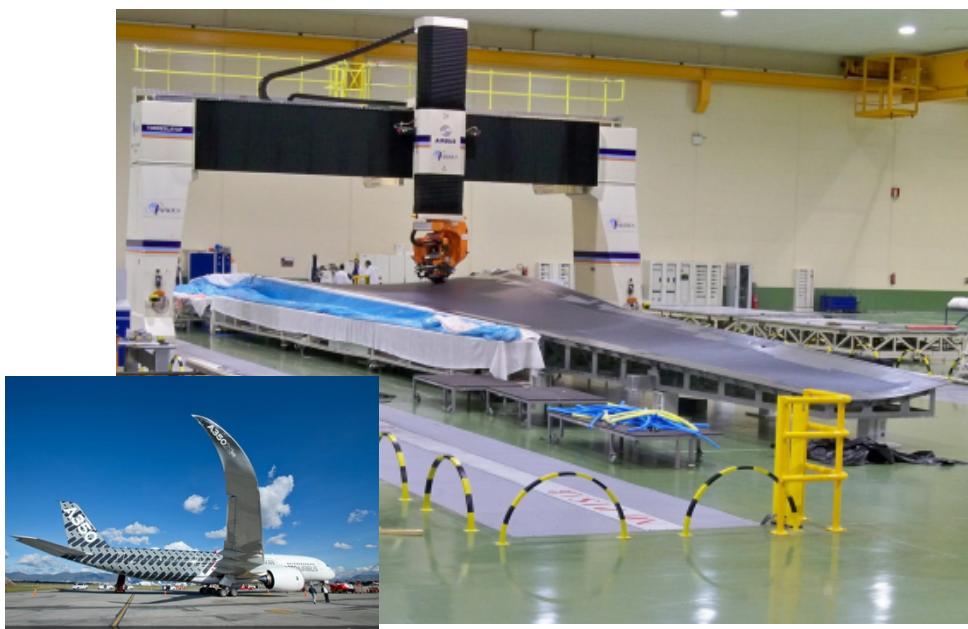
Lättare farkoster och fordon har generellt bättre prestanda; snabbare acceleration, bättre manöveregenskaper och kortare bromssträcka. Om fordonsvikten minskas kan andra delsystem också reduceras såsom bromsar, fjädringar etc. Detta kallas vi en ”positiv viktspiral”.

### **– Innovation och framtidssäkring:**

Investeringar i lättviktsmaterial och -design driver på innovation inom transportsektorn. Det gör det möjligt att utforska nya konstruktionsmetoder och material, såsom avancerade kompositer och höghållfast stål, vilka kan ge både miljö- och prestandafördelar. Dessutom förbereder det branschen för övergången till el- och hybridfordon, där hög batterivikt gör lättviktsdesign än mer betydelsefullt.

### **– Hållbar utveckling:**

Genom att fokusera på lättviktslösningar kan transportsektorn bidra till en mer hållbar utveckling. Detta inkluderar minskad råvaruanvändning, längre livslängd hos farkoster och fordon tack vare minskat slitage, och en övergripande minskning av miljöpåverkan.



Airbus A350XWB - 53% av flygplanets strukturvikt är CFRP, cirka 55 ton. Vingskalet som tillerkas i ett stycke är 30 långt med en yta på 220 m<sup>2</sup>. Bränseförbrukningen är cirka 2.5-3 liter per 100 km per passagerare (motsvarande för Boeing 747 är 3.5-4 liter). Bild från Airbus.

Det är inte bara transportsektorn som drar fördel av lättviktsdesign; vi hittar dessa även inom sport-, energi-, medicin-, och byggsektorerna. Särskilt gäller detta om vårt lättviktsdesign utnyttjar fiberkompositer (mer om det nedan) då kan designen

skräddarsys för ökad prestanda, unika egenskaper, låga underhållskostnader och förenklad installation.

Lättviktsmaterial och lättviktsdesign är alltså inte bara en fråga om effektivitet utan också en nyckelkomponent i att möta framtida krav på hållbarhet, säkerhet och kostnadseffektivitet inom många sektorer.

## 8.2 Lätta material och lättviktsmaterial

Vad är då ett lättviktsmaterial? Och hur åstadkommer vi lätta designlösningar? Låt oss börja med ”lätta” material.

Varje material har en uppsättning av olika egenskaper. De viktigaste egenskaperna vid konstruktions- och designarbete är materialets;

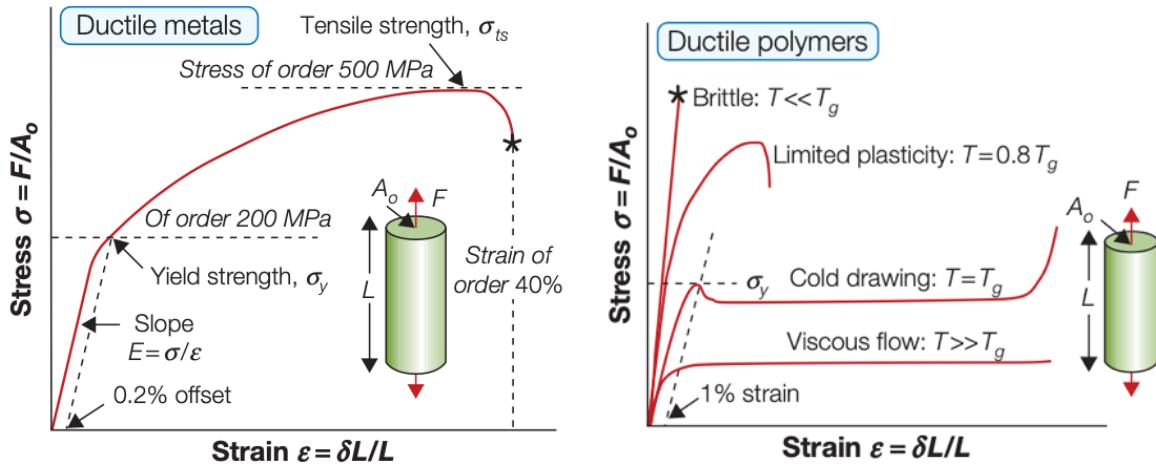
- **Styrka**, även kallad brottgräns eller hållfasthet,  $\sigma$ , (MPa), anger hur mycket belastning materialet kan utstå innan det brister.
- **Töjning**,  $\varepsilon$ , (%), anger hur mycket materialet deformeras/förlängs då det belastas.
- **Brottöjning**,  $\hat{\varepsilon}$ , (%), anger hur mycket materialet deformerats/förlängts när det brister.
- **Elasticitetsmodul**,  $E$ , (GPa), är ett mått på hur styvt materialet är under ”nomal belastning”.
- **Densitet**,  $\rho$ , ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ).
- **Kostnad**, både materialkostnaden,  $C_m$ , (SEK/kg), och komponentens produktionskostnad är centrala. Den senare är mer komplex att beräkna då den beror på val av produktionsmetod, produktionsverktyg och antal personaltimmar.

Sen finns det ytterligare egenskaper som bör beaktas vid behov såsom materialets brottseighet, termisk konduktivitet, dielektriska egenskaper, utmattningsegenskaper etc, men med fokus på lättviktsdesign så låter vi dessa bero här och nu.

### Hållfasthet, E-modul och töjning

De tre mest centrala mekaniska egenskaperna hos ett material är dess hållfasthet, elasticitetsmodul och brottöjning. Låt oss beskriva dessa med ett enkelt experiment, se Fig. 1. Vi antar att vi har en stång med längden  $L$  (mm) och en konstant tvärnittsarea,  $A_0$  ( $\text{mm}^2$ ). Vi belastar denna med en kraft,  $F$  (Newton), varvid stången förlängs,  $\delta L$ ,(mm). Resultatet kan presenteras ett klassiskt så kallat spännings-töjningsdiagram. På y-axeln presenterar vi dragspänningen i materialet,  $\sigma$  (MPa), alltså kraften delat på provets tvärnittsarea,  $F/A_0$ . Och på x-axeln registrerar vi provets förlängning och

presenteras töjningen,  $\varepsilon$  (%), alltså materialets förlängning i relation till ursprunglig längd,  $\delta L/L$ .



Figur 1 Spännings-töjningsdiagram för (a) duktila metaller och (b) duktila polymerer. Bild från ref [1].

Vid denna typ av belastning skiljer vi på två faser, den första delen där materialet beter sig linjärelastiskt och den senare då materialet påvisar en ickelinjär respons mellan spänning och töjning. Den första delen är reversibel, vilket betyder att materialet återgår till sitt ursprungliga tillstånd när det avlastas. Om materialet belastas så att det påvisar olinjär respons noteras oftast en permanent förlängning av materialet. Beroende på typ av material används olika definitioner på övergången mellan den linjära och olinjära delen. I verkligheten är denna gräns flytande.

Metallers flytspänning,  $\sigma_y$ , definieras som spänningen då kvarvarande permanent töjning efter avlastning överskrider 0,2 %. Normalt anges även  $\sigma_{ts}$ , den högsta spänningen materialet kan bära innan det går av – materialets hållfasthet (det som jag i det följande valt att benämna  $\hat{\sigma}$ ). Självklart kan vi bestämma materialets motsvarande egenskaper under tryckbelastning (kompression) som i drag.

För polymerer definieras  $\sigma_y$  som den spänning vid vilken spännings-töjningskurvan blir markant olinjär, typiskt vid en töjning på 1 % eller mer, Fig 1b. Vissa polymera material påvisar dock inte alls en så tydlig övergång utan börjar plasticera i princip omgående, medan andra (spröda) polymerer är i det närmaste linjärelastiska hela vägen till brott, Fig. 1b.

Elastositetsmodulen,  $E$ -modulen, för ett material är ett mått på materialets styvhet och det är viktigt att förstå skillnaden på denna egenskap och materialets hållfasthet. För klassiska metaller såsom stål och aluminium, samt de flesta polymerer, anges materialets  $E$ -modul som relation mellan spänning och töjning under den initiala

linjärelastiska delen,  $E = \sigma/\varepsilon$ . I en korrekt dimensionerad struktur överskrider sällan den maximala spänningen i materialet 1/3 av dess flytspänning under normal användning.

Andra grupper av material, såsom keramer, elastomerer, skum och naturmaterial uppvisar annorlunda men ändå liknande beteende vid belastning.

Eftersom materialens egenskaper begränsar prestandan på komponenten/produkten/strukturen behöver vi kartlägga dessa enskaper för att undersöka vilka värden som är designbegränsande för vår komponent. Enklast är att skapa en tabell över intressanta material och de mest relevanta egenskaperna och sedan ranka dem efter vilka som har högst, eller för oss bästa egenskaper.

I Tabell 1 anges fyra olika egenskaper för fyra vanliga konstruktionsmaterial som används i farkost- och fordonsstrukturer; stål, aluminium, glasfiberförstärkt polymer (GFRP), kolfiberförstärkt polymer (CFRP).

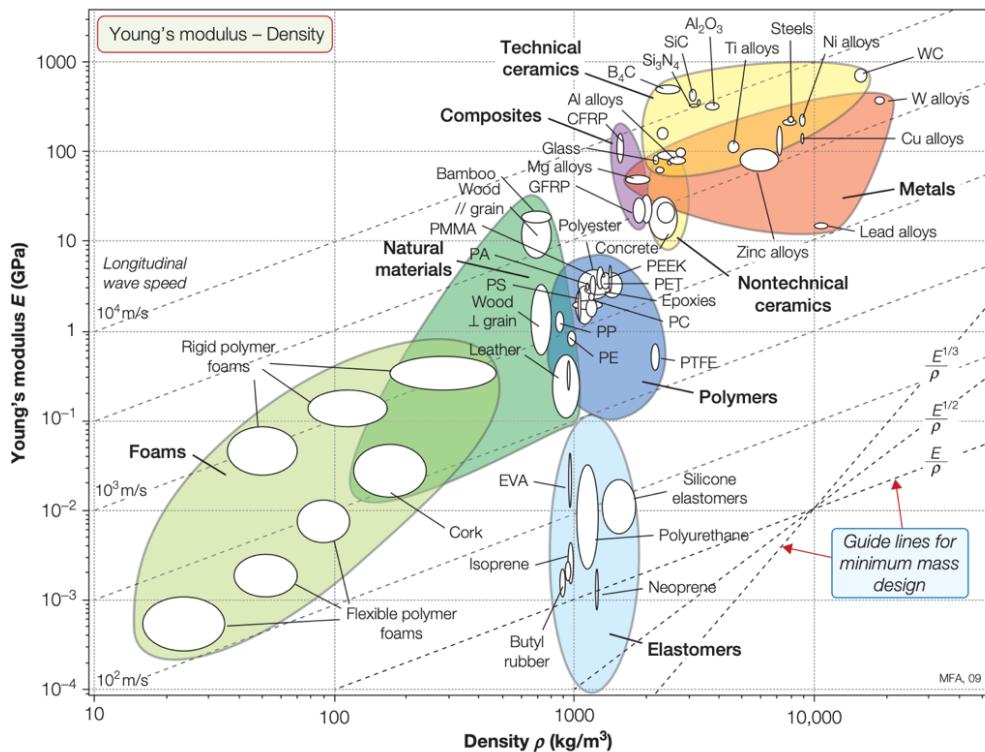
**Tabell 1** Sammanfattning av de mekaniska egenskaperna för stål, aluminium, glasfiberarmerad plast (GFRP), och kolfiberarmerad plast (CFRP). Observera att egenskaperna för kompositmaterial som GFRP och CFRP kan variera avsevärt beroende på deras sammansättning och tillverkningsprocess.

Egenskap	Stål (mild)	Aluminium (6061-T6)	GFRP	CFRP
Densitet ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	7850	2700	1500-2000	1550-1600
Elasticitetsmodul (GPa)	200	69	20-55	120-160
Sträckgräns (MPa)	250-350	240-310	300-1000	500-1500
Brottgräns (MPa)	400-550	310-550	300-1000	600-2000

Men, det är sällan prestandan för en komponent beror på bara en enskild materialegenskap, oftare är det en kombination av egenskaper som spelar roll: vi söker hög styvhett och låg vikt, bra värmeförståndning i kombination med korrosionsbeständighet, eller god hållfasthet kombinerat med hög seghet, till exempel. Det gör att en lista som i tabell 1 blir svår att använda.

Låt oss då i stället skapa ett diagram där olika materialegenskaper plottas mot varandra. Som exempel tar vi  $E$ -modul mot densitet  $\rho$ , se Fig 2. Egenskapen styvhett per vikt brukar benämnes specifik modul, och på motsvarande sätt är specifik hållfasthet materialets styrka per viktsenhet.

Notera att båggen har logaritmisk skala och att presenterad materialdata spänner över flera dekader.

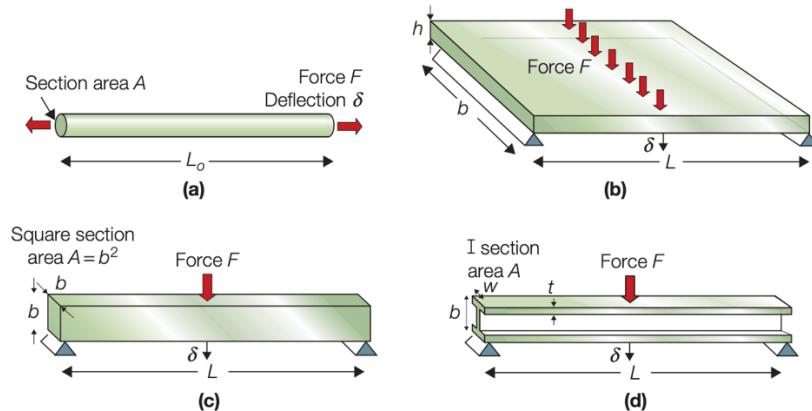


**Figur 2.**  $E$ -modul mot densitet . De färgade områdena omsluter data för en viss klass av material. Notera att skalorna på axlarna är logaritmiska och både  $E$ -modul och densitet spänner över flera dekader. Bild från ref [1].

De färgade områdena markerar olika klasser av material, nere till vänster har vi tex skum som karakteriseras av låg densitet men också låg  $E$ -modul, i det övre högra ser vi keramer och metaller som har hög  $E$ -modul men också hög densitet. Om vi söker ett material med hög  $E$ -modul och låg densitet bör detta finnas i övre vänstra hörnet, eller åtminstone så nära det hörnet som möjligt. Men vilket material är "närmast" och alltså det som har högst specifik styrhet? För ren dragbelsatning är det faktiskt vissa extrema keramer, t ex Borkarbid ( $B_4C$ ) och Kiselkarbid (SiC) som har högst specifik styrhet, 182 resp 128 (MPa/(kg/m<sup>3</sup>)) samt kolfiberkompositer (CFRP) ca 100 (MPa/(kg/m<sup>3</sup>)). Jämför det med stål som har en specifik modul på 25 (MPa/(kg/m<sup>3</sup>)). Varför använder vi då inte dessa keramer i maststag till segelbåtar? Vanligast i denna applikation är stålwire. Svaret är nog väldigt hög material- och produktionskostnad samt keramers känslighet för sprickor och slag (alltså två egenskaper som vi inte bedömer i Fig 2).

Men det bästa materialvalet för en komponent skiljer sig också från vilken typ av belastning den utsätts för. Är det ren dragbelastning som i en wire, eller har vi en balk som böjs, kanske en panel under som böjningbelastas. Eller är det en kombination av

flera olika laster; tänk på en stege till exempel, benen utsätts för en axiell tryckbelastning samtidig som de böjs när stegen står vinkelad mot en vägg. I Fig 3 illustreras några av de vanligaste "elementarfallen" och i de kommande grundläggande hållfasthetskurserna på KTH kommer ett flertal till att studeras.



Figur 3 Olika elementarfall (a) **stång** belastad i axiellt drag, (b) på två sidor fritt upplagd **panel** belastad med en central linjelast, (c) fritt upplagd **balk** med centralt placerad böjlast, kallad tre-punkt-böj och (d) samma som (c) men med en en I-balk. Bild från ref [1].

Låt oss först studera en **lätt** och **stark** dragstång, en komponent som utsätts för en ren dragbelastning. Vi söker alltså ett material som maximerar dragstyrkan per viktsenhet, dvs den specifika styrkan. Längden på staget är  $L$  och tvärsnittsarean är  $A$ . Det betyder att vikten, eller massan,  $m$  kan skrivas som

$$m = AL\rho \quad (1)$$

där  $\rho$  är materialets densitet.

Max belastning  $F_{max}$  som staget skall klara utan att gå sönder är

$$F_{max} \leq \hat{\sigma}A \quad (2)$$

där  $\hat{\sigma}$  är materialets hållfasthet. Genom att kombinera Ekv (1) och (2) kan tvärsnittsarean  $A$  elimineras och följande erhållas:

$$m \geq (FL) \left( \frac{\rho}{\hat{\sigma}} \right) \quad (3)$$

Notera nu formen på ekvationen; den första parentesen innehåller den pålagda lasten  $F$  och stagets längd  $L$ , och den andra parentesen två materialegenskaper, densitet och hållfasthet. Den lättaste och starkaste stången tillverkas alltså av det material som minimerar värdet på  $\frac{\rho}{\hat{\sigma}}$ . Normalt är det vanligare att arbeta med att maximera en funktion och därför inverterar och definierar materialindex  $M_{t1}$  ( $t$  för engelskan tie rod)

$$M_{t1} = \frac{\hat{\sigma}}{\rho} \quad (4)$$

Den lättaste dragstången som kan klara belastningen  $F$  utan att gå av tillverkas av ett material med det högsta värdet på detta index. På samma sätt kan vi bestämma ett index för den lättaste och styvaste dragstången som

$$M_{t2} = \frac{E}{\rho} \quad (5)$$

Dessa index kallas som sagt materialets "specifika hållfasthet" respektive "specifika styvhets".

*Fråga: varför har dragstångens tvärsnittsarea ingen betydelse när vi söker det "bästa" materialet?*

Detta var relativt enkelt och processen för att ta fram materialindex för andra målfunktioner följer samma modell. Vi tar ett till:

#### **Minimera massan för en styv balk som utsätts för böjning.**

En balk kan ha många olika tvärsnitt men låt oss för enkelheten skull studera en med kvadratiskt tvärsnitt,  $A=b \times b$ . Balkens längd är  $L$  och den belastas med kraften  $F$  mitt mellan mellan två stöd som är placerade ytterst, se Fig 3c. Balken får inte böjas ner mer än  $\delta$  vid belastningen  $F$  och vi söker det lättaste materialet som uppfyller detta.

Massan för balken skrivs som

$$m = AL\rho = b^2L\rho \quad (6)$$

och böjstyvheten  $S$  måste vara åtminstone  $S^*$ :

$$S = C_2 \frac{EI}{L^3} \geq S^* \quad (7)$$

$C_2$  är en konstant som vi för tillfället inte bryr oss om,  $E$  är materialets  $E$ -modul,  $L$  är balkens längd och  $I$  är tröghetsmomentet för balkens tvärsnittsprofil. För ett ett kvadratiskt tvärsnitt är tröghetsmomentet

$$I = \frac{b^4}{12} = \frac{A^2}{12} \quad (8)$$

och utgör ett mått på tvärsnittets geometriska styvhets (alltså oberoende av material). Om balkens tvärsnittsarea,  $A$ , nu elimineras på liknande sätt som ovan, kan vi skriva massan enligt:

$$m = \left( \frac{12S^*L^3}{C_2} \right) (L) \left( \frac{\rho}{E^{1/2}} \right) \quad (9)$$

Termerna  $S^*$ ,  $L$ , och  $C_2$  är alla givna eller konstanter vilket betyder att det bästa materialet för en lätt styv balk är det med högst värde på

$$M_{b2} = \frac{E^{1/2}}{\rho} \quad (10)$$

där  $M_{b2}$  är materialindex för lätt styv balk och på motsvarande sätt är  $M_{b1}$  materialindex för en lätt balks styrka under böjbelastning:

$$M_{b1} = \frac{\hat{\sigma}_{\square}^{2/3}}{\rho} \quad (11)$$

Denna analys och ovan beräknade materialindex visade vi gälla för en balk med kvadratisk tvärsnitt, men de gäller även för andra balkar så länge tvärsnittet är konstant.

Tröghetsmomentet i Ekv. 8 kan för alla olika profiler skrivas som en konstant multiplicerad med tvärsnittsareaen i kvadrat,  $A^2$ . Olika tvärsnitt har olika värden på konstanten  $C_2$  men dessa kommer inte påverka materialindex  $M_{b1}$  och  $M_{b2}$ .

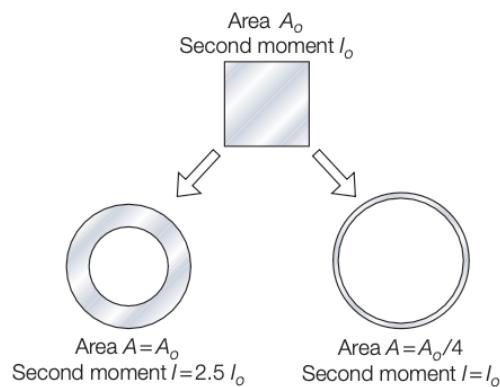
**Tabell 2.** Exempel på olika profiler, dess tvärsnittsarea och tröghetsmoment. Notera att tröghetsmomentet är en funktion av profilens tvärsnittsarea i kvadrat,  $I \sim A^2$

Profiltyp	Tvärsnittsarea	Tröghetsmoment (Ix)	Kommentar
Kvadratisk profil (solid)	$a^2$	$\frac{a^4}{12}$	$a$ är sidans längd
Rund profil (solid)	$\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2$	$\frac{\pi d^4}{64}$	$d$ är diametern
Triangulär profil (solid)	$\frac{1}{2}bh$	$\frac{bh^3}{36}$	$b$ är basens längd, $h$ är höjden
Kvadratiskt rör (ihålig)	$a^2 - b^2$	$\frac{a^4 - b^4}{12}$	$a$ och $b$ är yttermått respektive innermått på kvadraten
Runt rör (ihålig)	$\pi \left(\frac{D^2 - d^2}{4}\right)$	$\frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$	$D$ och $d$ är ytterdiameter respektive innerdiameter
I-balk	Varierar med dimensioner	$\frac{bh^3}{12} - \frac{b_w h_w^3}{12}$	$b$ och $h$ är dimensionerna av huvudbalken; $b_w$ och $h_w$ är dimensionerna av webben

Ett vanligt sätt öka tröghetsmomentet är att skapa en profil där materialet är långt ifrån neutralaxeln, dvs linjen genom balkens tvärsnittsarea längs vilken balken böjer sig. Exempel på sådana profiler är tunnväggiga rör eller I-balkar, se Tabell 2.

Det betyder att om vi kan ändra ändra tvärsnittet så att tröghetsmomentet ökar utan att för den delen tvärsnittsarean ökar får vi en effektivare balk. Studera Fig 4, där visas två koncept, en kvadratisk balk med tvärsnitt  $A_0$  och tröghetsmoment  $I_0$ . Vi ändrar geometrin till ett cirkulärt rör:

- först bibehåller vi tvärsnittsarean vilket skapar en profil som har 2.5 gånger det ursprungliga tröghetsmomentet,  $I = 2.5I_0$ .
- Om vi istället vill minska vikten kan vi åstadkomma ett rör med bibehållen  $I_0$  vilket betyder en fjärdedel så stor tvärsnittsarea,  $A = A_0/4$ .



Figur 4. Exempel på vad som händer med böjstyrheten eller arean(vikten) när vi ändrar tvärsnittgeometri på den ursprungliga kvadratiska profilen. Till höger bibehålls tvärsnitsarean och tröghetsmomentet ökar, till vänster bibehålls tröghetsmomentet och då minskar arean och därför även vikten. Bild från ref [1].

Låt oss nu återgå till Fig. 3, materialindex för olika elementarfall. På samma sätt som vi härlett materialindex för en dragstång eller tre-punkt-bøj balk kan vi ta fram index för de flesta elementarfall. För **böjning av en panel** som är fritt upplagd på två kantstöd och belastad med en centralt placerad last gäller:

$$M_{p1} = \frac{E^{1/3}}{\rho} \quad (12)$$

$$M_{p2} = \frac{\sigma_y^{1/2}}{\rho} \quad (13)$$

En sammanställning av vanliga materialindex ses i Tabell 3.

Tabell 3. Exempel på olika materialindex. Som synes kan dessa tas fram även för annat än rent mekaniska egenskapersåsom; minimering av kostnad, elektriska egenskaper, isolering etc. Tabell från ref [1].

Function, Objective, and Constraints	Index
Tie, minimum weight, stiffness prescribed	$\frac{E}{\rho}$
Beam, minimum weight, stiffness prescribed	$\frac{E^{1/2}}{\rho}$
Beam, minimum weight, strength prescribed	$\frac{\sigma_y^{2/3}}{\rho}$
Beam, minimum cost, stiffness prescribed	$\frac{E^{1/2}}{C_m \rho}$
Beam, minimum cost, strength prescribed	$\frac{\sigma_y^{2/3}}{C_m \rho}$
Column, minimum cost, buckling load prescribed	$\frac{E^{1/2}}{C_m \rho}$
Spring, minimum weight for given energy storage	$\frac{\sigma_y^2}{E \rho}$
Thermal insulation, minimum cost, heat flux prescribed	$\frac{1}{\lambda C_p \rho}$
Electromagnet, maximum field, temperature rise prescribed	$\frac{C_p \rho}{\rho_e}$

$\rho$  = density;  $E$  = Young's modulus;  $\sigma_y$  = elastic limit;  $C_m$  = cost/kg;  $\lambda$  = thermal conductivity;  
 $\rho_e$  = electrical resistivity;  $C_p$  = specific heat

### 8.2.1 Exempel: lätt och styvt dragstag

Vilket material lämpar sig då bäst för en lätt och styvt dragstång? **Funktion:** dragstång, **Målfunktion:** minsta vikt, **Begränsning:** styvhet. För detta fall skrives materialindex som

$$M_{t2} = \frac{E}{\rho} \quad (14)$$

Låt oss sen logaritmerar denna ekvation och arrangerar om lite, vilket ger

$$\log E = \log \rho + \log M_{t2} \quad (15)$$

Denna ekvation beskriver en familj av räta och parallella linjer med lutning 1 i ett diagram med  $\log E$  mot  $\log \rho$ , där varje linje motsvarar ett värde på  $M_{t2}$ .

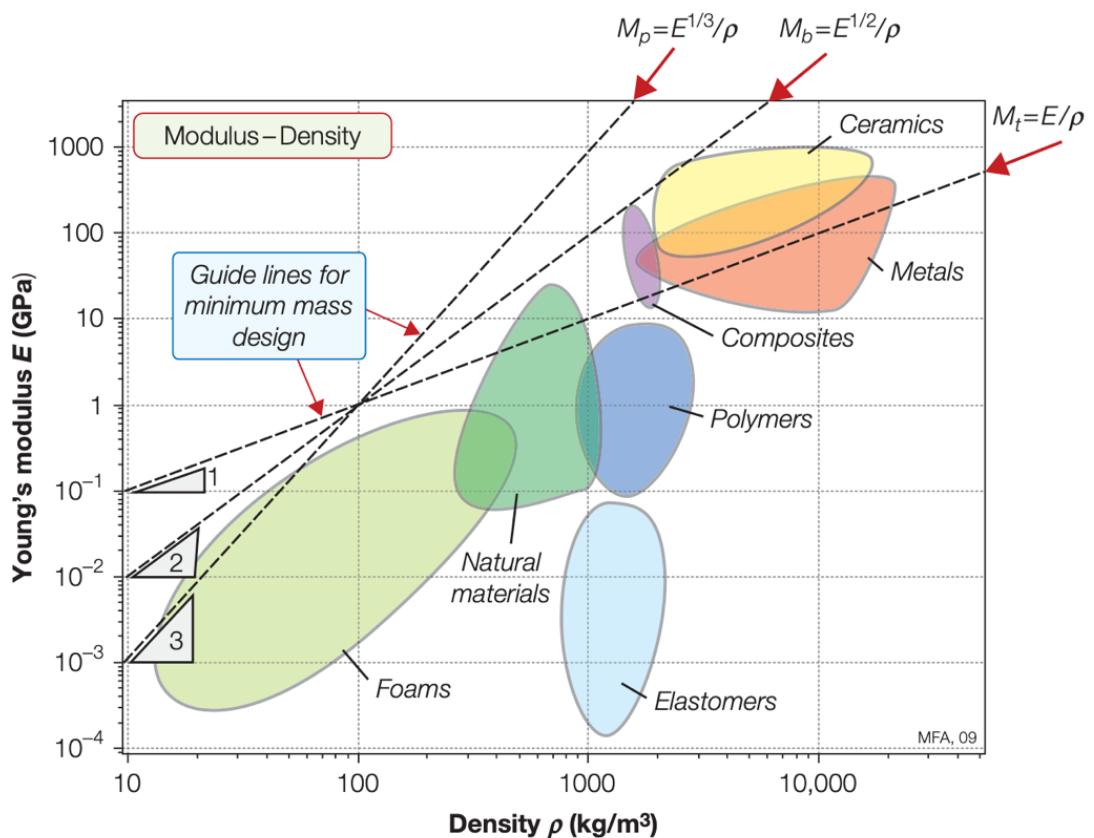
För en **lätt och styvt balk**, kan vi på samma sätt logaritmera ekvation 10:

$$\log E = 2 \log \rho + 2 \log M_{b2} \quad (16)$$

vilket motsvarar ytterligare en uppsättning av linjer i samma diagram, denna gång med lutning 2.

Slutligen för **böjning av en panel** genereras linjer med lutning 3.

Låt oss plotta dem i en graf, Fig 5, och kalla dem materialvalslinjer. Varje material på en och samma linje har samma materialindex, vilket innebär att samtliga dessa material presterar lika bra för det valda lastfallet. Det kanske inte känns intuitivt att till exempel kork, betong och stål har ungefär samma specifika böjsyvhet (balk) men så är faktiskt fallet. Men kom ihåg, det finns andra egenskaper som spelar roll, en balk tillverkad i kork skulle ha en 30 ggr så stor volym som en stålbalk.



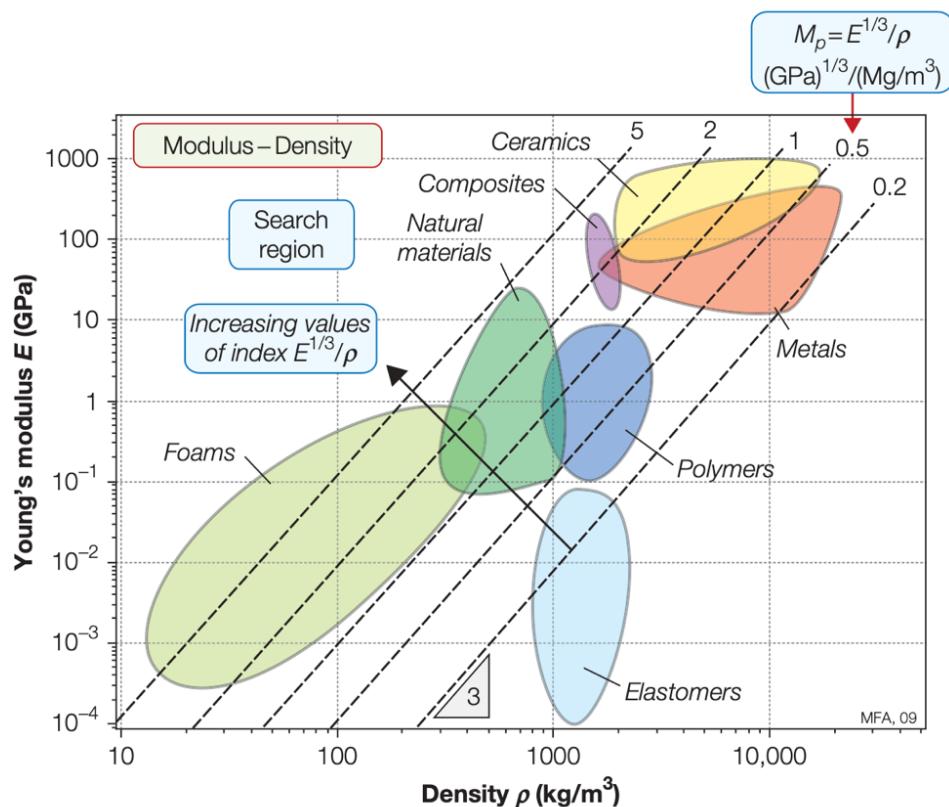
Figur 5 Skematiskt diagram som visar stödlinjer för att hitta material för lätt styr design. Bild från ref [1].

### 8.2.2 Vilket material är bäst?

Nu närmar vi oss sista fasen, vilket material är bäst? Material med högre värde på materialindex har bättre prestanda än de med lägre. Studera Fig 6 där vi plottar linjer med samma lutning. Här har vi valt de som motsvarar panelböjning, alltså

materialindexet,  $M_{p2} = E^{1/3}/\rho$ . Vi ser att material med de högsta värdena,  $M_{p2} \geq 5$ , finns i materialkategorin skum(?!). En skiva tillverkad i rent skummateriel skulle dock bli väldigt tjock i relation till andra kanske lämpligare material. Vi är fria att justera våra bivillkor så låt oss sätta vi ett krav på materialet skall ha en lägsta  $E$ -modul på 1 GPa. Då ser vi att kompositer och keramer följt av naturmaterial (trä) är bästa valen för en lätt och stiy panel. Återigen, det finns andra egenskaper som påverkar vårt slutgiltiga materialval, kostnad, miljöpåverkan.

Ovan beskrivna process är ett strukturerat sätt att genomföra en så kallad **screening** av de bästa möjliga materialvalen för en komponent. Dessa material kan sedan rankas i förhållande till varandra och andra specifika egenskaper undersökas mer i detalj innan slutvalet sker.

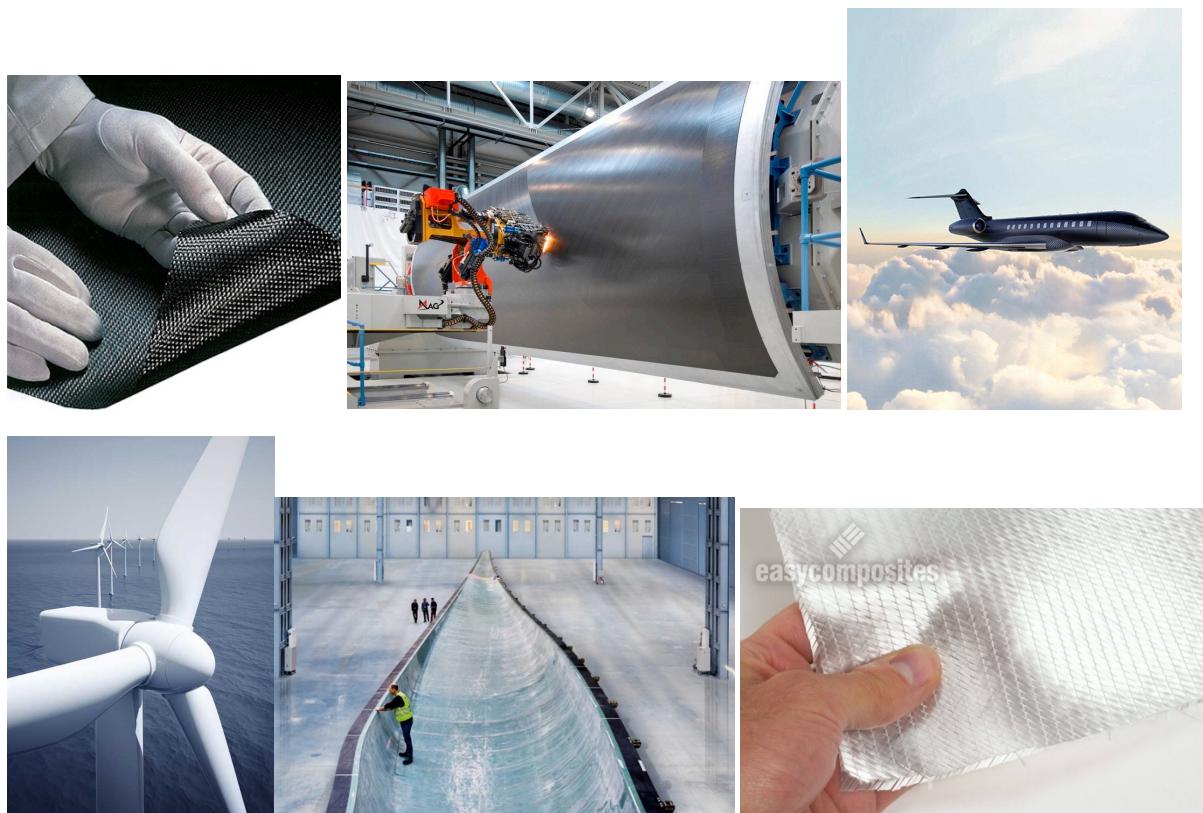


Figur 6. Skematiskt diagram som visar set av stödlinjer för materialindex  $M = E^{1/3}/\rho$ . Bild från ref [1].

### 8.3 Kompositmaterial

Flygplansingenjörer, biltillverkare och designers av sportutrustning har alla en sak gemensamt: de vill alla ha material som är styva, starka, och lätta. De singelmaterierl som bäst uppnår detta är lätta legeringar som är baserade på magnesium, aluminium och titan. Men de är inte så lätta i förhållande till polymerer som har mycket lägre densitet. Legeringarna är inte heller så styva, t ex keramer är mycket styvare och, särskilt i form av små partiklar eller tunna fibrer, mycket starkare. Detta utnyttjas i familjen av strukturella hybrider som vi vanligtvis kallar kompositer.

De flesta material kan i princip kombineras parvis för att skapa en komposit, i gamla dagar blandades lera och vass för husbyggnad, i brokonstruktioner förstärks betong med armeringsjärn, och säkerhetsglas kan innehålla tunna trådar av stål. Syftet är att undertrycka varje materials sämre egenskaper (betong och glas är spröda material och lera saknar egen egentlig stabilitet).



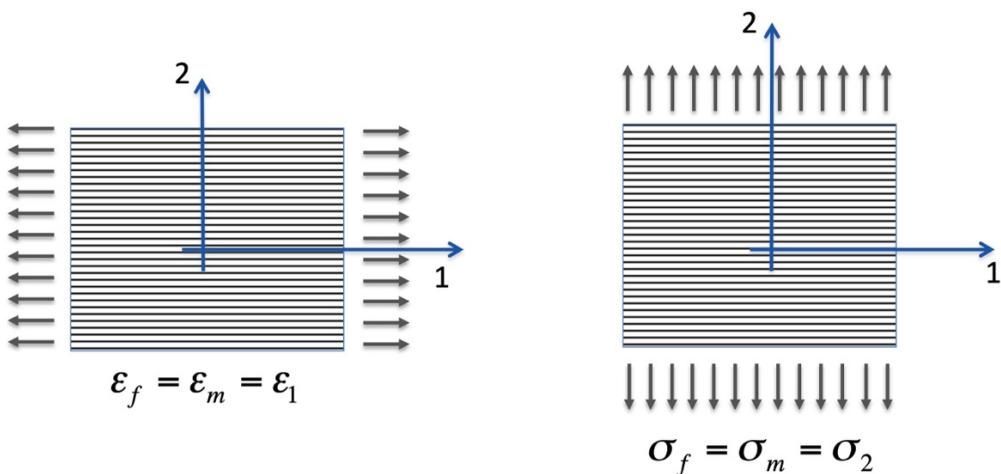
Figur 7. Kolfiberväv, placering av enkelriktade fiber på form för flygplanskropp, vindkraftverksblad och sydd glasfibermatta (här är det två lager med olika fiberrikningar).

Kompositer som används i farkost- och fordonskomponenter är i huvudsak fiberförstärkta polymerer. Fibrerna är oftast kol, glas eller aramid; och vanliga plaster är epoxy, polyester, polypropen med flera. Absolut centralt för alla olika kompositer är fullgod vidhäftning mellan de olika materialen, därför är tillverkningsprocessen viktig

när vi talar om kompositer, **vi skapar materialets egenskaper samtidigt som komponenten /strukturen tillverkas**. Jämför det med profiler och paneler i till exempel aluminium eller stål, där bibehåller materialen sina ursprungliga egenskaper när vi bearbetar eller sammankliver dessa. I Fig. 7 ses exempel på fibermattor och tillverkningsprocesser för två vanliga kompositapplikationer, flygstrukturer och vindkraftverksblad. Värt att notera är den enorma storleken på dessa komponenter som tillverkas i ett enda steg.

### 8.3.1 E-moduler för en kompositlamell

På en makroskopisk skala beter sig en komposit som ett homogent material med sin egen uppsättning av mekaniska, termiska och elektriska egenskaper. Att beräkna dessa exakt kan göras, men är ofta komplicerat. Med förenklade metoder kan vi uppskatta de mekaniska egenskaperna. Vi börjar med en lamell, ett lager med fiber och matris där alla fiber är raka och ligger parallellt med varandra. Det är vidare perfekt vidhäftning mellan fiber och matris.



$$E_1 = E_f v_f + E_m v_m \quad \frac{1}{E_2} = \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m}$$

Figur 8. Enkelriktad lamell belastad i drag längs respektive tvärs fiberna. Denna modell används för att härleda uttryck för  $E$ -modulerna,  $E_1$  och  $E_2$ , i lamellens två huvudriktningar. Dessa definierar den övre och undre gränsen för en lamells  $E$ -modul.

Lamellens styvhets längs och tvärs fiberna fastställs enkelt med Voight och Reuss modeller. Anta att fiberna har modul  $E_f$  och är helt omslutna och i full kontakt med en matrisen som har modul  $E_m$ . Andel fiber anges som volymfraktionen  $v_f$ , där  $0 \leq v_f \leq 1$  (i praktiken är volymsfraktionen  $0.25 \leq v_f \leq 0.70$ ) hos kompositer. Vi antar att vid belastning längs fiberriktningen (parallel belastning), som vi kallar 1-riktning, töjer sig fiber och matris lika mycket,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_f = \varepsilon_m$ , och vid belastning tvärs fibers riktning (seriell

belastning) är spänningen i de bågge materialen samma,  $\sigma_1 = \sigma_f = \sigma_m$ . Själva härledningen är inte komplicerad men vi utelämnar den av utrymmesskäl.

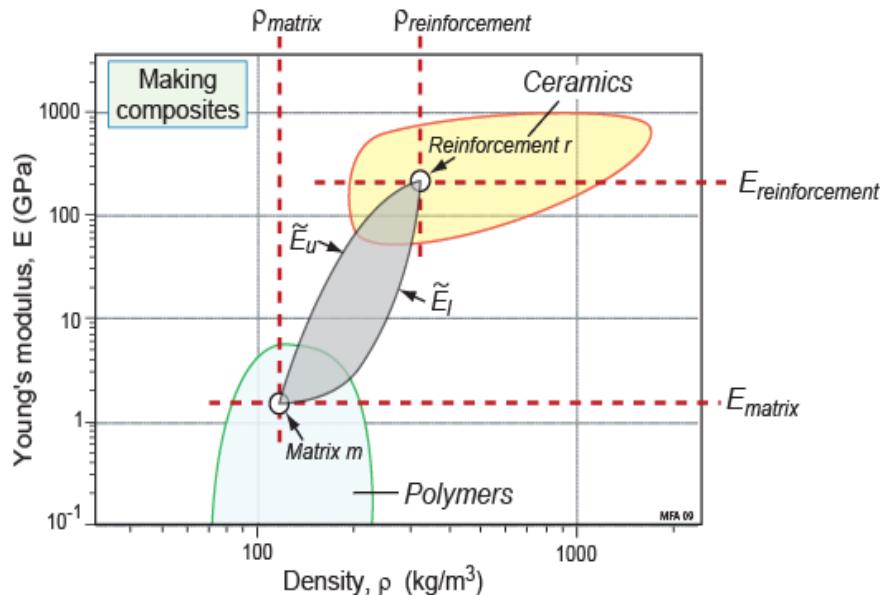
Då kan vi skriva styvheten hos lammellen längs fiberna som

$$E_1 = E_f v_f + E_m (1 - v_f) \quad (17)$$

och lamellens styvhet tvärs fibrena som

$$E_2 = \frac{E_f E_m}{E_f v_f + E_m (1 - v_f)} \quad (18)$$

Dessa två ekvationer definierar en övre och den nedre styvhetsgränsen för en enkelriktad lamell vilka vi kan rita i ett diagram, Fig. 8.

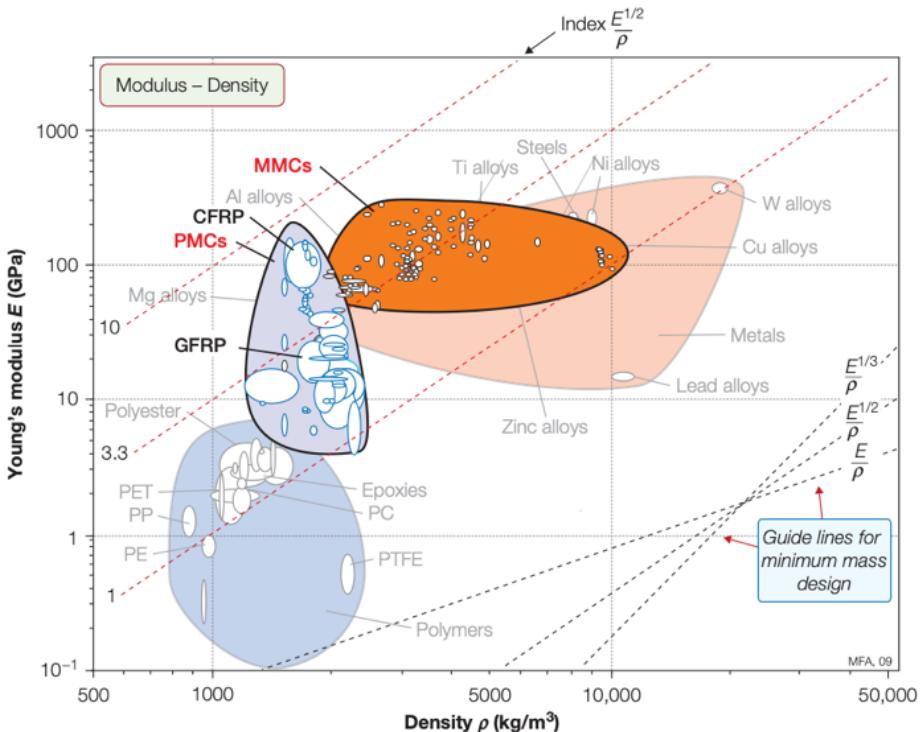


Figur 8. Den övre och undre gränsen för en kompositlamells styvhet (och densitet). Styheten varierar volymsfaktionen fiber (och självklart med valet av fiber och matris samt). I det gråa området hittar vi E-moduler för de fall när vi roterar fiberens riktning mellan 0° och 90° i förhållande till belastningen. Bild från ref [1].

Densiteten för lamellen bestäms enkelt med blandningslagen

$$\tilde{\rho} = \rho_f v_f + \rho_m (1 - v_f) \quad (19)$$

Den övre gränsen av detta nya material har inte nödvändigtvis men förhoppningsvis ett högre materialindex än de ingående materialen. En illustration av detta ses i Fig. 9 där två områden för polymerkompositorer (PMC) och metal-metalkompositorer (MMC) är markerade i relation till områden för rena polymerer och metaller.



Figur 9. Polymerkompositer och metalkompositer utökar det valbara området av material med avseende på modul-densitet. PMC - Polymer Matrix Composites, MMC - Metal Matrix Composites. Bild från ref [1].

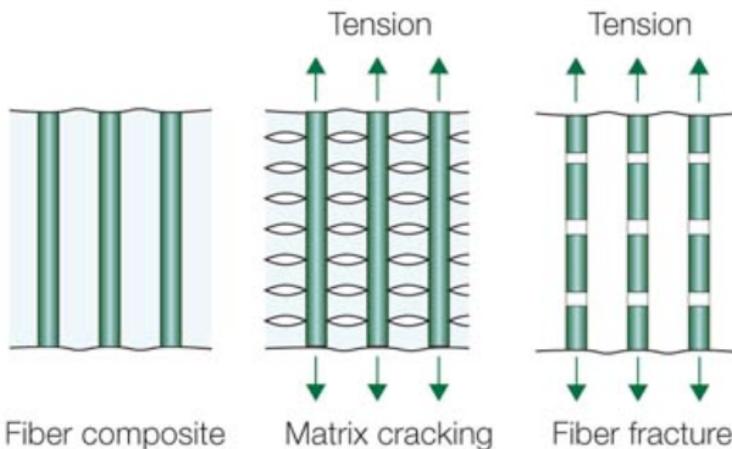
### 8.3.2 Hållfasthet i kompositer

Hållfastheten hos kompositmaterial kan vara mer komplex att bestämma. Det har att göra med att de olika materialen har olika brottmoder, är olika känsliga för oregelbundenheter och imperfektioner. Så länge lasten är relativt låg fördelas lasten väl mellan de olika materialen, fiber och matris. Detta sker fram till dess att spänningen eller töjningen blir kritiskt för ett av materialen och brott initieras. Som starkast är en komposit så klart om bågge material når denna brottpunkt samtidigt. Det betyder att den övre gränsen för en enkelriktad fiberkomposit, Fig. 10, kan skrivas som

$$(\hat{\sigma}_1)_{u,a} = \hat{\sigma}_f v_f + \hat{\sigma}_m (1 - v_f) \quad (20)$$

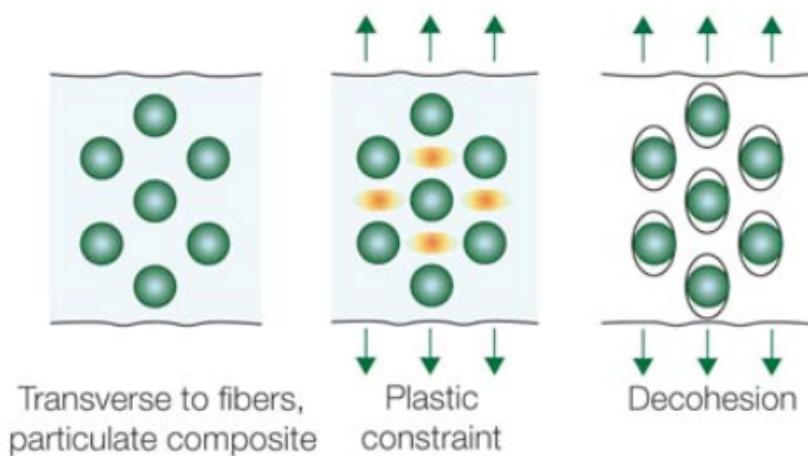
Mycket sällan har bågge material i en komposit samma hållfasthet eller brottöjning, vilket innebär att ett av materialen går sönder först och blir det som definierar kompositens hållfasthet. I de flesta praktiska fall för polymera fiberkompositer har fibern en lägre brottöjning än matrisen,  $\hat{\epsilon}_f < \hat{\epsilon}_m$ , vilket innebär att fibern är det material som går av först och därfor definierar kompositens hållfasthet,

$$\hat{\sigma}_1 \approx v_f \hat{\sigma}_f \quad (21)$$



Figur 10. Brottmoder för fiberkomposit belastad längs med fibrerna. Bild från ref [1].

Om vi istället belastar vår komposit tvärs fibrerna, Fig 11, blir det något mer komplicerat. Här beror hållfastheten på ytterligare brottmoder; matrisen spricker, vidhäftning mellan fiber och matris släpper eller brott initieras vid spänningssköncentrationer orsakade av partiklar eller lufttineslutningar.



Figur 11. Brottmoder för fiberkomposit belastad tvärs fibrerna. Bild från ref [1].

Oftast konstateras att hållfastheten för en enkelriktad komposit är lägre än den för den rena matrisen på grund av ovan nämnda faktorer. Alltså

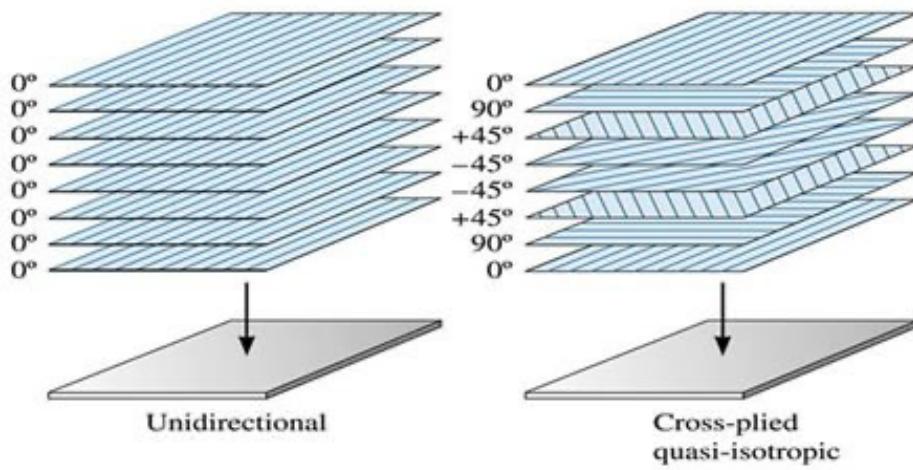
$$\hat{\sigma}_2 \leq \hat{\sigma}_m (1 - \sqrt{v_f}) \quad (22)$$

### 8.3.3 Kompositlaminat och dess egenskaper - styvhet

En kompositstruktur byggs normalt upp av flera lager. Varje lager har fiber i en och samma riktning men varje lager kan givetvis roteras och läggas i olika riktningar på varandra. På så sätt skapar vi ett laminat och där kan vi genom att välja antal lager och fiberriktningar skapa ett unikt material som passar vår struktur bäst. Vi anpassar alltså kompositen så att den bara är styv och stark där det behövs. Ofta talar man om att

kompositer har anisotropa egenskaper till skillnad mot material med isotropa egenskaper, såsom aluminium och stål.

Bäst nyttjandegrad av en fiberkomposit uppnås om alla lager har fiberna i samma riktning. Men en sådan struktur blir relativt känslig för "oväntade" laster, alltså om lasten inte verkar i fiberriktningen. Detta eftersom både kompositens styvhet och hållfastheten är avsevärt lägre i andra riktningar. Därför byggs vanligtvis kompositmaterial upp av flera lager där fiberriktningen varieras, oftast används fiberriktningarna  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $+45^\circ$  eller  $-45^\circ$ , se FIG. 12. Antalet lager med fiber i en viss riktning kan givetvis anpassas och varieras.



Figur 12. Exempel på uppbyggnad av laminat, (a) varje lamell har samma riktning och (b) varje lamell är orienterad i olika riktningar, i detta fall  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $+45^\circ$  och  $-45^\circ$  i förhållande till ett globalt koordinatsystem. Just detta fall kallas kviisotrop eftersom laminatets homogeniserade styvhet varierar väldigt lite oavsett riktning som en last skulle angripa. Bild från ref [1].

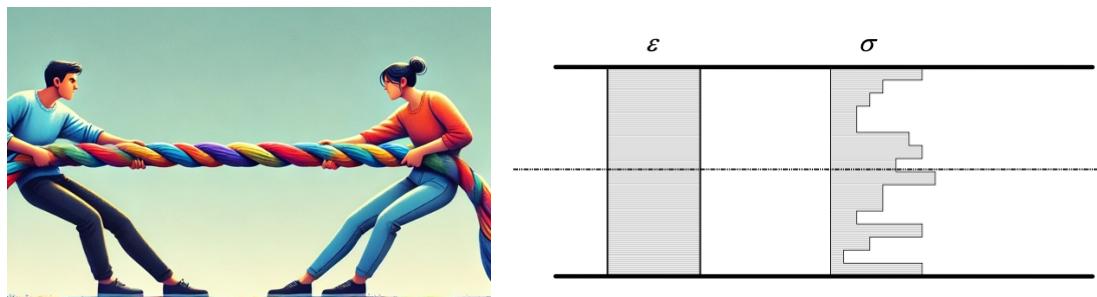
Ett kompositmaterials styvhet och styrka beror såklart på valet av fiber och matris men även på de olika lagrens orientering. Framförallt styvheten kan beräknas analytiskt för hand med god tillförlitlighet med det som benämns *komposit- och laminatmekanik*.

### 8.3.4 Kompositlaminat och dess egenskaper - hållfasthet

Hållfastheten hos en komposit är mer komplicerad. Från tidigare har vi konstaterat att om vi har två material som sitter ihop, fiber och matris, och belaster dessa (parallelld) så deformeras de lika, töjningen är lika stor i bågge materialen. På samma sätt är det om vi drar i en kompositpanel uppbygd av flera lager, alla lager töjs lika, låt oss kalla denna töjning  $\varepsilon_0$ . Men om lagren i kompositpanelen är orienterade olika i förhållande till belastningens riktning så innebär det att styvheten för varje lager, betraktat i lastriktningen, är olika. Lager "i" har en styvhetslastriktningen som vi kallar  $E_i$ . Denna styvhetsligg mellan den övre,  $E_u$ , och undre  $E_l$  gränsen för vårt enkelriktade lager och som vi bestämde i Ekv. 17-18 och visade i Fig. 8. Om vi nu förenklar och inte bryr oss om

sekundära effekter eller bidrag från angränsande lager kan vi skriva spänningen i lager "i" som,  $\sigma_i = E_i \varepsilon_0$ .

Låtsas att repet i Fig. 13 är vår komposit, eller laminat, och att de olikfärgade delarna är laminatets lameller där färgerna får illustrera att de är olika riktade (men de har samma fiber/matriss och volymsfraktion). När vi drar i repet fungerar det som en homogen enhet och alla delar töjer sig lika. Vi kan räkna ut den homogeniserade styvheten för repet men spänningen inne i varje lager blir olika eftersom de har olika styvhetsättning sett i repets dragriktning. Vilket lager brister först? Och om en del brister innehåller det att hela kompositen går av? Som sagt, hållfastheten är något mer komplicerad bestämma exakt.



Figur 13. Ett försök till förklaringsmodell med hjälp av ett flerfärgat rep. Varje färgad del är en lamell i vårt kompositlaminat. Alla lameller är identiska undantaget dess orientering i förhållande till dragriktningen. Det innebär att den "upplevda" styvheten för varje lamell i dragriktningen är olika (fibrerna verkar ju inte längs utan tvärs eller på diagonalen). Detta resulterar i att, trots att deformationen är lika för alla lameller, så blir den resulterande spänningen olika i varje lamell. Därför är det (ibland) komplicerat att avgöra vilken lamell som brister först.

### 8.3.5 Laminatstyvhets och hållfasthet, överslagsberäkning med 10% regeln

Som nämnts ovan är analytiska beräkningar av kompositers styvhets och hållfasthet inte svåra men kräver flera ganska omständiga beräkningssteg alternativt en del programering. Givetvis finns numera otaligt många numeriska beräkningsverktyg också att tillgå.

Men det finns metoder för enkel överslagberäkning av styvhets och hållfasthet. En sådan är *10%-regeln* utvecklad av amerikanska flygvapnet [3]. En förutsättning för att 10%-regeln ska vara giltig är att laminatet åtminstone har ett lager i vardera  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $+45^\circ$  eller  $-45^\circ$  riktningen, se Fig. 12. I så fall kan:

- Varje  $0^\circ$ -lager räknas som  $\lambda=1$  (100%).
- Varje  $90^\circ$ ,  $+45^\circ$  och  $-45^\circ$  lager räknas som  $\lambda=0.1$  (10%).
- Medelvärdet  $\lambda_{\text{avg}}$  beräknas för hela laminatet och multipliceras med styvheten eller hållfastheten för den enkelriktade lamellen,  $E_1$  eller  $\hat{\sigma}_1$ .

### *Exempel 1 – Kvassiisotropt laminat*

Ett kompositlaminat som har lika många lager i vardera  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $+45^\circ$  och  $-45^\circ$  riktningarna kallas kvassi-isotropt,  $QI$ , Fig12b. I xy-planet har denna typ av komposit i princip samma styrhet oavsett orientering och den beräknas då som

$$E_{QI} = \frac{1+0.1+0.1+0.1}{4} E_1 = 0.325 E_1 \quad (23)$$

Låt oss anta att vi tillverkar ett sådant laminat i kolfiber,  $E_f = 300 \text{ GPa}$  och Epoxy  $E_m = 4 \text{ GPa}$ , med en tillverkningsmetod som ger en volymsfraktion på 50%,  $\nu_f = 0.5$ . Det betyder att lamellelens styrhet är

$$E_1 = E_f \nu_f + E_m (1 - \nu_f) = 300 * 0.6 + 4 * 0.4 = 182 \text{ GPa} \quad (24)$$

och den kvassiisotropa panelen får en styrhet på

$$E_{QI} = 0.325 E_1 = 0.325 * 182 = 59 \text{ GPa} \quad (25)$$

Densiteten för kolfiber är cirka  $1700 \text{ kg/m}^3$  och epoxy  $1200 \text{ kg/m}^3$  vilket ger

$$\tilde{\rho} = \rho_f \nu_f + \rho_m (1 - \nu_f) = 1700 * 0.6 + 1200 * 0.4 = 1500 \text{ kg/m}^3 \quad (26)$$

Den specifika styrheten är alltså  $39 \text{ MPa}/(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ , att jämföra med aluminium som har specifik styrhet på  $26 \text{ MPa}/(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ . Vårt  $QI$ -laminat är alltså 1.5 gånger så styrkt per kilogram.

### *Exempel 2 – Laminat dominerad av fiber $0^\circ$ -riktningen*

Nästa exempel är en komposit dominerad av lager i  $0^\circ$ -riktningen, vi antar att 70% av lagren är orienterade i  $0^\circ$ -riktningen och sedan 10% i övriga tre riktningar vilket ger en uppskattad styrhet på

$$E_{Hard} = \frac{7+0.1+0.1+0.1}{10} E_1 = 0.73 E_1 \quad (27)$$

Om vi använder samma material som i exemplet ovan får panelen en styrhet

$$E_{Hard} = 0.73 E_1 = 133 \text{ GPa} \quad (28)$$

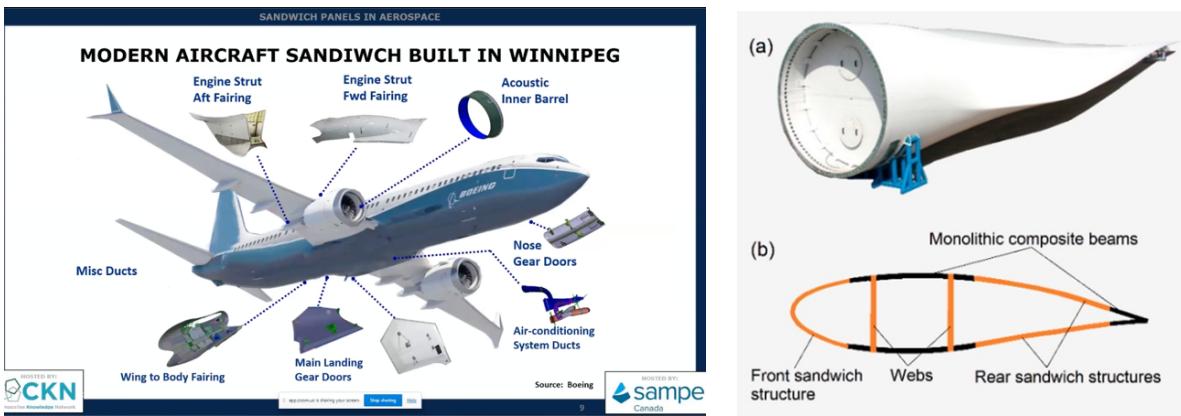
Den specifika styrheten i fiberriktningen blir nästan 3.4 gånger så stor som hos aluminium. Det betyder också att om vi bara har behov av 70GPa i styrhet hos vår struktur kan vi skapa ett kompositmaterial som bara väger 30% av motsvarande aluminium.

Om vi stället vrider panelen  $90^\circ$  så merparten av fiberna hamnar tvärs och endast ett lager blir kvar i den tänkta lastriktningen får vi,  $\lambda = 0.19$ , vilket ger en modul på endast 34 GPa och en specifikstyrhet strax under den för aluminium.

Hållfastheten för laminatet kan beräknas på samma sätt med hjälp av 10%-regeln och då utgår man från hållfastheten för lamellen där belastningen är längs fibern, Ekv.21.

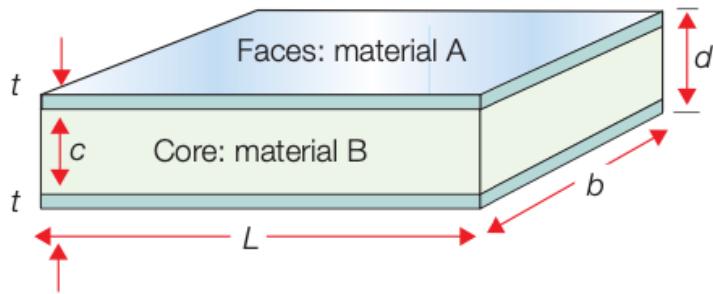
## 8.4 Sandwichmaterial

För att åstadkomma lätt konstruktioner behöver vi välja material som har goda specifika egenskaper. Ett annat sätt att öka framförallt böjstyrheten är att förändra geometrin så att tröghetsmomentet ökar. Tunnväggiga rör och I-balkar har vi berört tidigare. Sandwichpaneler är ytterligare ett sätt att åstadkomma strukturer med hög specifik styrhet och hållfasthet. I Fig 14 ses exempel på delar i flygplan tillverkade i sandwich och uppbyggnad av vingar till vindkraftverk. Även i de flesta moderna fritidsbåtar används sandwichmaterial.



Figur 14 Exempel på stukturdelar i (a) moderna flygplan och (b) vindkraftsvingar.

**Sandwichpaneler** används där viktsbesparingar är kritiska; flygplan, tåg, fartyg, sportutrustning mm. En sandwichpanel är det perfekta exemplet på ett hybridmaterial. Den kombinerar två material på ett sätt så att ett material bildar ett yttre skal och det andra en central kärna, Fig. 15. Genom att ytskikten separeras av kärnan ökas tröghetsmomentet och på så sätt böjstyrheten. Täckskikten bär merparten av lasterna och behöver därför vara styva och starka. Eftersom de dessutom bildar ytskikt till strukturen skall de klara miljön där denna används. Kärnmaterialet å andra sidan tar upp större delen av strukturens volym och bör därför ha en låg vikt men ändå vara tillräckligt styr och stark för att klara skjuvlasterna så att hela panelen verkar som en enda lastbärande enhet.



Figur 15. Sandwichpanelen beståndsdelar. Bild från ref [1].

Täckskikten kan vara gjorda av trä (plywood), aluminium, stål eller någon form av komposit. Självklart finns ytterligare alternativ. Kärnan är normalt tillverkade av antingen skummateriel, honeycomb eller balsaträ. Skumen är ofta någon form av polymer; PU (PolyUrethan), PVC (Polyvinylchlorid), PET (Polyetenterftalat) eller XPS / EPS (extruderad eller expanderad Polystyren). Valet av skum beror på tillämpning, tillverkningsmetod och så klart prestanda. Honeycombkärnor tillverkas oftast i aluminium eller Nomex®, ett aramidförstärkt pappersmaterial.

Böjstyrheten,  $D$ , som är den viktigaste parametern hos en sandwichpanel skrivas som

$$D = 2 \frac{E_f t_f^3}{12} + \frac{E_f t_f d_c^2}{2} + \frac{E_c t_c^3}{12} \quad (29)$$

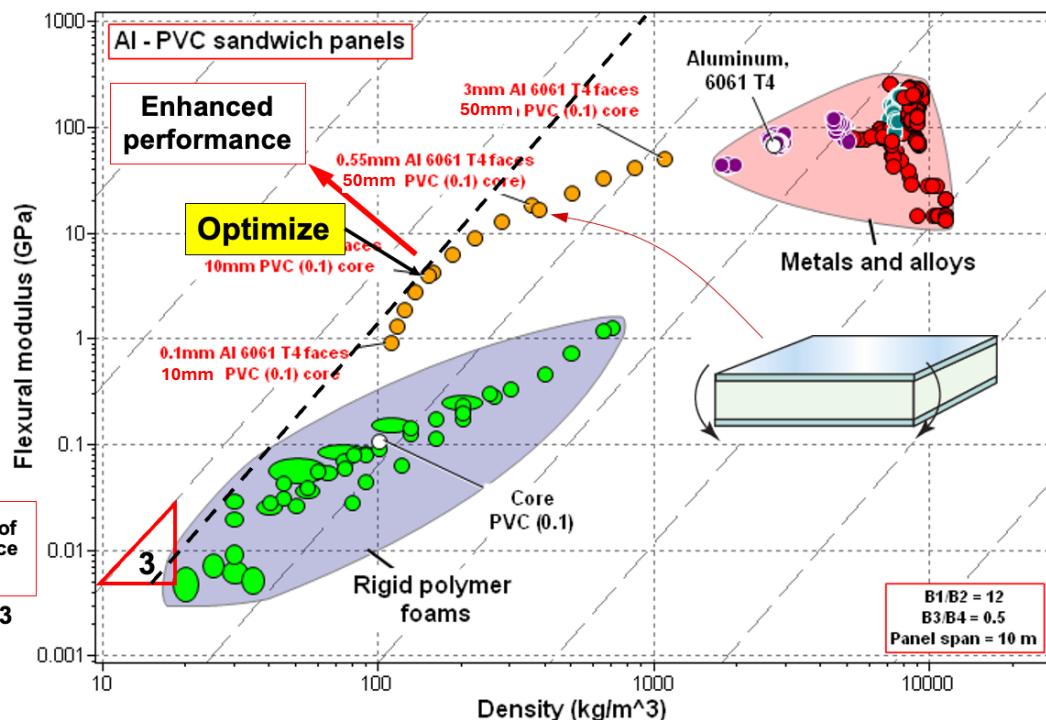
där den första termen är de två täckskiktens sammanlagda styvhet och den sista termen är bidraget från kärnmaterialet. Den mellersta termen är det bidrag vi får från det faktum att vi separerat täckskikten från neutralplanet, känd som Steiners sats. I de flesta praktiska fall är täckskickten tunna och styva i relation till kärnan,  $t_f \ll t_c$  och  $E_f \gg E_c$ . Det betyder att den första och sista termen är små i relation till den mittersta och vi kan förenkla böjstyrheten till:

$$D \approx \frac{E_f t_f d_c^2}{2} \quad (30)$$

Styvheten beror alltså (i huvudsak) på täckskiktens modul, och tjocklek samt avståndet mellan dem. Om vi beslutar oss för två material, täckskikt och kärna, går det att med en ganska enkel rutin (tex Excel, Matlab) att utforska vilka tjocklekar som optimerar en viss panels styvhet.

Vi tar ett exempel illustrerat i Fig. 16, en 10 meter lång panel fritt upplagd med en central placerad last. Vi väljer en aluminiumplåt (6061-T4) som kan fås i tre tjocklekar; 0.1, 0.55, 3 mm, och en PVC-kärna i tjockleksintervallet 10 – 50 mm. Kärnans densitet är 100 kg/m<sup>3</sup>. Vi hittar de bågge materialen som vita cirklar i Fig. 16. Uppgiften är att finna kombinationen som ger

De gula cirklarna i diagrammet markerar olika kombinationer av kärnans och aluminiumplåtarnas tjocklek, de prickade linjerna har lutning 3 som motsvarar materialindexet för en styv och lätt panel under böjning. Vi kan konstatera att kombinationen 3 mm plåt och 50 mm kärna ger högsta böjstyrheten och alternativet med 0.1 mm plåt och 10 mm kärna ger en kombination med den lägsta densiteten. Bägge resultaten rätt uppenbara. Men bäst prestanda, specifik böjstyrhet har dock kombinationen 0.1 mm plåt och 10 mm kärna.



Figur 16. Diagram som visar optimering av tjocklekar av täckskikt och kärna för en sandwichpanel av två förvalda material, Aluminium och PVC-skum. Bild från ref [1].

## 8.5 Referenser

- [1] Ashby, M. F., "Materials Selection in Mechanical Design" 4th ed, ISBN 978-1-85617-663-7, 2011
- [2] Composite Materials Handbook, Volume 3, Polymer Matrix Composites Materials usage, design and analysis. MIL-HDBK-17-3F can be found in various places, e.g. <https://snebulos.mit.edu/projects/reference/MIL-STD/MIL-HDBK-17-3F.pdf>