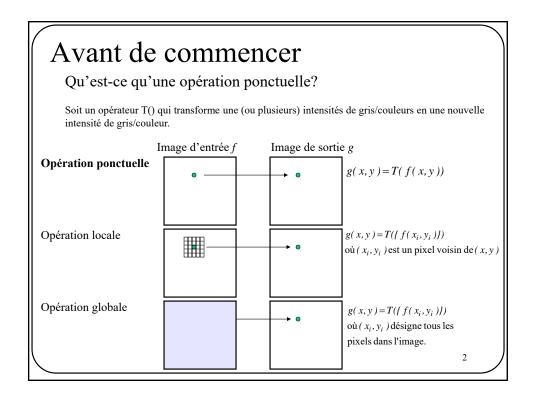
#### Hiver 2018

# Analyse d'images IMN 259

### Opérations ponctuelles

Par Pierre-Marc Jodoin

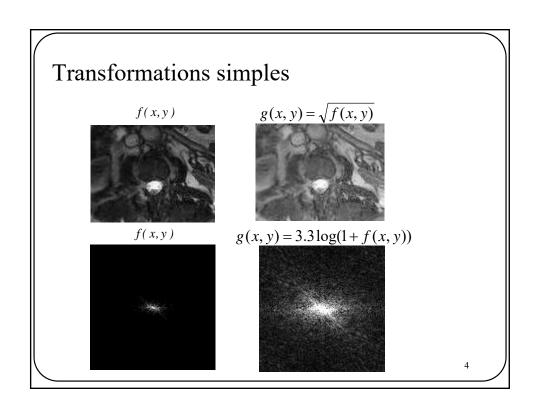


Transformations simples 
$$g(x, y) = c \log_{10}(1 + f(x, y))$$
  $g(x, y) = \sqrt{f(x, y)}$   $g(x, y) = (f(x, y))^n$ 

Niveaux de gris des pixels de l'image de sortie  $g(x,y)$ 

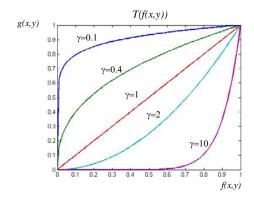
Dans ce contexte, T est parfois appelée « fonction de transfert ».  $g(x,y) = (f(x,y))^n$ 

Note: les niveaux de gris ont été normalisés entre  $g(x,y)$ 



### Correction gamma

$$g(x,y) = (f(x,y))^{\gamma}$$



Note : les niveaux de gris ont été normalisés entre 0 et 1.

### Correction gamma

$$g(x,y) = (f(x,y))^{\gamma}$$

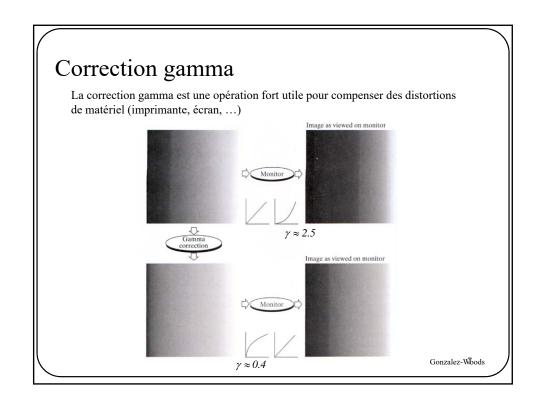


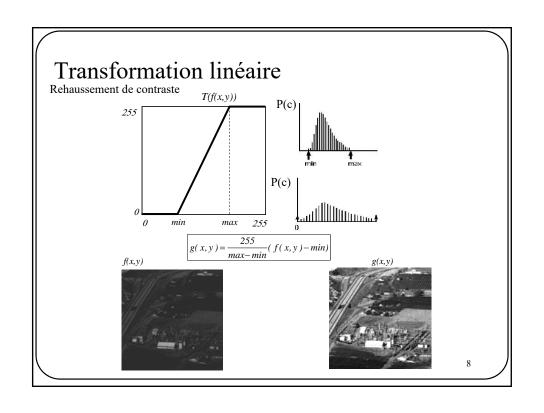
γ=0.1

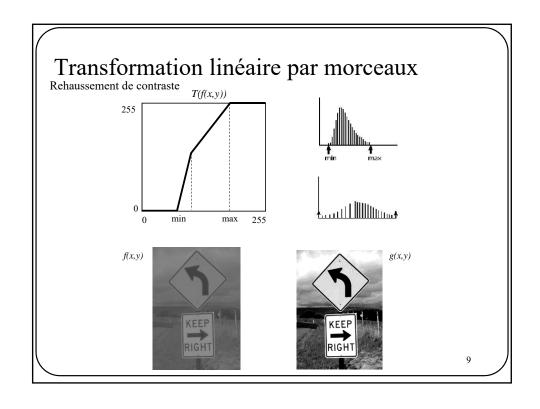


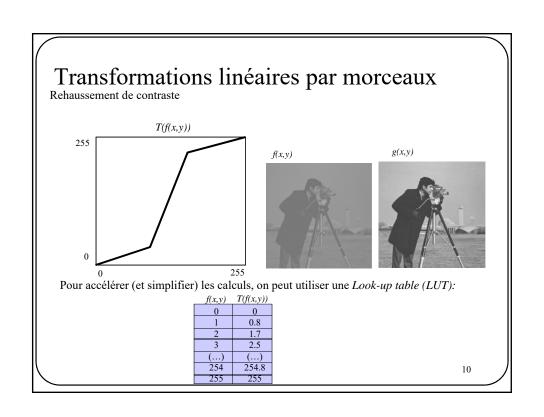




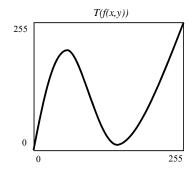








### Transformations non linéaires



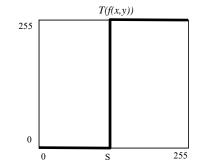




Remarque: Pente négative = inversion locale de contraste

1

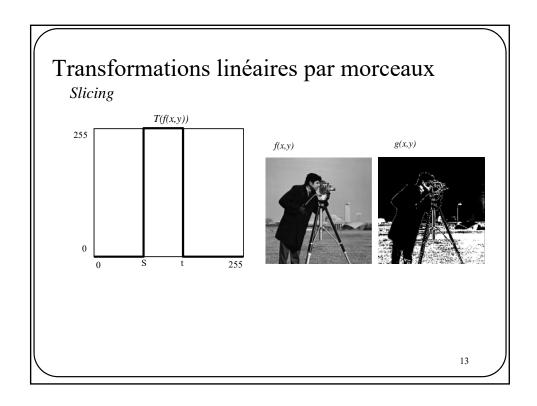
# Transformations linéaires par morceaux Seuil



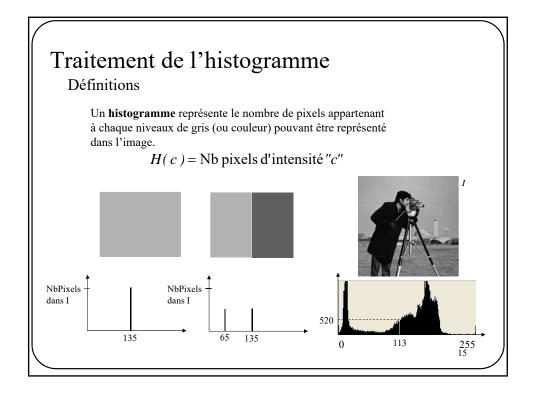




Remarque: les sauts verticaux entraînent des discontinuités



Traitement de l'histogramme



### Traitement de l'histogramme

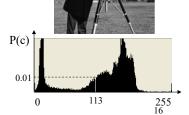
Parfois l'histogramme est normalisé par le nombre de pixels dans l'image:

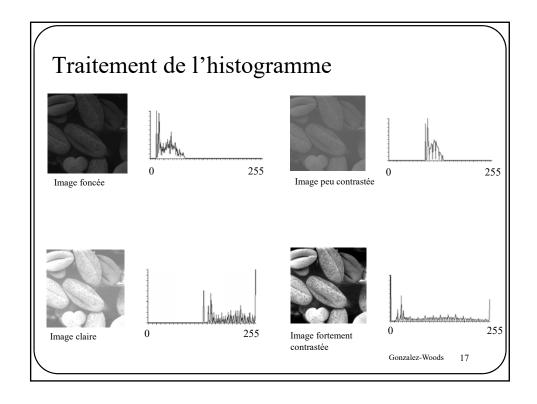
$$H'(c) = P(c) = \frac{\text{Nb pixels d'intensit\'e c}}{\text{Nb total de pixels dans l'image}}$$

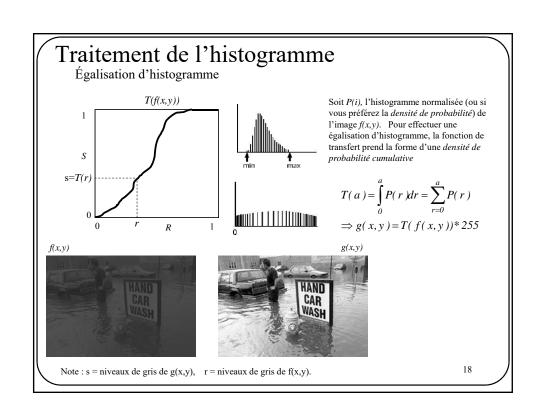
Ainsi défini, P(c) donne une idée de la probabilité d'occurrence d'un pixel de niveau de gris "c".

$$\sum_{c=0}^{255} P(c) = 1$$

Si je tire un pixel au hasard dans l'image, j'ai 1% de chance qu'il soit d'intensité 113.







# Traitement de l'histogramme Égalisation d'histogramme

Note: voici la façon simple et efficace de calculer la densité de probabilité cumulative T:

$$T(0) = P(0)$$

POUR a allant de 1 à 255

$$T(a) = T(a-1) + P(a)$$

### Traitement de l'histogramme

(Preuve)

Si une fonction de transfert T(r) définie entre 0 et 1 est monotone croissante, alors on peut affirmer que

$$p(s)ds = p(r)dr (1)$$

Étant donnée que

$$s = T(r)$$

Si T(r) est une densité de probabilité cumulative alors

$$s = T(r) = \int_{0}^{r} p(r') dr'$$

Étant donnée que la dérivée de T par rapport à r donne

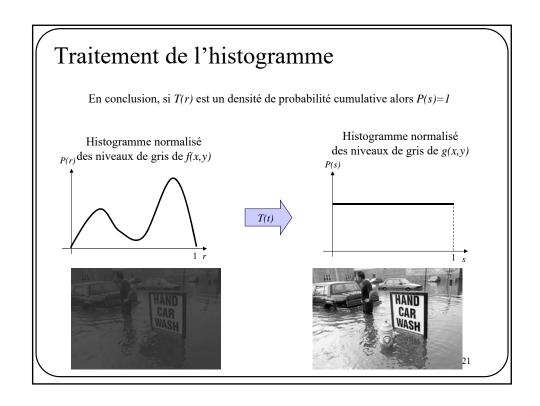
$$\frac{dT}{dr} = \frac{ds}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \int_{0}^{r} p(r') dr' \right) = p(r) \quad (2)$$

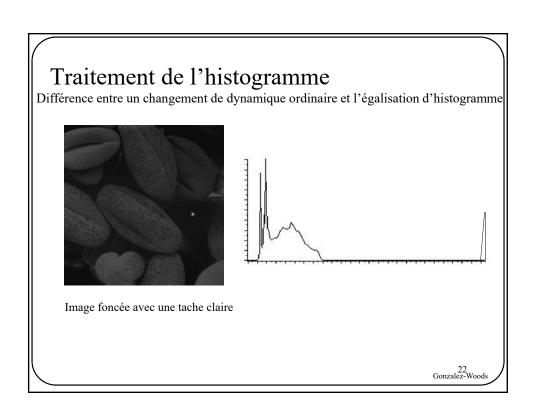
En combinant (1) et (2) on obtient que

$$\frac{ds}{dr} = p(r)$$

$$= p(s)\frac{ds}{dr}$$

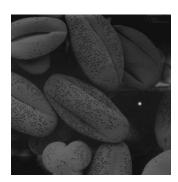
$$\Rightarrow p(s) = 1$$

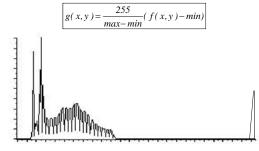




### Traitement de l'histogramme

Différence entre un changement de dynamique ordinaire et l'égalisation d'histogramme





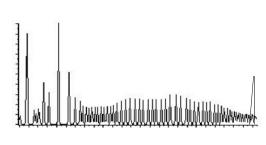
Résultat après un changement de dynamique linéaire (la fameuse fonction "rescale").

23 Gonzalez-Woods

### Traitement de l'histogramme

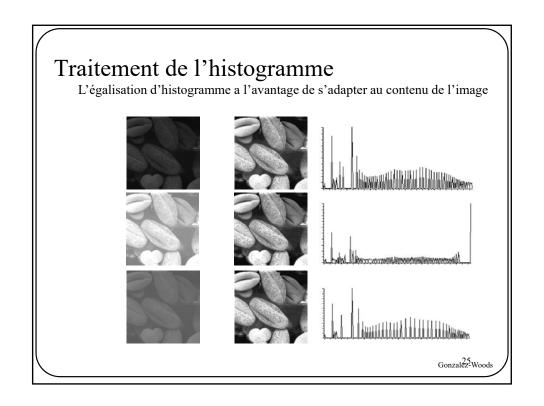
Différence entre un changement de dynamique ordinaire et l'égalisation d'histogramme

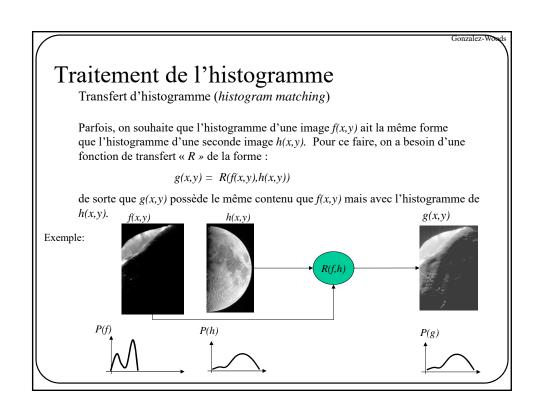


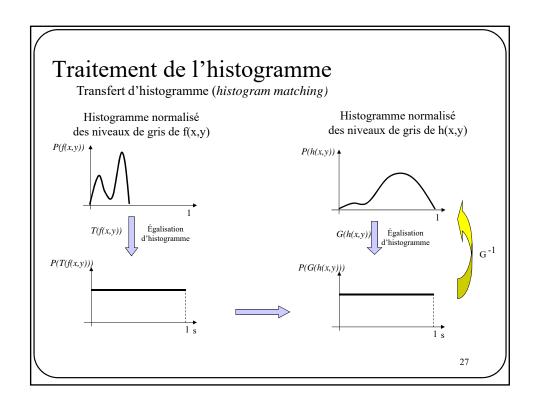


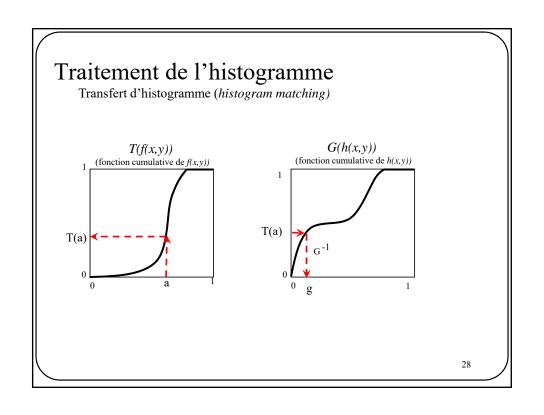
Résultat après une égalisation d'histogramme

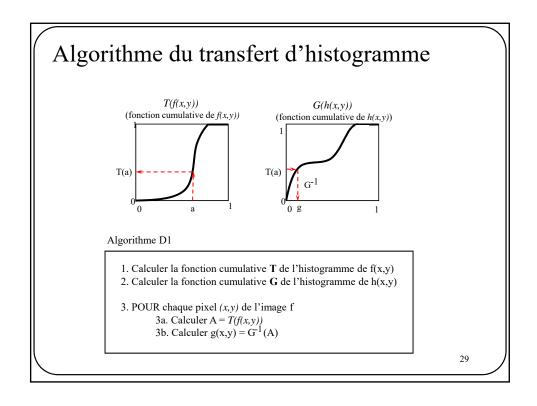
24 Gonzalez-Woods

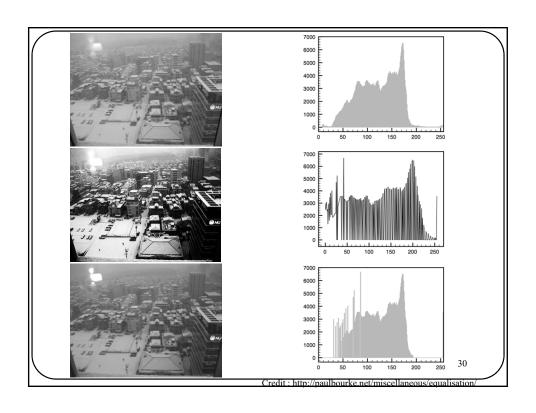








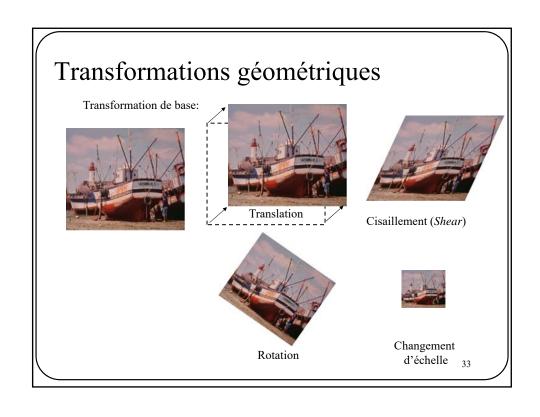


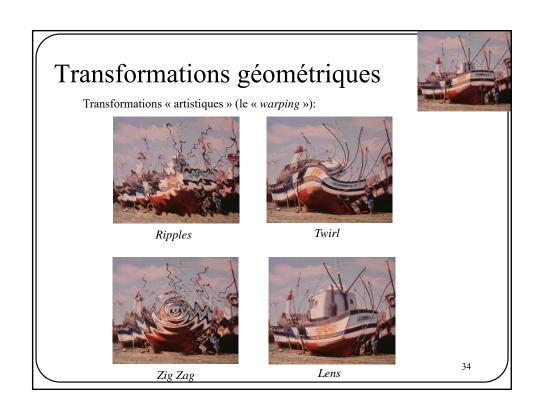


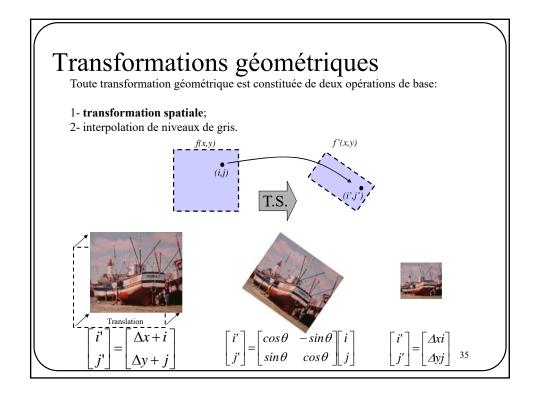
3

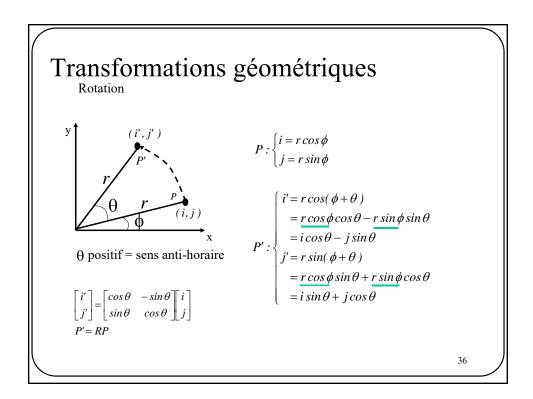
### Transformations géométriques

Jusqu'à présent, nous nous sommes concentré sur des procédés ayant pour but de modifier la distribution des niveaux de gris/couleurs de l'image. Dans cette soussection, nous porterons notre attention sur des procédés ayant pour but de modifier la <u>distribution spatiale des pixels</u>.









Toute transformation géométrique est constituée de deux opérations de base:

- 1- transformation spatiale;
- 2- interpolation de niveaux de gris/couleur.





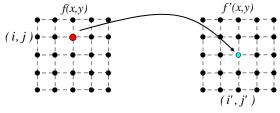
Wave

$$\begin{bmatrix} i' \\ j' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i \\ j - 50 \sin\left(\frac{2\pi i}{100}\right) \end{bmatrix}$$

3

### Transformations géométriques

Transformation spatiale directe



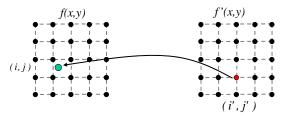
Contrairement à ce que l'intuition commande, la transformation spatiale directe est  $\underline{\mathbf{A}} \, \underline{\mathbf{EVITER}}$ . Pourquoi? Car elle peut laisser des trous béants dans l'image de sortie f'.

Exemple: changement d'échelle d'un facteur 5.

$$f(1,1) \rightarrow f'(5,1)$$
$$f(2,1) \rightarrow f'(10,1)$$

Et qu'y a-t-il entre f'(5,1) et f'(10,1)? En mode **directe**, RIEN!!!!!

Transformation spatiale inverse



De cette façon, on pose la question suivante :

« Quelle est la couleur du pixel (i',j')? Réponse: c'est f(i,j)! »

Grâce à cette méthode, on évite les trous. Toutefois, le pixel (i,j) possède rarement des coordonnées entières. Par exemple, que faire lorsque (i',j') pointe vers

Je connais f(20,44), f(21,44), f(20,45) et f(21,45) mais pas f(20.2,44.9).

31

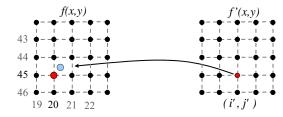
### Transformations géométriques

Transformation spatiale inverse

- 1- transformation spatiale;
- 2- interpolation de niveaux de gris.

Parmi les [très] nombreuses méthodes d'interpolation, trois sont fréquemment sollicitées en imagerie.

#### A. Le pixel le plus près



 $(i, j) = (20.2,44.9) \rightarrow (20,45)$ 

Solution simple mais qui induit des imprécisions.

Transformations géométriques

Transformation spatiale inverse
1- transformation spatiale;
2- interpolation de niveaux de gris.

B. Interpolation linéaire (si (i,j) tombe entre deux pixels)

$$f(x,y) \longrightarrow 0 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0$$

$$43 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0$$

$$44 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0$$

$$45 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0$$

$$46 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0 \longrightarrow 0$$

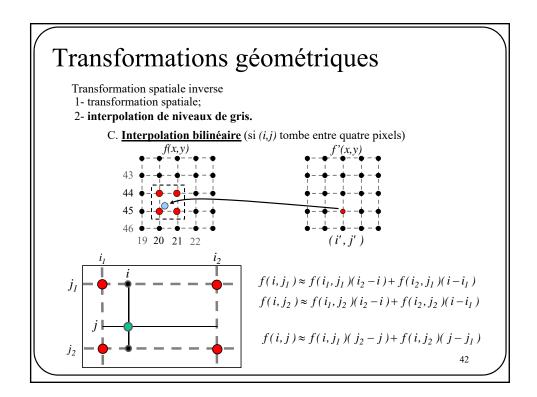
$$19 20 21 22$$

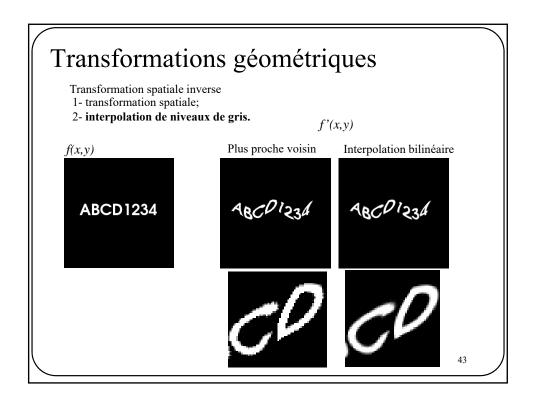
$$f(i,j) \approx f(i_1,j)(i_2-i) + f(i_2,j)(i-i_1)$$

$$si(i,j) = (20.2,45)$$

$$f(20.2,45) \approx f(20,45) \times 0.8 + f(21,45) \times 0.2$$

$$41$$





Une autre transformation géométrique :

le changement d'échelle

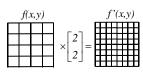
Changement d'échelle (image resizing)

$$\begin{bmatrix} M' \\ N' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x M \\ \Delta y N \end{bmatrix}$$

où *M*,*N* est la dimension de l'image.

Dans le cas d'un changement d'échelle, le pixel destination (i,j) ne possède pas la même taille que le pixel d'origine (i',j').

Lorsque  $\Delta x, \Delta y \ge 1$ , une interpolation bilinéaire sied bien.



(i',j')	(i,j)
(0,0)	(0,0)
(1,0)	(0.5,0)
(2,0)	(1,0)
(1,1)	(0.5, 0.5)

45

### Transformations géométriques

Changement d'échelle (image resizing)

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5M' \\ 0.5N' \end{bmatrix}$$

où *M*,*N* est la dimension de l'image.

$$A = \frac{a+b+d+e}{4}$$

Changement d'échelle (image resizing)

$$\begin{bmatrix} M' \\ N' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x M \\ \Delta y N \end{bmatrix}$$

où M,N est la dimension de l'image.

Dans le cas d'un changement de résolution, le pixel destination (i,j) ne possède pas la même taille que le pixel d'origine (i',j').

Par contre, lorsque  $0 < \Delta x, \Delta y < 1$ , il nous faut trouver une autre méthode.







Pourquoi une autre méthode? Voici un exemple.

### Transformations géométriques

Changement d'échelle (image resizing)

$$\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2M' \\ 2N' \end{bmatrix}$$

où M,N est la dimension de l'image.

La façon la plus simple est de prendre le voisin le plus proche.

(i',j')	(i,j)
(0,0)	(0,0)
(1,0)	(2,0)
(2,0)	(4,0)

0 a b c d e	f
1 g g i j k	l
2 m n o p q 1	r
3 s t u v w 2	ζ.
<sup>+</sup>	δ
5 ε φ γ η ι	φ

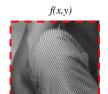
	0	1	2
0	a	с	e
1	m	O	q
2	у	α	χ

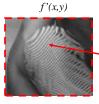
Changement d'échelle  $\begin{bmatrix} M' \\ N' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5M \\ 0.5N \end{bmatrix}$  où M,N est la dimension de l'image.  $\begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2M' \\ 2N' \end{bmatrix}$ 

La façon la plus simple est de prendre le voisin le plus proche.

(i',j')	(i,j)
(0,0)	(0,0)
(1,0)	(2,0)
(2,0)	(4,0)







Aliassing (Moiré)

49

## Transformations géométriques

Changement d'échelle  $\begin{bmatrix}
M' \\
N'
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
0.5M \\
0.5N
\end{bmatrix}$ où M,N est la dimension de l'image.  $\begin{bmatrix}
image \ resizing
\end{bmatrix}$   $\Delta x, \Delta y = 0.5$   $\begin{bmatrix}
M \\
N
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
2M' \\
2N'
\end{bmatrix}$ 

La façon la plus simple est de prendre le voisin le plus proche.

(i',j')	(i,j)
(0,0)	(0,0)
(1,0)	(2,0)
(2,0)	(4,0)

Les pixels aux coordonnées impaires dans f(x,y) ne sont pas sollicités. Une telle approche porte le nom de « **décimation** » lorsque  $\Delta x = \frac{I}{P}$  et  $\Delta y = \frac{I}{R}$  où  $P, R \in N^+$ 

$$f(x,y) \longrightarrow \boxed{2 \downarrow} \longrightarrow f'(x,y)$$

Transformations géométriques

Changement d'échelle

(image resizing)

$$\Delta x, \Delta y = 0.5$$

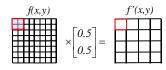
Changement d'échelle

 $M = \begin{bmatrix} 0.5M \\ N' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5M \\ 0.5N \end{bmatrix}$ 

où  $M, N$  est la dimension de l'image.

 $M = \begin{bmatrix} 2M' \\ 2N' \end{bmatrix}$ 

En fait, lorsque  $\Delta x$ ,  $\Delta y = 0.5$  un pixel (i',j') couvre quatre pixels dans f(x,y)



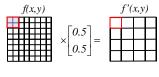
Par conséquent, lorsque  $0 < \Delta x, \Delta y < 1$ :

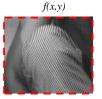
f'(x,y) = Moyenne des pixels couverts par (x,y) dans f(x,y)

# Transformations géométriques $\begin{bmatrix} M' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5M \end{bmatrix}$ où MN est la d

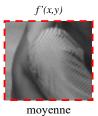
 $= \begin{bmatrix} 0.5M \\ 0.5N \end{bmatrix}$ où M,N est la dimension de l'image. Changement d'échelle (image resizing)

En fait, lorsque  $\Delta x$ ,  $\Delta y = 0.5$  un pixel (i',j') couvre quatre pixels dans f(x,y)









plus proche voisin

Changement d'échelle

Lorsque  $\Delta x = \frac{1}{P}$  et  $\Delta y = \frac{1}{R}$  où  $P, R \in N^+$ , une façon simple de calculer « la moyenne des pixels couverts par (x,y) » est de filtrer f(x,y) par un filtre passe-bas et de décimer l'image filtrée.

$$f(x,y) \longrightarrow h \xrightarrow{\qquad \qquad } PR \downarrow \longrightarrow f'(x,y)$$

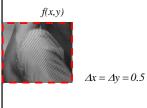
Les deux filtres les plus couramment utilisés sont les filtres:

- Moyenneur de taille :  $\frac{1}{\Delta x} \times \frac{1}{\Delta y}$  Gaussien d'écart type est :  $\sigma_x = \frac{1}{4\Delta x}$ ,  $\sigma_y = \frac{1}{4\Delta y}$

### Transformations géométriques

Changement de résolution

Lorsque  $\Delta x = \frac{1}{P}$  et  $\Delta y = \frac{1}{R}$  où  $P, R \in \mathbb{N}^+$ , une façon simple de calculer « la moyenne des pixels couverts par (x,y) » est de filtrer f(x,y) par un filtre passe-bas et de décimer l'image filtrée.



















55

### Opérations inter-images.

Réduction du bruit par moyennage

Image originale f(x,y)

Image corrompue par du bruit numérique g(x,y)

 $g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y)$ 

g(x,y) a été obtenue en additionnant un bruit  $\eta(x,y)$  non corrélé et de moyenne nulle.

56 Gonzalez-Woods

Réduction du bruit par moyennage

Image originale

f(x,y)



$$g(x,y) = f(x,y) + \eta(x,y)$$

Si la lentille peut prendre plusieurs images (toujours avec un bruit non corrélé et de moyenne nulle) alors on peut réduire le bruit en additionnant ces images entre elles:

$$\overline{g}(x,y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} g_i(x,y)$$

57 Gonzalez-Woods

### Opérations inter-images.

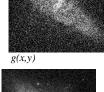
Réduction du bruit par moyennage

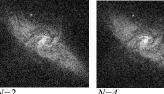


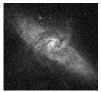
 $\overline{f(x,y)}$ 

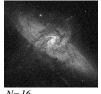












Ratio signal sur bruit  $\left(\frac{\overline{g}}{\eta}\right) = \sqrt{N} \left(\frac{g}{\eta}\right)$ 

Donc, pour N=64, le bruit dans  $\overline{g}$  est réduit d'un facteur 8. Sa Gonzalez-Woods

Détection de mouvement

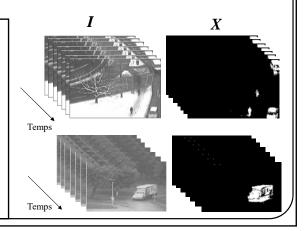
Le but? différencier (ou segmenter) les zones mobiles des zones immobiles dans une séquence vidéo.

#### Ce dont nous disposons:

une séquence vidéo I constituée de Nimages, une à chaque temps t: It. On appelle souvent « frame » une image dans une séquence vidéo.

#### Ce qu'il nous faut estimer:

un champ d'étiquettes Xt pour chaque frame  $I_t$ . En général,  $X_t$  est une image binaire de la même taille que It.



### Opérations inter-images.

Détection de mouvement

Le but? différencier (ou segmenter) les zones mobiles des zones immobiles dans une séquence vidéo.

Deux grandes familles de méthodes :

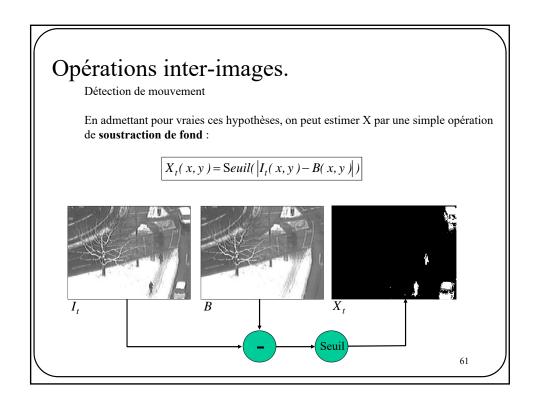
- (1) celles avec caméra fixe;
- (2) celles avec caméra **mobile**. Sujet de cours avancés

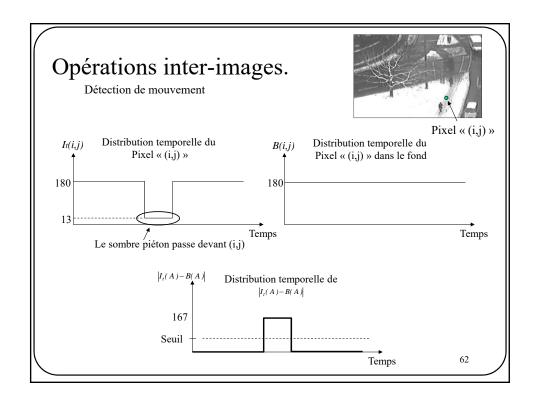
Les méthodes avec caméra fixe sont très utiles pour les applications de surveillance et de contrôle de la qualité (sur une ligne de montage par exemple). Pour ces méthodes, on considère souvent que:

 $I_t = B + \text{Objets en mouvement}$  où B est un image du fond (backgroun d)

On émet souvent deux hypothèses:

- (1) les objets en mouvement ont une couleur différente des pixels du fond.
- (2) l'image du fond est toujours la même, du début à la fin.





Détection de mouvement



Pixel « (i,j) »

$$X_{t}(x, y) = Seuil(|I_{t}(x, y) - B(x, y)|)$$

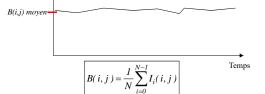
Bien sûr, la méthode de soustraction de fond fonctionne bien ssi:

- 1. B est connu;
- 2. B est constant dans le temps;
- 3.  $I_t$  n'est pas une séquence « trop bruitée »;
- 4. les objets du fond sont immobiles;
- 5. la caméra est parfaitement fixe;
- les objets en mouvement ont une couleur différente du fond.

### Opérations inter-images.

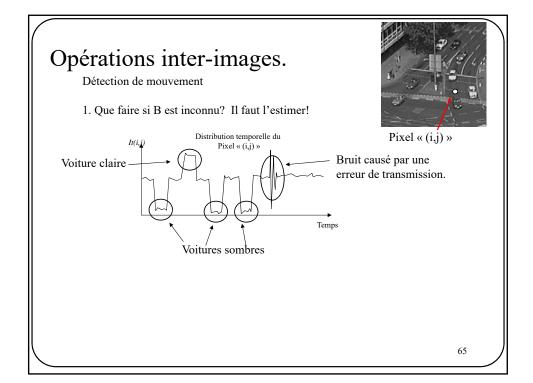
Détection de mouvement

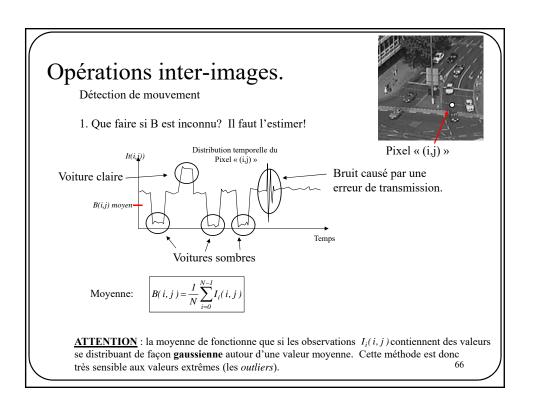


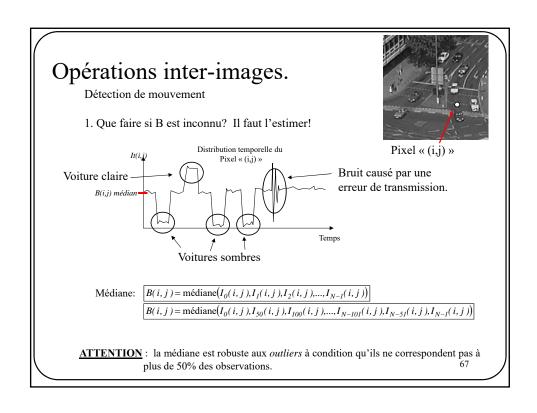


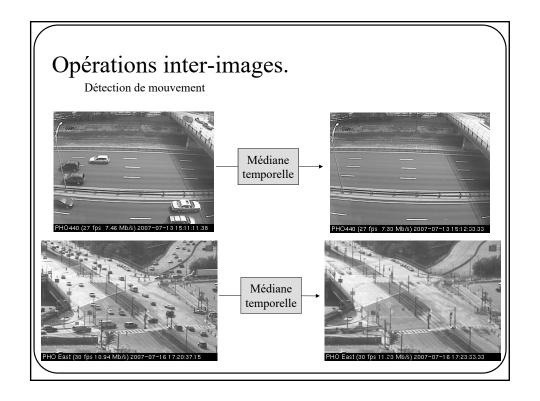
Pour estimer B à partir d'un séquence vidéo, il faut, pour chaque pixel de la séquence, distinguer la couleur/l'intensité du fond de la couleur des objets en mouvement et des erreurs de transmission. Pour ce faire, on peut

- Prendre la moyenne 1.
- Prendre la médiane.









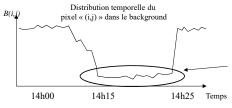
Détection de mouvement





2. Que faire si B n'est pas constant dans le temps? À 14h00 il faisait

À 14h15 un gros nuage a obstrué le ciel.



Un nuage a momentanément obstrué le ciel.

Dans ce cas, il faut mettre à jour B à chaque temps t

$$B_t(i, j) = (1 - \alpha)B_{t-1}(i, j) + \alpha I_t(i, j)$$

où  $\alpha$  est la « forgetting constant », généralement beaucoup plus petite que 1. Afin d'éviter qu'un objet lent ne soit associé au fond, on peut faire ceci

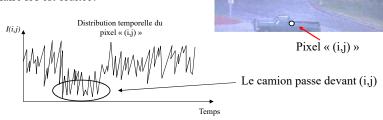
$$B_t(i, j) = (1 - \alpha)B_{t-1}(i, j) + \alpha I_t(i, j)$$
  $\forall (i, j) \text{ t.q. } X_{t-1}(i, j) = 0$ 

69

### Opérations inter-images.

Détection de mouvement

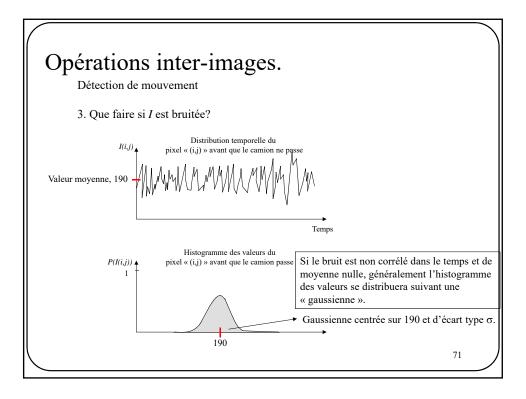
3. Que faire si *I* est bruitée?



Le bruit peut causer de nombreux faux positifs et faux négatifs. Que pouvons-nous faire?

- 1- Puisque les faux positifs/négatifs forment un bruit impulsionnel, on peut utiliser un **filtre médian**.
- 2- On peut modéliser le fond de façon plus intelligente, c-à-d. de façon **probabiliste**.





Détection de mouvement

3. Que faire si I est bruitée?

Au lieu de modéliser le pixel (i,j) par la valeur 190, on le modélisera par une gaussienne centrée sur 190 et d'écart type  $\sigma$ . Pour estimer la moyenne et l'écart-type de la gaussienne associée au pixel (i,j), on a besoin d'une série de N frames sans mouvement, c'est-à-dire ne contenant que le fond. Dans ce cas,

$$\mu_{(i,j)} = \frac{I}{N} \sum_{t=1}^{N-I} I_t(i,j)$$

$$\sigma_{(i,j)}^2 = \frac{I}{N-I} \sum_{t=1}^{N-I} (I_t(i,j) - \mu_{(i,j)})^2$$

Une fois  $\mu_{(i,j)}$  et  $\sigma_{(i,j)}$  estimés, la détection se fait à l'aide de l'opération suivante:

$$\begin{split} X_t(i,j) &= \text{Seuil}(P_{\mu,\sigma}(I_t(i,j)) \\ &= \text{Seuil}(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}) \end{split}$$

Détection de mouvement

6. les objets en mouvement ont la même couleur que le fond

C'est ce qu'on appelle un problème de « camouflage ». Malheureusement, il y a très peu de choses que l'on puisse faire avec une méthode par soustraction de fond. C'est une des limites inhérentes à cette approche. Toutefois, dans certains cas, on jouit d'une connaissance *a priori* du problème que l'on peut exploiter *a posteriori*.

Par exemple: Il me faut détecter des camions en mouvement. Puisque je sais qu'un camion est un objet plein, je peux remplir les trous (c-à-d éliminer les faux négatifs) à l'intérieur du véhicule une fois la détection faite.







I	Les faits saillants	
1.	Correction gamma	$g(x,y) = (f(x,y))^{\gamma}$
2.	Transformations linéaires/non linéaires	
3.	Histogramme	
4.	Égalisation d'histogramme	
5.	Interpolation	$f(i,j) \approx f(i,j_1)(j_2-j) + f(i,j_2)(j-j_1)$
6.	Détection de mouvement	74