KTH Teknikvetenskap

SF1668 Matematisk och numerisk analys I
Tentamen
Måndag, 15 januari 2024

Skrivtid: 14:00–17:00
Tillåtna hjälpmedel: inga

Examinator: Klaus Kröncke och Ninni Carlsund Levin

Tentamen består av sex uppgifter som vardera ger maximalt sex poäng. Del A på tentamen utgörs av de två första uppgifterna, de två följande uppgifterna utgör del B och de två sista uppgifterna del C, som främst är till för de högre betygen. Bonuspoäng från seminarierna läggs till uppgift 1, upp tilll maximalt 6 poäng. Bonuspoäng från kontrollskrivningen läggs till uppgift 3 på tentamen, upp till maximalt 6 poäng.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst tre poäng.

DEL A

1. En funktion definieras av

$$f(x) = x^3 - 4|x| + 1.$$

(a) Bestäm var $f(x)$ är växande. **(4 p)**

(b) $f(x)$ har en rot nära $x = 2$.
Genomför en iteration med Newtons metod och startvärdet 2. **(2 p)**

2. Betrakta integralen

$$I = \int_0^2 x^2 \cos(\pi x)\, dx.$$

(a) Skatta I med trapetsregeln och intervallet uppdelat i fyra lika stora delar. **(3 p)**

(b) Beräkna I analytiskt. **(3 p)**

Var god vänd!

Del B

3. Avgör om följande serier konvergerar eller divergerar.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n \cdot n^4}{n!}$. **(3 p)**

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2e^{-n}}{n^3 + 3\sqrt{n}}$. **(3 p)**

4. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y''(x) - 2y'(x) - 8y(x) = -10\cos(2x)$$

som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 2$ och $y'(0) = 5/2$. **(6 p)**

Del C

5. Bevisa att en deriverbar funktion $f(x)$ är växande om dess derivata är icke-negativ. **(6 p)**

6. Bestäm MacLaurin-utvecklingen av funktionen

$$f(x) = \int_0^{2x^3} e^{-t^2}\, dt.$$

(6 p)

Slut på tentamen