



KTH Teknikvetenskap

**SF1668 Matematisk och numerisk analys I**  
**Tentamen**  
**Fredag, 5 april 2024**

**Skrivtid: 14:00–17:00**

**Tillåtna hjälpmedel: inga**

Examinator: Klaus Kröncke och Ninni Carlsund Levin

Tentamen består av sex uppgifter som vardera ger maximalt sex poäng. Del A på tentamen utgörs av de två första uppgifterna, de två följande uppgifterna utgör del B och de två sista uppgifterna del C, som främst är till för de högre betygen. Bonuspoäng från seminarierna läggs till uppgift 1, upp till maximalt 6 poäng. Bonuspoäng från kontrollskrivningen läggs till uppgift 3 på tentamen, upp till maximalt 6 poäng.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

| Betyg            | A  | B  | C  | D  | E  | Fx |
|------------------|----|----|----|----|----|----|
| Total poäng      | 27 | 24 | 21 | 18 | 16 | 15 |
| varav från del C | 6  | 3  | –  | –  | –  | –  |

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst tre poäng.

---

**DEL A**

**1. Beräkna följande gränsvärden**

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} - 1}{\sin(x^2)}$  **(3 p)**  
(b)  $\lim_{n \rightarrow 0} (1 + 2n)^{1/n}$  **(3 p)**

**2. Givet differentialekvationen**

$$y''' = x^2 - 3y + y'$$

med villkoren

$$y(1) = 2, \quad y'(1) = 3, \quad y''(1) = 4.$$

- (a) Skriv om problemet till ett system av första ordningens differentialekvationer, dvs skriv om den till standardform för numerisk lösning. **(2 p)**  
(b) Beräkna med Eulers metod och steglängden 0.1 värdet av  $y''(0.2)$ . **(4 p)**

## DEL B

3. Avgör om följande generaliserade integraler konvergerar eller divergerar.

- (a)  $\int_1^\infty \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) dx.$  (2 p)
- (b)  $\int_0^1 e^{1/x} dx.$  (2 p)
- (c)  $\int_2^\infty \frac{1}{\sqrt{\ln(x)}} dx.$  (2 p)

4. Betrakta ekvationen

$$3(x - y)^2 + 6(2y + x)^2 = 9.$$

- (a) Vilken typ av kurva beskrivs av den här ekvationen? (1 p)
- (b) Bestäm kurvans skärningspunkter med  $x$ -axeln. (2 p)
- (c) Välj en av dessa punkter och bestäm en ekvation för tangentlinjen till kurvan i den punkten. (3 p)
- 

## DEL C

5. Beräkna ett närmevärde till  $\int_0^1 \cos(x^2) dx$  med ett fel som är mindre än  $1/25.$  (6 p)

6. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n+i}$$

(6 p)

---

*Slut på tentamen*