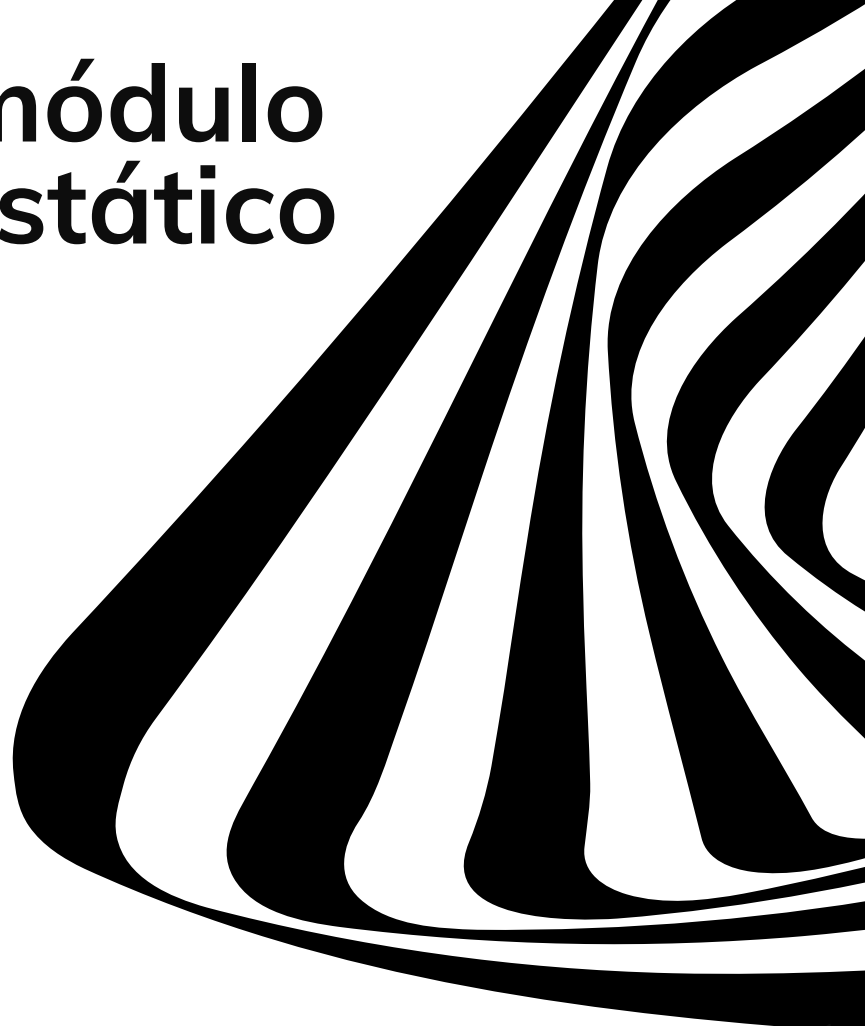


# Determinación del módulo de Young: método estático

Laboratorio 4 - Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (UBA)

Juan Octavio Castro  
Sofía Correa

---



# Objetivos

- Determinar el valor del módulo de Young de una barra de acero inoxidable (304) a partir de un método estático

# Objetivos

- Determinar el valor del módulo de Young de una barra de acero inoxidable (304) a partir de un método estático
- Aprender a procesar imágenes



# Teoría

Módulo de  
Young



¿Qué es?





# Teoría

Ley de Hooke: fuerza proporcional al estiramiento



# Teoría

Ley de Hooke: fuerza proporcional al estiramiento

$$F_e \propto \Delta x$$

# Teoría

Ley de Hooke: fuerza proporcional al estiramiento

$$F_e \propto \Delta x$$

$$F \propto A \frac{\Delta l}{l}$$

# Teoría

Ley de Hooke: fuerza proporcional al estiramiento

$$F_e \propto \Delta x$$



$K$

$$F \propto A \frac{\Delta l}{l}$$



# Teoría

Ley de Hooke: fuerza proporcional al estiramiento

$$F_e \propto \Delta x$$



$K$

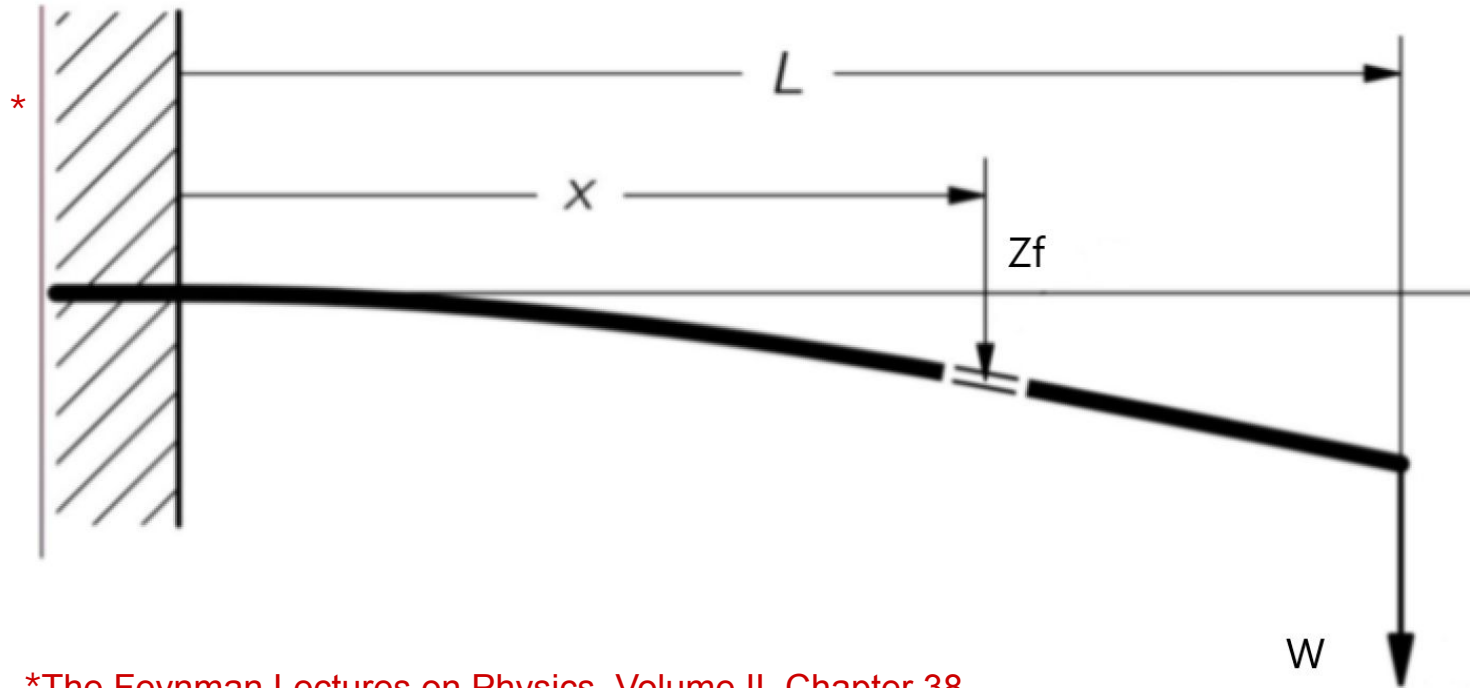
$$F \propto A \frac{\Delta l}{l}$$



$E$

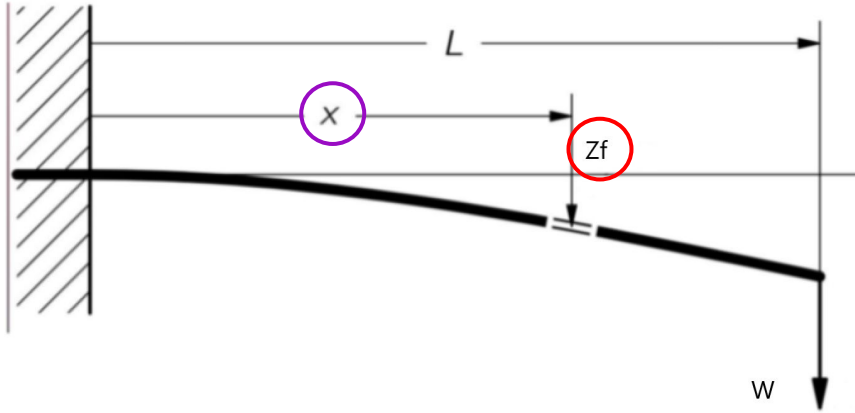
# Teoría

Barra en voladizo:



\*The Feynman Lectures on Physics, Volume II, Chapter 38

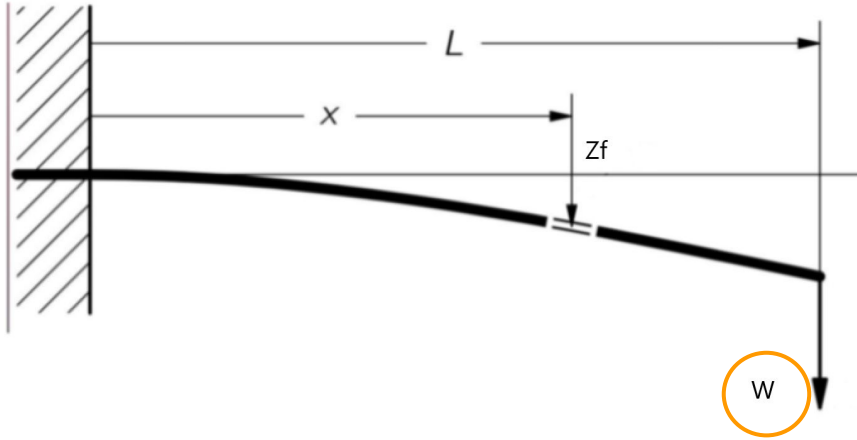
# Teoría



$$z_f = \frac{W}{EI} \left( \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

$z_f$ : apartamiento de la barra respecto del equilibrio a una distancia  $x$  del punto de apoyo

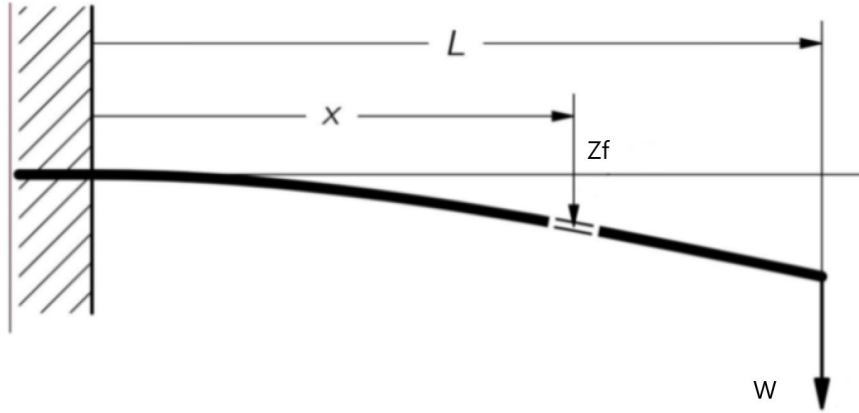
# Teoría



$$z_f = \frac{W}{EI} \left( \frac{L x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

En este caso la fuerza es el peso

# Teoría



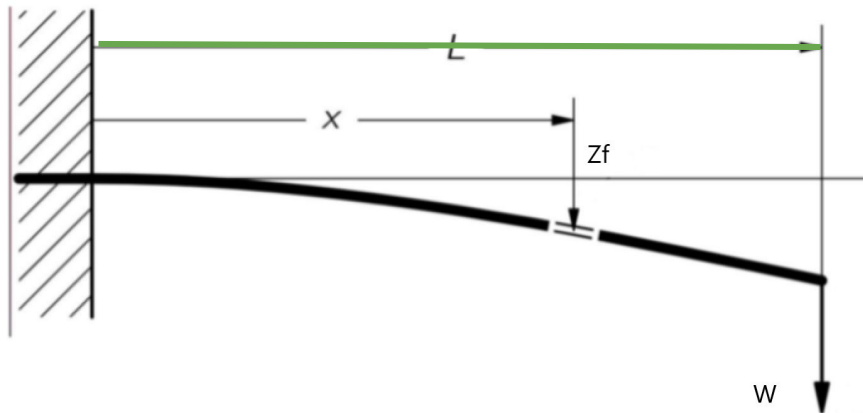
$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

Momento de inercia de la sección transversal de la barra

$$z_f = \frac{W}{EI} \left( \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

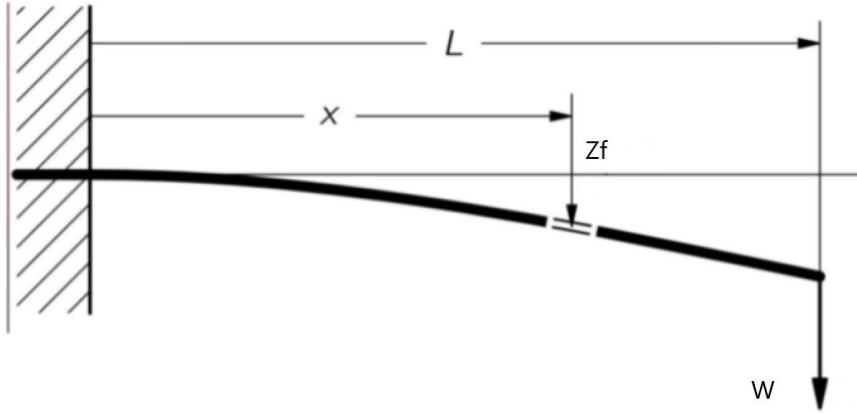
A blue arrow points from the circled  $I$  in the denominator of the equation to the text "Momento de inercia de la sección transversal de la barra".

# Teoría



$$z_f = \frac{W}{EI} \left( \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

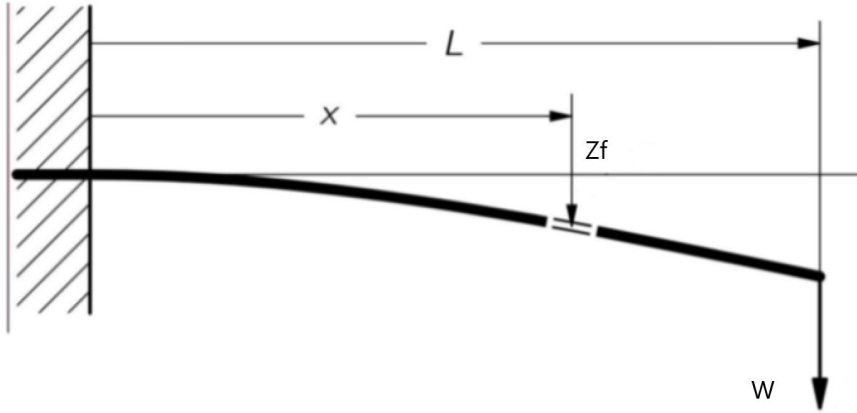
# Teoría



$$z_f = \frac{W}{EI} \left( \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

Módulo de Young!!!

# Teoría

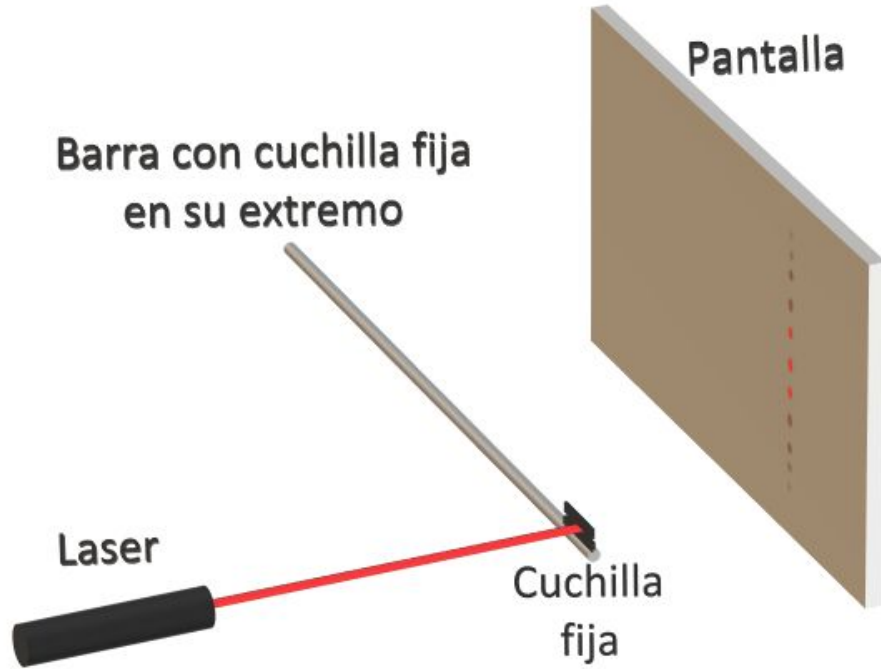


$$z_f = \frac{W}{EI} \left( \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

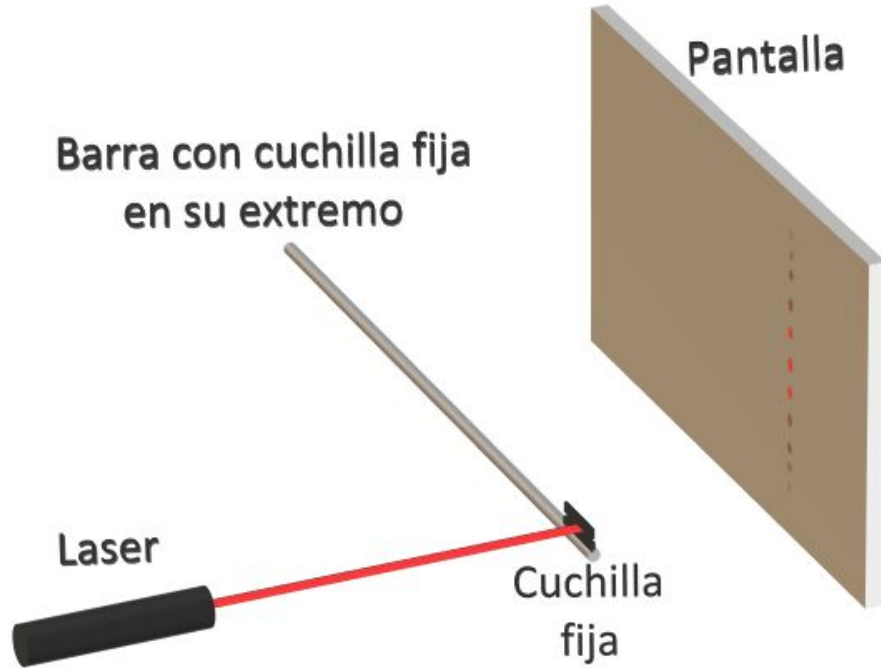
Constante



# Teoría

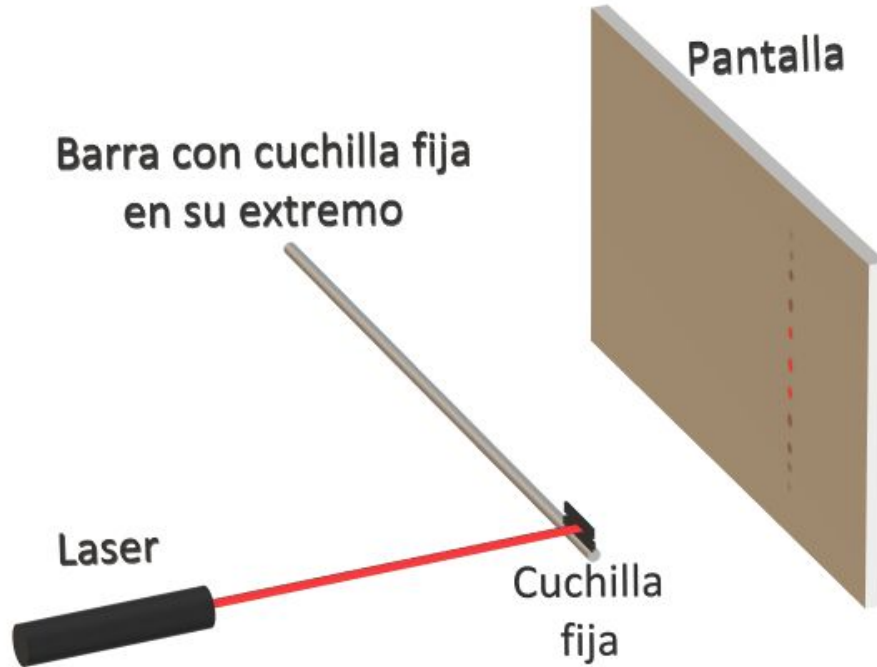


# Teoría



$$I(y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)^2}$$

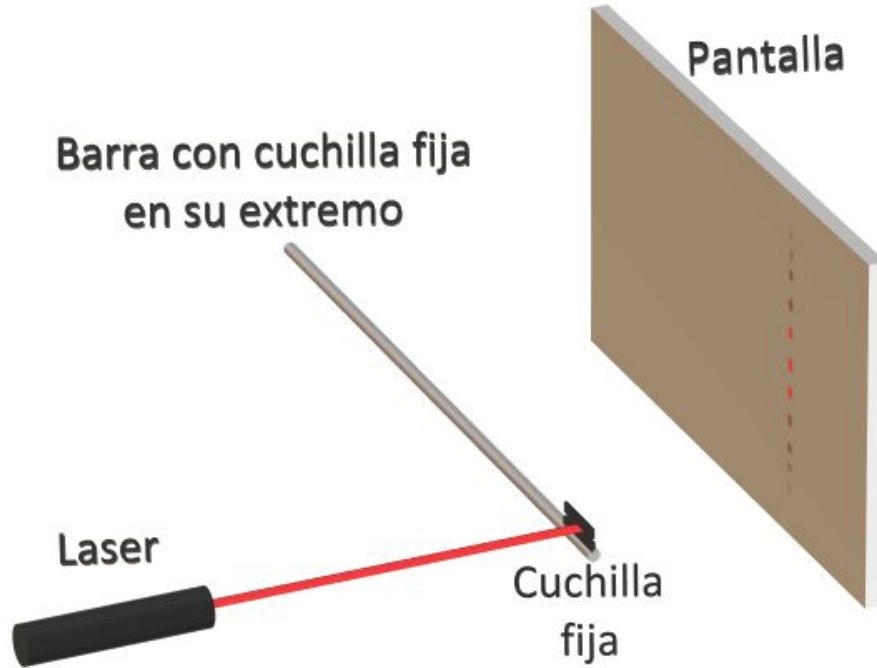
# Teoría



$$z_r^2 \ll D \lambda$$

$$I(y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)^2}$$

# Teoría

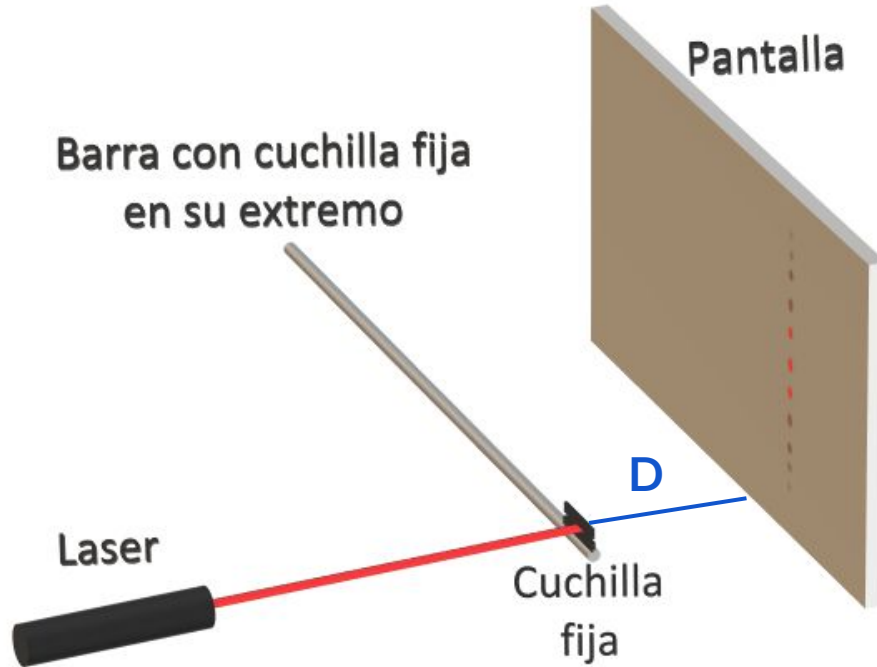


$$z_r^2 \ll D \lambda$$

Apertura de la rendija

$$I(y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)^2}$$

# Teoría

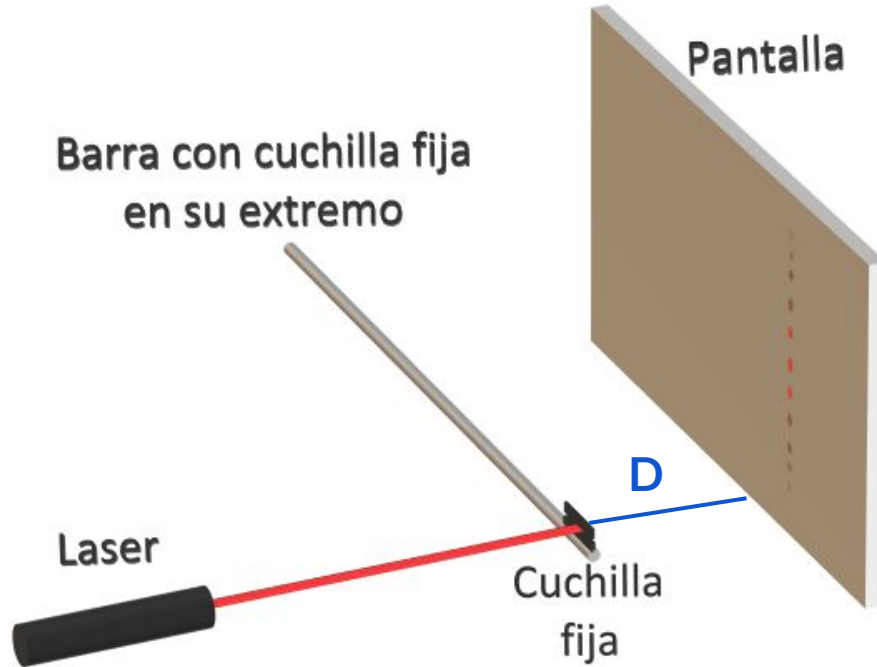


$$z_r^2 \ll D \lambda$$

Apertura de la rendija

$$I(y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)^2}$$

# Teoría




$$z_r^2 \ll D \lambda$$

Apertura de la rendija


$$I(y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)^2}$$

Distancia al centro del patrón


$$I(y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)^2}$$



$$\Delta y = \frac{\lambda D}{z_r} \implies z_r = \frac{\lambda D}{\Delta y}$$



$$I(y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)^2}$$




$$\Delta y = \frac{\lambda D}{z_r} \implies z_r = \frac{\lambda D}{\Delta y}$$

Apertura de la rendija




$$\Delta y = \frac{\lambda D}{z_r} \implies z_r = \frac{\lambda D}{\Delta y} \implies \text{Obtenemos } z_r$$

Apertura de la rendija


$$\Delta y = \frac{\lambda D}{z_r} \implies z_r = \frac{\lambda D}{\Delta y} \implies \text{Obtenemos } z_r$$

$z_r$  is circled in red, with a red arrow pointing down to the text "Apertura de la rendija".

$$z_f = \frac{W}{E I} \left( \frac{L x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) \implies \text{Despejamos } E$$

$z_f$  is circled in orange, with an orange arrow pointing down to the text "Flexión".

# Teoría



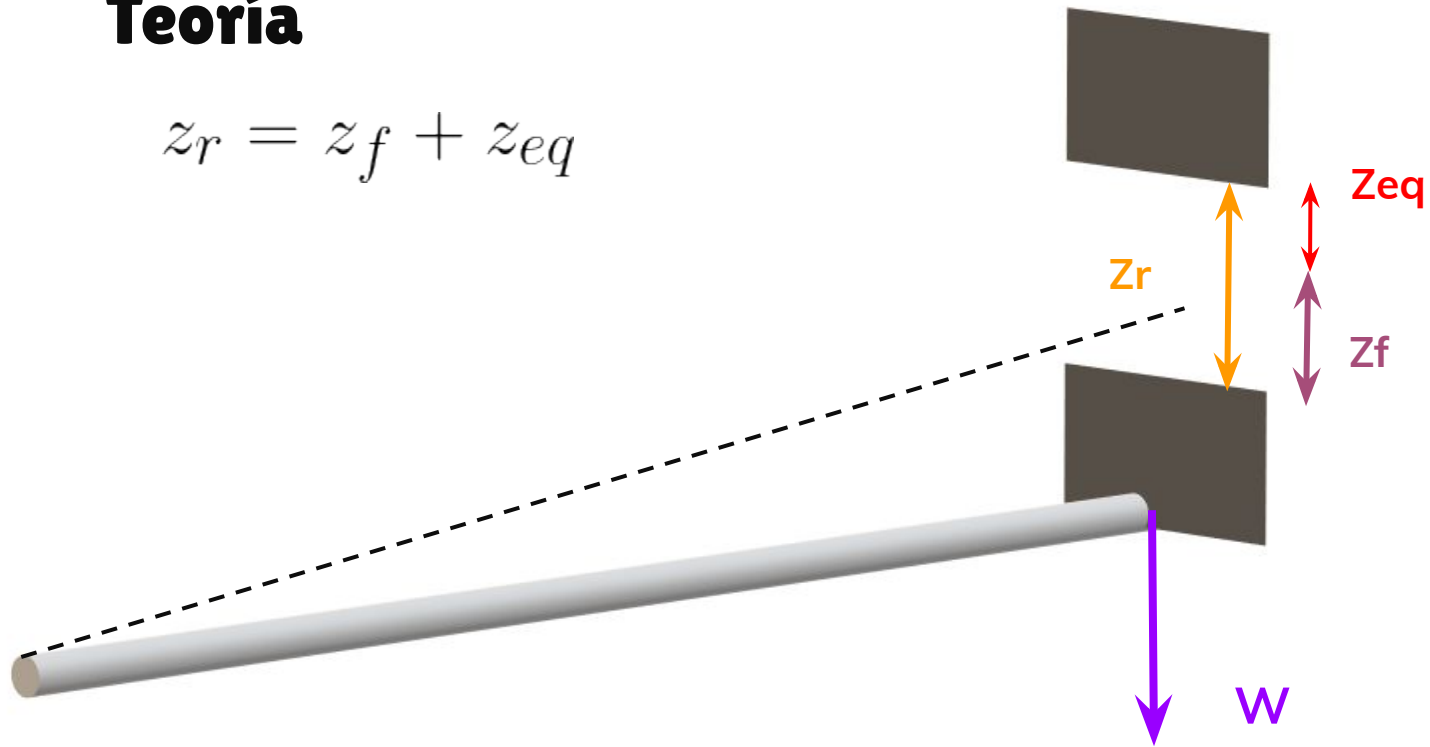
# Teoría



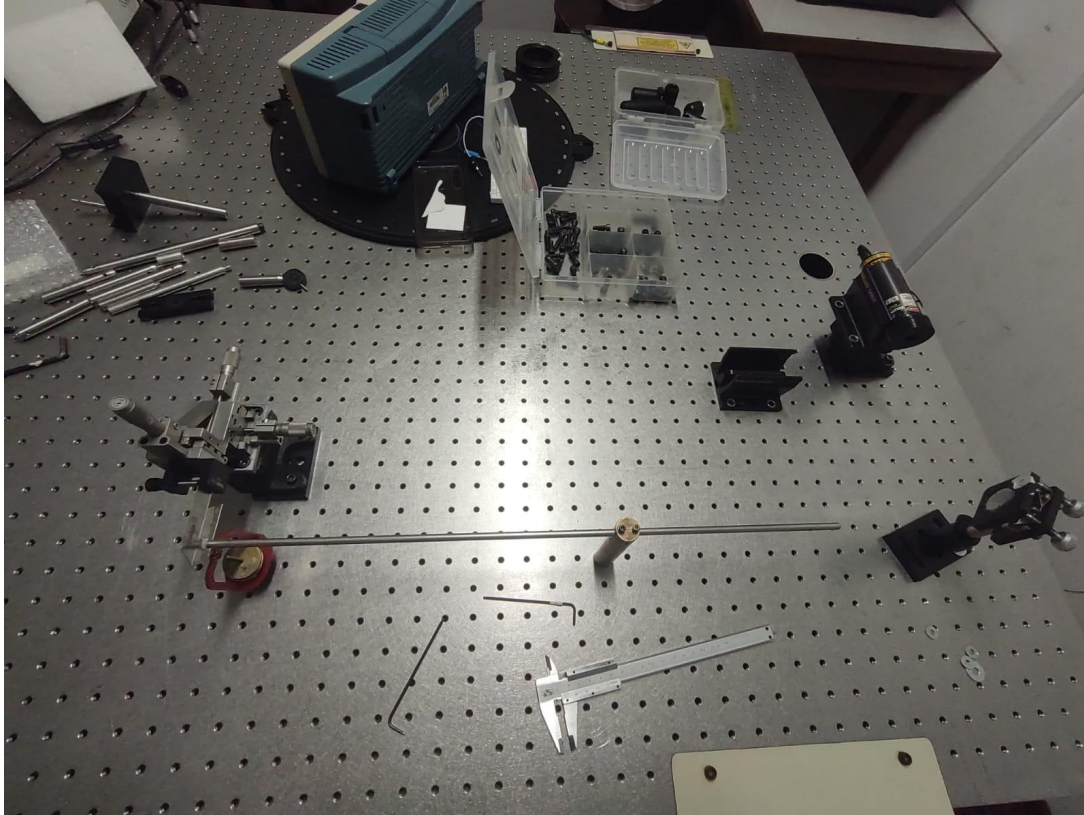
$$\Delta y_{eq} = \frac{\lambda D}{z_{eq}} \implies z_{eq} = \frac{\lambda D}{\Delta y_{eq}}$$

# Teoría

$$z_r = z_f + z_{eq}$$



# ¿Cómo hicimos esto en el laboratorio?



# Esquema experimental

Láser

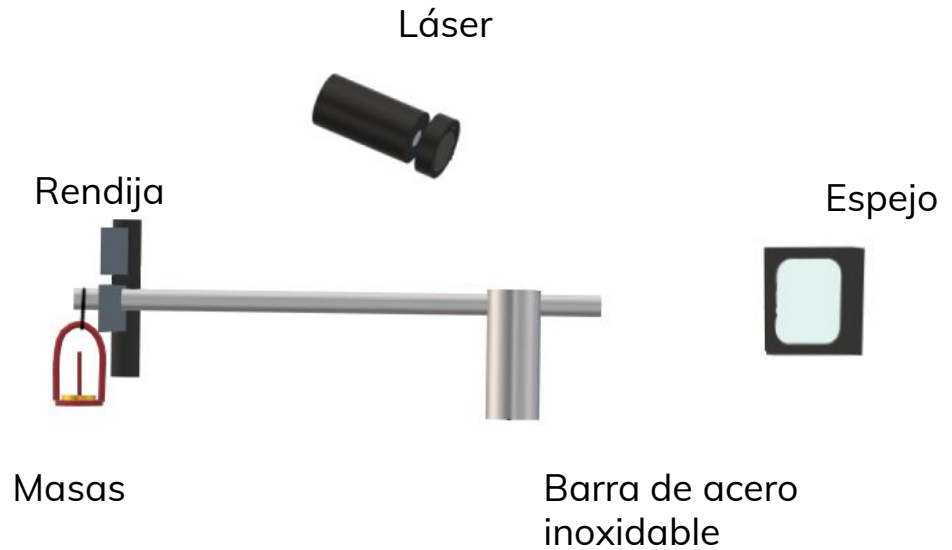


# Esquema experimental

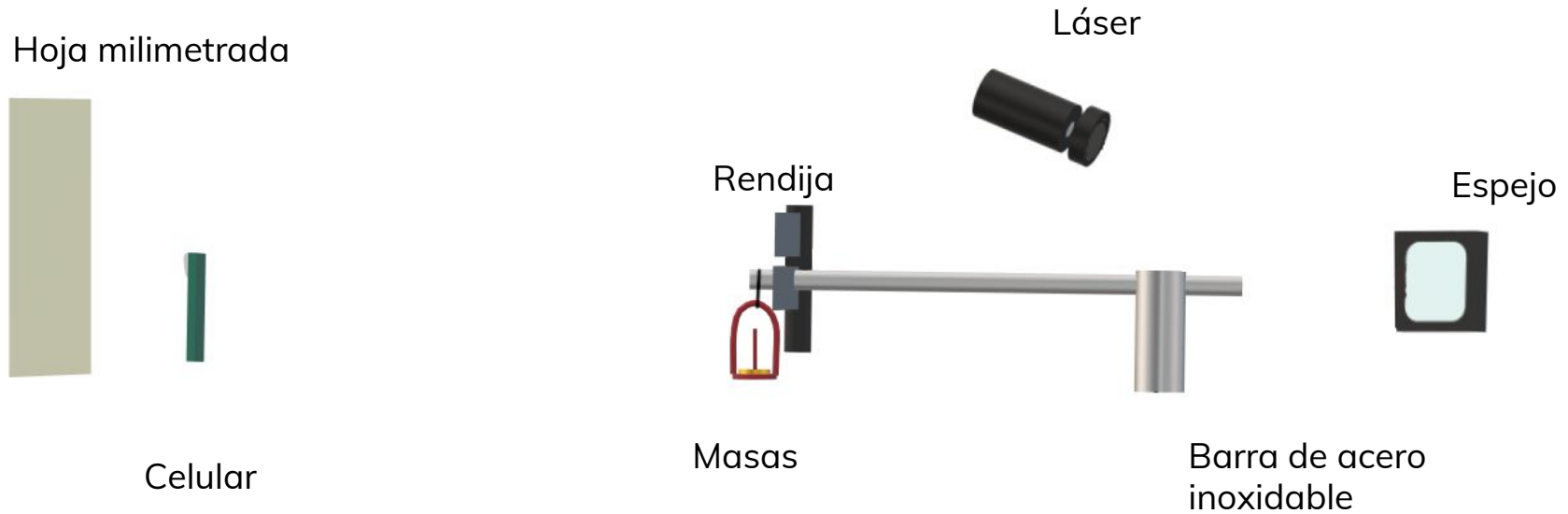




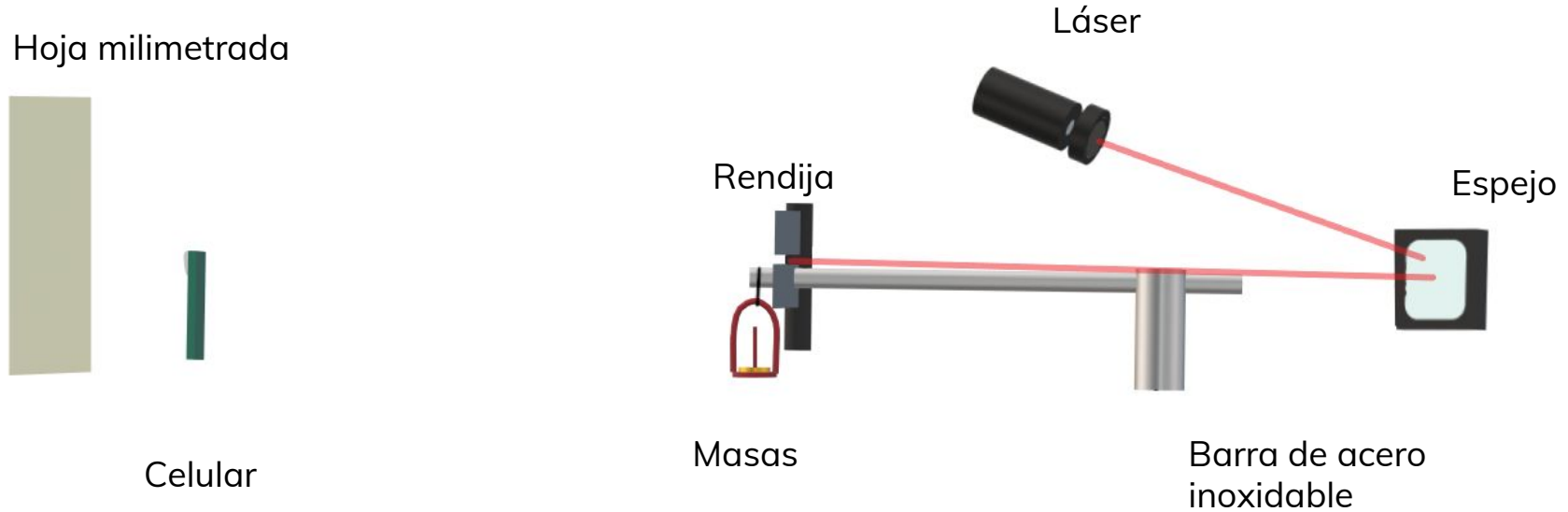
# Esquema experimental



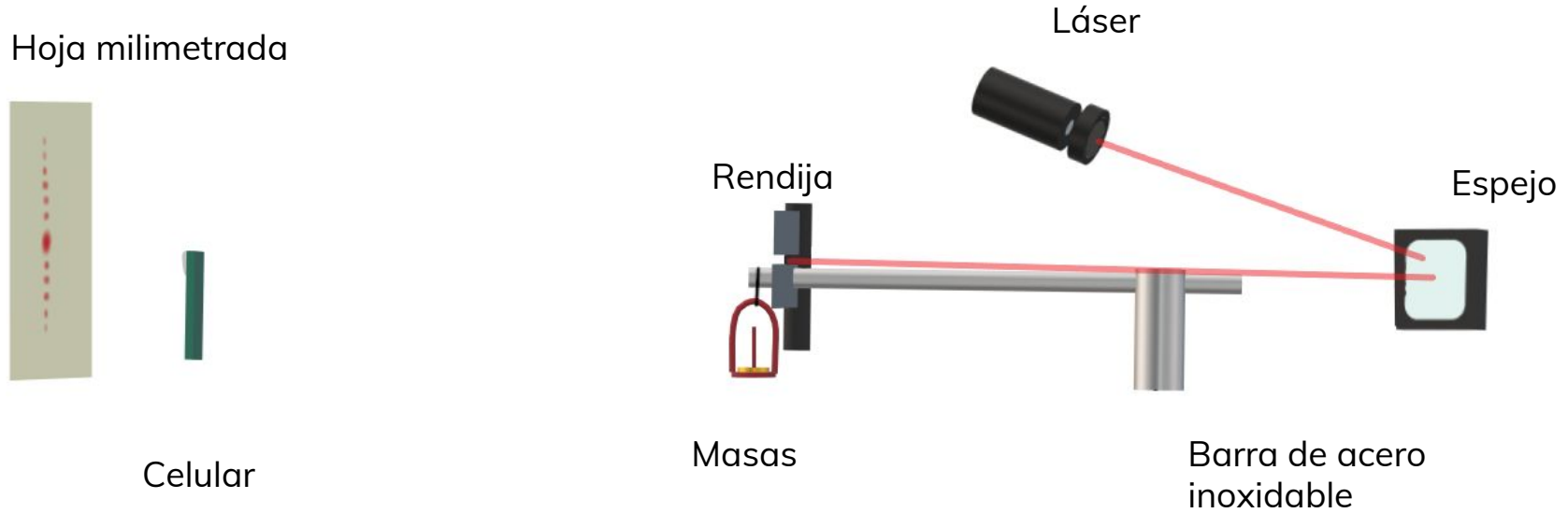
# Esquema experimental



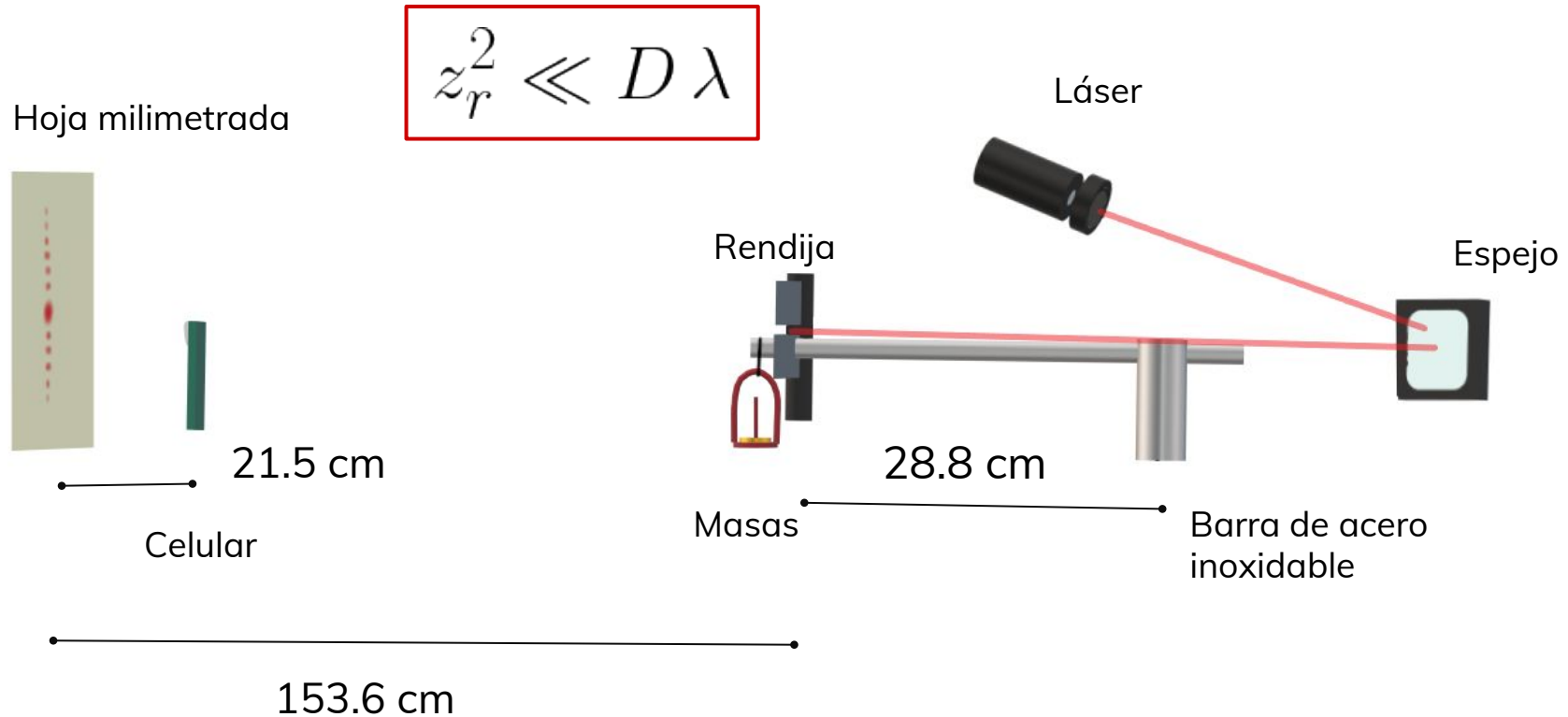
# Esquema experimental



# Esquema experimental

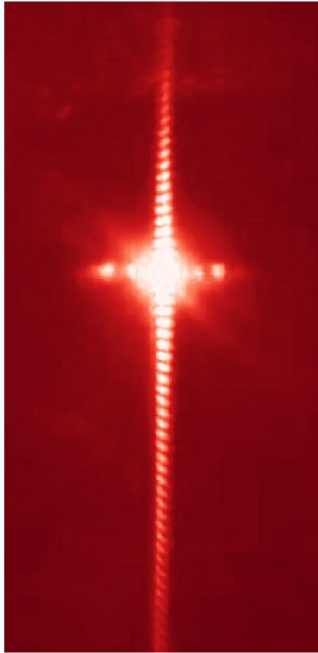


# Esquema experimental



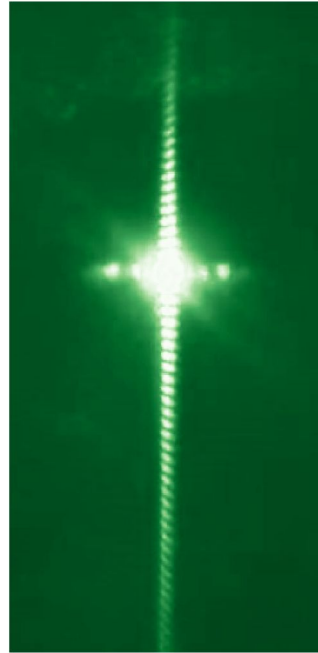
# Procesamiento de imágenes: formato

R



Rojo

G



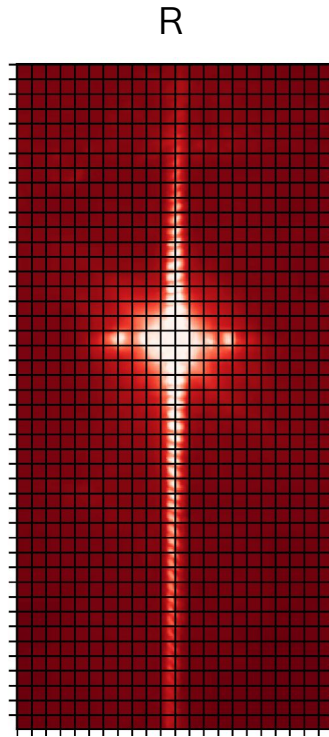
Verde

B

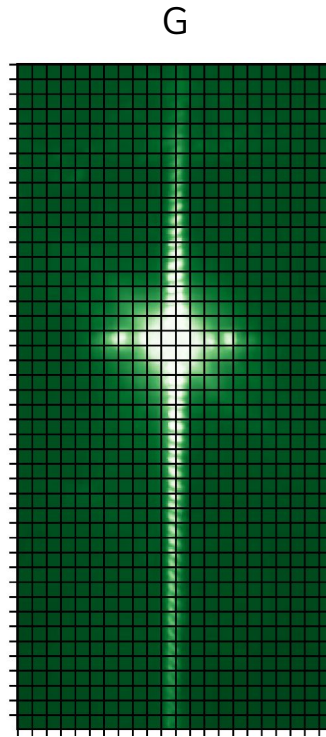


Azul

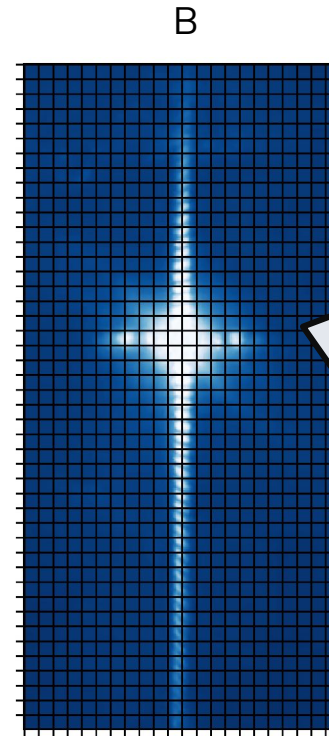
# Procesamiento de imágenes: formato



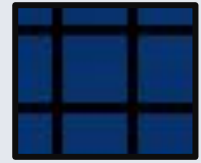
Rojo



Verde

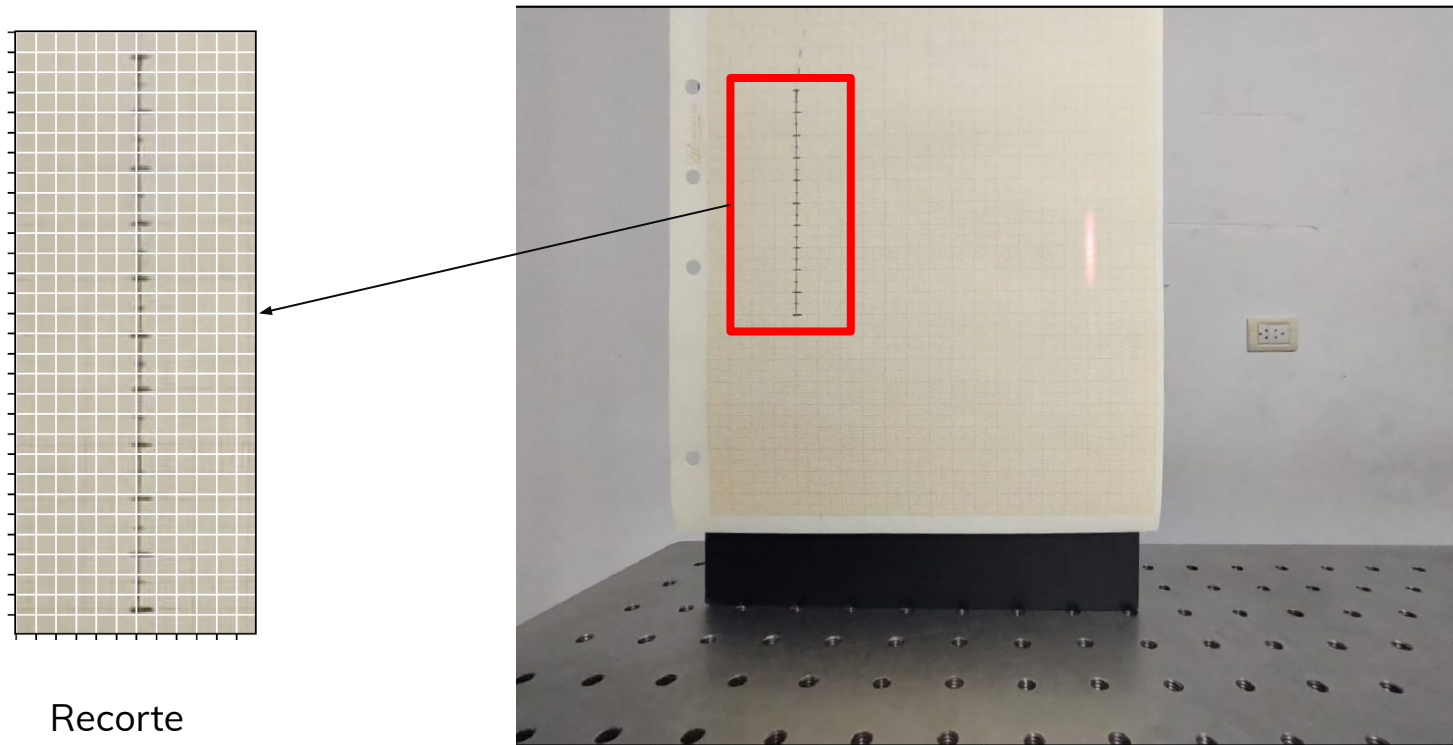


Azul



919x1256  
8 bits

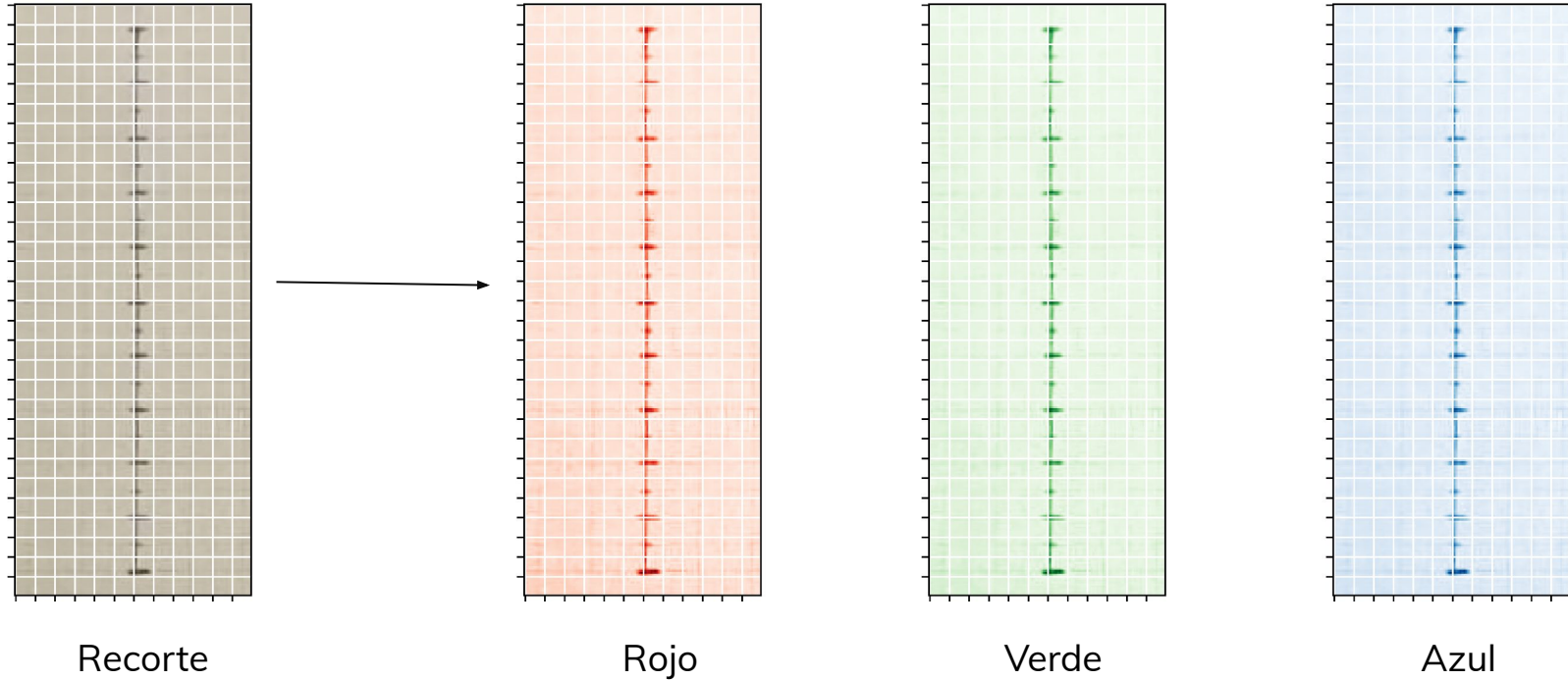
# Procesamiento de imágenes



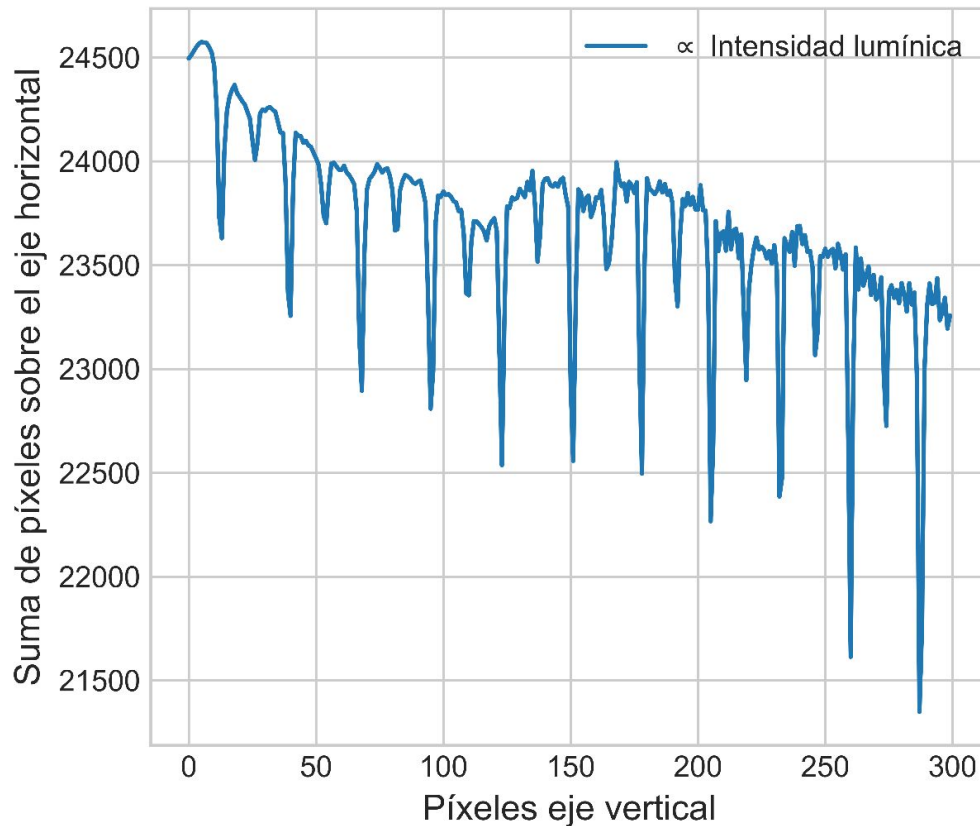
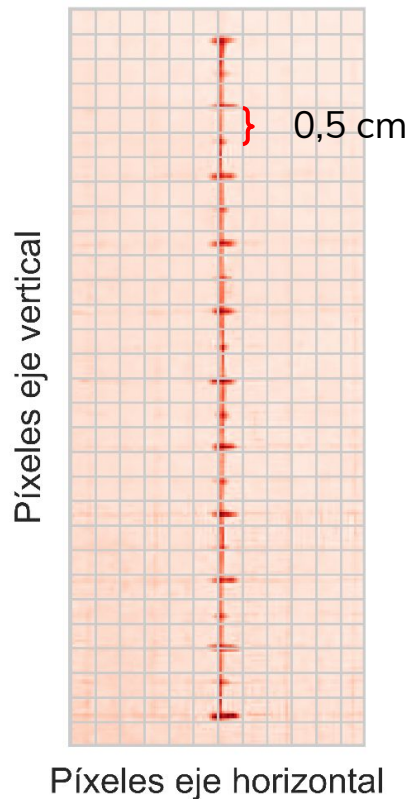
Recorte



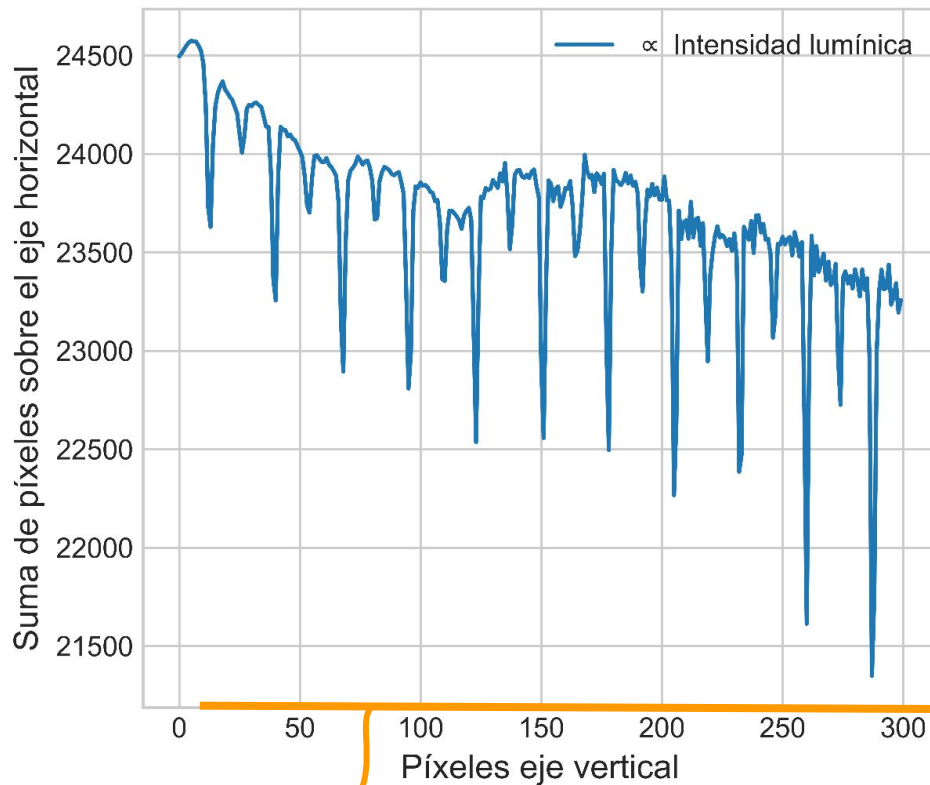
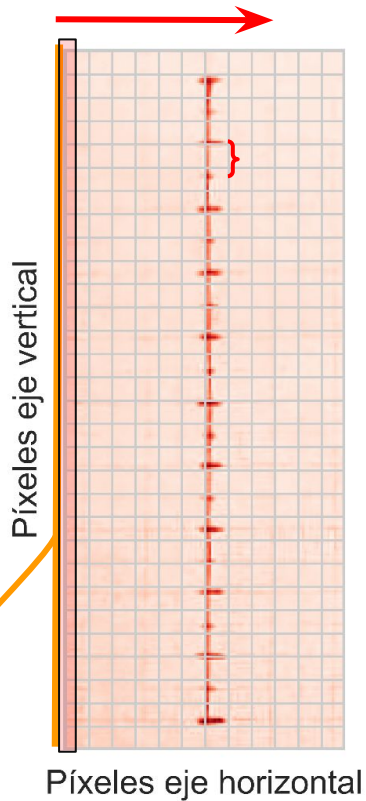
# Procesamiento de imágenes



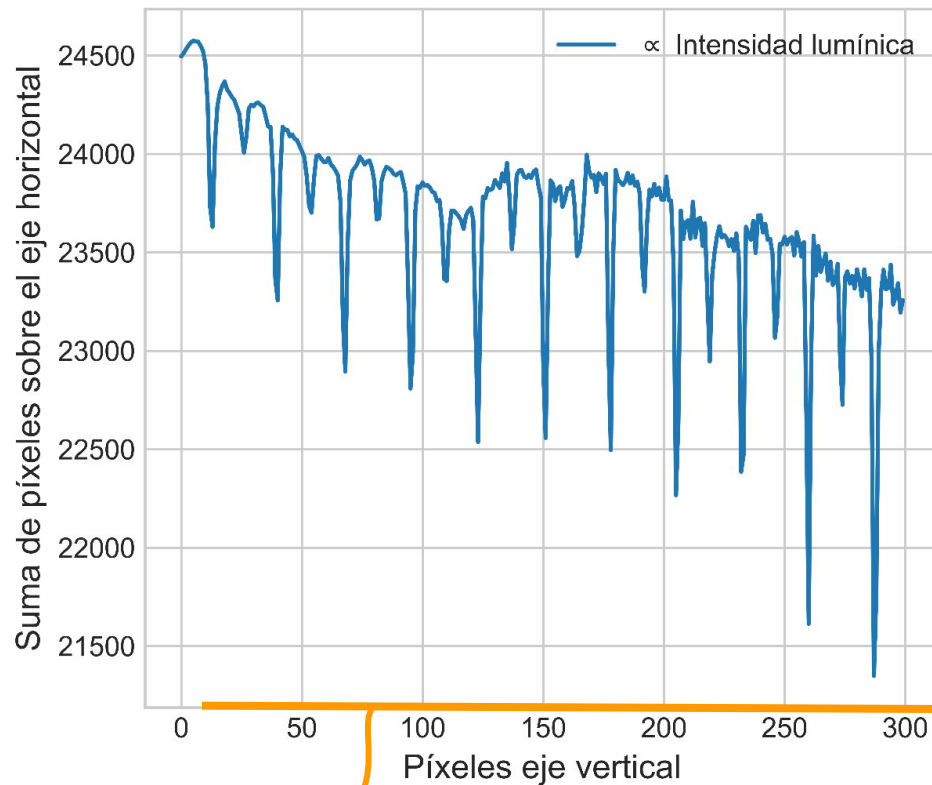
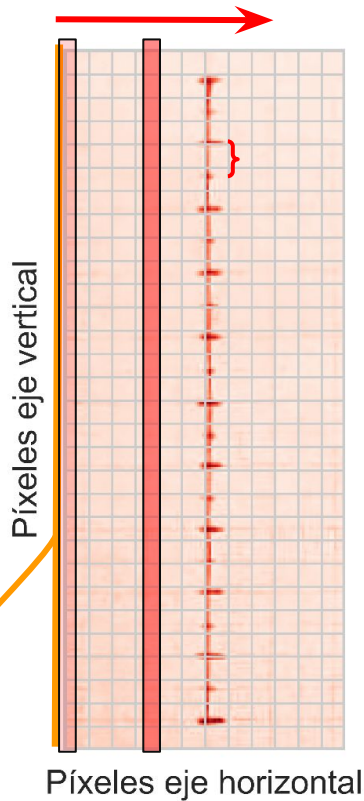
# Perfil de intensidad y conversión de unidades



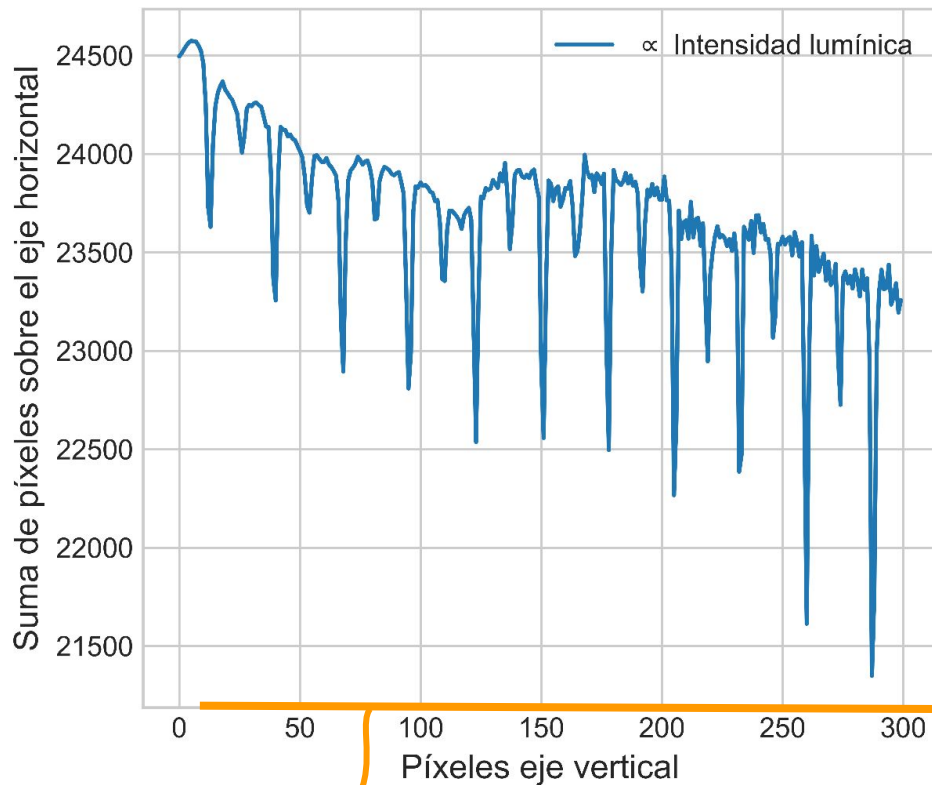
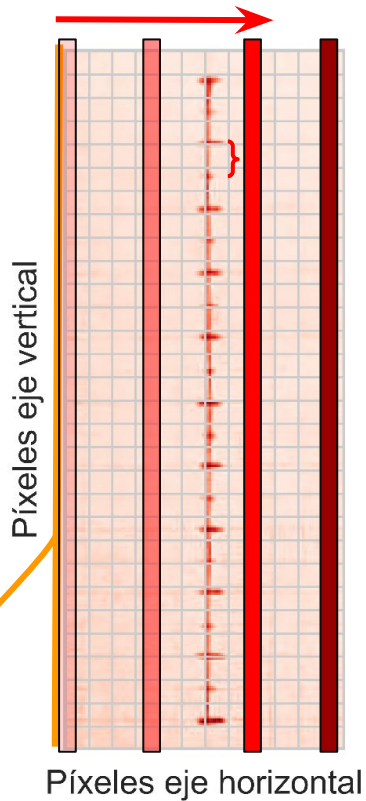
# Perfil de intensidad y conversión de unidades



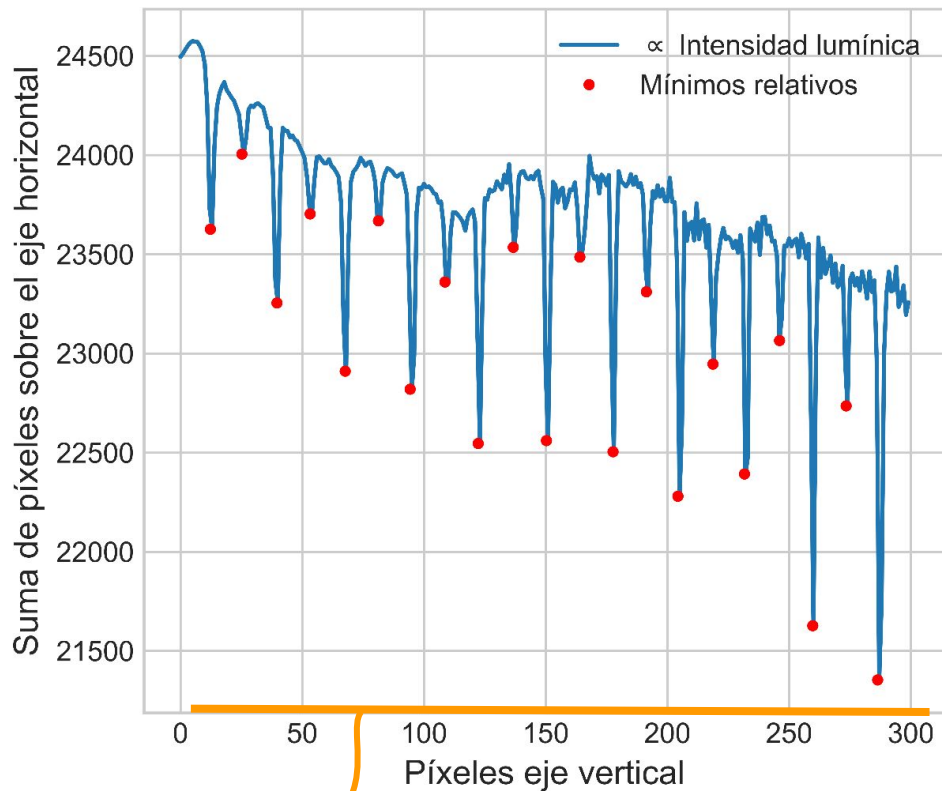
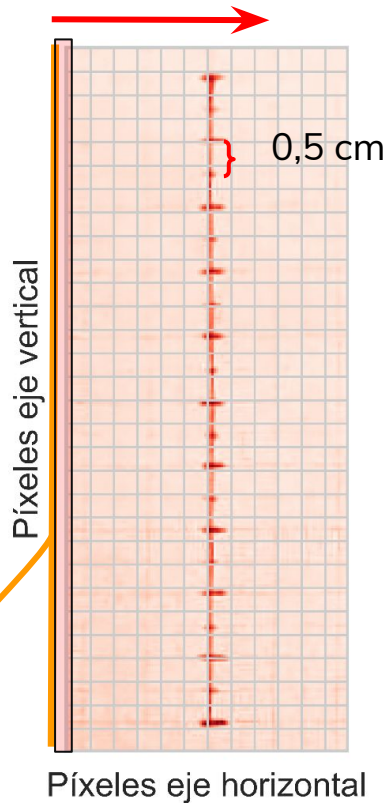
# Perfil de intensidad y conversión de unidades



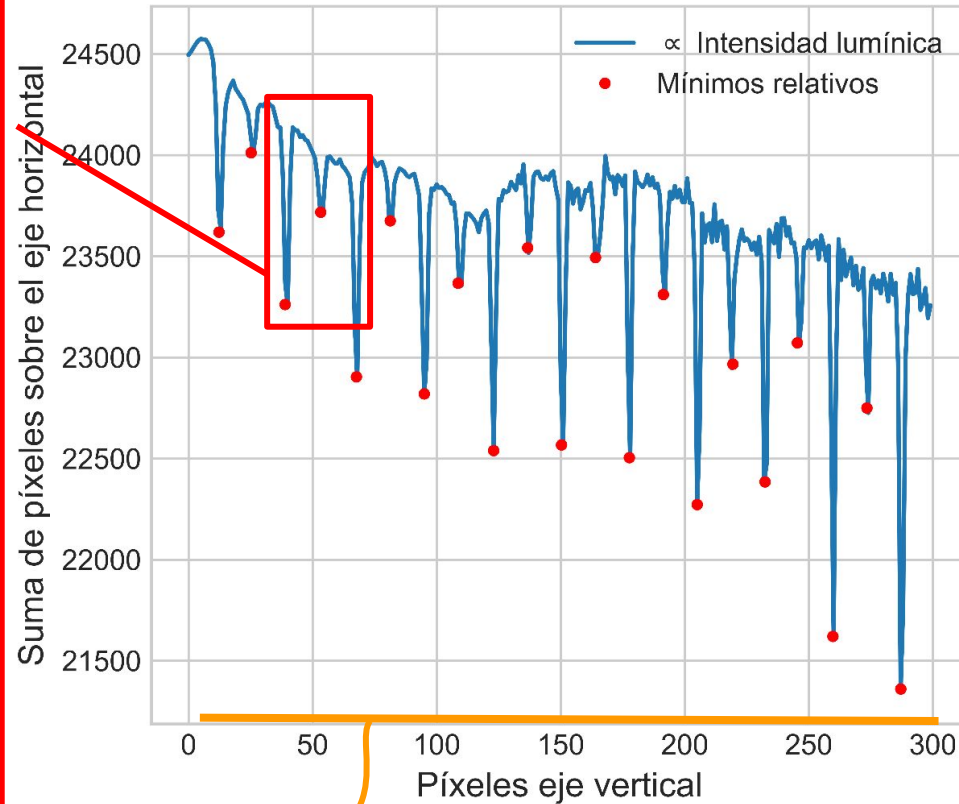
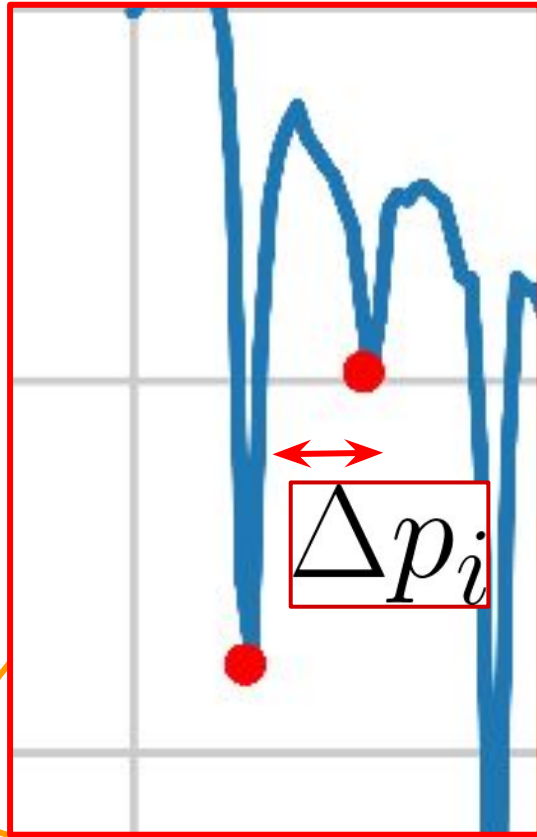
# Perfil de intensidad y conversión de unidades



# Perfil de intensidad y conversión de unidades

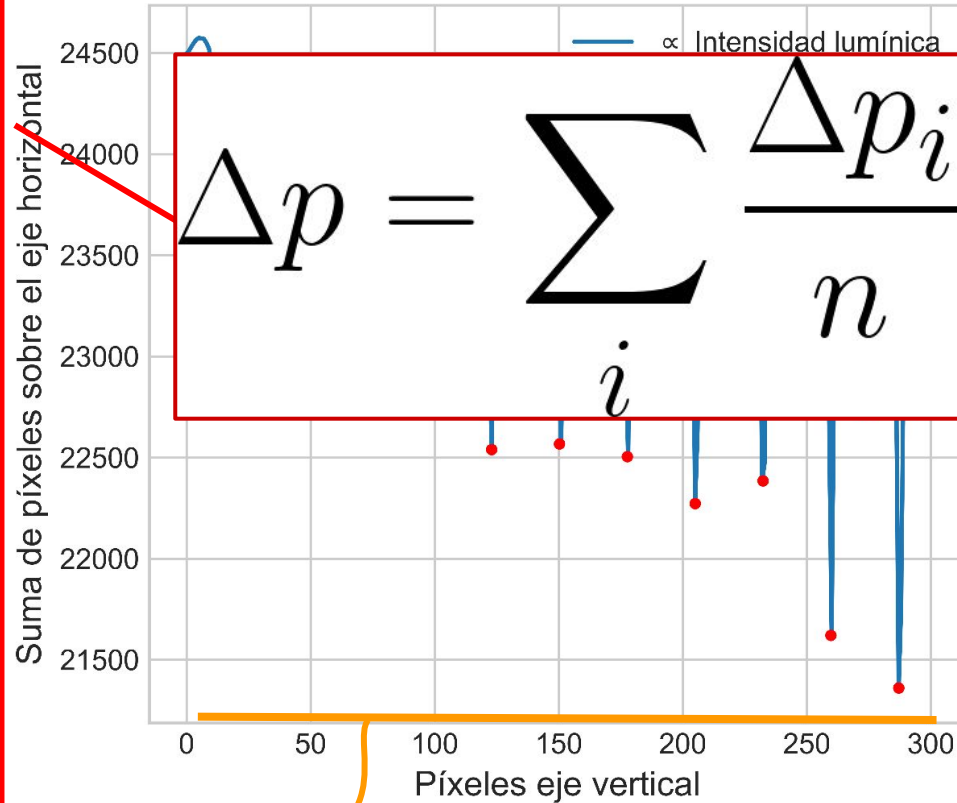
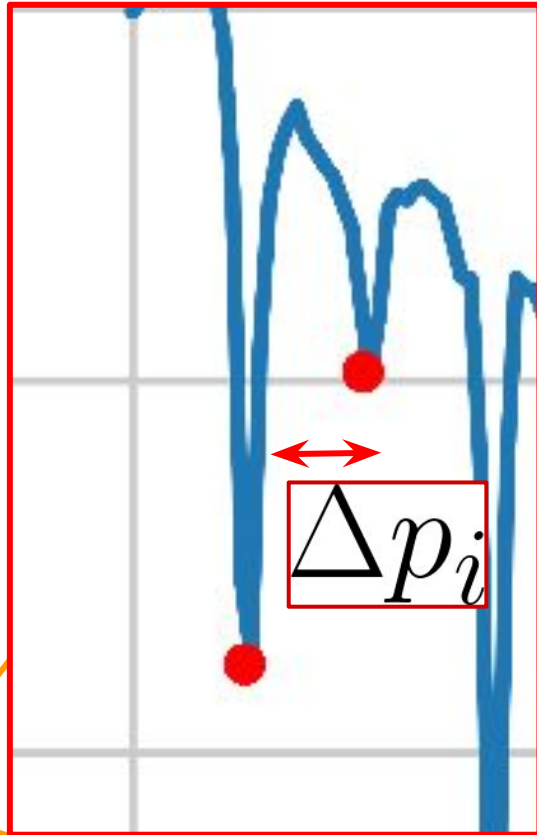


# Procesamiento de imágenes: conversión de unidades





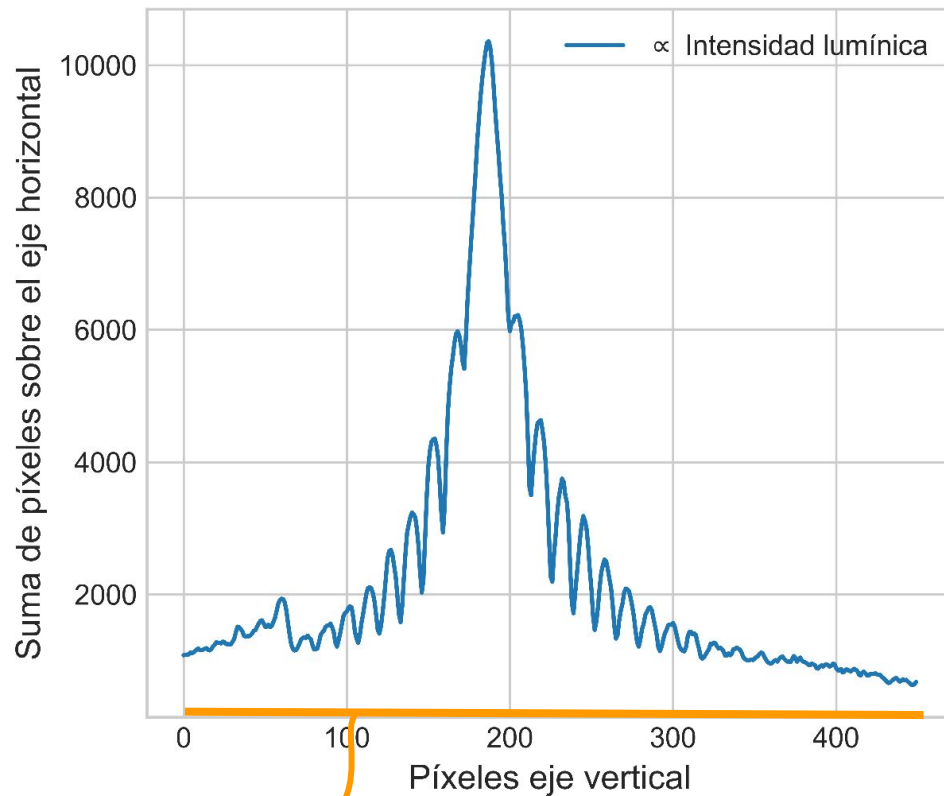
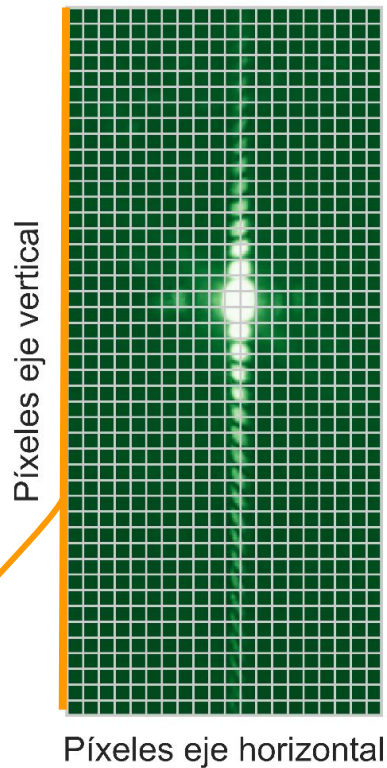
# Perfil de intensidad y conversión de unidades





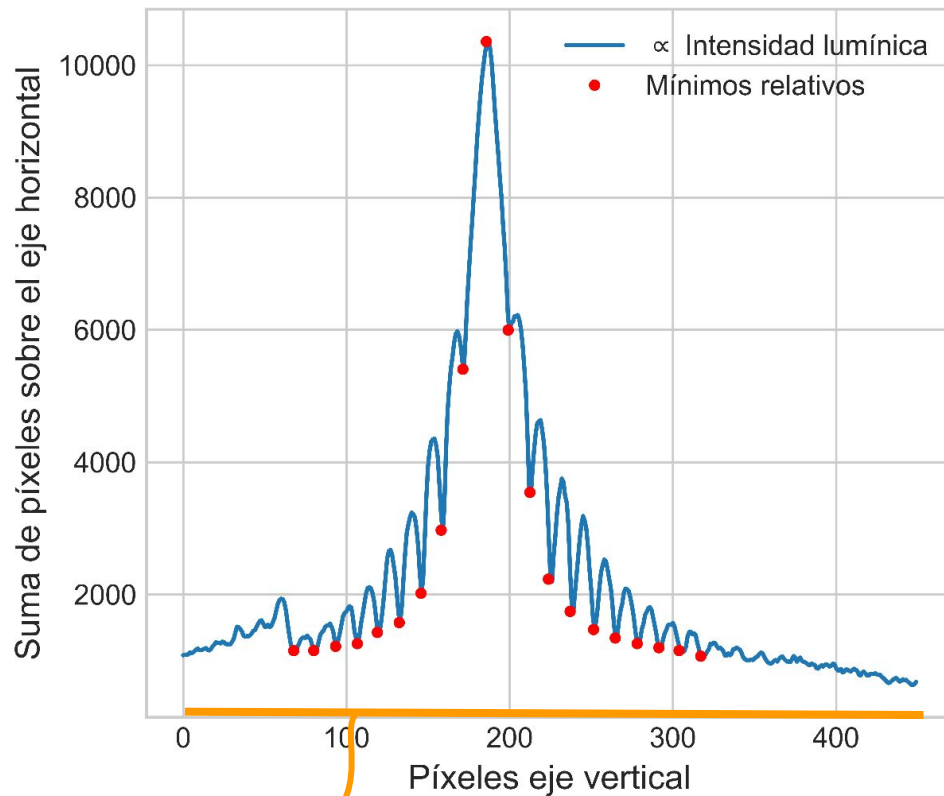
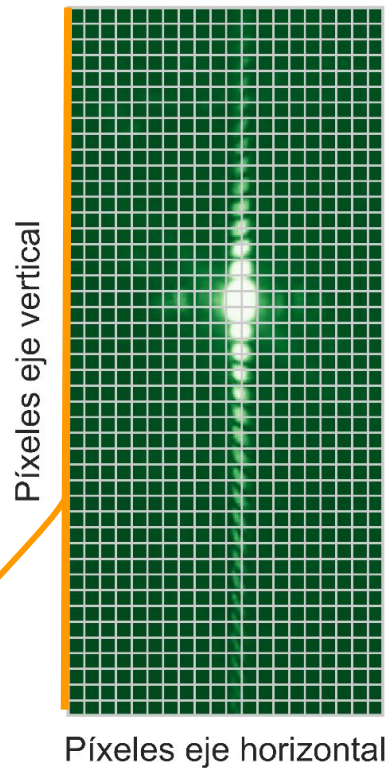
# Resultados

Masa:  $(24.5787 \pm 0.0002) \text{ g}$

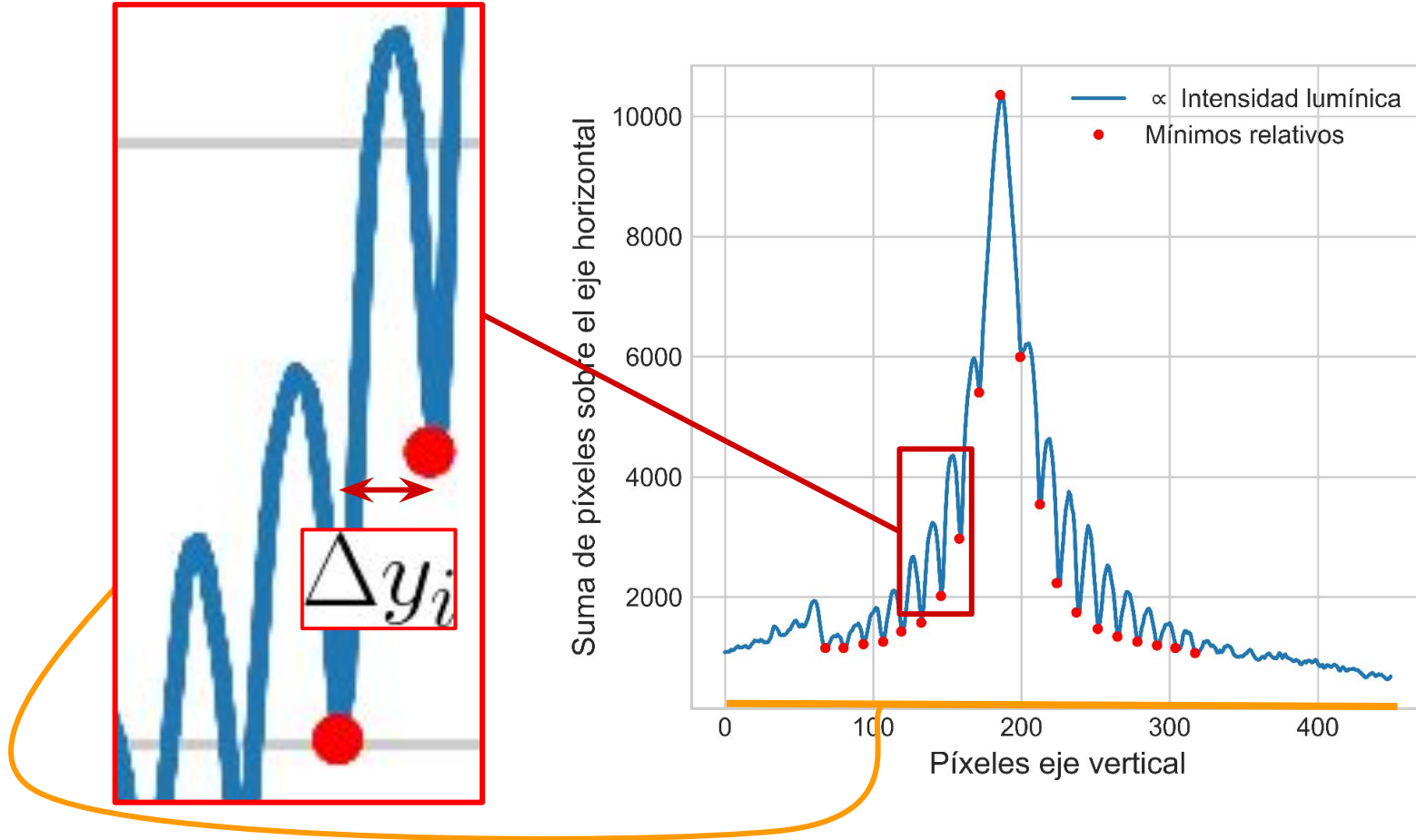


# Resultados

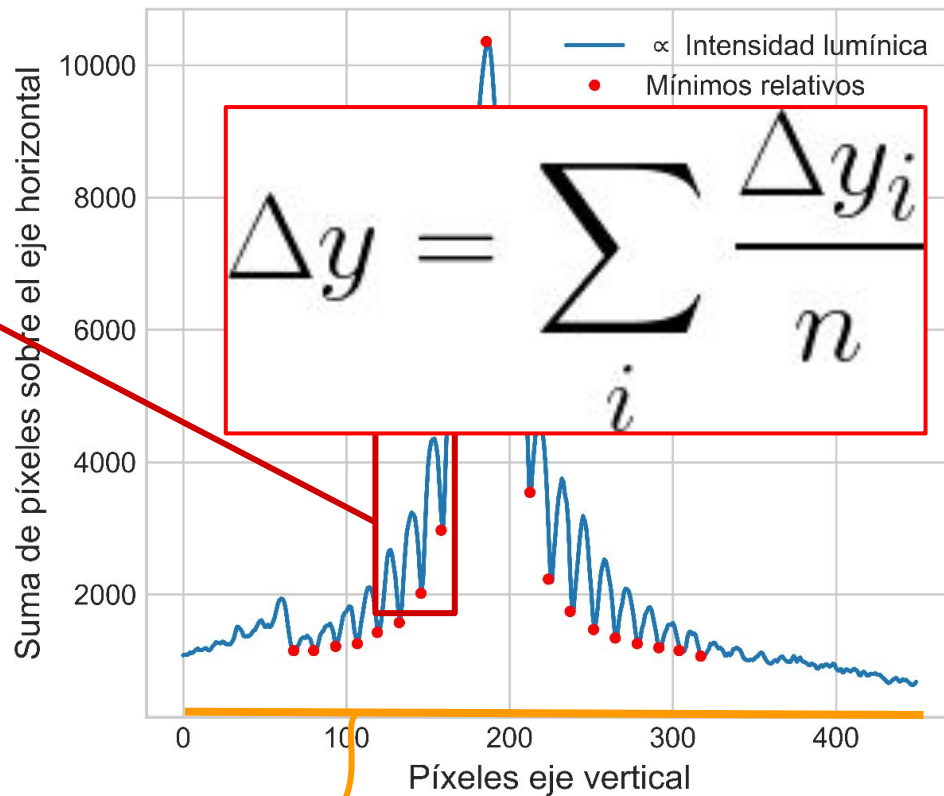
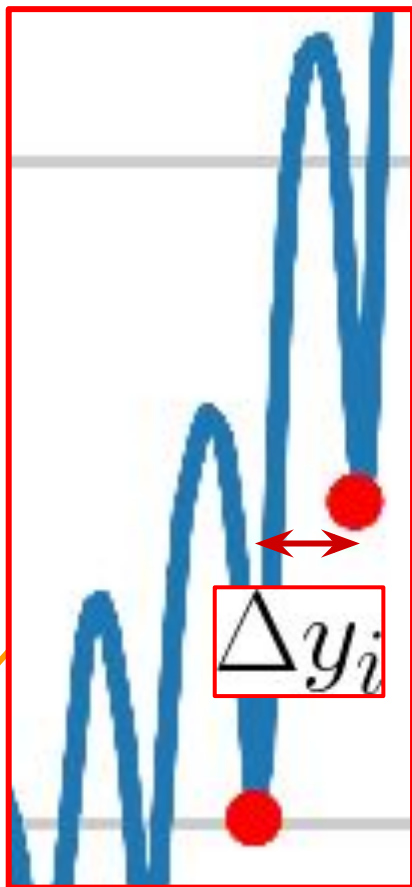
Masa:  $(24.5787 \pm 0.0002) \text{ g}$



# Resultados



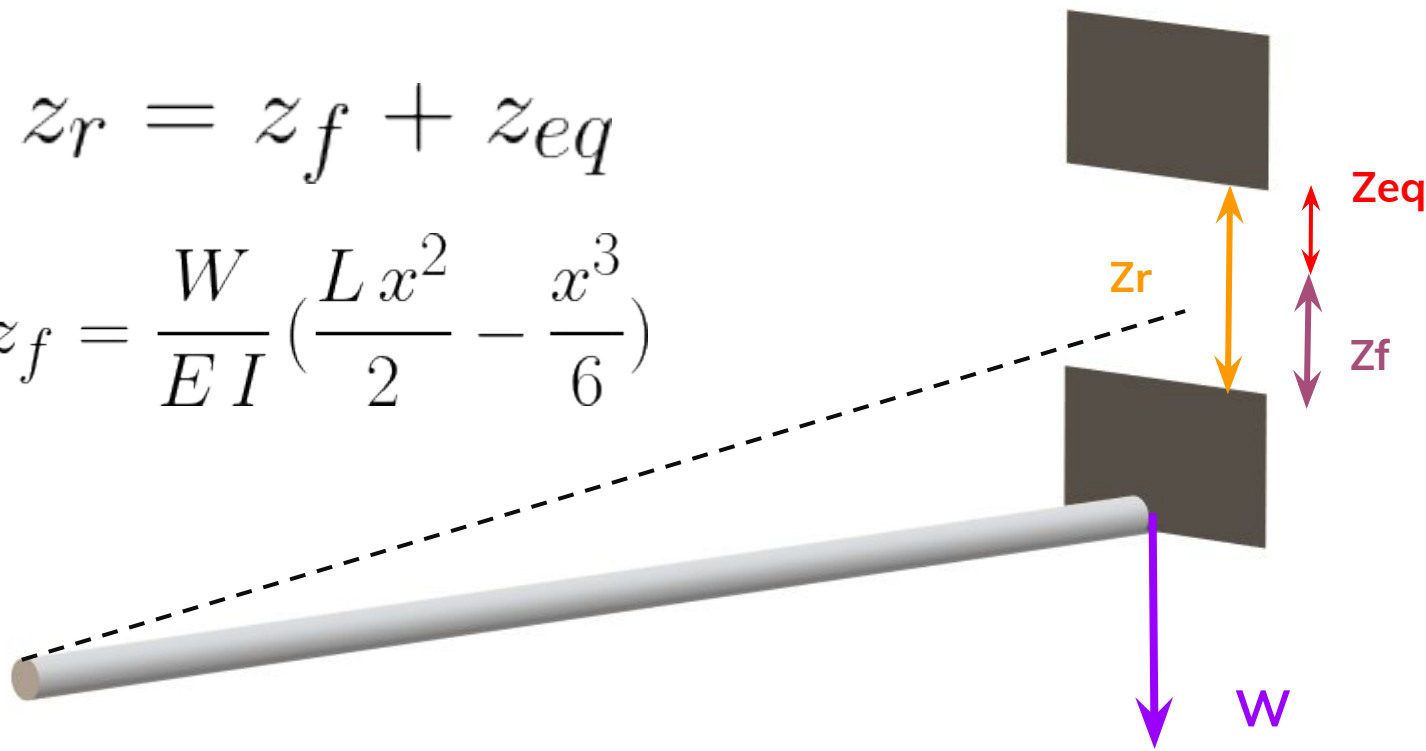
# Resultados



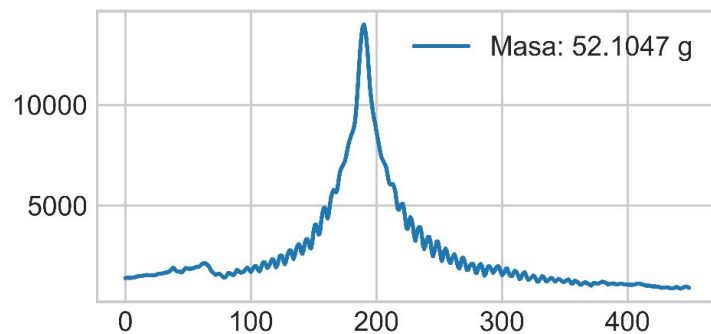
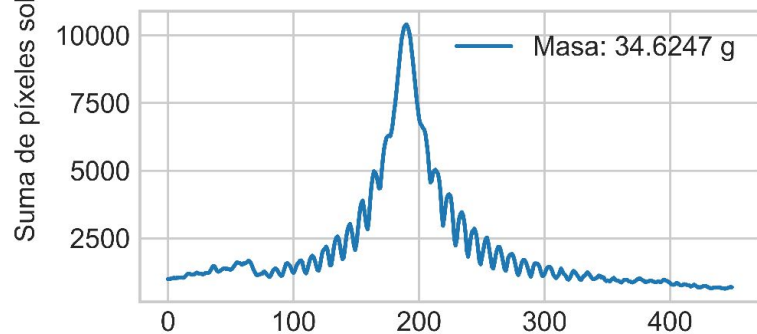
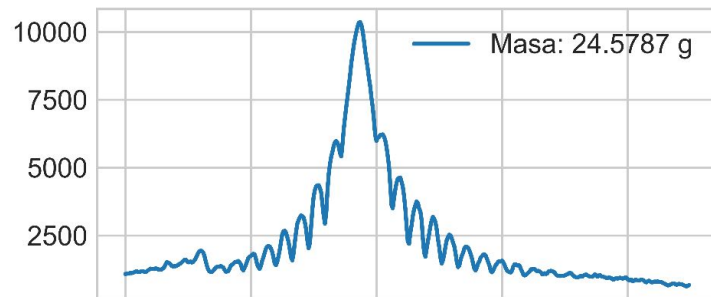
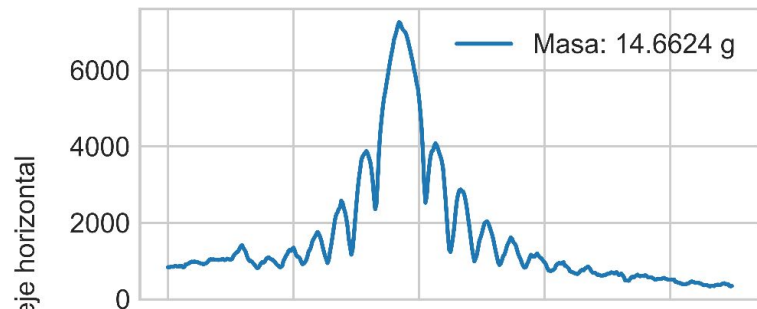
# Resultados

$$z_r = z_f + z_{eq}$$

$$z_f = \frac{W}{EI} \left( \frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

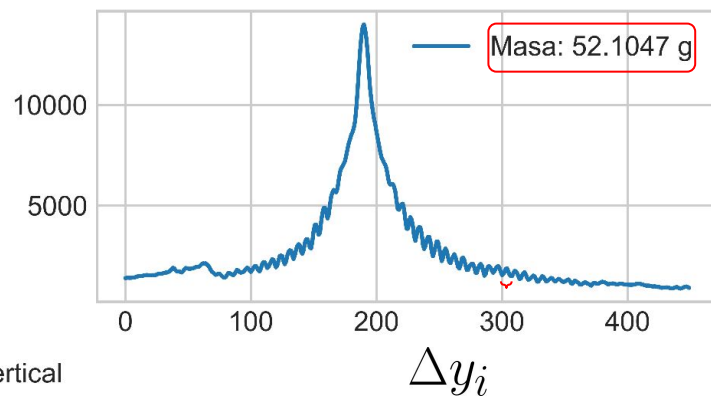
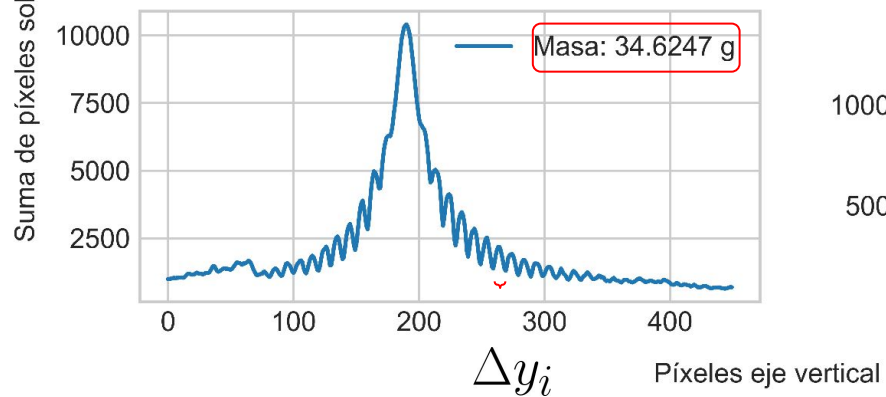
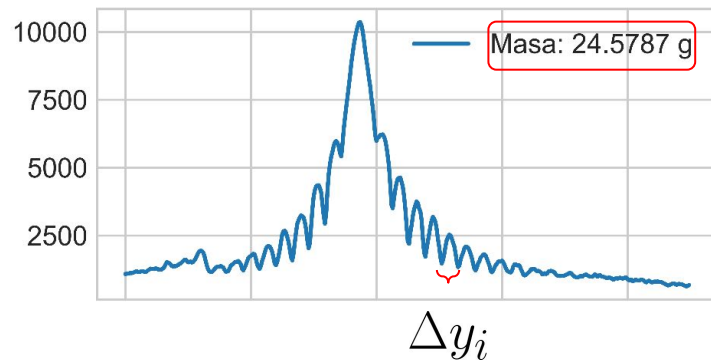
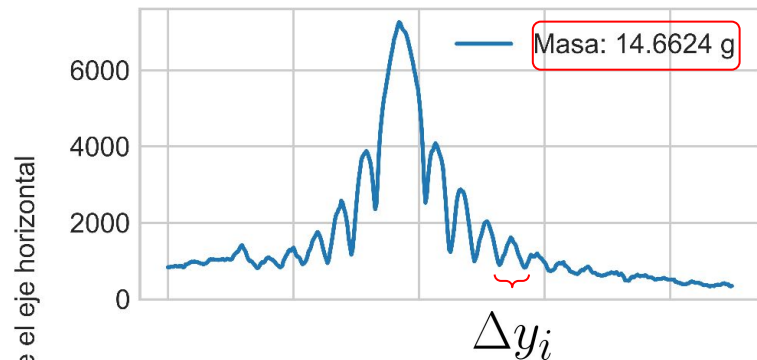


# Resultados

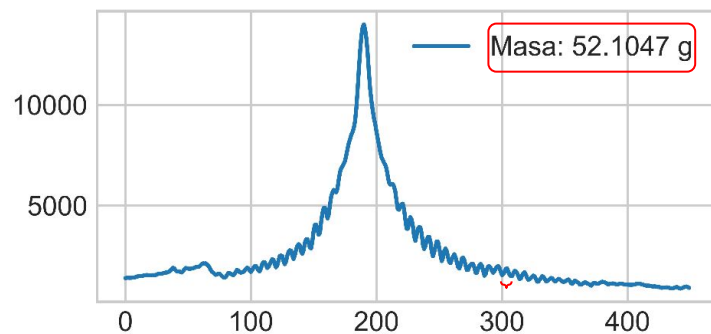
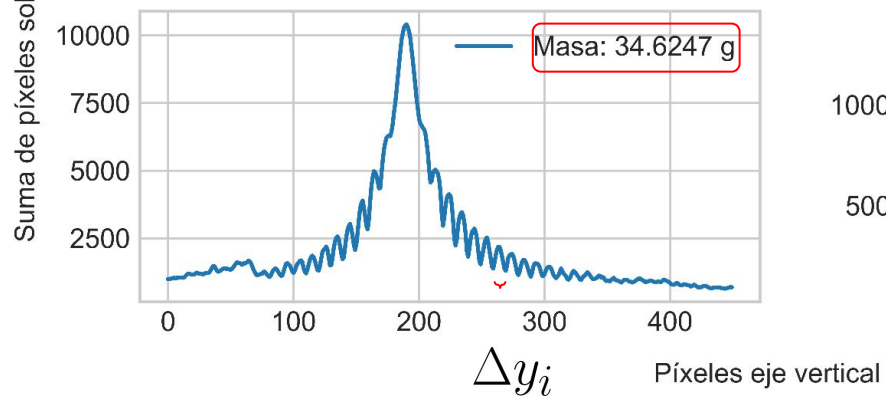
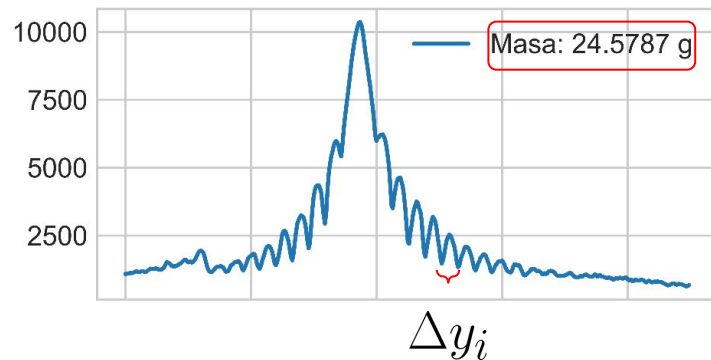
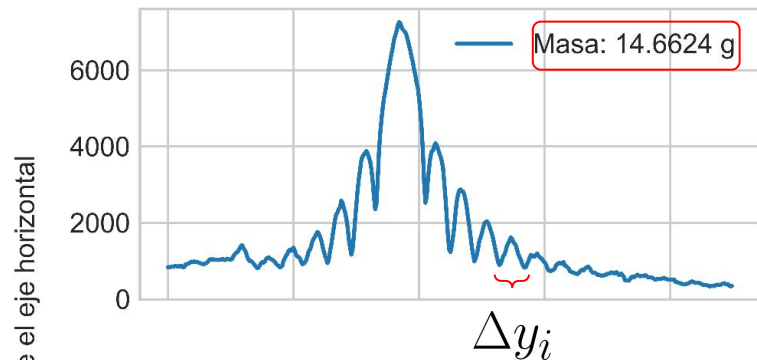


Píxeles eje vertical

# Resultados



# Resultados



$$\Delta y = \frac{\lambda D}{z_r} \Rightarrow z_r = \frac{\lambda D}{\Delta y}$$



# Resultados



Fuerza flexora (depende de la masa)

$$z_r = z_f + z_{eq} = \frac{\lambda D}{\Delta y}$$

Masa [g]	Interfranja* [mm] $\Delta y$	Flexión* [mm] $z_f$
14,6624 ± 0,0002	7,0748 ± 0,0005	0,1007 ± 0,0006
16,3590 ± 0,0002	6,6329 ± 0,0005	0,1104 ± 0,0006
18,5125 ± 0,0002	5,9671 ± 0,0004	0,1277 ± 0,0007
34,6247 ± 0,0002	3,6207 ± 0,0003	0,024 ± 0,001
40,6943 ± 0,0002	3,1466 ± 0,0003	0,282 ± 0,001
49,9454 ± 0,0002	2,6106 ± 0,0003	0,349 ± 0,002
52,1047 ± 0,0002	2,5212 ± 0,0003	0,363 ± 0,002

# Resultados



Fuerza flexora (depende de la masa)

$$z_r = z_f + z_{eq} = \frac{\lambda D}{\Delta y}$$

Masa [g]	$\Delta y$	$z_f$
$14,6624 \pm 0,0002$	$7,0748 \pm 0,0005$	$0,1007 \pm 0,0006$
$16,3590 \pm 0,0002$	$6,6329 \pm 0,0005$	$0,1104 \pm 0,0006$
$18,5125 \pm 0,0002$	$5,9671 \pm 0,0004$	$0,1277 \pm 0,0007$
$34,6247 \pm 0,0002$	$3,6207 \pm 0,0003$	$0,024 \pm 0,001$
$40,6943 \pm 0,0002$	$3,1466 \pm 0,0003$	$0,282 \pm 0,001$
$49,9454 \pm 0,0002$	$2,6106 \pm 0,0003$	$0,349 \pm 0,002$
$52,1047 \pm 0,0002$	$2,5212 \pm 0,0003$	$0,363 \pm 0,002$

# Resultados



Fuerza flexora (depende de la masa)

Masa [g]	Interfranja* [mm] $\Delta y$	Flexión* [mm] $z_f$
14,6624 ± 0,0002	7,0748 ± 0,0005	0,1007 ± 0,0006
16,3590 ± 0,0002	6,6329 ± 0,0005	0,1104 ± 0,0006
18,5125 ± 0,0002	5,9671 ± 0,0004	0,1277 ± 0,0007
34,6247 ± 0,0002	3,6207 ± 0,0003	0,024 ± 0,001
40,6943 ± 0,0002	3,1466 ± 0,0003	0,282 ± 0,001
49,9454 ± 0,0002	2,6106 ± 0,0003	0,349 ± 0,002
52,1047 ± 0,0002	2,5212 ± 0,0003	0,363 ± 0,002

$$z_f = \frac{W}{EI} \left( \frac{L x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

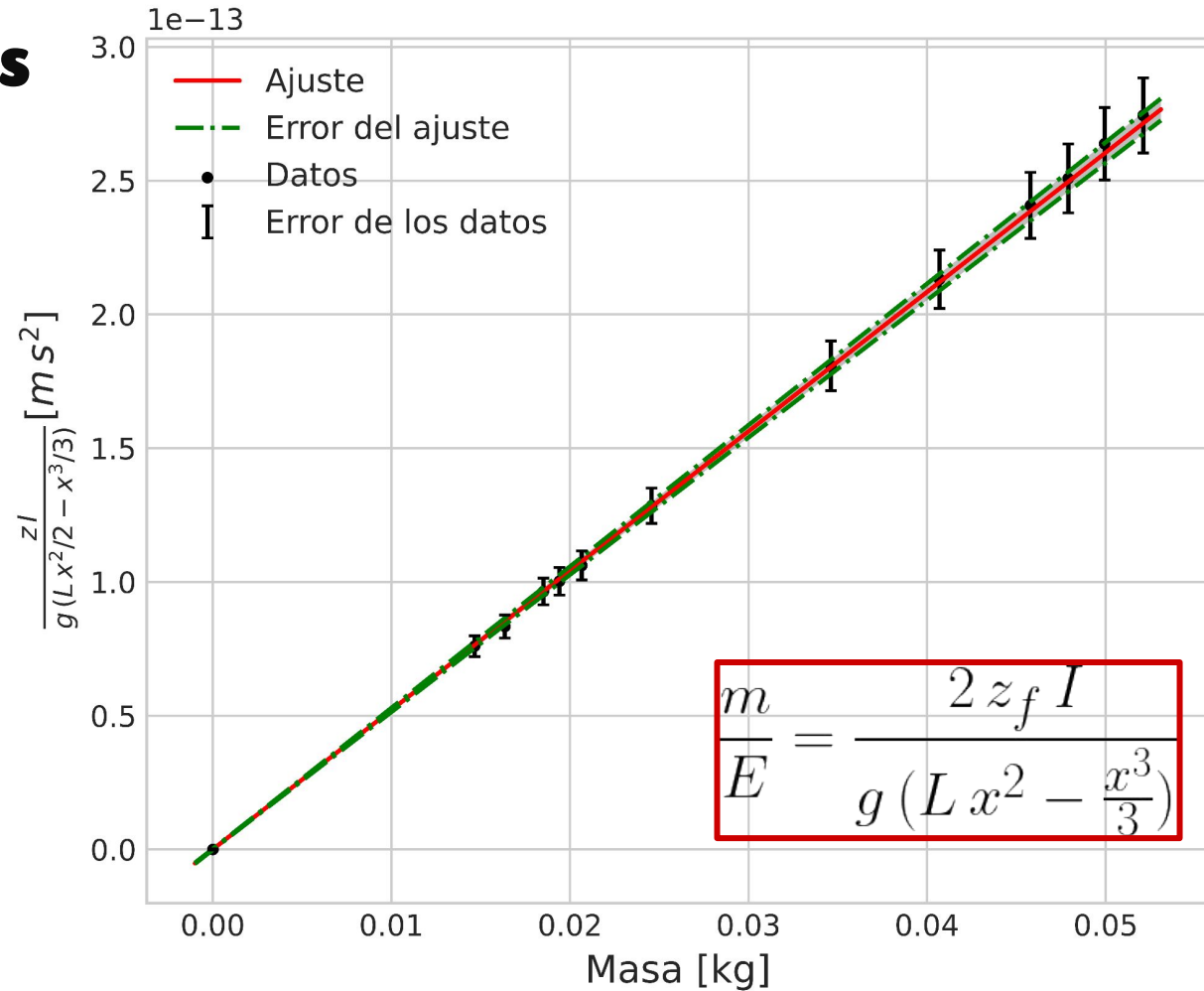
# Resultados

$$z_f = \frac{W}{E I} \left( \frac{L x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$



$$\frac{m}{E} = \frac{2 z_f I}{g \left( L x^2 - \frac{x^3}{3} \right)}$$

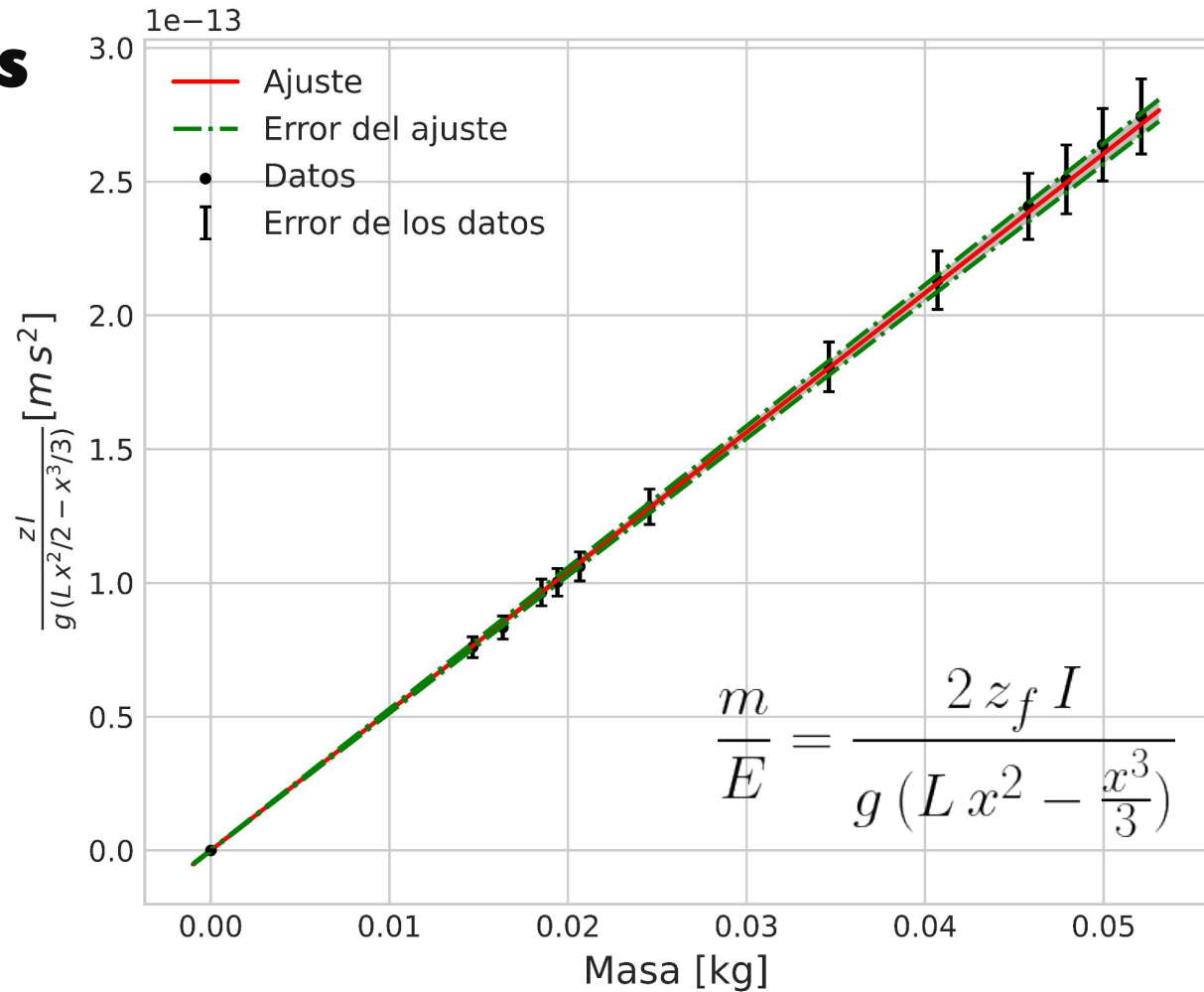
# Resultados



# Resultados

Coefficiente de correlación  
lineal

$$r = 0,999$$



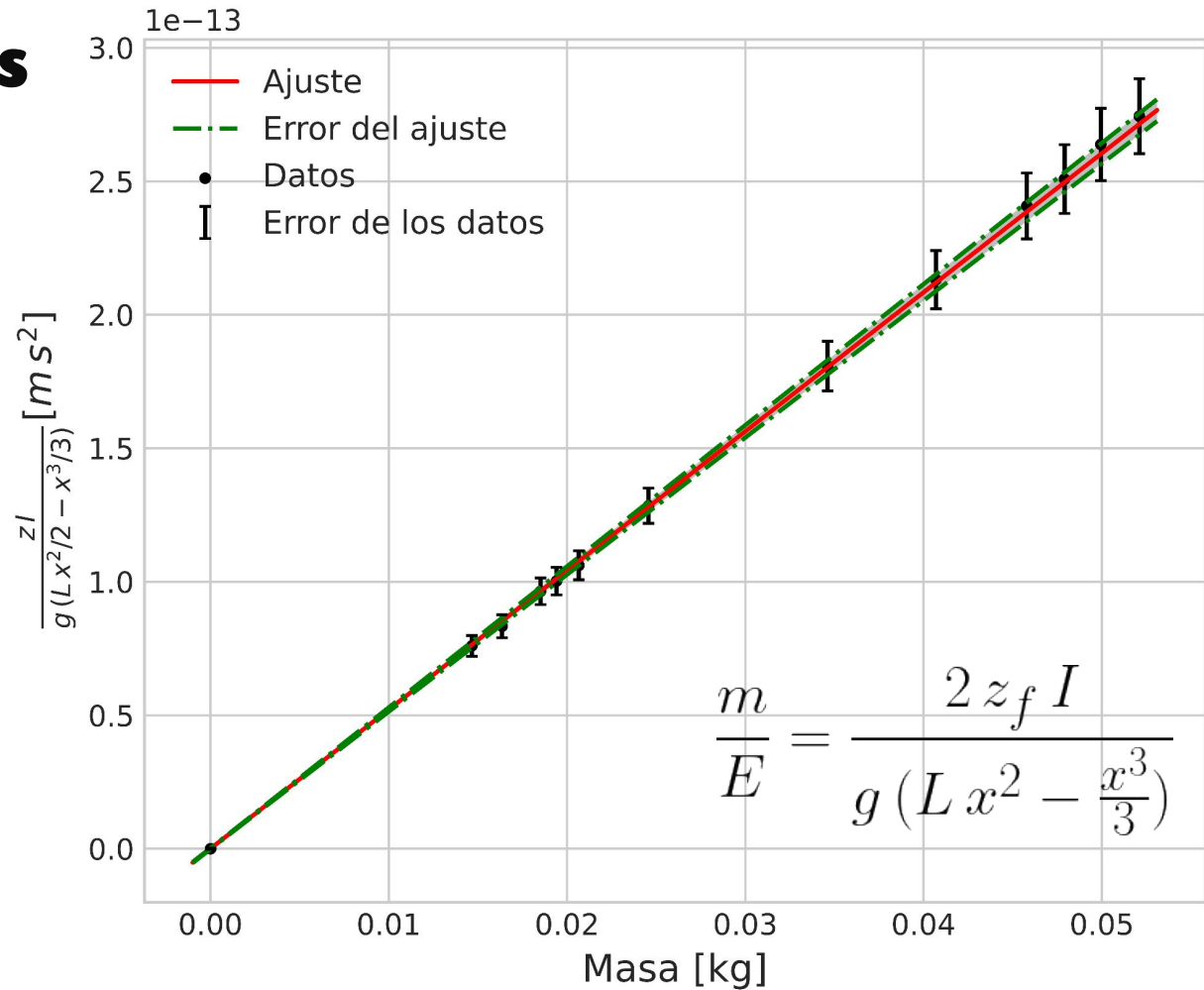
# Resultados

Coefficiente de correlación  
lineal

$$r = 0,999$$

Módulo de Young

$$E = (192 \pm 3) \text{ GPa.}$$



## Comentarios finales:

- El método es bueno para conseguir una aproximación del módulo de Young



## Comentarios finales:

- El método es bueno para conseguir una aproximación del módulo de Young
- Utilizar un el espejo regulable para dirigir el haz.

## Comentarios finales:

- El método es bueno para conseguir una aproximación del módulo de Young
- Utilizar un el espejo regulable para dirigir el haz.
- Regular el número de interfranjas en cada medición.

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{z_f + z_{eq}}$$

## Comentarios finales:

- El método es bueno para conseguir una aproximación del módulo de Young
- Utilizar un el espejo regulable para dirigir el haz.
- Regular el número de interfranjas en cada medición.
- Explorar otro rango para la fuerza flexora.

## Comentarios finales:

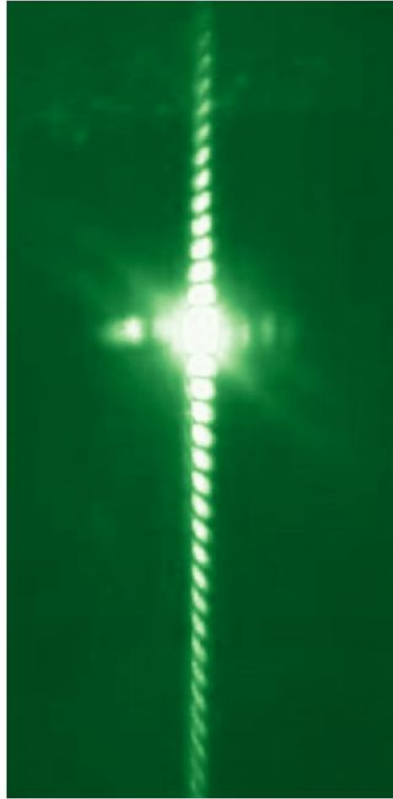
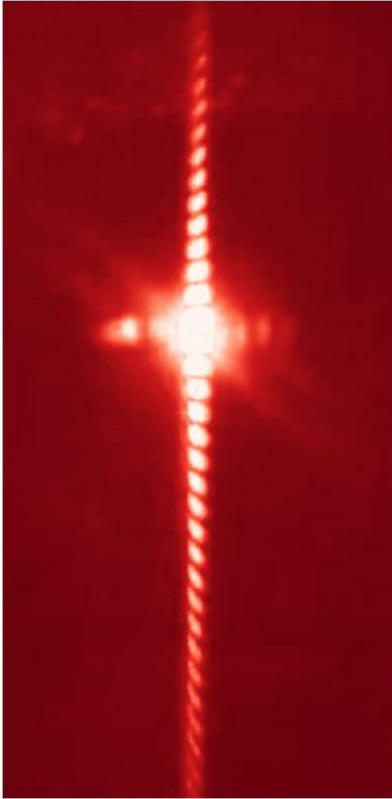
- El método es bueno para conseguir una aproximación del módulo de Young
- Utilizar un el espejo regulable para dirigir el haz.
- Regular el número de interfranjas en cada medición.
- Explorar otro rango para la fuerza flexora.

**GRACIAS**

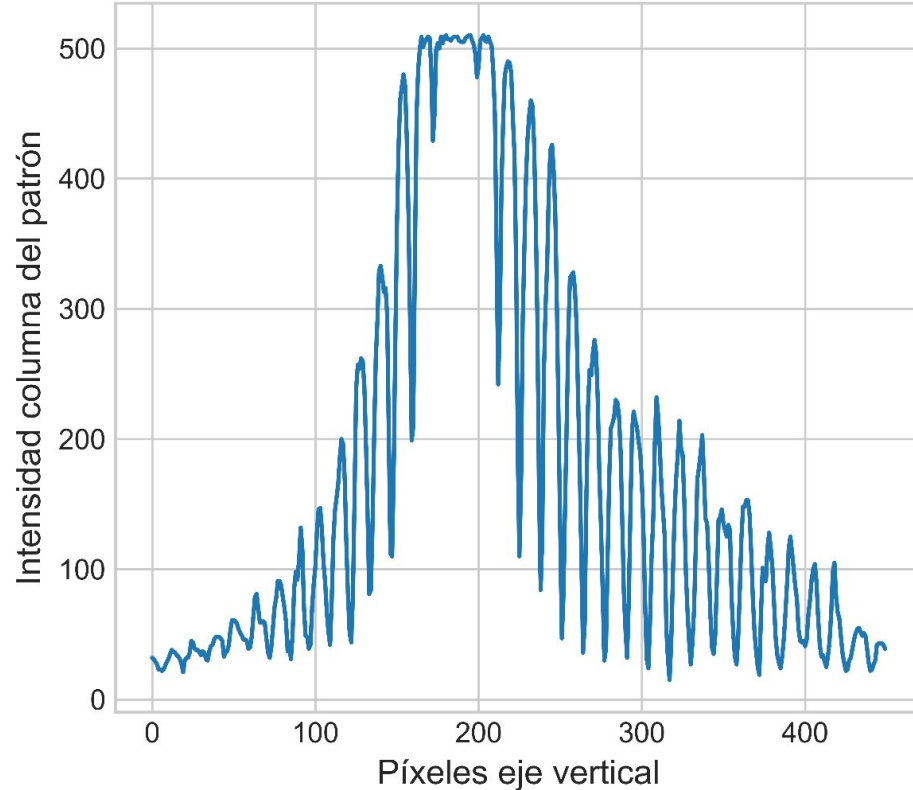
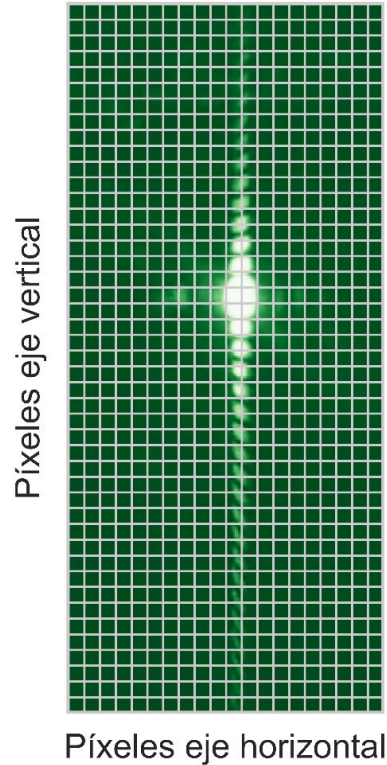




## Tres colores patrón



# Tomando el patrón sólo sobre una columna





## \*Los resultados que faltan

Masa [g]	Interfranja [mm] $\Delta y$	Flexión [mm] $z_f$
45,7895 $\pm$ 0,0002	2,8297 $\pm$ 0,0003	0,319 $\pm$ 0,001
47,9055 $\pm$ 0,0002	2,7298 $\pm$ 0,0003	0,332 $\pm$ 0,001
19,4098 $\pm$ 0,0002	5,7956 $\pm$ 0,0004	0,1328 $\pm$ 0,0007
20,0659 $\pm$ 0,0002	5,5512 $\pm$ 0,0004	0,1406 $\pm$ 0,0007
24,5787 $\pm$ 0,0002	4,7877 $\pm$ 0,0004	0,1701 $\pm$ 0,0009

\*Equilibrio

Interfranja [mm]	Apertura [mm]
22,9696 $\pm$ 0,0009	0,0448 $\pm$ 0,0002

Valor obtenido con promedio

$$E = (192 \pm 3) \text{ GPa}$$

# banco de ecuaciones

$$z_f = \frac{W}{E I} \left( \frac{L x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

$$I(y) \propto \frac{\sin^2\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)}{\left(\frac{\pi y z_r}{\lambda D}\right)^2}$$

$$z_r = z_f + z_{eq}$$

$$\Delta y = \frac{\lambda D}{z_r} \implies z_r = \frac{\lambda D}{\Delta y}$$