SF1668: Föreläsning 5

Tillämpningar av derivata

Att finna tangenten

Enpunktsformen för räta linjen

För en linje L_1 som skär punkten (a, b) med lutningen k kan den skrivas på följande sätt:

$$y = k(x - a) + b$$

Med hjälp av den här formen kan tangenten till vilken funktion som helst i punkten $x = a$ finnas som följer:

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

Märk väl!

Enpunktsformsmetoden för att finna den linjära ekvationen som uppfyller tangenten med derivatan är ett första gradens taylorpolynom. Här är den allmänna formen för ett taylorpolynom:

$$f(x) = f(a) + \frac{\frac{d}{dx}f(a)}{1!}(x - a) + \frac{\frac{d^2}{d^2x}f(a)}{2!}(x - a)^2 + \ldots + \frac{\frac{d^n}{d^nx}f(a)}{n!}(x - a)^n$$

(Strängt) växande och avtagande funktioner

Strängt växande

Definition.
Anta $f : D_f \to V_f, I \in D_f$ där I är ett intervall. f är då strängt växande *på* I omm:

$$\forall x_1, x_2 \in I : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

Växande

Definition.
Anta $f : D_f \to V_f, I \in D_f$ där I är ett intervall, f är då växande *på* I omm:

$$\forall x_1, x_2 \in I : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

Avtagande

Definition.
Anta $f : D_f \to V_f, I \in D_f$ där I är ett intervall, f är då avtagande *på* I omm:

$$\forall x_1, x_2 \in I : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

Strängt avtagande

Definition.
Anta $f : D_f \to V_f, I \in D_f$ där I är ett intervall, f är då strängt avtagande *på* I omm:

$$\forall x_1, x_2 \in I : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Hur man räknar på (strängt) växande eller avtagande

$$\forall x \in I : f'(x) > 0 \Rightarrow f \text{ är strängt växande i intervallet } I$$

$$\forall x \in I : f'(x) \geq 0 \Rightarrow f \text{ är växande i intervallet } I$$

$$\forall x \in I : f'(x) \leq 0 \Rightarrow f \text{ är avtagande i intervallet } I$$

$$\forall x \in I : f'(x) < 0 \Rightarrow f \text{ är strängt avtagande i intervallet } I$$