Réseaux de neurones

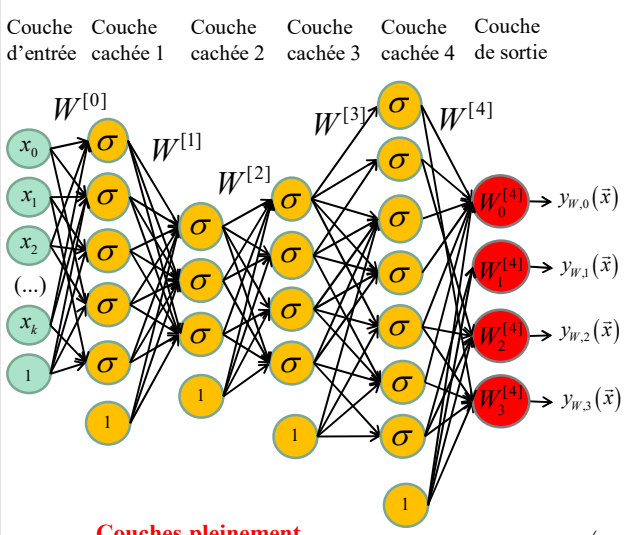
IFT 780

Réseaux à convolution

Par
Pierre-Marc Jodoin

1

kD, 4 Classes, Réseau à 4 couches cachées



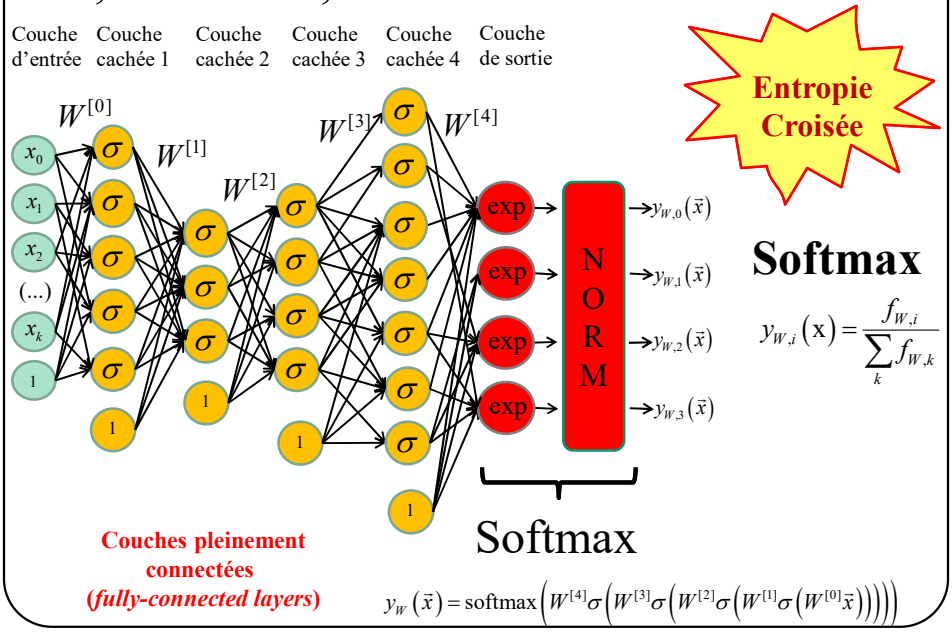
Hinge loss

Couches pleinement connectées
(fully-connected layers)

$$y_W(\vec{x}) = W^{[4]}\sigma\left(W^{[3]}\sigma\left(W^{[2]}\sigma\left(W^{[1]}\sigma\left(W^{[0]}\vec{x}\right)\right)\right)\right)$$

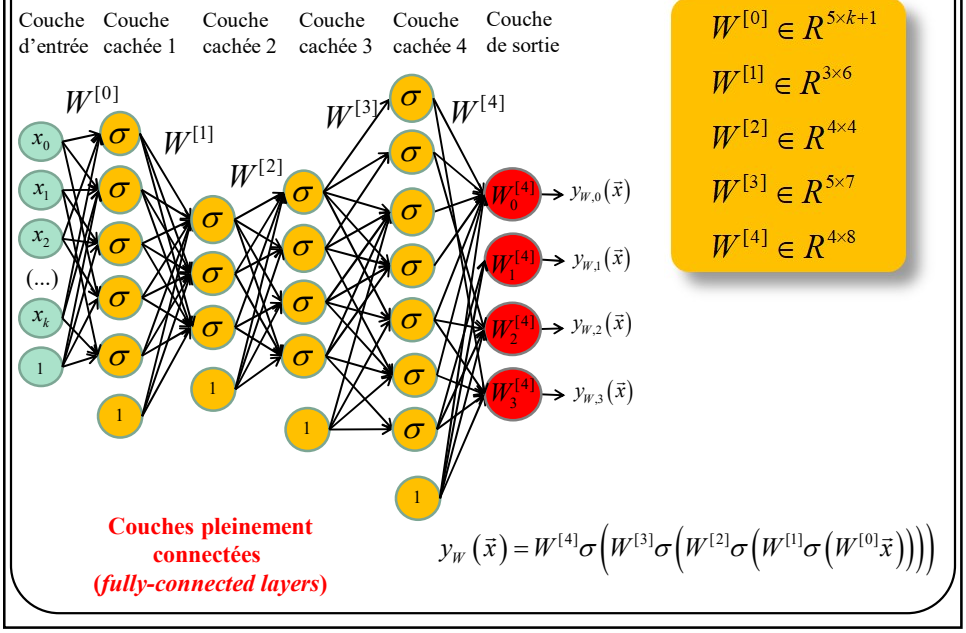
2

kD, 4 Classes, Réseau à 4 couches cachées



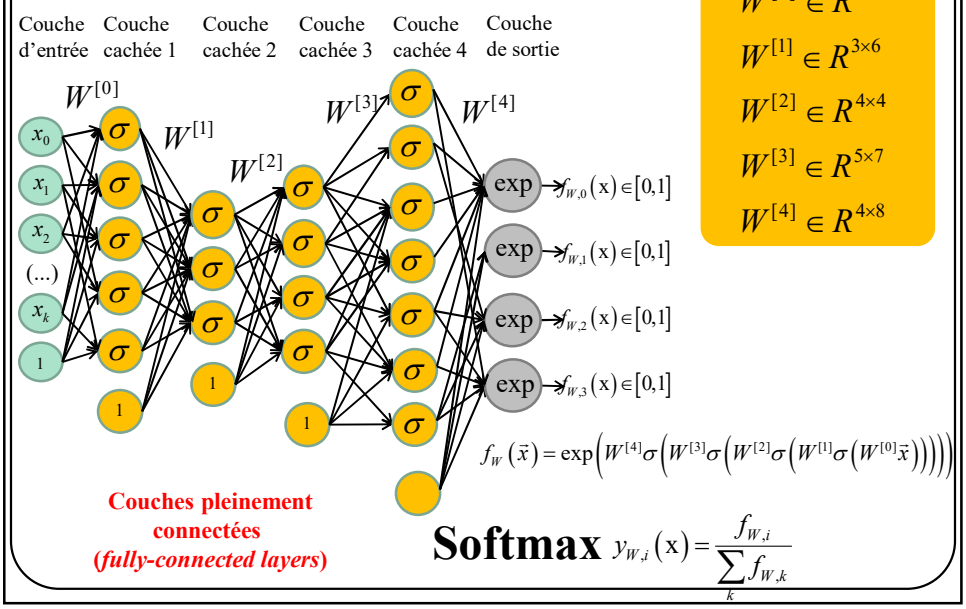
3

kD, 4 Classes, Réseau à 4 couches cachées



4

kD, 4 Classes, Réseau à 4 couches cachées



$W^{[0]} \in R^{5\times k+1}$

$W^{[1]} \in R^{3\times 6}$

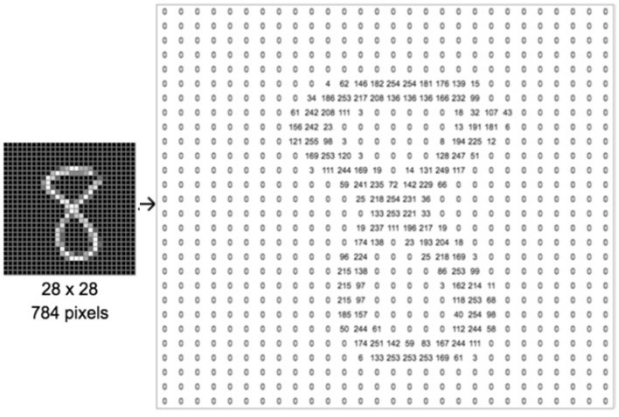
$W^{[2]} \in R^{4\times 4}$

$W^{[3]} \in R^{5\times 7}$

$W^{[4]} \in R^{4\times 8}$

5

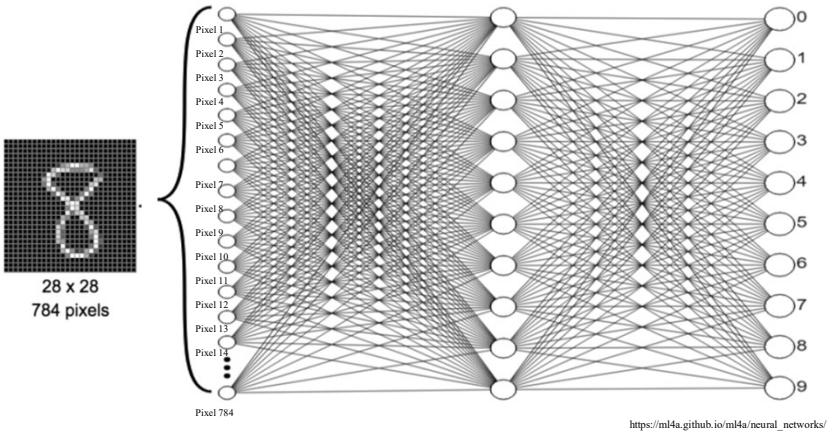
Comment classifier des images?



https://ml4a.github.io/ml4a/neural_networks/

6

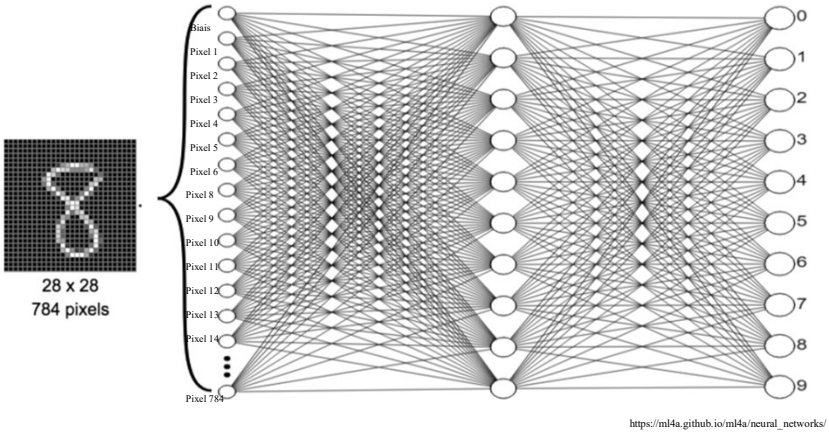
Comment classifier des images?



https://ml4a.github.io/ml4a/neural_networks/

7

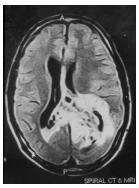
Beaucoup de paramètres (7850 dans la couche 1)



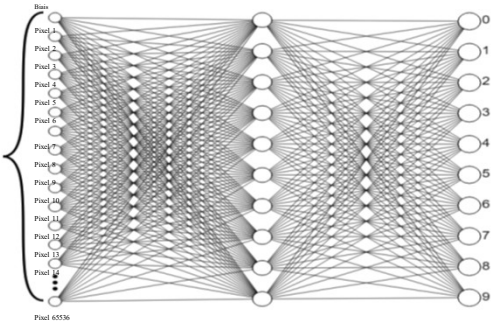
https://ml4a.github.io/ml4a/neural_networks/

8

Beaucoup trop de paramètres (655,370 dans la couche 1)



256x256

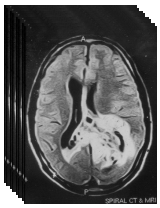


https://ml4a.github.io/ml4a/neural_networks/

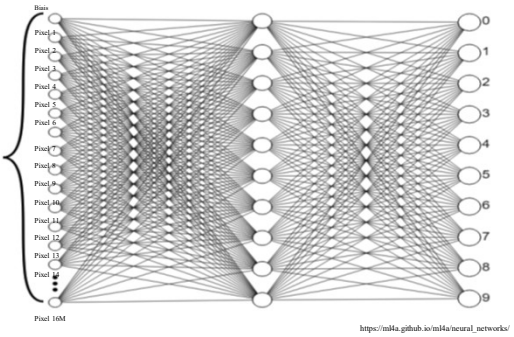
Image médicale (IRM de cerveau)

9

Beaucoup **TROP** de paramètres (160M dans la couche 1)



256x256x256



https://ml4a.github.io/ml4a/neural_networks/

Image médicale 3D (IRM de cerveau)

10

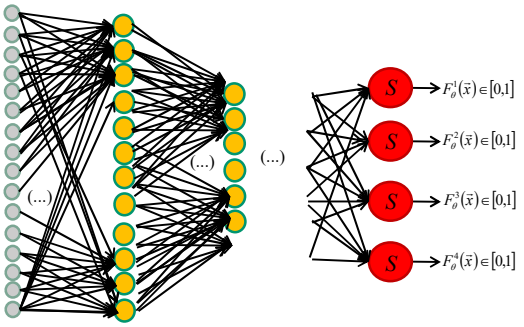
Comment réduire le nombre de connections?

11

11

Comment réduire le nombre de connections?

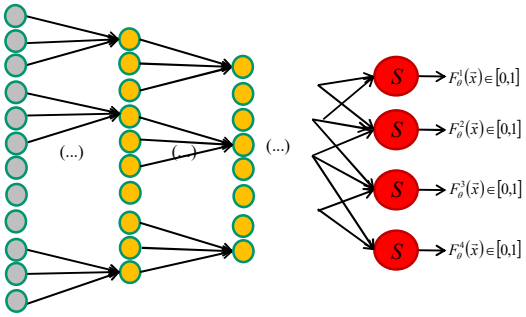
Les **couches pleinement connectées (*fully-connected layers*)** sont problématiques lorsque le **nombre de neurones est élevé.**



150-D en entrée avec **150 neurones** dans la 1ère couche => **22,200 parametres dans la couche d'entrée!!**

12

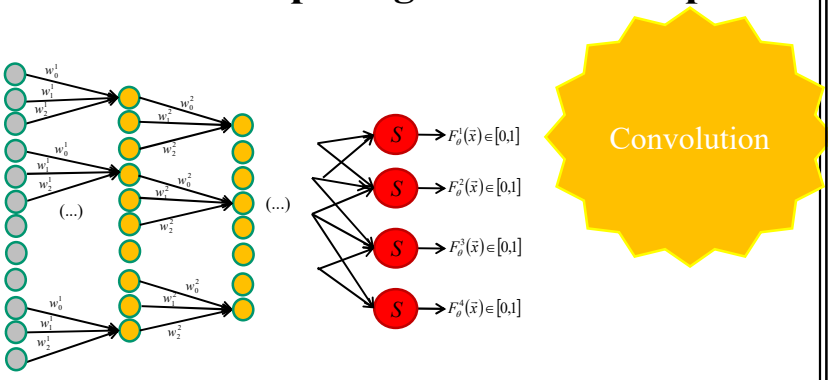
Solution : connexions partielles



150-D en entrée avec **148 neurones** dans la 1ère couche => **444 paramètres dans la première couche!!**

13

Paramètres partagés : **les neurones de la couche 1 partagent les mêmes poids**



150-D en entrée avec 148 neurones dans la 1ère couche => **3 paramètres dans la couche d'entrée!!**

Faible nombre de paramètres = on peut augmenter la profondeur!

14

Convolution
et
couche convolutionnelle
1D

15

Exemple 1D de la convolution

$$(f * W)(v) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} f(u) W(v-u)$$

(signal d'entrée) f(u): 10 20 -30 40 -50

(filtre) W(u): .1 .2 .3

(filtre) W(-u): .3 .2 .1

(f*W)(1): 10 20 -30 40 -50 × × × .3 .2 .1 → 3+4+-3 → 4

(f*W)(2): 10 20 -30 40 -50 × × × .3 .2 .1 → 6-6+4 → 4 4

(f*W)(3): 10 20 -30 40 -50 × × × .3 .2 .1 → -9+8+-5 → 4 4 -6

16

16

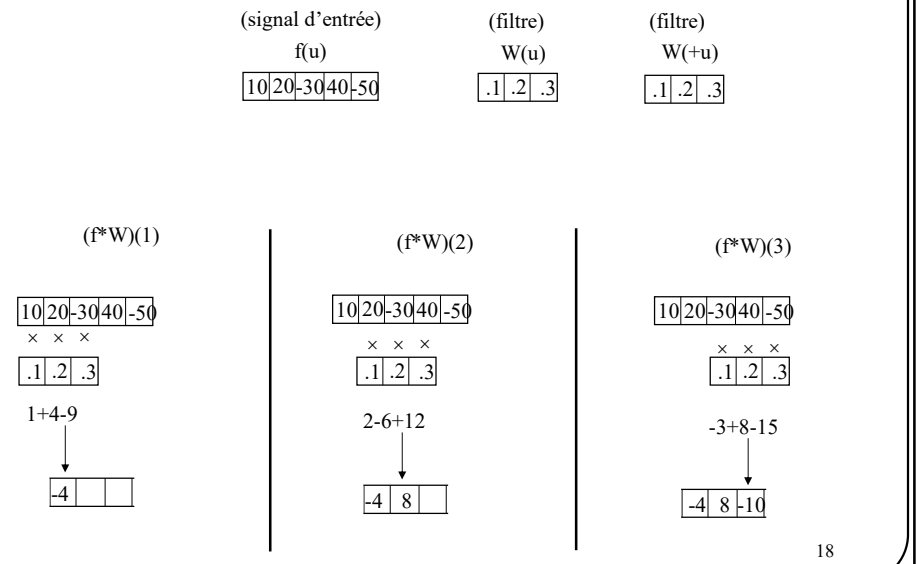
En gros

convolution = **produit scalaire** + **translation**

17

La convolution des réseaux de neurones = corrélation

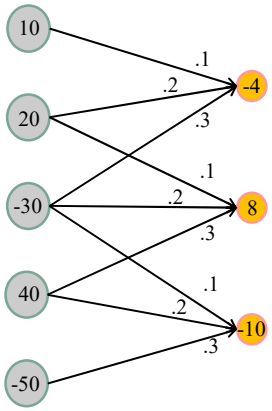
$$(f * W)(v) = \sum_{u=-\infty}^{\infty} f(u) W(v+u)$$



18

18

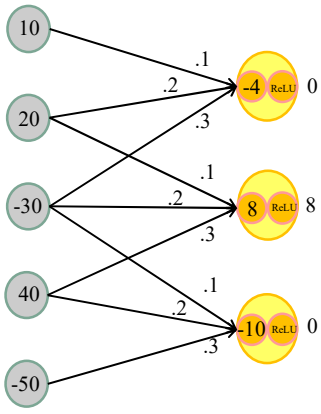
L'opération de la page précédente est équivalente à



19

19

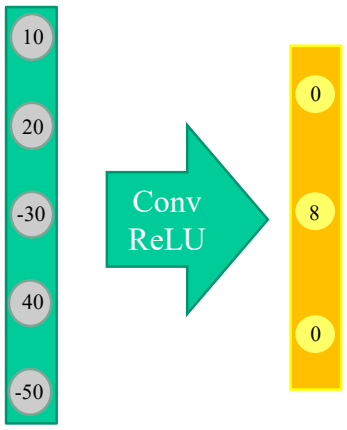
L'opération de la page précédente est équivalente à



20

20

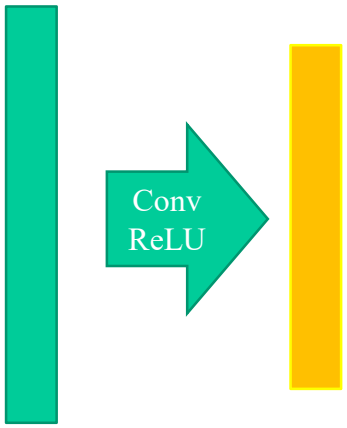
Représentation graphique courante (simple)



21

21

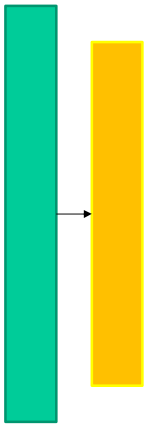
Représentation graphique courante (encore plus simple)



22

22

Représentation graphique courante (vraiment ultra simple)



23

23

Représentation graphique courante (eehhh…)

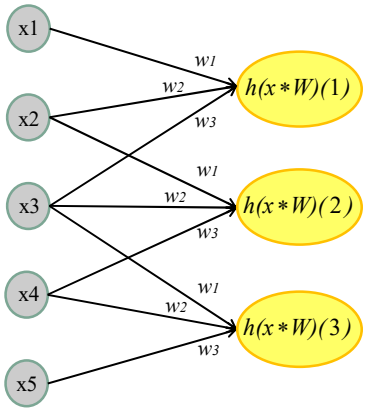
Vecteur d'entrée

Carte d'activation
(feature map)

24

24

Apprentissage = apprendre les **poids** w_i **des filtres convolutifs**

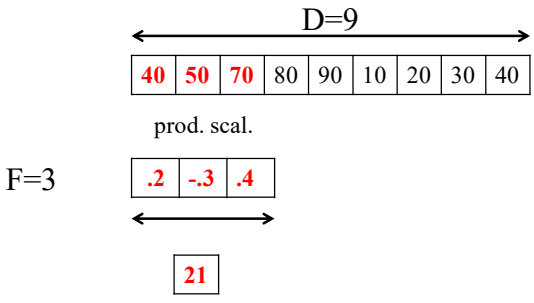


h: fonction d'activation
(tanh, ReLU, elu, etc.)

25

25

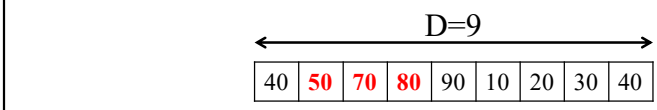
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



26

26

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



prod. scal.

F=3 | .2 | -.3 | .4

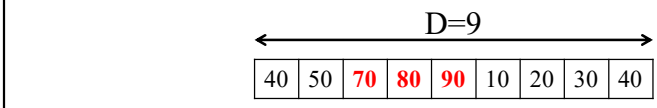
21 | 21

Stride = 1

27

27

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



prod. scal.

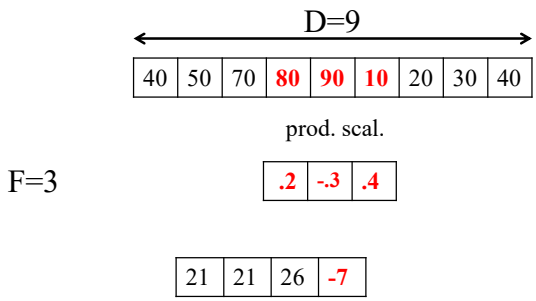
F=3 | .2 | -.3 | .4

21 | 21 | 26

28

28

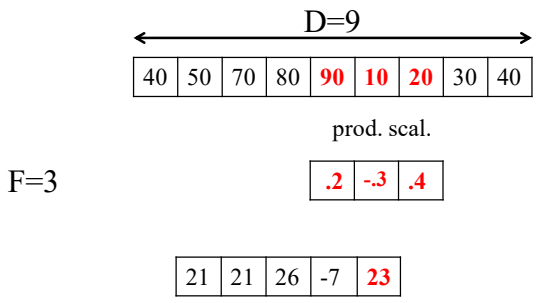
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



29

29

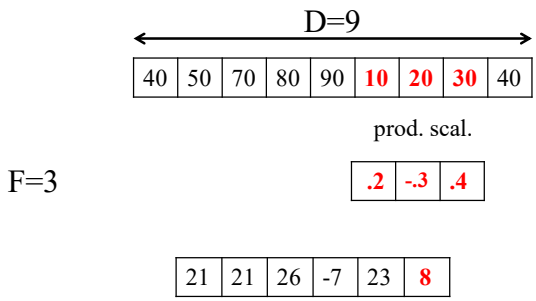
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



30

30

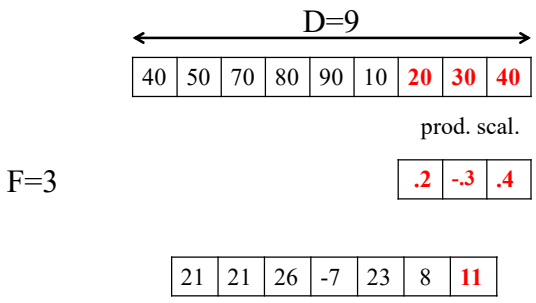
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



31

31

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation

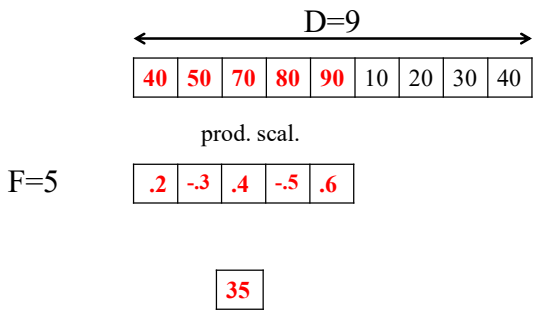


Taille de la carte d'activation = **7**

32

32

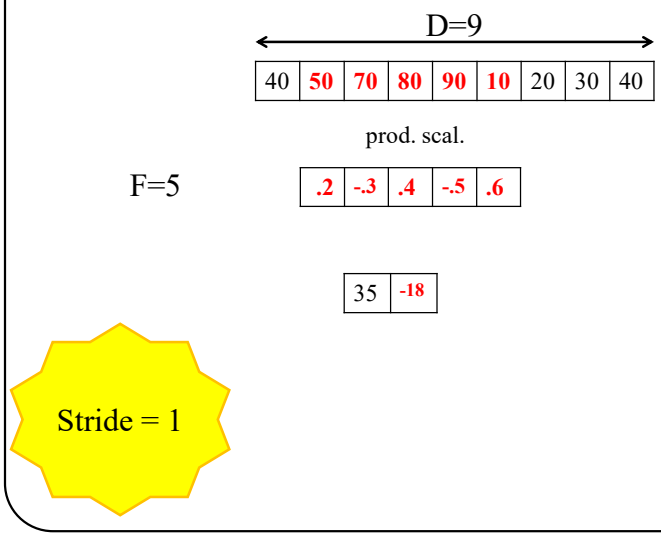
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



33

33

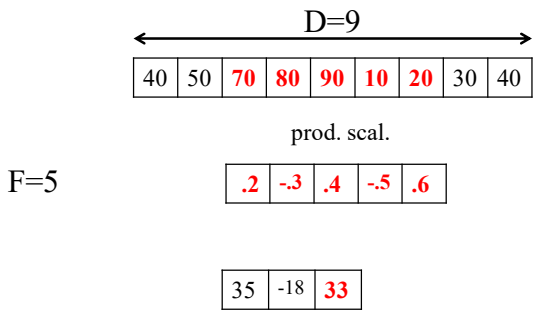
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



34

34

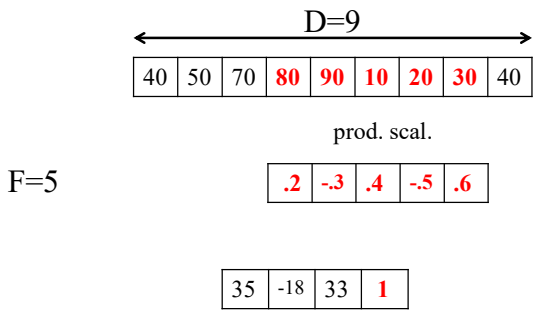
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



35

35

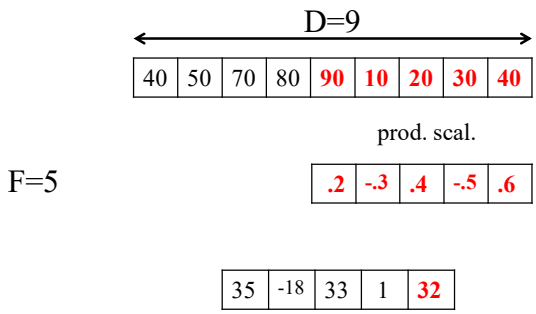
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



36

36

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation

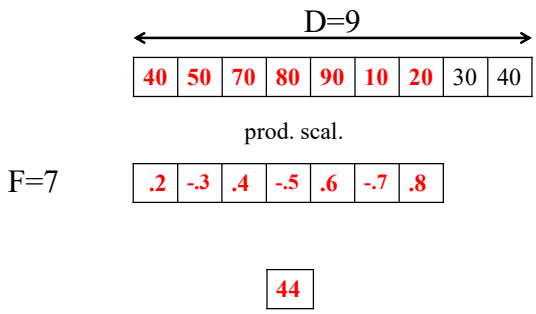


Taille de la carte d'activation = **5**

37

37

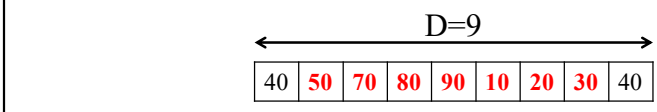
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



38

38

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



prod. scal.

F=7

.2	-.3	.4	-.5	.6	-.7	.8

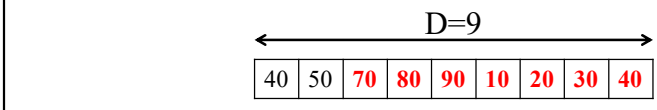
44	-8

Stride = 1

39

39

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



prod. scal.

F=7

.2	-.3	.4	-.5	.6	-.7	.8

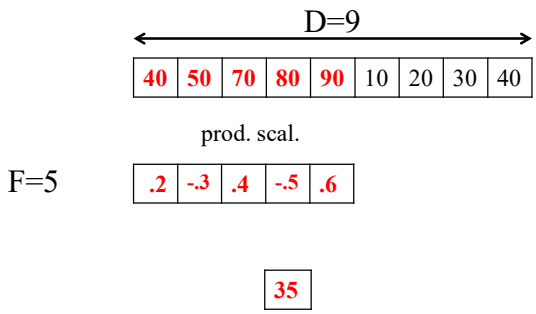
44	-8	44

Taille de la carte d'activation = **3**

40

40

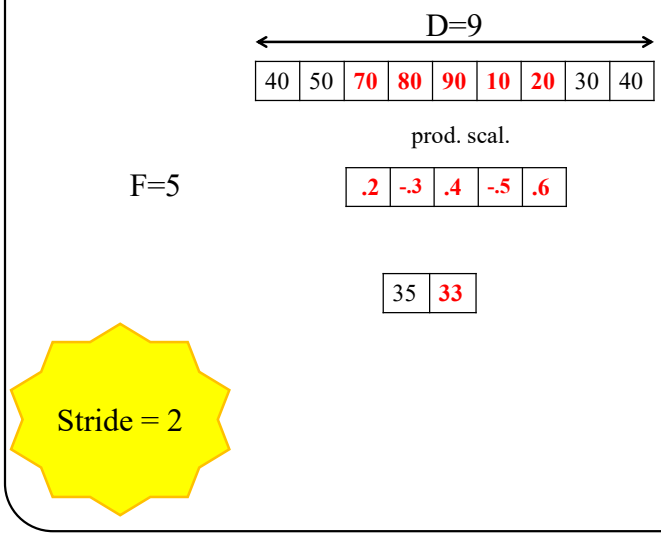
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



41

41

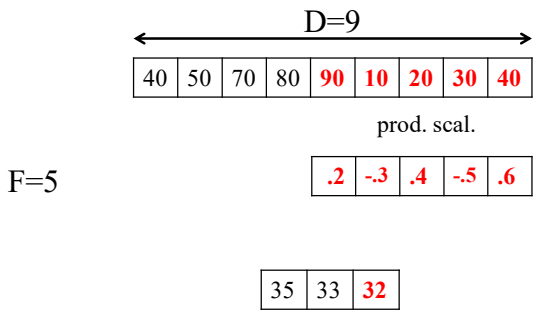
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



42

42

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation

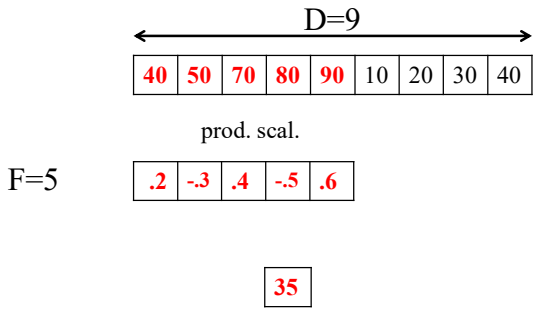


Taille de la carte d'activation = **3**

43

43

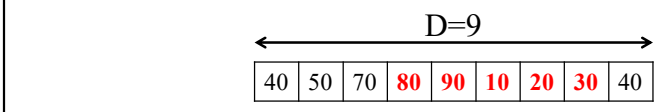
Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



44

44

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



40	50	70	**80**	**90**	**10**	**20**	**30**	40

prod. scal.

F=5

.2	**-.3**	**.4**	**-.5**	**.6**

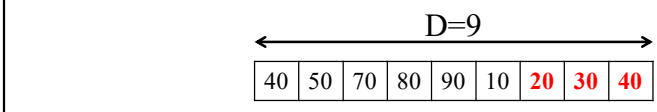
35	**1**

Stride = 3

45

45

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation



40	50	70	80	90	10	**20**	**30**	**40**

? **?**

prod. scal.

F=5

.2	**-.3**	**.4**	**-.5**	**.6**

35	**1**

ERREUR! Combinaison D-F-S invalide

46

46

Stride et calcul de la taille de la carte d'activation

Taille de la carte d'activation = **(D-F)/S+1**

47

47

Parfois on souhaite que le **nombre de neurones** dans la carte d'activation soit **le même** que la couche précédente

Comment gérer les bords?

?	10	20	-30	40	-50
×	×	×			
.1	.2	.3			

Option 1 : Ajout de zéros (« *zero padding* » remplacer ? par 0)

f(u)							(f*W)(u)				
0	10	20	-30	40	-50	0	8	-4	8	-10	-6

Option 2 : Réflexion (« *reflexion padding* »)

f(u)							(f*W)(u)				
20	10	20	-30	40	-50	40	10	-4	8	-10	2

Option 3 : Étirement (« *stretching padding* »)

f(u)							(f*W)(u)				
10	10	20	-30	40	-50	-50	9	-4	8	-10	-21

48

48

Parfois on souhaite que le **nombre de neurones** dans la carte d'activation soit **le même** que la couche précédente

Comment gérer les bords?

Option 1 : Ajout de zéros (« ***zero padding*** » remplacer ? par 0)

f(u)							(f*W)(u)				
0	10	20	-30	40	-50	0	8	-4	8	-10	-6

Option 2 : Réflexion (« *reflexion padding* »)

De loin l'option la plus utilisée

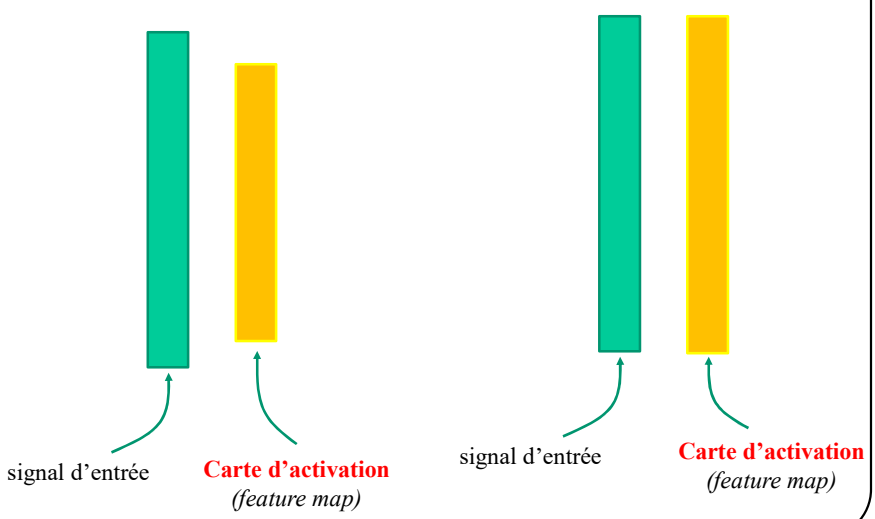
f(u)							(f*W)(u)				
10	10	20	-30	40	-50	-50	9	-4	8	-10	-21

49

49

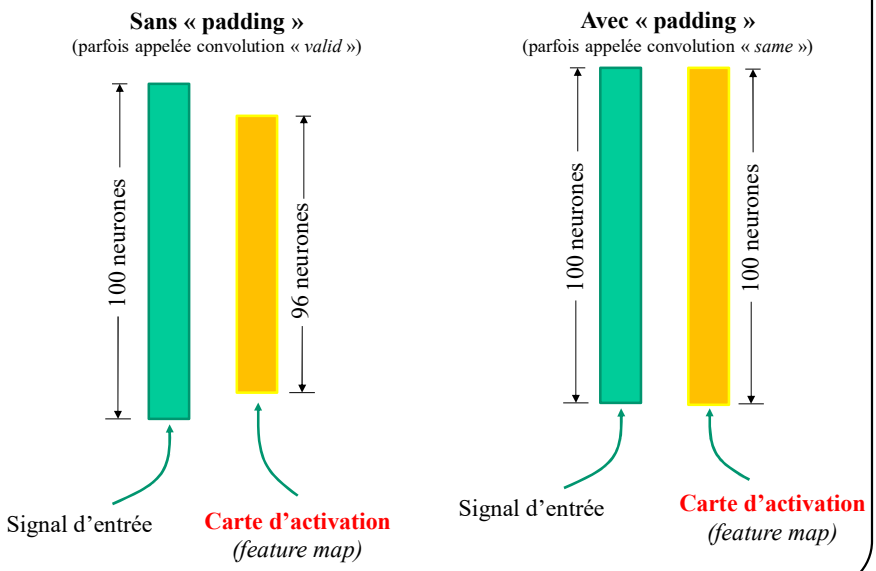
Couche convolutionnelle sans « padding »

Couche convolutionnelle avec « padding »



50

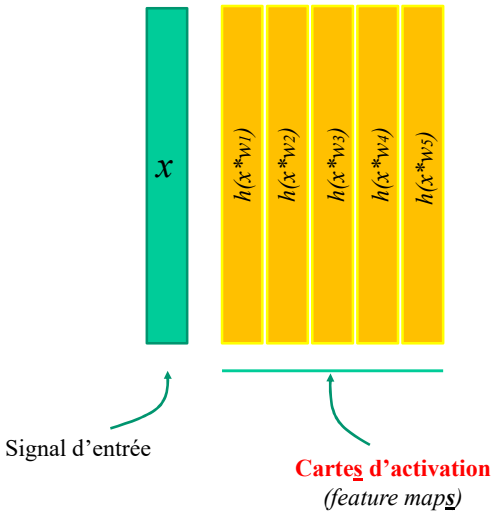
Exemple : taille de filtre = 5, stride=1



51

Il est possible d'apprendre **plusieurs filtres par couche**

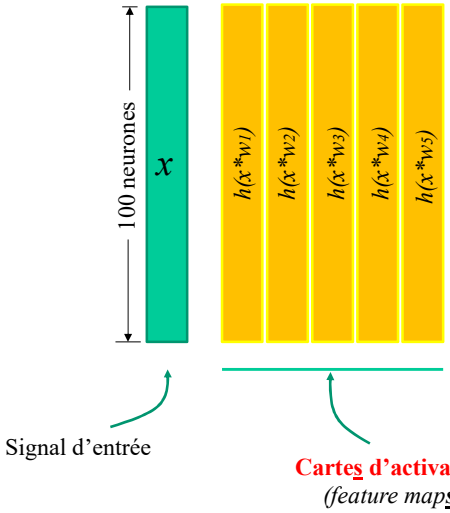
(ex. 5 filtres donnant 5 cartes d'activation)



52

Taille de filtre = 5

(ex. 5 filtres donnant 5 cartes d'activation)



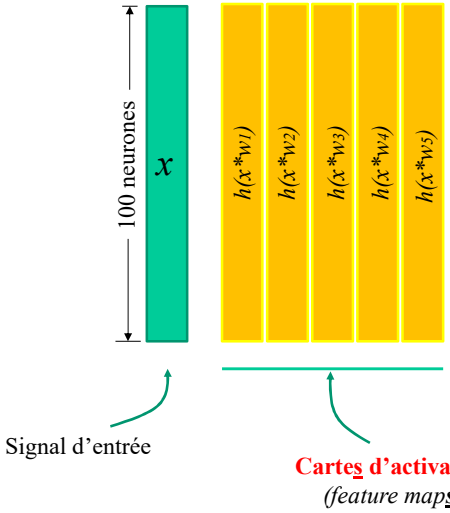
Avec « *padding* »

Combien de neurones et de paramètres au total?

53

Taille de filtre = 5

(ex. 5 filtres donnant 5 cartes d'activation)



Avec « *padding* »

- 100 neurones par carte d'activation
- 500 neurones au total
- 25 (5x5) paramètres au total

54

Convolution
et
couche convolutionnelle
2D

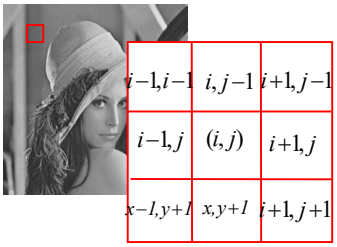
55

Filtage 2D

(sans flip de filtre)

$$(x * W)(i,j) = \sum_u \sum_v f(i+u, j+v) W(u,v)$$

$x(i,j)$



$i-1,i-1$	$i,j-1$	$i+1,j-1$
$i-1,j$	(i,j)	$i+1,j$
$x-1,y+1$	$x,y+1$	$i+1,j+1$

$W(u,v)$

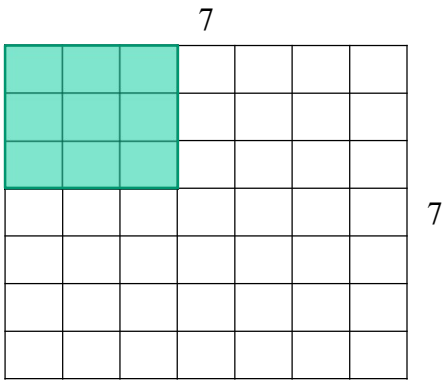
w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9

$$\begin{aligned}(x*W)(i,j) = {} & w_1 x(i-1,j-1) + w_2 x(i,j-1) + w_3 x(i+1,j-1) \\ & + w_4 x(i-1,j) \quad + w_5 x(i,j) \quad + w_6 x(i+1,j) \\ & + w_7 x(i-1,j+1) + w_8 x(i,j+1) + w_9 x(i+1,j+1)\end{aligned}$$

56

Convolution 2D

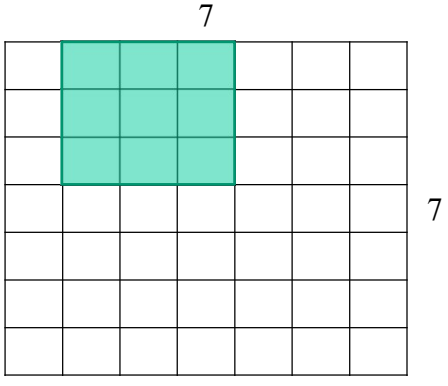
Filtre = 3x3
Stride = 1



57

Convolution 2D

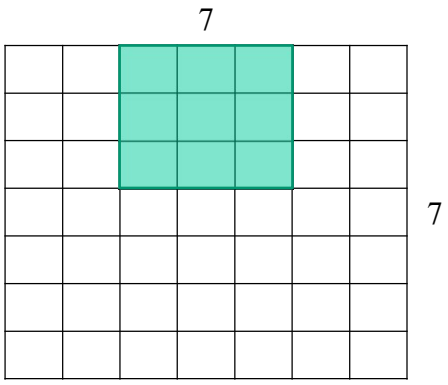
Filtre = 3x3
Stride = 1



58

Convolution 2D

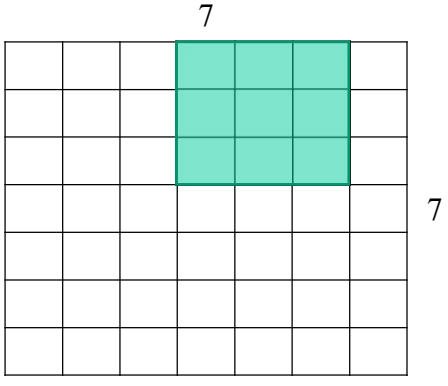
Filtre = 3x3
Stride = 1



59

Convolution 2D

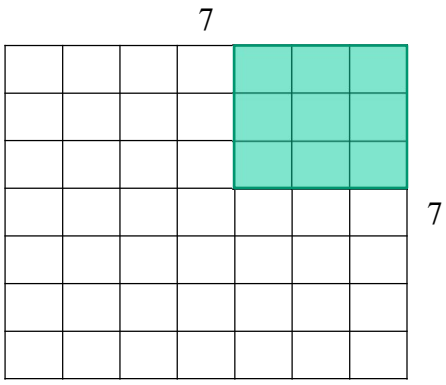
Filtre = 3x3
Stride = 1



60

Convolution 2D

Filtre = 3x3
Stride = 1

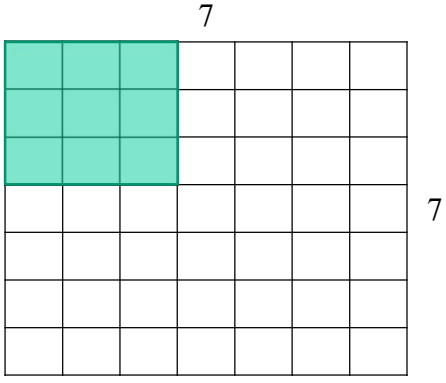


Taille de la carte d'activation (pour stride 1) = **5x5**

61

Convolution 2D

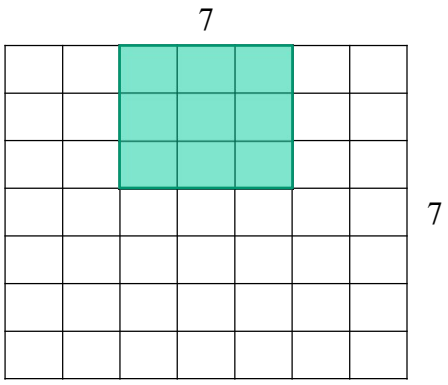
Filtre = 3x3
Stride = 2



62

Convolution 2D

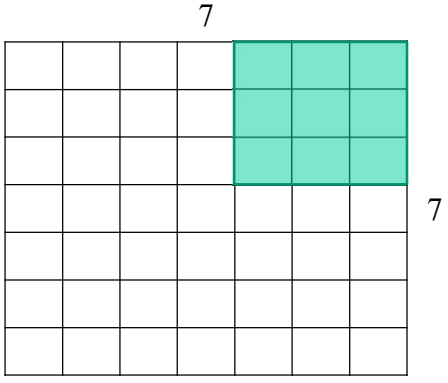
Filtre = 3x3
Stride = 2



63

Convolution 2D

Filtre = 3x3
Stride = 2

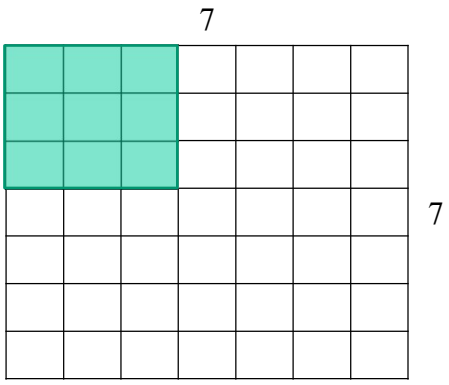


Taille de la carte d'activation (pour stride 2) = **3x3**

64

Convolution 2D

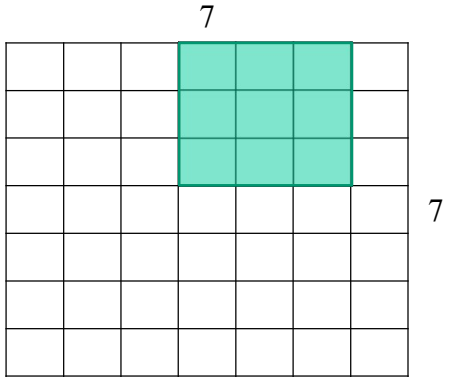
Filtre = 3x3
Stride = 3



65

Convolution 2D

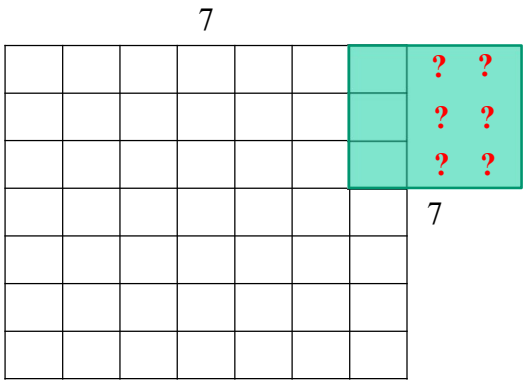
Filtre = 3x3
Stride = 3



66

Convolution 2D

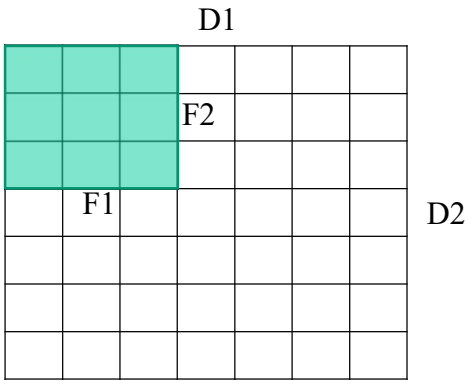
Filtre = 3x3
Stride = 2



Combinaison D-F-S invalide!

67

Convolution 2D

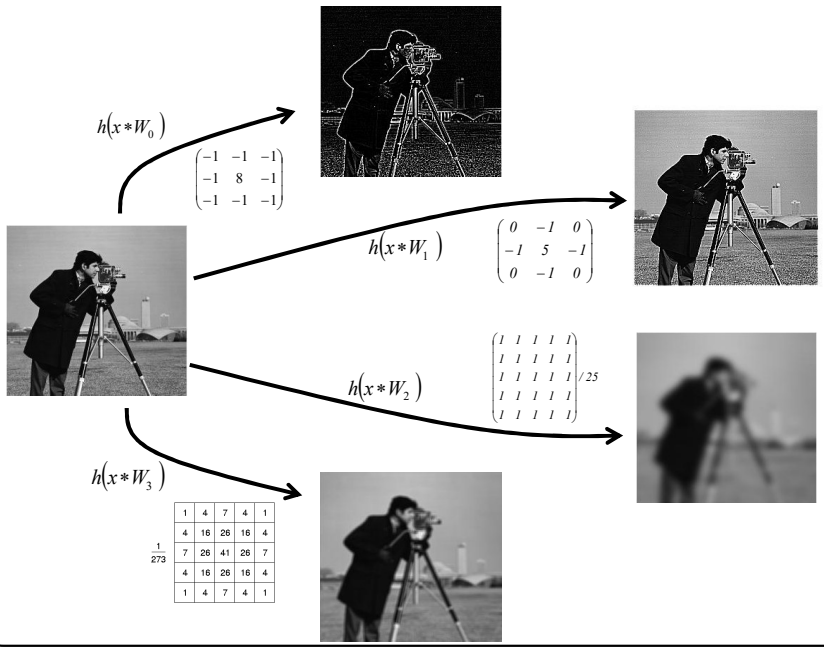


Taille de la carte d'activation :

(D1-F1)/S+1 x (D2-F2)/S+1

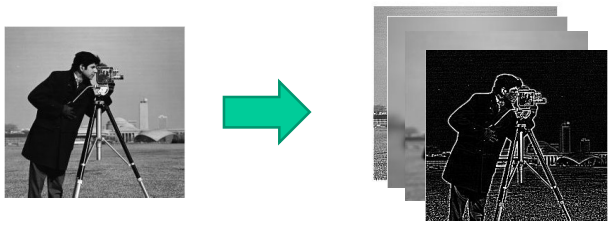
68

Différents filtres = différentes cartes d'activation



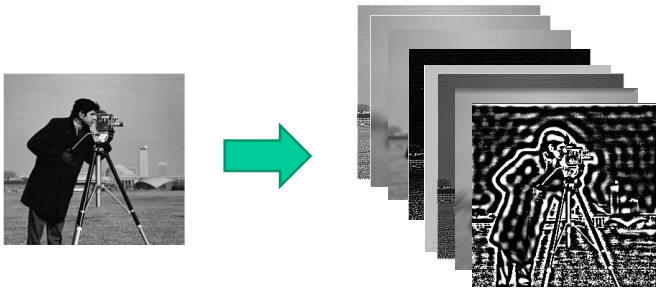
69

4 filtres = Couche convolutive avec **4 cartes d'activation**



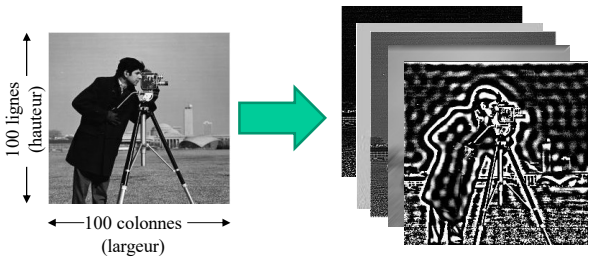
70

K filtres = Couche convolutive avec **K cartes d'activation**



71

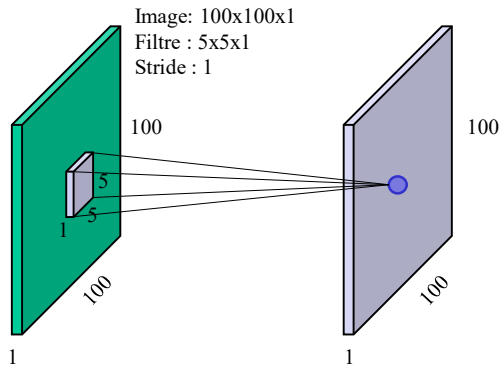
Ex.: taille de filtre : 5x5, 5 cartes d'activation, convolution « same »



- 10,000 neurones par carte d'activation
- 50,000 neurones au total
- 5x5x5 = 125 paramètres au total

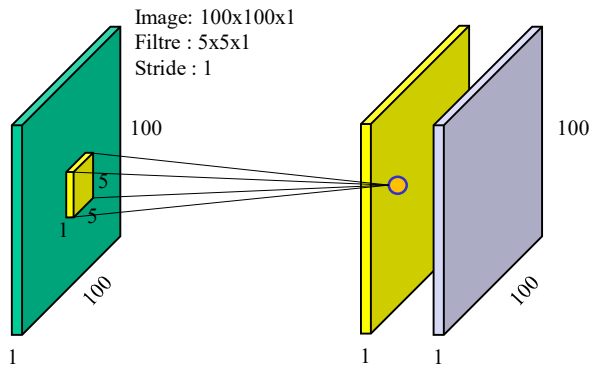
72

Représentation schématique
(1 filtre et 1 carte d'activation, convolution « same »)



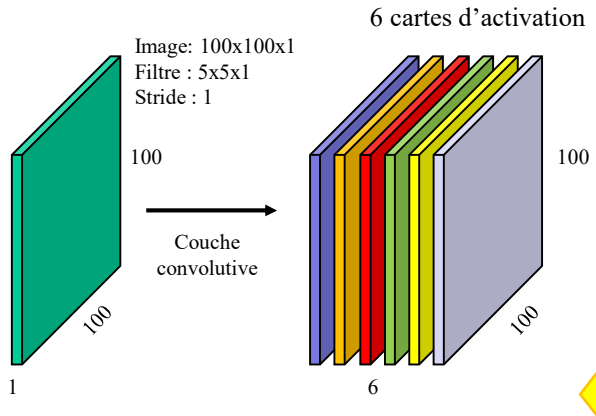
73

Représentation schématique
(2 filtres et 2 cartes d'activation, convolution « *same* »)



74

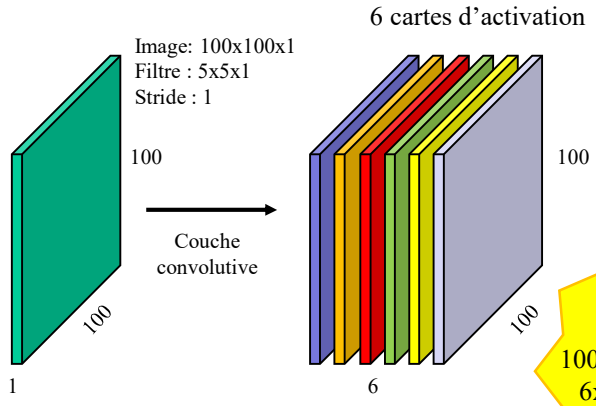
Représentation schématique
(6 filtres et 6 cartes d'activation, convolution « same »)



Combien de neurones et de paramètres au total?

75

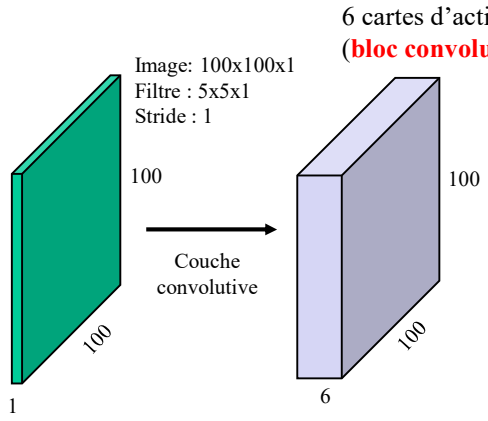
Représentation schématique
(6 filtres et 6 cartes d'activation, convolution « *same* »)



100x100x6=60,000 neurones
6x5x5x1=150 paramètres

76

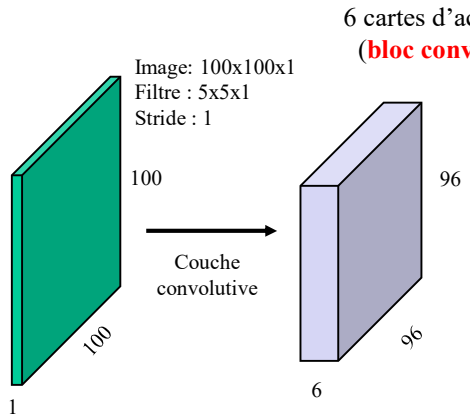
Représentation schématique **simplifiée**
(6 filtres et 6 cartes d'activation, convolution « ***same*** »)



100x100x6=60,000 neurones
6x5x5x1=150 paramètres

77

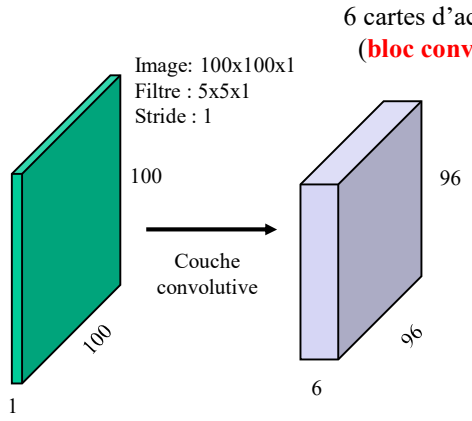
Représentation schématique simplifiée
(6 filtres et 6 cartes d'activation, convolution « ***valid*** »)



Combien de neurones
et de paramètres
au total?

78

Représentation schématique simplifiée
(6 filtres et 6 cartes d'activation, convolution « ***valid*** »)

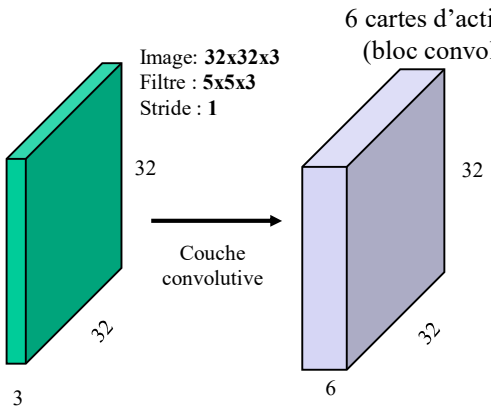


96x96x6=55,296 neurones
6x5x5x1=150 paramètres

79

Représentation schématique **images couleur**
(ex.: images RGB de CIFAR10
convolution « *same* »)

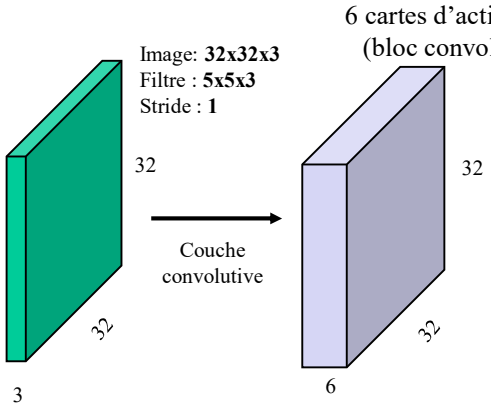
Exemples cifar10



Combien de neurones
et de paramètres
au total?

80

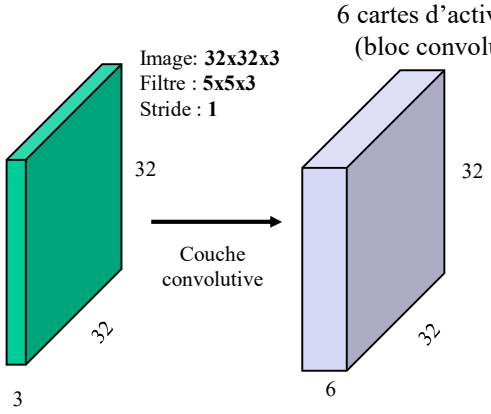
Représentation schématique **images couleur**
(ex.: images RGB de CIFAR10
convolution « *same* »)



32x32x6=6,144 neurones
6x5x5x**3**=**450** paramètres

81

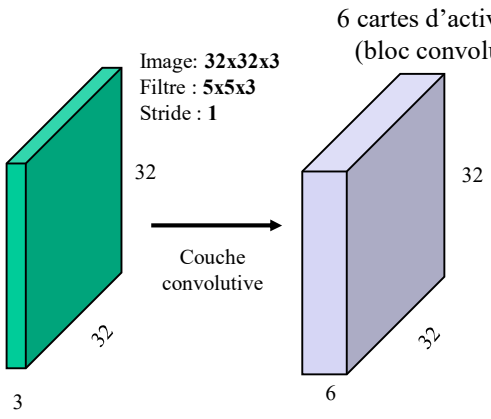
Représentation schématique **images couleur**
(ex.: images RGB de CIFAR10
convolution « *same* »)



Qu'arrivera-t-il si on
utilise une **stride de 3?**

82

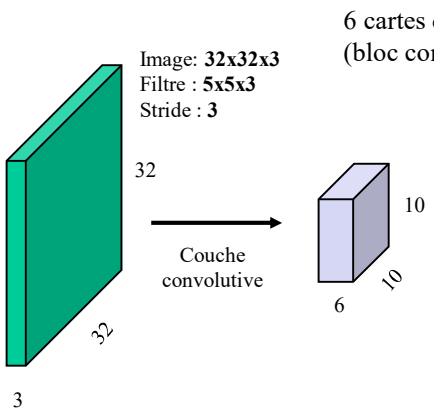
Représentation schématique **images couleur**
(ex.: images RGB de CIFAR10
convolution « *same* »)



(D-F)/S+1
=
(32-5)/3+1=10

83

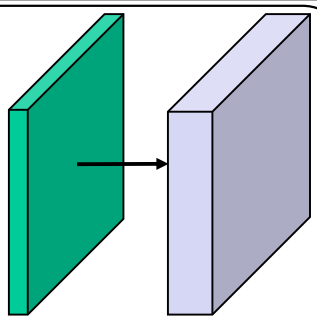
Représentation schématique **images couleur**
(ex.: images RGB de CIFAR10
convolution « valid »)



10x10x6=**600 neurones**
6x5x5x**3**=**450** paramètres

84

Exemple

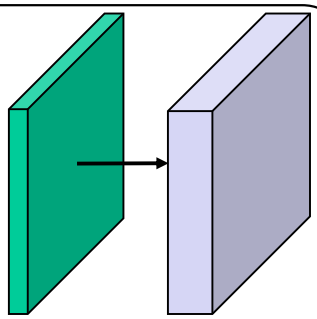


Volume en entrée : **32 x 32 x 3**
10 filtres 5x5 avec **stride = 1**
et convolution « ***same*** »

Combien y a-t-il de paramètres dans cette couche?

85

Exemple



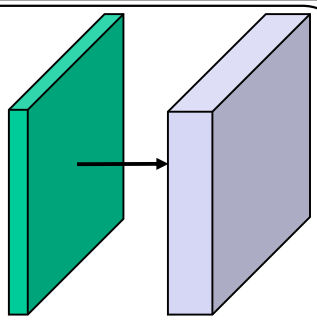
Volume en entrée : **32 x 32 x 3**
10 filtres 5x5 avec **stride = 1**
et convolution « ***same*** »

Combien y a-t-il de paramètres dans cette couche?

Chaque filtre a **5x5x3** = **75** paramètres
Comme il y a **10 filtres** : **750** paramètres

86

Exemple



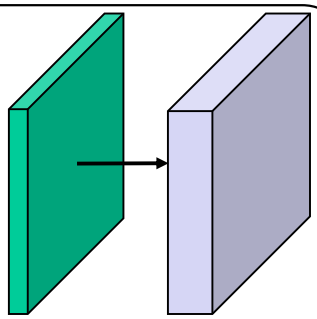
Volume en entrée : **32 x 32 x 3**
10 filtres 5x5 avec **stride = 1**
et convolution « ***same*** ».

Combien y a-t-il de paramètres dans cette couche **si on ajoute un biais**?

Chaque filtre a **5x5x3+1** = **76** paramètres (+1 pour le biais)
Comme il y a **10 filtres** : **760** paramètres

87

Exemple

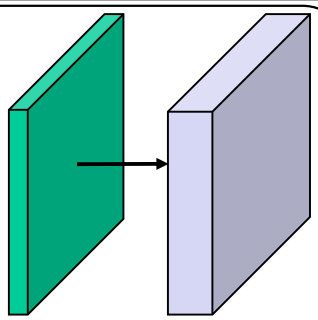


Volume en entrée : **32 x 32 x 3**
10 filtres 5x5 avec **stride = 1**
et convolution « ***valid*** »

Combien de paramètres dans cette couche?

88

Exemple



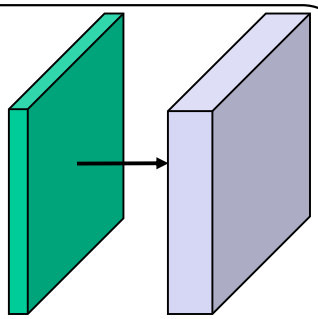
Volume en entrée : **32 x 32 x 3**
10 filtres 5x5 avec **stride = 1**
et convolution « ***valid*** »

Combien de paramètres dans cette couche?

Même chose, cela ne change pas la conformité des filtres

89

Exemple

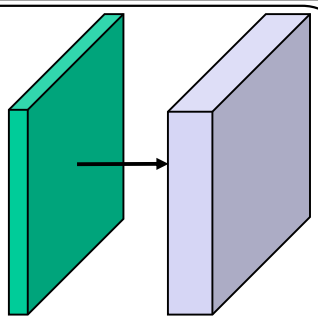


Volume en entrée : **32 x 32 x 3**
10 filtres 5x5 avec **stride = 1**
et convolution « ***valid*** »

Combien de **neurones** dans les cartes d'activations?

90

Exemple



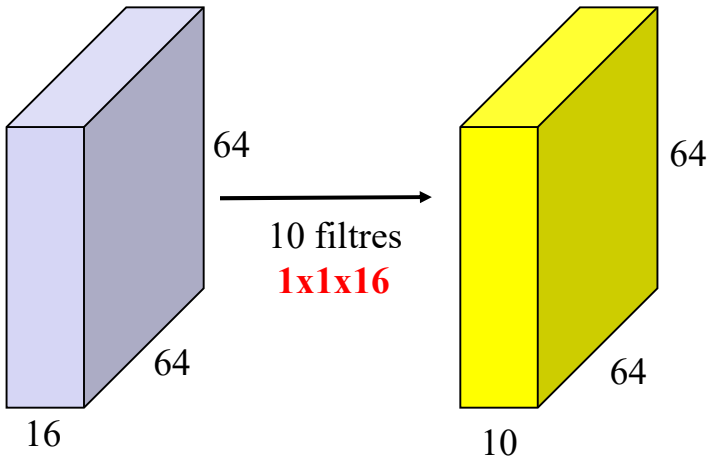
Volume en entrée : **32 x 32 x 3**
10 filtres 5x5 avec **stride = 1**
et convolution « ***valid*** »

Combien de **neurones** dans les cartes d'activations?

(32-5+1) x (32-5+1) x 10 = 7,840

91

Des filtres 1x1? Oui ça marche



92

Exemple simple d'un filtre 1x1

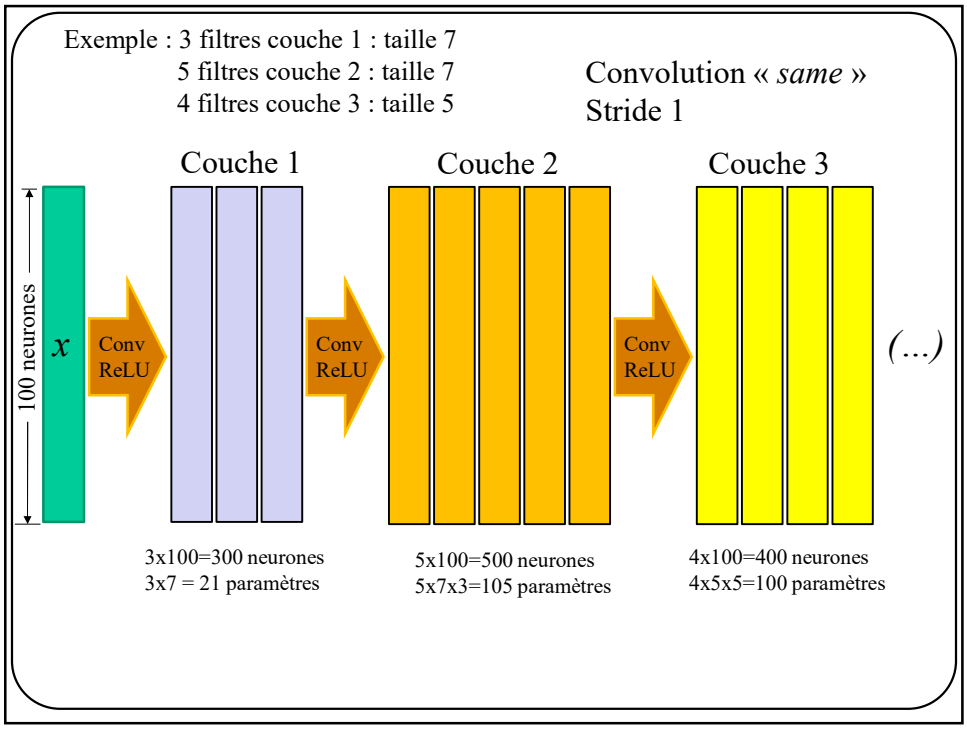
$$\left[\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right]$$

Filtre moyennant les canaux **rouge**, **vert**, **bleu** d'une image couleur.
Résultat, une image en **niveau de gris**.

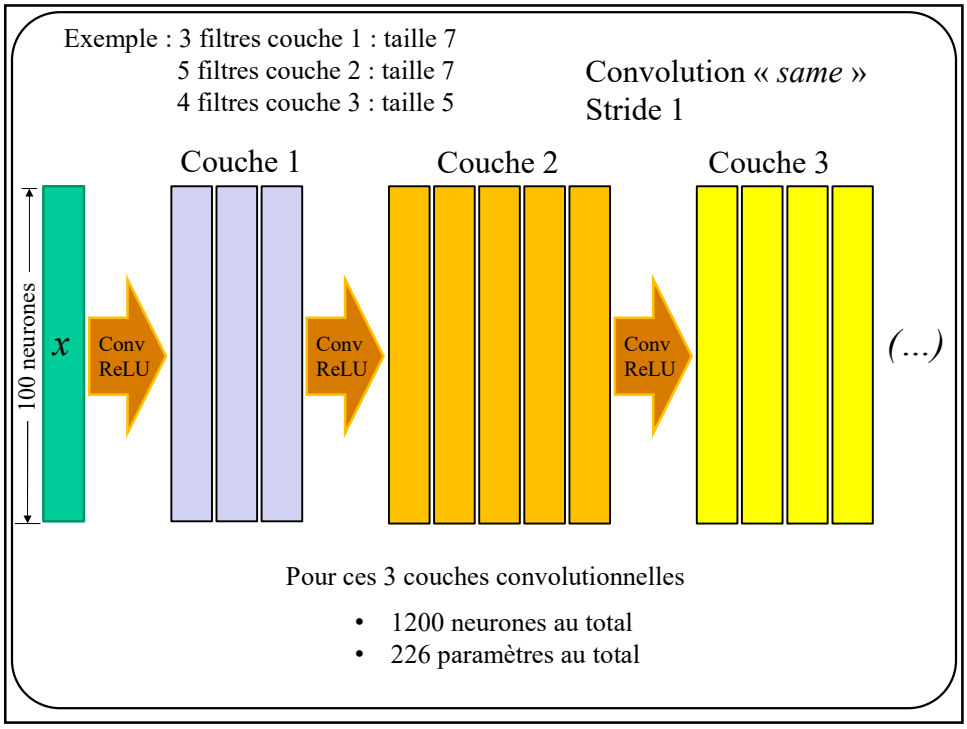
93

Tout comme un Perceptron multi-couches, un réseau à convolution contient **plusieurs couches consécutives**

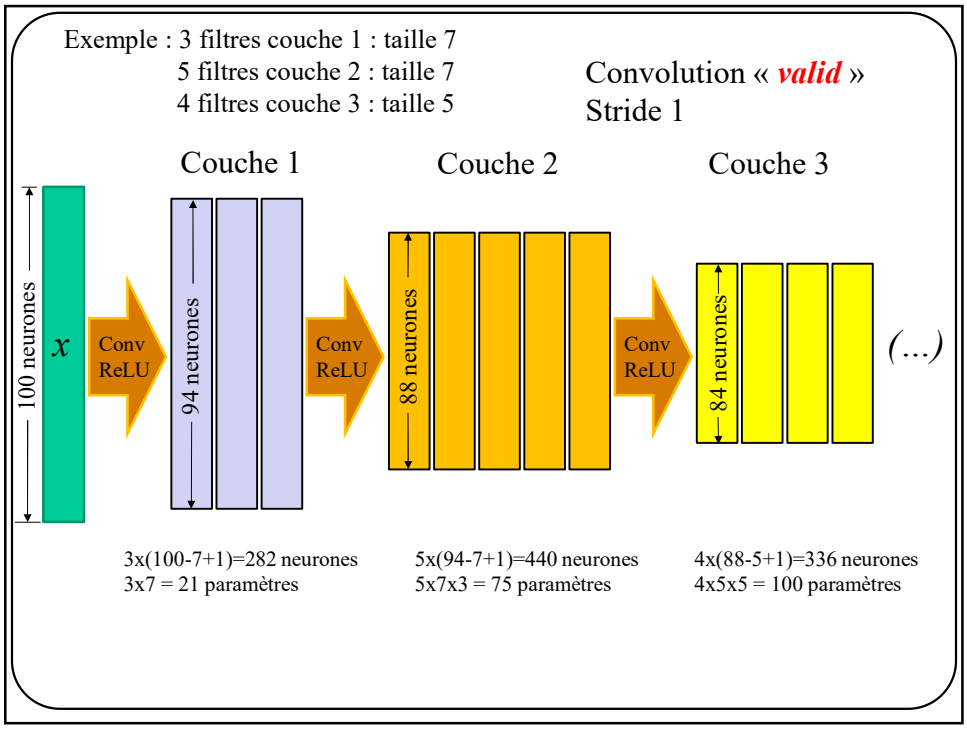
94


Exemple : 3 filtres couche 1 : taille 7
5 filtres couche 2 : taille 7
4 filtres couche 3 : taille 5
Convolution « same »
Stride 1
Couche 1
Couche 2
Couche 3
100 neurones
x
Conv
ReLU
Conv
ReLU
Conv
ReLU
(…)
3x100=300 neurones
3x7 = 21 paramètres
5x100=500 neurones
5x7x3=105 paramètres
4x100=400 neurones
4x5x5=100 paramètres

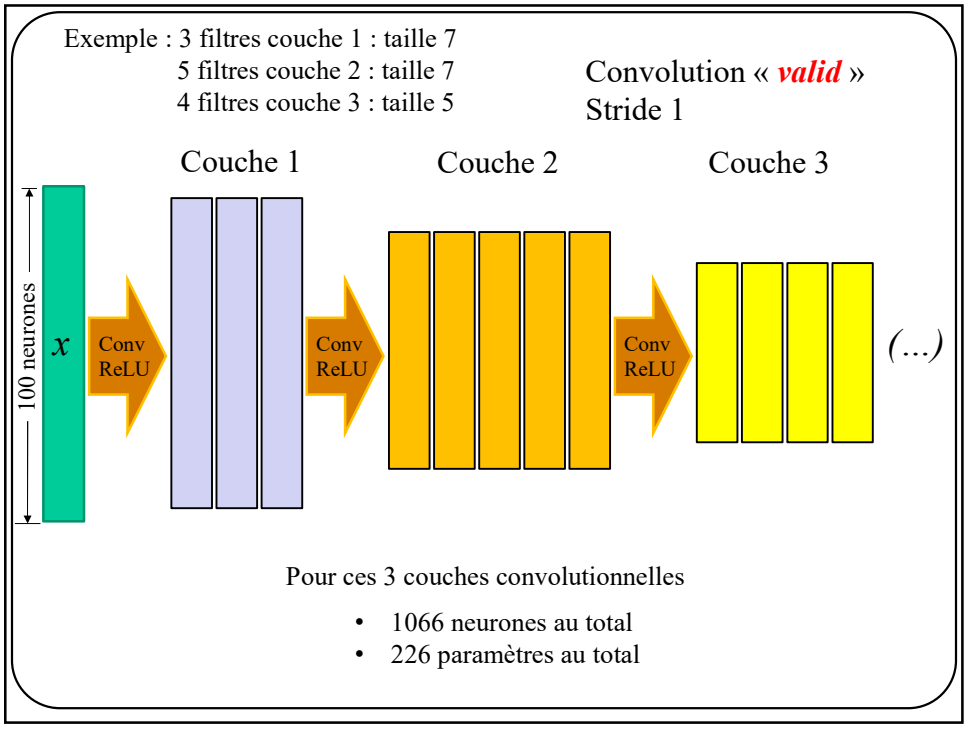
95


Exemple : 3 filtres couche 1 : taille 7
5 filtres couche 2 : taille 7
4 filtres couche 3 : taille 5
Convolution « same »
Stride 1
Couche 1
Couche 2
Couche 3
100 neurones
x
Conv
ReLU
Conv
ReLU
Conv
ReLU
(…)
Pour ces 3 couches convolutionnelles
• 1200 neurones au total
• 226 paramètres au total

96


Exemple : 3 filtres couche 1 : taille 7
5 filtres couche 2 : taille 7
4 filtres couche 3 : taille 5
Convolution « valid »
Stride 1
Couche 1
Couche 2
Couche 3
100 neurones
x
Conv
ReLU
94 neurones
Conv
ReLU
88 neurones
Conv
ReLU
84 neurones
(…)
3x(100-7+1)=282 neurones
3x7 = 21 paramètres
5x(94-7+1)=440 neurones
5x7x3 = 75 paramètres
4x(88-5+1)=336 neurones
4x5x5 = 100 paramètres

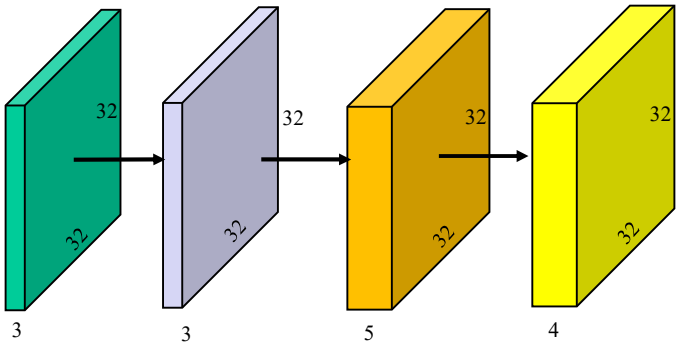
97


Exemple : 3 filtres couche 1 : taille 7
5 filtres couche 2 : taille 7
4 filtres couche 3 : taille 5
Convolution « valid »
Stride 1
Couche 1
Couche 2
Couche 3
100 neurones
x
Conv
ReLU
Conv
ReLU
Conv
ReLU
(…)
Pour ces 3 couches convolutionnelles
• 1066 neurones au total
• 226 paramètres au total

98

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *same* »

Image: **32x32x3**
Stride : **1**



3x(32x32)=3,072 neurones
3x7x7x3 = 441 paramètres

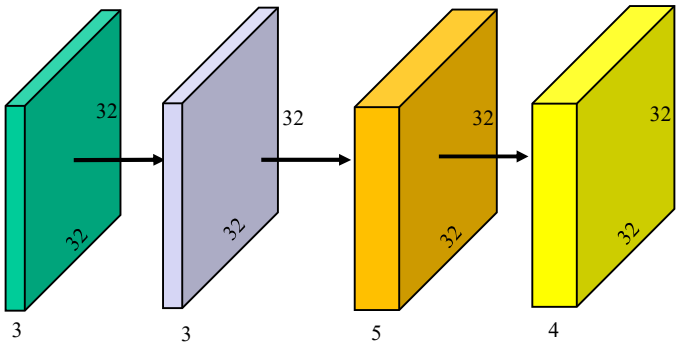
5x(32x32)=5,120 neurones
5x9x9x3 = 1,215 paramètres

4x(32x32)=4,096 neurones
4x11x11x5 = 2,420 paramètres

99

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *same* »

Image: **32x32x3**
Stride : **1**

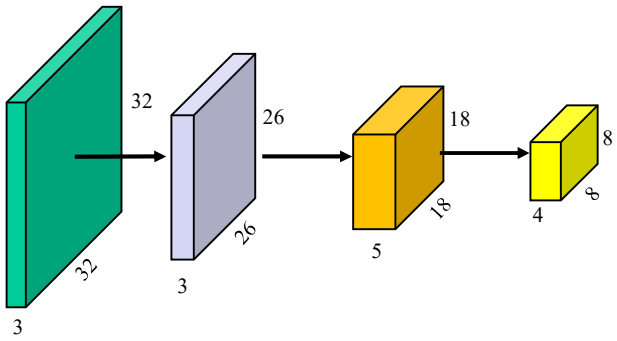


12,288 neurones au total
4,076 paramètres au total

100

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »

Image: **32x32x3**
Stride : **1**

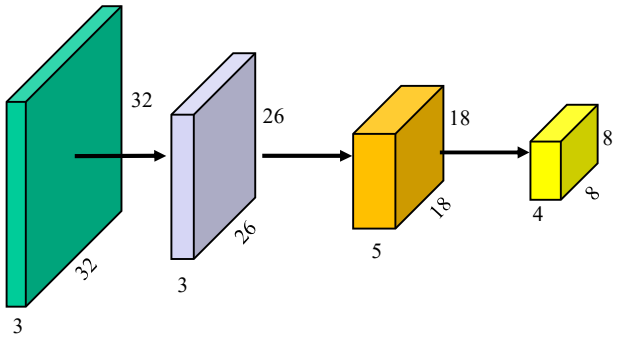


3x(26x26)=2,028 neurones 5x(18x18)=1,620 neurones 4x(8x8)=256 neurones
3x7x7x3 = 441 paramètres 5x9x9x3 = 1,215 paramètres 4x11x11x5 = 2,420 paramètres

101

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »

Image: **32x32x3**
Stride : **1**



3,904 neurones au total
4,076 paramètres au total

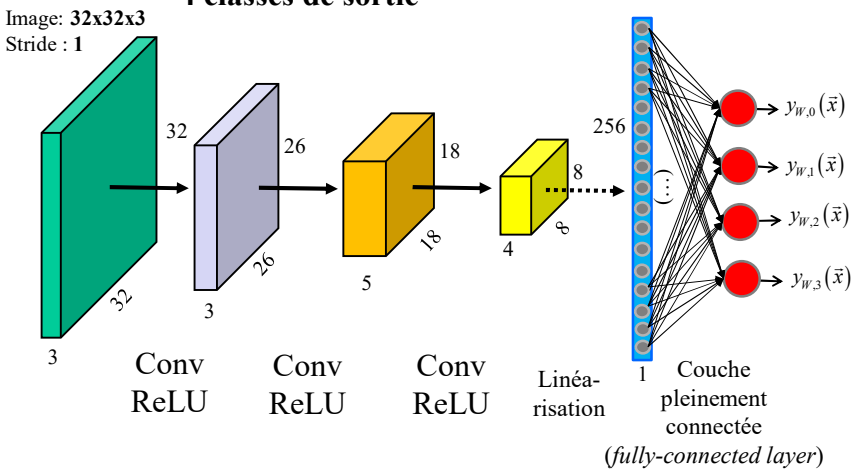
102

Tout comme un perceptron multi-couches, un réseau à convolution se termine par une **couche de sortie** avec **1 neurone par variable prédite**

103

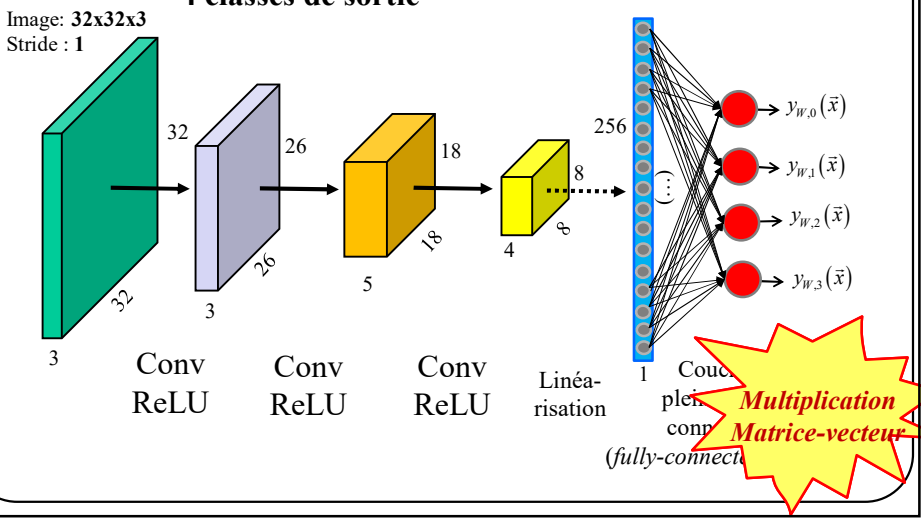
Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie

Hinge loss



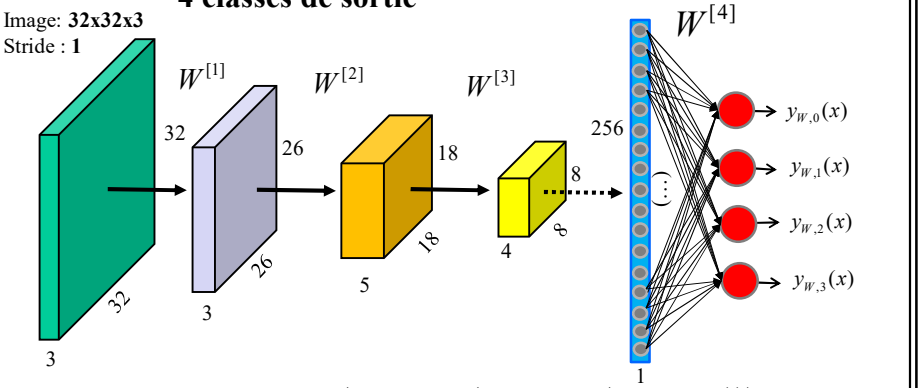
104

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie



105

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie



$$y_W(x) = W^{[4]} h\left(W^{[3]} * h\left(W^{[2]} * h\left(W^{[1]} * x\right)\right)\right)$$

106

$$y_W(x) = W^{[4]} h\left(W^{[3]} * h\left(W^{[2]} * h\left(W^{[1]} * x\right)\right)\right)$$

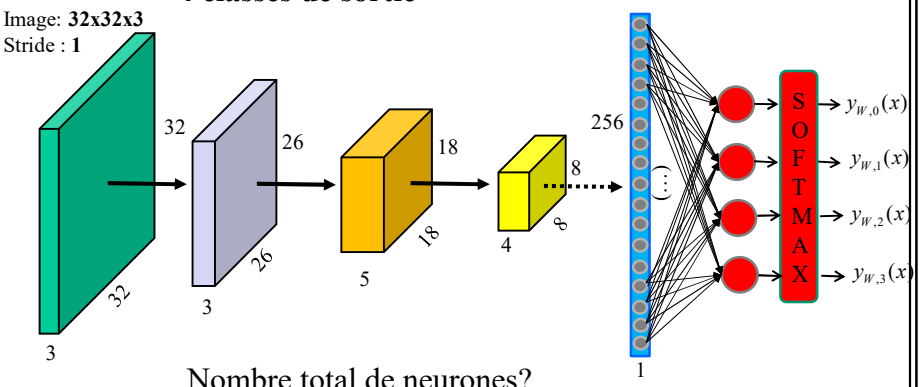
Filtres convolutifs

Matrice 4x256

107

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie

Cross-entropy loss

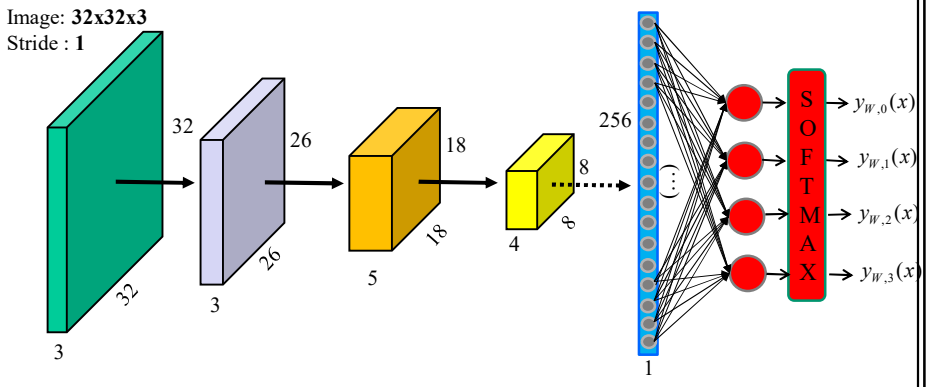


Nombre total de neurones?

108

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie

Cross-entropy loss

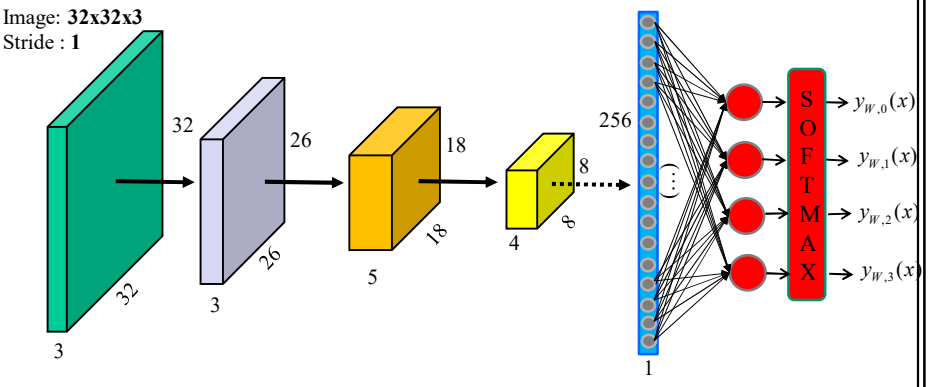


26x26x3 + 18x18x5 + 8x8x4 + 4

109

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie

Cross-entropy loss

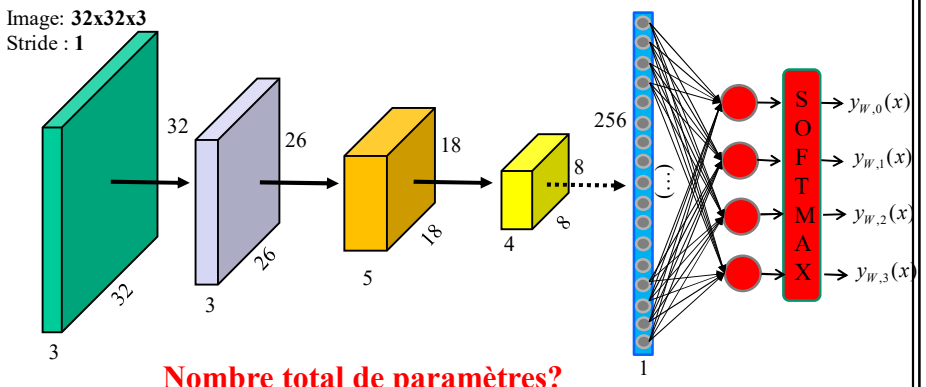


3,908 neurones

110

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie

Cross-entropy loss

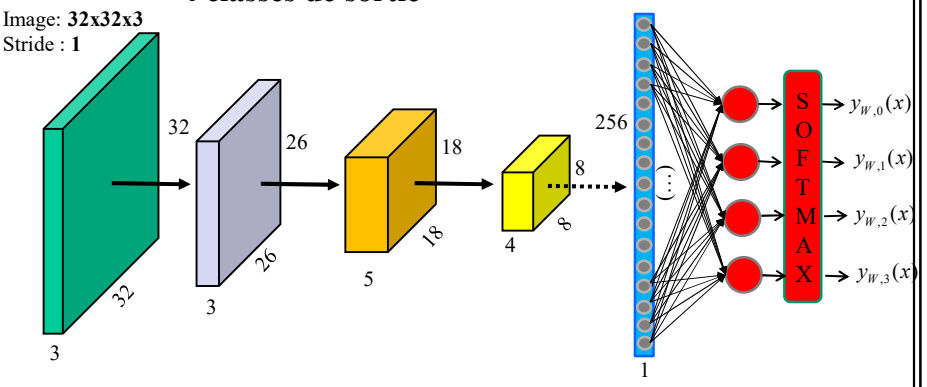


Nombre total de paramètres?

111

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie

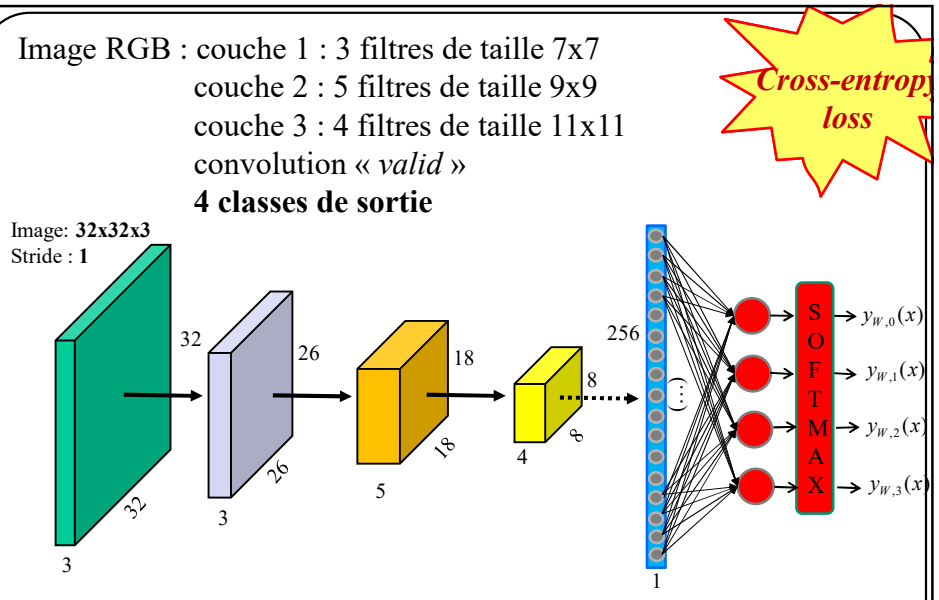
Cross-entropy loss



3x7x7x3 + 5x9x9x3 + 4x11x11x5 + 256x4

112

Image RGB : couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
convolution « *valid* »
4 classes de sortie

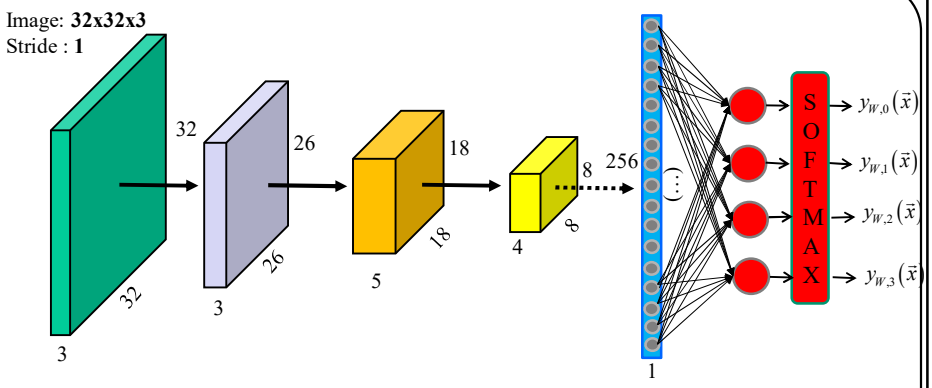


5,100 paramètres

113

Réseaux à convolution
vs
Réseaux **pleinement** convolutifs

114



$$y_W(x) = W^{[4]}h\left(W^{[3]} * h\left(W^{[2]} * h\left(W^{[1]} * x\right)\right)\right)$$

Il est possible de **remplacer la multiplication matrice-vecteur** de la fin par une **convolution**

115

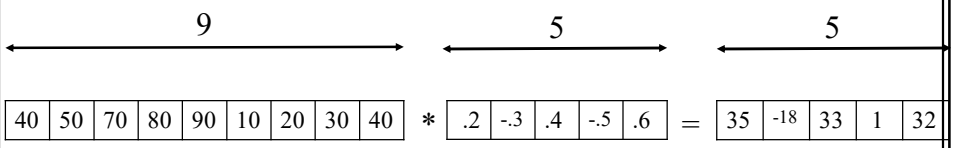
Exemple 1d

(convolution « valid »)

9										3				7							
40	50	70	80	90	10	20	30	40	*	.2	-.3	.4	=	21	21	26	-7	23	8	11

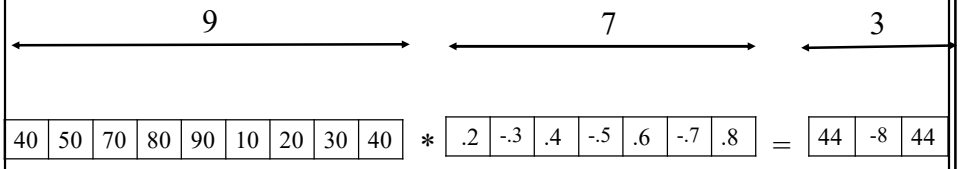
116

Exemple 1d
(convolution « valid »)



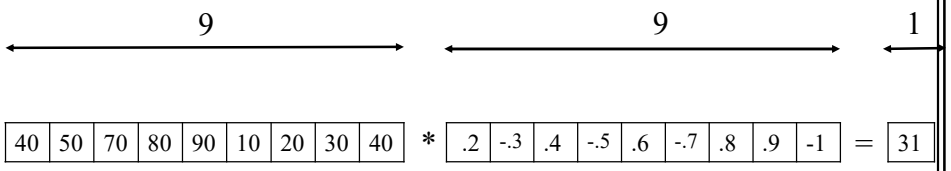
117

Exemple 1d
(convolution « valid »)



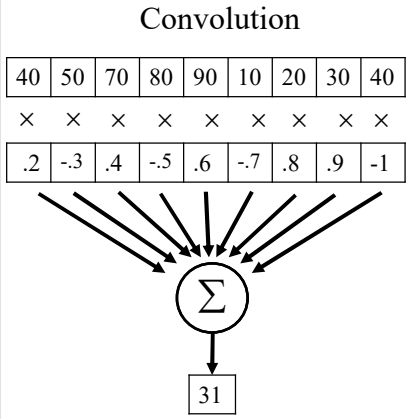
118

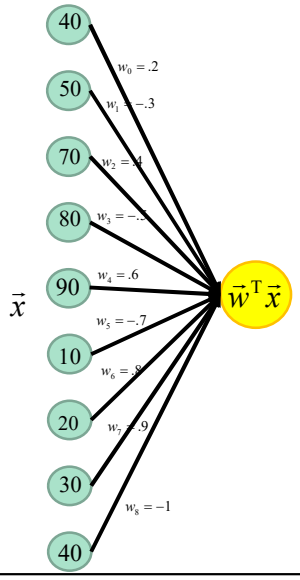
Taille filtre = nb de neurones couche précédente



119

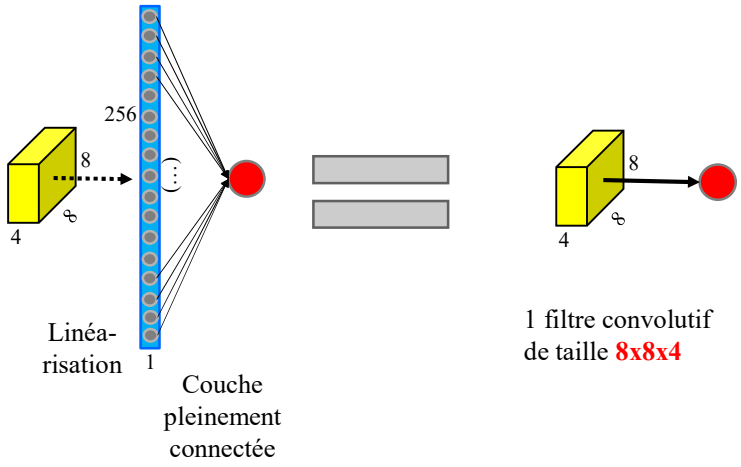
Signal d'entrée de **taille 9** convolué avec un filtre « same » de **taille 9** correspond à une **couche pleinement connectée**





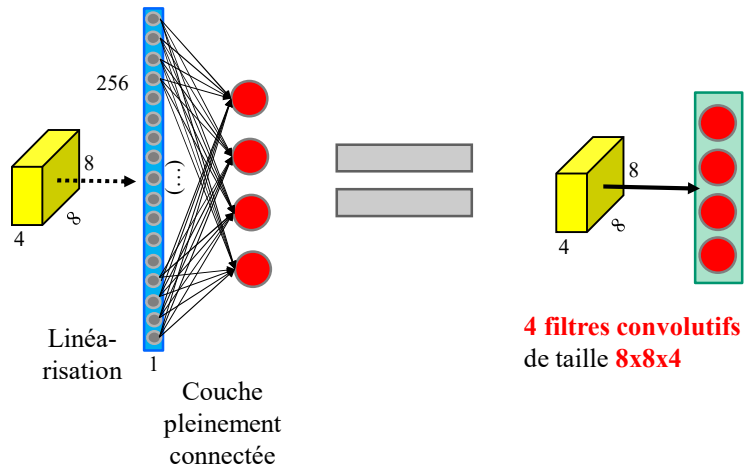
120

Même chose pour une **convolution 2D**



121

Même chose pour une **convolution 2D**



122

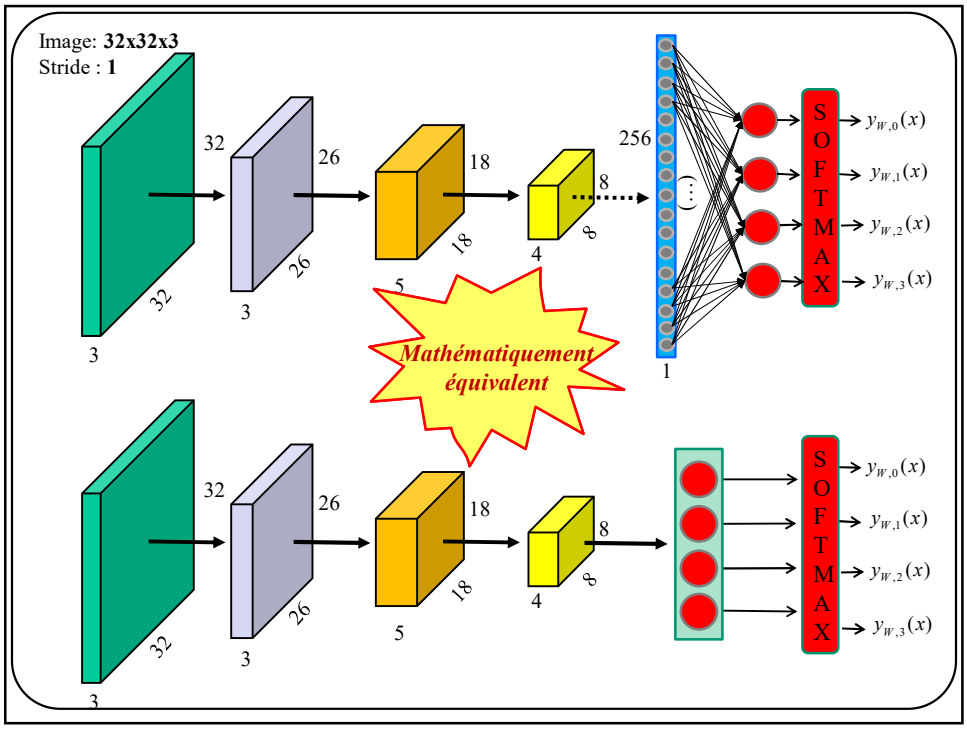


Image: 32x32x3
Stride : 1
32
32
3
26
26
3
18
18
5
8
8
4
256
1
Mathématiquement équivalent
SOFTMAX
$y_{W,0}(x)$
$y_{W,1}(x)$
$y_{W,2}(x)$
$y_{W,3}(x)$

123

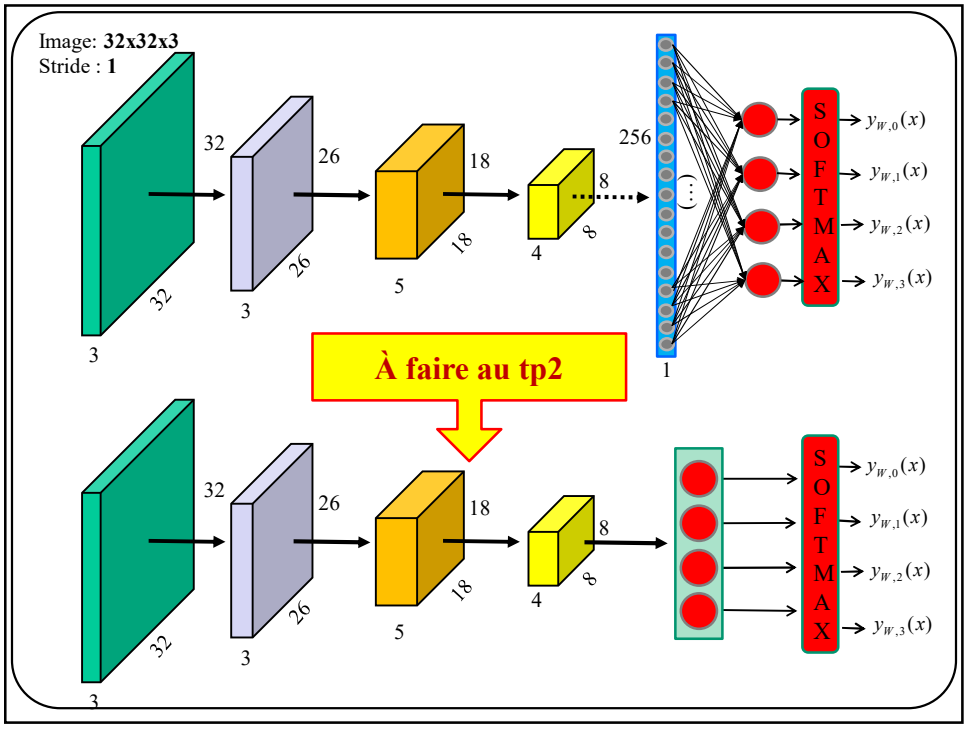


Image: 32x32x3
Stride : 1
32
32
3
26
26
3
18
18
5
8
8
4
256
1
À faire au tp2
SOFTMAX
$y_{W,0}(x)$
$y_{W,1}(x)$
$y_{W,2}(x)$
$y_{W,3}(x)$

124

Configurations équivalentes

couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
couche 4 pleinement connectée 256x4
Softmax

couche 1 : 3 filtres de taille 7x7
couche 2 : 5 filtres de taille 9x9
couche 3 : 4 filtres de taille 11x11
couche 4 : 4 filtres de taille 8x8
Softmax

En fait, presque équivalent …

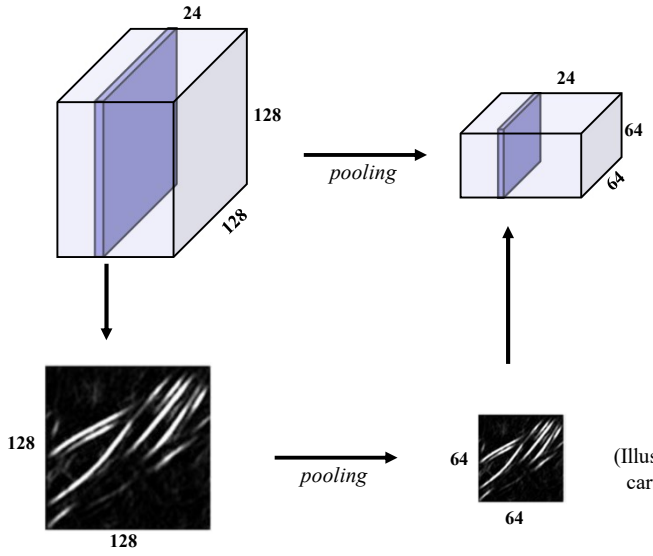
Question : qu'arrive-t-il si on remplace l'image 32x32x3 par une image 64x64x3?

125

Pooling

126

Réduction de la taille des cartes d'activation



127

Max pooling

1	2	4	4	9	3	1	2
6	7	8	4	-3	-3	6	3
9	-9	8	-4	5	5	3	0
8	-8	9	-9	5	5	0	1
0	0	1	2	7	9	7	8
-1	-3	3	6	8	8	7	6
9	9	8	2	1	5	-1	-1
1	1	-2	8	3	7	4	-2

Max pool par filtre « valid » 2x2 avec stride =2

7	8	9	6
9	9	5	3
0	6	9	8
9	8	7	4

128

Mean pooling

1	2	4	4	9	3	1	2
6	7	8	4	-3	-3	6	3
9	-9	8	-4	5	5	3	0
8	-8	9	-9	5	5	0	1
0	0	1	2	7	9	7	8
-1	-3	3	6	8	8	7	6
9	9	8	2	1	5	-1	-1
1	1	-2	8	3	7	4	-2

Moyenne par filtre « valid » 2x2 avec stride =2

4	5	3	4
0	1	5	1
-1	8	8	7
5	4	4	1

129

Max pooling

1	2	4	4	9	3	1	2
6	7	8	4	-3	-3	6	3
9	-9	8	-4	5	5	3	0
8	-8	9	-9	5	5	0	1
0	0	1	2	7	9	7	8
-1	-3	3	6	8	8	7	6
9	9	8	2	1	5	-1	-1
1	1	-2	8	3	7	4	-2

Max pooling 2x2 avec **stride =1**

?

130

Max pooling

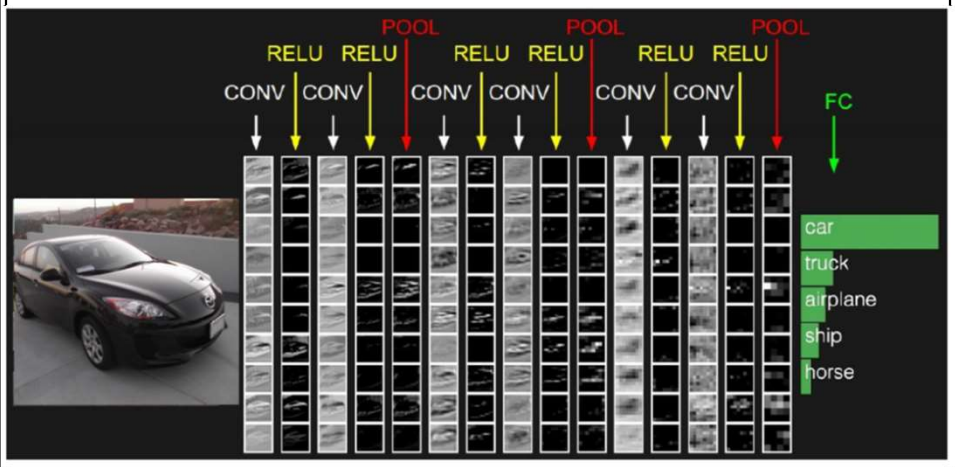
1	2	4	4	9	3	1	2
6	7	8	4	-3	-3	6	3
9	-9	8	-4	5	5	3	0
8	-8	9	-9	5	5	0	1
0	0	1	2	7	9	7	8
-1	-3	3	6	8	8	7	6
9	9	8	2	1	5	-1	-1
1	1	-2	8	3	7	4	-2

Max pooling **3x3**
avec **stride =2**

?

131

Illustration d'un CNN complet



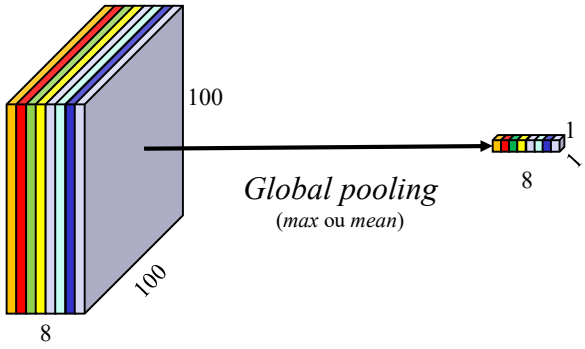
Crédit : cs231 Stanford

132

Global pooling

Max ou *Mean pooling* « *valid* » avec un filtre de la taille des canaux

Résultat : un **vecteur** de la taille du nombre de canaux



133

Multiplication matricielle parcimonieuse

https://towardsdatascience.com/a-comprehensive-introduction-to-different-types-of-convolutions-in-deep-learning-669281e58215

134

Il est **plus rapide** de multiplier des matrices que de les convoluer.

Ex.: convolution « *valid* », un canal d'entrée et une carte d'activation, filtre 3x3

Entrée

X0	X1	X2	X3
X4	X5	X6	X7
X8	X9	X10	X11
X12	X13	X14	X15

*

Filtre

W0	W1	W2
W3	W4	W5
W6	W7	W8

=

Y1	Y2
Y3	Y4

135

Il est **plus rapide** de multiplier des matrices que de les convoluer.

Ex.: convolution « *valid* », un canal d'entrée et une carte d'activation, filtre 3x3

Entrée

X0	X1	X2	X3
X4	X5	X6	X7
X8	X9	X10	X11
X12	X13	X14	X15

*

Filtre

W0	W1	W2
W3	W4	W5
W6	W7	W8

=

Y0	Y1
Y2	Y3

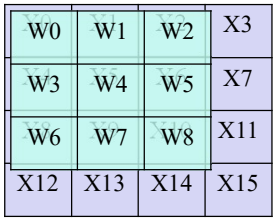
On peut **remplacer** une **convolution** par une **multiplication matrice-matrice** ou **matrice-vecteur**

en **linéarisant** le filtre et en « **matriçant** » l'entrée

136

Rappel

Ex.: convolution « *valid* », un canal d'entrée et une carte d'activation, filtre 3x3



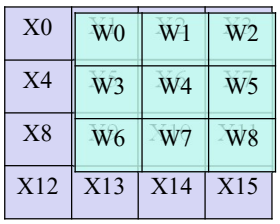
Y0	Y1
Y2	Y3

Y0=W0.X0+W1.X1+W2.X2+W3.X4+W4.X5+W5.X6+W6.X8+W7.X9+W8.X10

137

Rappel

Ex.: convolution « *valid* », un canal d'entrée et une carte d'activation, filtre 3x3



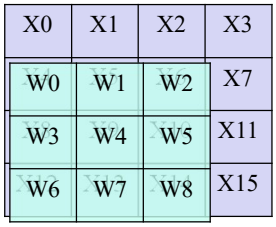
Y0	**Y1**
Y2	Y3

Y1=W0.X1+W1.X2+W2.X3+W3.X5+W4.X6+W5.X7+W6.X9+W7.X10+W8.X11

138

Rappel

Ex.: convolution « *valid* », un canal d'entrée et une carte d'activation, filtre 3x3



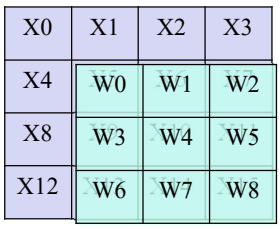
Y0	Y1
Y2	Y3

Y2=W0.X4+W1.X5+W2.X6+W3.X8+W4.X9+W5.X10+W6.X12+W7.X13+W8.X14

139

Rappel

Ex.: convolution « *valid* », un canal d'entrée et une carte d'activation, filtre 3x3

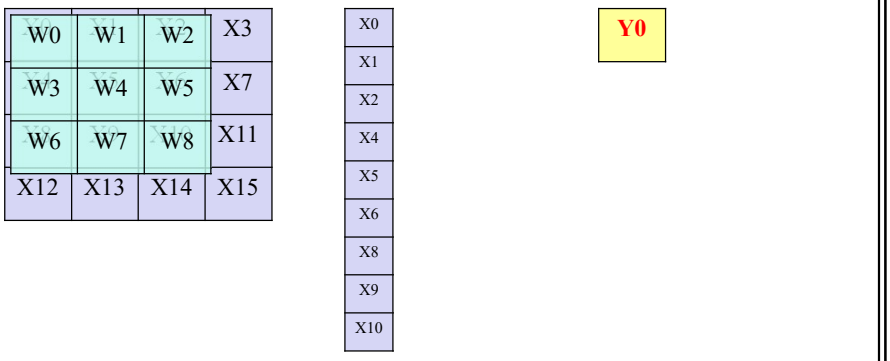


Y0	Y1
Y2	**Y3**

Y3=W0.X5+W1.X6+W2.X7+W3.X9+W4.X10+W5.X11+W6.X13+W7.X14+W8.X15

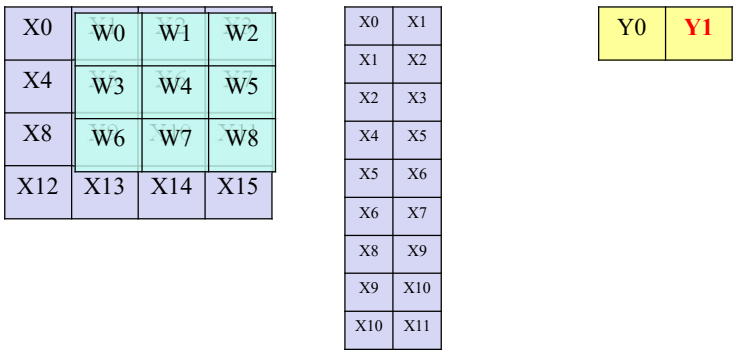
140

Autrement dit…



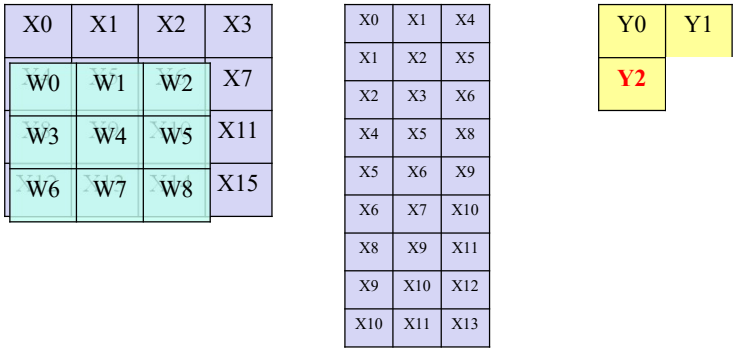
141

Autrement dit…



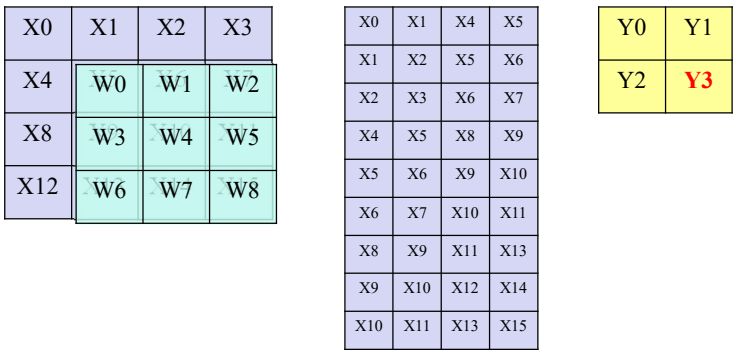
142

Autrement dit…



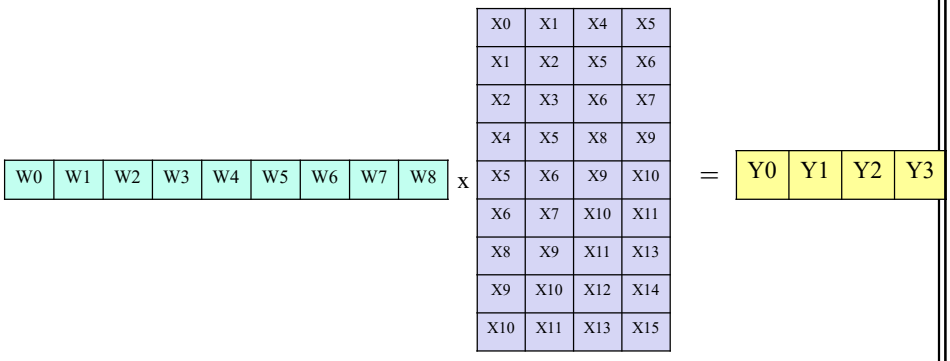
143

Autrement dit…



144

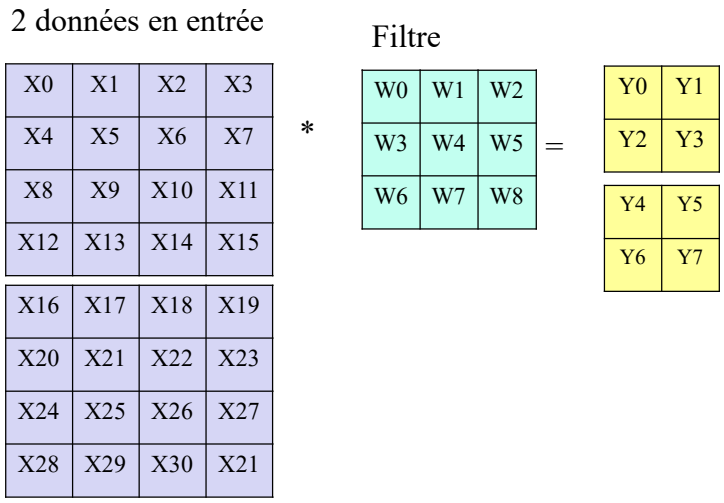
Convolution « valid » en **linéarisant le filtre** et en **« matriçant » l'entrée**



145

Autre exemple

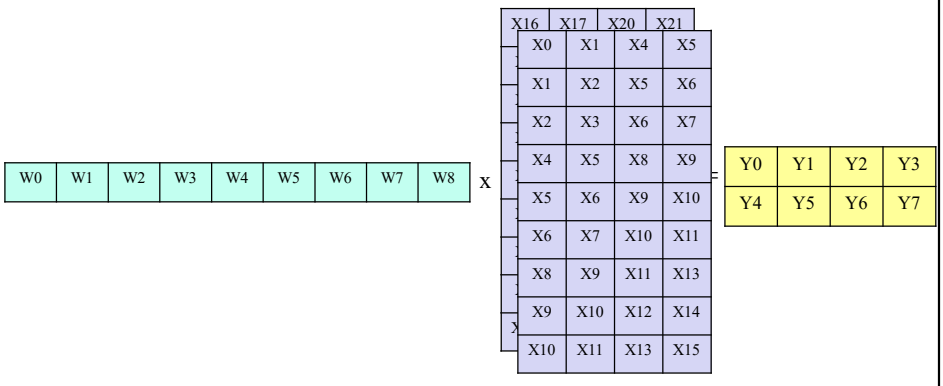
conv « valid », mini-batch de 2 entrées



146

Autre exemple

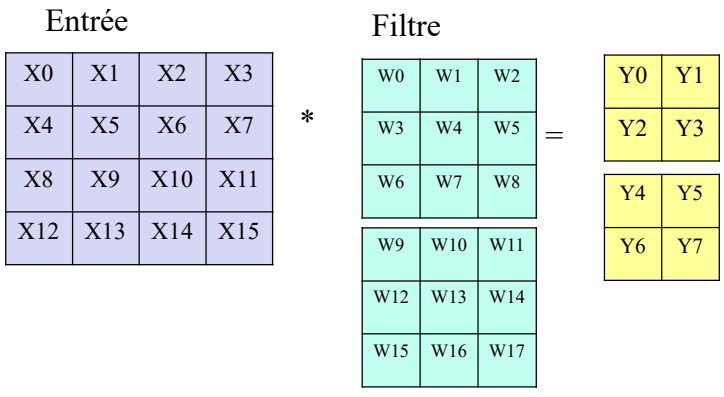
conv « valid », mini-batch de 2 entrées



147

Autre exemple

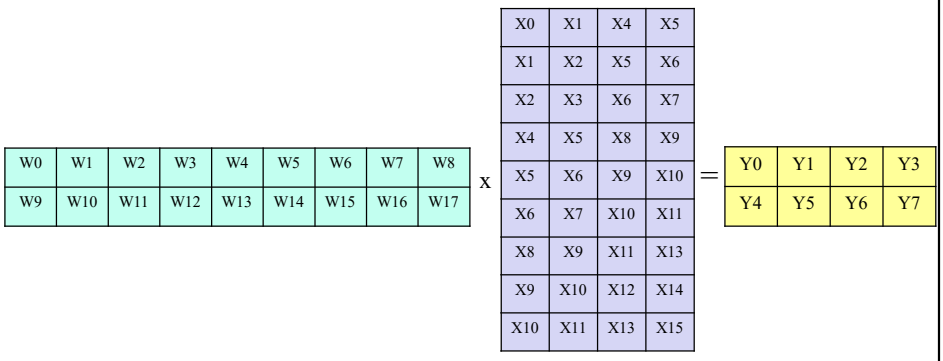
conv « valid », une entrée, deux filtres et 2 *features maps* en sortie



148

Autre exemple

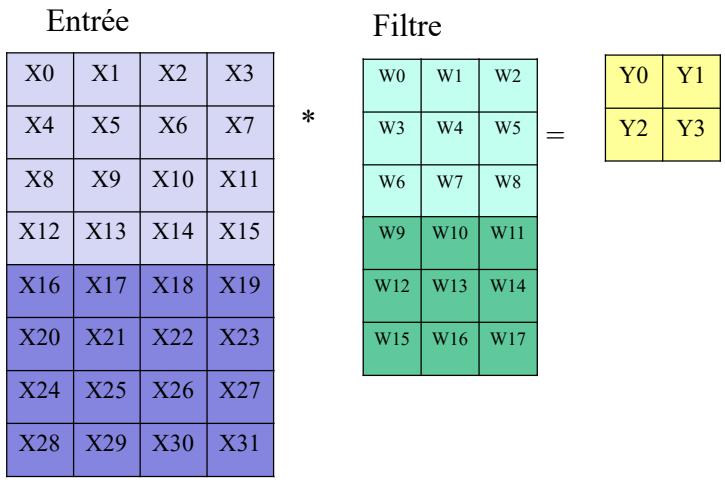
conv « valid », une entrée, deux filtres et 2 *features maps* en sortie



149

Autre exemple

conv « valid », une entrée avec deux canaux, un filtre



150

Autre exemple

conv « valid », une entrée avec deux canaux, un filtre

W0	W1	W2	W3	(…)	W5	W6	W7	W8	W9	W10	W11	W12	W13	W14	W15	W16	W17

X

X0	X1	X4	X5
X1	X2	X5	X6
X2	X3	X6	X7
X4	X5	X8	X9
(…)	(…)	(…)	(…)
X22	X23	X26	X27
X24	X25	X27	X29
X25	X26	X28	X30
X26	X27	X29	X31

=

Y0	Y1	Y2	Y3

151

On peut faire la même chose mais en **linéarisant le filtre** et en **« matriçant » l'entrée**

Exercice à la maison, voir comment cette 2e approche s'applique au cas à

- Plusieurs canaux en entrée
- Plusieurs cartes d'activation
- Plusieurs entrées (mini-batch)

Sinon, voir **im2col** du **travail pratique 2**.

152

Comment calculer la rétropropagation dans un CNN?

À faire au TP2

153