



KTH Teknikvetenskap

SF1668 Matematisk och numerisk analys I

Tentamen

Fredag, 5 april 2024

Skrivtid: 14:00–17:00

Tillåtna hjälpmedel: inga

Examinator: Klaus Kröncke och Ninni Carlsund Levin

Tentamen består av sex uppgifter som vardera ger maximalt sex poäng. Del A på tentamen utgörs av de två första uppgifterna, de två följande uppgifterna utgör del B och de två sista uppgifterna del C, som främst är till för de högre betygen. Bonuspoäng från seminarierna läggs till uppgift 1, upp till maximalt 6 poäng. Bonuspoäng från kontrollskrivningen läggs till uppgift 3 på tentamen, upp till maximalt 6 poäng.

Betygsgränserna vid tentamen kommer att ges av

Betyg	A	B	C	D	E	Fx
Total poäng	27	24	21	18	16	15
varav från del C	6	3	–	–	–	–

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst tre poäng.

DEL A

1. Beräkna följande gränsvärden

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} - 1}{\sin(x^2)}$ (3 p)

(b) $\lim_{n \rightarrow 0} (1 + 2n)^{1/n}$ (3 p)

2. Givet differentialekvationen

$$y''' = x^2 - 3y + y'$$

med villkoren

$$y(1) = 2, \quad y'(1) = 3, \quad y''(1) = 4.$$

(a) Skriv om problemet till ett system av första ordningens differentialekvationer, dvs skriv om den till standardform för numerisk lösning. (2 p)

(b) Beräkna med Eulers metod och steglängden 0.1 värdet av $y''(0.2)$. (4 p)

Var god vänd!

DEL B

3. Avgör om följande generaliserade integraler konvergerar eller divergerar.

(a) $\int_1^\infty \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) dx.$ (2 p)

(b) $\int_0^1 e^{1/x} dx.$ (2 p)

(c) $\int_2^\infty \frac{1}{\sqrt{\ln(x)}} dx.$ (2 p)

4. Betrakta ekvationen

$$3(x - y)^2 + 6(2y + x)^2 = 9.$$

(a) Vilken typ av kurva beskrivs av den här ekvationen? (1 p)

(b) Bestäm kurvans skärningspunkter med x -axeln. (2 p)

(c) Välj en av dessa punkter och bestäm en ekvation för tangentlinjen till kurvan i den punkten. (3 p)

DEL C

5. Beräkna ett närmevärde till $\int_0^1 \cos(x^2) dx$ med ett fel som är mindre än $1/25$. (6 p)

6. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n+i}$$

(6 p)

Slut på tentamen