SF1694: Föreläsning 1

Vektorer

Definition

En vektor är en storhet som har både storlek och riktning

Norm

Vektorns storlek representeras av *normen*, som noteras följande för en vektor $\vec{v}$:

$$\|\vec{v}\|$$

Den finns med formeln:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Komponentform

En vektor kan representeras av dess ortogonala komponenter med följande syntax:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

Parallella vektorer

$$\text{En vektor } \vec{v} \text{ är parallell med en vektor } \vec{u} \text{ omm } t\vec{u} = \vec{v} \text{ där } t \in \mathbb{R}$$

Algebra med vektorer

$$\text{Låt } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \text{ samt } \vec{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix}$$

Addition

$$\vec{v} + \vec{u} = \begin{pmatrix} v_1 + u_1 \\ \vdots \\ v_n + u_n \end{pmatrix}$$

Subtraktion

$$\vec{v} - \vec{u} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

Multiplikation

Skalär-vektor multiplikation

$$\text{Låt } t \in \mathbb{R}$$

$$t\vec{v} = \begin{pmatrix} tv_1 \\ \vdots \\ tv_n \end{pmatrix}$$

Vektor-vektor multiplikation

1. **Skalärprodukt**

Skalärprodukt noteras med ·, och heter just skalärprodukt då svaret är en skalär ($\mathbb{R}$)
Det finns två definitioner för skalärprodukt:

Definition 1.

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{u}\| \cos(\theta)$$
$$\text{Där } \theta \text{ är vinkeln mellan } \vec{v} \text{ och } \vec{u}, \text{samt } \theta \in [0, \pi]$$

Definition 2.

$$\vec{v} \cdot \vec{u} = v_1 u_1 + v_2 u_2 + ... + v_n u_n$$

2. **Vektorprodukt**

Detta gås inte igenom den här föreläsningen.

Projektion

Projektionen av $\vec{u}$ på $\vec{v}$ är vektorn

$$\text{proj}_{\vec{v}} \vec{u} = \vec{u}_v = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{v}\|^2} \cdot \vec{v} = (\vec{u} \cdot \hat{v}) \cdot \hat{v} \text{ där } \hat{v} = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$$

Definition.

Att $\vec{u}_v$ är *projektionen* betyder att $\vec{u} - \vec{u}_v$ är det kortaste avståndet mellan punkten $P = (u_x, u_y)$ och linjen parallell med $\vec{v}$, d.v.s. $(\vec{u} - \vec{u}_v)$ och $\vec{u}_v$ är vinkelräta.