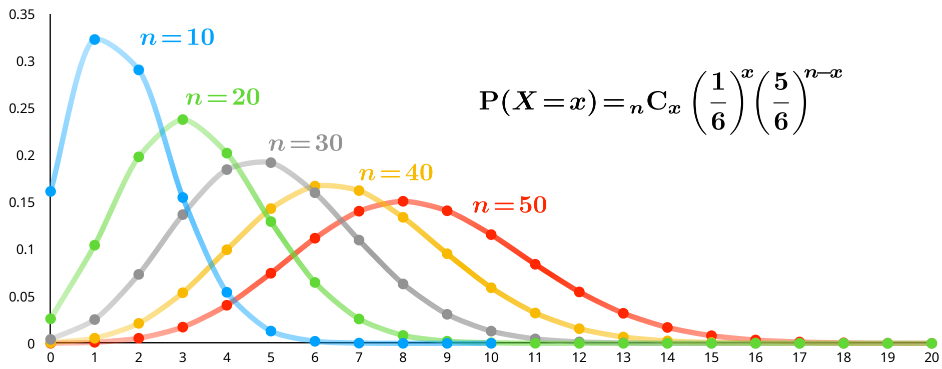
이항분포와 정규분포의 관계

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르고, 시행 횟수 n이 충분히 크다면 확률변수 X의 분포는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}(np, npq)$를 따른다는 것이 알려져 있다. (단, $p+q=1$)

➤ 주사위를 n회 던지는 시행에서 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하면, X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{6}\right)$을 따르게 된다. 이때, 시행 횟수 n이 커짐에 따라 이항분포의 확률값들의 형태가 아래 그림에서처럼 정규분포의 형태(bell-shpace)를 보임을 알 수 있다.



예제11

한 개의 주사위를 720번 던지는 시행에서 1의 눈이 95회 이상 130회 이하로 나올 확률을 구하시오. (단, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1) = 0.3413$, $\mathrm{P}(0 \le Z \le 2.5) = 0.4938$)

720회의 독립시행에서 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하면,

X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(720, \frac{1}{6}\right)$을 따르므로

$$\mathrm{E}(X) = 720 \times \frac{1}{6} = 120, \quad \sigma(X) = \sqrt{720 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6}} = 10$$

이 된다. 이때, $n = 720$은 충분히 큰 수이므로 X는 근사적으로 정규분포 $\mathrm{N}\left(120,\ 10^2\right)$을 따른다고 볼 수 있다.

$$\begin{aligned}\therefore \mathrm{P}(95 \le X \le 130) &= \mathrm{P}\left(\frac{95-120}{10} \le \frac{X-120}{10} \le \frac{130-120}{10}\right)\\ &= \mathrm{P}(-2.5 \le Z \le 1)\\ &= \mathrm{P}(-2.5 \le Z \le 0) + \mathrm{P}(0 \le Z \le 1)\\ &= 0.4938 + 0.3413 = 0.8351\end{aligned}$$