

Physikalische Analyse von Schwungbewegungen im Alltag

SCHRIFTLICHE HAUSARBEIT IM RAHMEN DER
ERSTEN STAATSPRÜFUNG FÜR DAS LEHRAMT FÜR
DIE SEKUNDARSTUFE I / II

vorgelegt von:

Patrik Gabriel

Essen, November 2005

THEMENSTELLER:
PROF. DR. U. BACKHAUS
DIDAKTIK DER PHYSIK
UNIVERSITÄT DUISBURG – ESSEN
STANDORT ESSEN

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
1 Motivation und Problemstellung	1
2 Physikalische Grundlagen	3
2.1 Kinematik	4
2.1.1 Massenmittelpunkt	4
2.1.2 Geschwindigkeit und Beschleunigung	5
2.2 Dynamik: Die Newtonschen Bewegungsgesetze	8
2.2.1 Das erste Newtonsche Gesetz	9
2.2.2 Das zweite Newtonsche Gesetz	10
2.2.3 Das dritte Newtonsche Gesetz	10
2.2.4 Impuls und Drehimpuls	14
2.3 Arbeit und Energie	16
2.4 Das Fadenpendel	17
3 Messwerterfassung und -auswertung mit dem Computer	26
3.1 Messverfahren	26
3.2 Videografie mit Viana	28
3.2.1 Nutzen von Viana	29
3.2.2 Nutzung von Viana	31
3.2.2.1 Eigenschaften von Videodateien	31
3.2.2.2 Das Erstellen von Videos	33
3.2.2.3 Diskussion der Fehler bei Videoanalysen	37
4 Modellbildung und Simulation mit dem Computer	42
4.1 Computermodellierung mit grafikorientierten, systemdynamischen Programmen	44
4.1.1 Einleitung	44
4.1.2 Exemplarische Modellierung in Stella am Beispiel des Fadenpendels	46
4.2 Modelle zum menschlichen Körper	55
5 Physik des Schaukelns	58
5.1 Modellversuch: Das Hubpendel	59
5.1.1 Aufbau und Durchführung	59
5.1.2 Videoanalyse	61
5.1.3 Auswertung	62
5.1.4 Erklärung	67
5.1.5 Modellbildung mit Hilfe von Stella	74

5.2	Videoanalyse des Schaukelns	78
5.2.1	Auswertung	80
5.2.1.1	Schaukeln im Stehen	81
5.2.1.2	Das Schaukeln im Sitzen	86
5.2.2	Erklärung	93
5.2.2.1	Das Schaukeln im Stehen	93
5.2.2.2	Das Schaukeln im Sitzen	94
5.2.3	Modellierung des Motorpendels mit Stella	96
5.2.4	Transfer zum Schaukeln im Sitzen	100
6	Biomechanik des „Pushens“ in der Half Pipe	101
6.1	Aufbau und Durchführung	102
6.2	Videoanalyse mit Viana	103
6.3	Auswertung	103
6.4	Erklärung	107
7	Schwungbewegungen am Reck	111
7.1	Aufbau und Durchführung	114
7.2	Videoanalyse mit Viana	114
7.3	Auswertung	115
7.3.1	Die Riesenfelge rückwärts	116
7.3.2	Die Riesenfelge vorwärts	120
7.3.3	Die beschleunigende Riesenfelge	125
7.4	Diskussion	129
7.4.1	Die Riesenfelge rückwärts	129
7.4.2	Die Riesenfelge vorwärts	130
7.4.3	Die beschleunigende Riesenfelge	132
8	Resümee	133
	Literaturverzeichnis	IV
	Anhang	VII
I.	FAZ Artikel	VII
II.	Näherung 2 zum Hubpendel.....	VII
III.	Normierungsprobleme bei der Auswertung der Tetraeder- Aufnahmen	IX
IV.	Verlauf der Trajektorien des KSP beim Schaukeln im Sitzen.....	XII
V.	Eich-Probleme	XV
VI.	Merkblatt zur Aufnahme von Videos	XVII
VII.	Generelle Herangehensweise zur Modellierung mit Stella	XVII
VIII.	Ordner-Verzeichnis der beiliegenden DVD.....	XVIII

Zu dieser Arbeit gehört eine DVD, deren Ordner-Verzeichnis auf Seite XVIII einzusehen ist. Die Diagramme und Abbildungen in dieser Arbeit stammen größtenteils aus den Video-, Stella- und Excel-Dateien dieser DVD. Als Literaturverweis wird bei diesen Abbildungen auf die jeweilige Datei verwiesen, aus der sie stammen. Die Namen der mit Videoanalysen generierten Excel Dateien stimmen dabei mit den Namen der Videos überein. Sind die Abbildungen ohne Bemerkung, wurden diese vom Autor selbst erstellt.

1 Motivation und Problemstellung

Der menschliche Körper ist dafür geschaffen, dass er sich bewegt. Von Geburt an erkunden Kinder zunehmend die Welt durch eigene Bewegungen [29, S.515]. Die motorischen Fähigkeiten werden einhergehend immer präziser eingesetzt und interagieren stets besser mit der Wahrnehmung. Über Jahre hinweg entwickeln sich dadurch ausdifferenziertere Bewegungsprogramme, deren faszinierende Ausführungen, wenn sie perfektioniert werden, zu Recht immer wieder zu Staunen, Jubel und Begeisterung führen. Man denke hier beispielsweise an die Eleganz einer Pina Bausch beim Tanzen oder die Virtuosität eines Rodney Mullen beim Skateboard-Fahren. Die hier entstandene Arbeit orientiert sich an der grundlegenden Einstellung, dass naturwissenschaftliches Arbeiten als ein spezifischer Zugriff auf Wirklichkeit erlebt und begriffen werden kann. Bei physikalisch interessierten Menschen wirft dabei die Frage „Wie funktioniert das?“ meist eine Vielzahl an Folgefragen auf. So erweisen sich, je nachdem wie genau man hinschaut, Erklärungsversuche häufig schon bei alltäglichen motorischen Handlungen, wie beispielsweise dem menschlichen Gehen, als äußerst komplex [18].

In der Physik wird die Analyse von Bewegungen genauer im Teilgebiet der Mechanik untersucht, in dem allerdings werden die Vorgänge wesentlich vereinfacht dargestellt werden, um sie besser beschreiben zu können. Am ehesten kann man Fragestellungen nach Bewegungsabläufen von Lebewesen der biomechanischen Forschung zuschreiben, die nach Hochmut die Wissenschaftsdisziplin beschreibt, „...die Bewegungen von Mensch und Tier vom Standpunkt der Gesetze der Mechanik...“ betrachtet [15]. Albert Einstein hat einmal gesagt: "Freude am Schauen und Begreifen ist die schönste Gabe der Natur" [11]. Hauptziel dieser Arbeit ist es, jener Freude anhand von drei Bewegungsanalysen näher zu kommen.

Hierzu stehen uns heutzutage, dank des hohen technischen Standards, eine Vielzahl an hilfreichen Werkzeugen zur Verfügung. Führt ein Turmspringer beispielsweise einen $3\frac{1}{2}$ fachen Auerbachsalto mit $\frac{1}{2}$ Schraube vom 10m Brett aus, so hätte man theoretisch lediglich ca. $1\frac{1}{2}$ Sekunden Zeit für die Beobachtung und Analyse der Technik. Heute ist es problemlos möglich, Bewegungen endlos wiederholt in Zeitlupe auf Monitoren zu betrachten. Computerprogramme ermöglichen schier unbegrenzte Messwerterfassung, mit deren Hilfe man den so kompliziert aussehenden Weltmeistersprung in die ordinäre Parabel-Flugbahn überführen kann. Aufbauend

auf den Ergebnissen der Messwerterfassung schaffen Modellbildungsprogramme die Möglichkeit, Bewegungen in Simulationen umzusetzen und mit diesen Simulationen zu experimentieren, um Techniken zu verbessern oder alternative Bewegungsverhalten zu erforschen.

Der hohe finanzielle und zeitliche Aufwand biomechanischer Untersuchungen sprengt jedoch in der Regel den schulischen Rahmen. Dabei arbeitet die Biomechanik sehr häufig produktorientiert und hat äußerst spezifische Ziele (überwiegend Leistungsoptimierung und Gesundheitsprävention). Mit dieser Arbeit sollen hingegen Möglichkeiten für einen handlungsorientierten [23, S.337ff], mehrperspektivischen Unterricht gegeben werden und nicht nur Ergebnisse präsentiert, sondern physikalische Zusammenhänge entwickelt werden. Auch der Leser ist nach der Präsentation der Auswertungen der Versuche zum selber Denken (oder noch besser zum selber Experimentieren) angehalten, um daran anschließend die Erklärungsversuche des Autors besser zu verstehen und kritisch zu hinterfragen. Des Weiteren sollen in dieser Arbeit die Experimente in einem zeitlich und finanziell adäquaten Rahmen reproduziert werden können, sodass jeder Lehrer seinen Schülern die Freude am Schauen und Begreifen von Bewegungen vermitteln kann.

Vor diesem Hintergrund werden zu Anfang der vorliegenden Arbeit die physikalischen Grundlagen und das theoretische Fundament für die Bewegungsanalysen erarbeitet (Kapitel 1 und 2). Aus Erkenntnisinteresse, aber auch im Hinblick auf die effektive und effiziente Gestaltung von Lernprozessen in der Schule, sollen bei allen Bewegungsanalysen technische Programme zur Messwerterfassung und Modellbildung als methodische Hilfe eingesetzt werden [30]. Für die Messwerterfassung wird dabei ein 2-dimensionales Videoanalyseprogramm genutzt, welches in Kapitel 3 vorgestellt und ausführlich erläutert wird. Im anschließenden vierten Kapitel beschäftigen sich die Ausführungen zum einen mit einer bewusst allgemein gehaltenen Einleitung über Modellbildung sowie Systemdynamik und zum anderen mit einer kurzen und prägnanten Einführung in das grafikorientierte, systemdynamische Programm Stella, das im Rahmen der Modellbildung der hier untersuchten Bewegungen herangezogen wird. Aus der Fülle an faszinierenden Bewegungen, die nach den aktuellen Richtlinien für die Sekundarstufe II in den Kontextvorschlag „Physik und Sport“ fallen, wird für diese Arbeit exemplarisch der Themenkomplex „Schwungbewegungen“ zur genauen Analyse ausgewählt, da in diesem Bereich einerseits aus einem Spektrum

interessanter, höchst unterschiedlicher Bewegungsfelder geschöpft werden kann und andererseits sich hier eine Vielzahl an Bewegungen anbietet, die sich besonders gut für eine 2-dimensionale Videoanalyse eignen. Die für diese Arbeit ausgewählten Bewegungen ermöglichen ganz im Sinne Wagenscheins einen Unterricht, der von Phänomenen ausgeht, „die zum Nachdenken, Diskutieren und Experimentieren herausfordern“ [1, S.24f]. Aus diesem Grund soll in Kapitel 5 zunächst entwickelt werden, wie man das „Schaukeln“ physikalisch aufbereiten und erklären kann. Anschließend wird das Ziel verfolgt, die typische Bewegung des „Pushens“ von Skateboardfahrern und Roller-Bladern in der Halfpipe biomechanisch zu verstehen (Kapitel 6). Als letzte Bewegungen stehen abschließend im siebten Kapitel „Riesenfelgen am Reck“ im Mittelpunkt des Interesses. Nach Abschluss der Analysen werden die Ergebnisse in einem Schlusskapitel kurz zusammengetragen und kritisch diskutiert, ob dieser Themenkomplex unter den Rahmenvorgaben vernünftig in der Schule thematisiert werden kann.

2 Physikalische Grundlagen

“In order for physics to be useful to other sciences in a theoretical way(...), the science in question must supply to the physicist as a description of the object in a physicist’s language” [12, 19, 3-7].

Um die physikalischen Vorgänge hinter den hier behandelten Phänomenen verstehen zu können, wird „ein gut vernetztes fachliches Grundlagenwissen“ vorausgesetzt [30, S.XII]. Hierzu werden vorerst die für diese Arbeit wichtigen Grundgrößen und -gesetze der klassischen Mechanik dargelegt, die nötig sind, um Bewegungen von Körpern in dieser Welt physikalisch beschreiben zu können. Dabei wird eine ausführlichere Betrachtung der Newtonschen Mechanik, die wider ihrer langwierigen Behandlung in der Schule, als auch in naturwissenschaftlichen Studiengängen selten eine Beherrschung zur Folge hat, von Nöten sein. Da viele Begriffe in der Alltagssprache häufig unklar oder sogar falsch benutzt werden, ist eine explizite Ausformulierung der physikalischen Zusammenhänge unumgänglich. Hierbei sollen die Probleme nicht primär als Ausgangspunkt für mathematische Übungen genutzt werden, sondern umgekehrt die Mathematik als nützliches Instrument für die Untersuchung der Situation betrachtet werden.

2.1 Kinematik

Die Kinematik ist die Lehre von der wissenschaftlichen Beschreibung der Bewegung von Punkten und Körpern mit Hilfe der Größen Ort s und Zeit t , ohne auf die Ursachen einer Bewegung einzugehen. Umgangssprachlich spricht man nur von der Bewegung eines Körpers, wenn dieser die Lage relativ zu seiner näheren Umgebung ändert. So bezeichnen wir uns beim Schlafen in unserem Bett eher mit „in Ruhe“ als in Bewegung, obgleich wir uns dabei immer um die Erdlängengachse drehen (mit Geschwindigkeiten bis zu 1660km/h^1), die sich im Lauf um die Sonne befindet (mit Geschwindigkeiten um 107000km/h^2), und die Sonne sich wiederum in einer komplexen Bewegung im Weltraum befindet. Die Position und Bewegung eines Punktes im Raum bezieht man im Allgemeinen der Einfachheit halber deshalb immer auf die für die Betrachtungen interessante, nächst größere Umgebung. Wenn dieses Bezugssystem zumindest näherungsweise unbeschleunigt ist, nennt man es physikalisch ein Inertialsystem. Bei komplizierten Bewegungen ist die Wahl und Angabe des Bezugssystems sehr wichtig. In dieser Arbeit wird – wenn nicht näher erläutert – das Bezugssystem immer über die fest fixierte Kamera definiert.

Um Punkte, Strecken und Bewegungen festlegen zu können, benötigt man Ortsvektoren in Koordinatensystemen, die im Bezugssystem verankert sind. Die in dieser Arbeit verwendeten Programme arbeiten mit dem kartesischen Koordinatensystem (benannt nach René Descartes, 1596-1650), welches aus den drei zueinander rechtwinkligen Geraden, den Koordinatenachsen x , y und z aufgespannt wird (wobei in dieser Arbeit versucht wird, die Phänomene auf 2-D Probleme zu vereinfachen). Bei den in dieser Arbeit primär thematisierten Phänomenen bieten sich des Weiteren noch ebene Polarkoordinaten an, die über den Abstand r und den Winkel φ die Position eines Punktes festlegen.

2.1.1 Massenmittelpunkt

Würde man für jedes Atom eines Körpers einen solchen Ortsvektor benötigen, bräuchte man für ein Mol eines Stoffes 10^{23} Ortsvektoren. Um dieser Problematik zu entgehen, entwickelte Newton das Modell des Massenmittelpunktes (oder Schwerpunktes). Dieser theoretische Massenmittelpunkt bewegt sich so, als ob die

¹ Die Geschwindigkeit berechnet sich mit $v = 2\pi \frac{6400\text{km}}{24\text{h}} \approx 1660\text{km/h}$.

² Die Geschwindigkeit berechnet sich mit $v = 2\pi \frac{149597871\text{ km}}{24\text{h} * 365} \approx 107000\text{km/h}$

gesamte Masse des Systems in diesem Punkt konzentriert wäre. Mathematisch lässt sich der Ortsvektor \vec{r}_s des Massenmittelpunktes mit

$$m_{\text{ges}} \vec{r}_s = m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots = \sum_i m_i \vec{r}_i \quad (1)$$

berechnen. Somit lässt sich die Lage eines Körpers durch einen Ortsvektor \vec{r}_s darstellen. Seine Bewegung erhält man mithilfe der Zeitabhängigkeit $\vec{r}_s(t)$ dieses Vektors. Bei den im Physikunterricht gängigen Körpern ist die Beschreibung mit Hilfe von Massenpunkten somit eine wahrhaft astronomische Vereinfachung (die später im Zuge von Newtons drittem Gesetz legitimiert wird). Mit Hilfe des Massenmittelpunktes kann man sich komplexe Bewegungen von Objekten oder Teilchensystemen als aus zwei Bewegungen zusammengesetzt denken: einerseits der Bewegung des Massenmittelpunktes und zum anderen der Bewegung der individuellen Teilchen des Systems relativ zum Massenmittelpunkt. Betrachtet man beispielsweise den Schwerpunkt eines Turmspringers beim zweifach gestreckten Auerbachsalto, wird man die klassische (ernüchternde) Wurfparabel erhalten.

2.1.2 Geschwindigkeit und Beschleunigung

Mit Verschiebung wird die Entfernung eines Körpers von einem (Bezugs-) Punkt bezeichnet. Die Verschiebung ist eine vektorielle Größe, sie setzt sich also aus Richtung und einem Betrag zusammen [36].

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1) \quad (2)$$

Der Quotient aus der Verschiebung eines Körpers und der dafür benötigten Zeit wird seine Durchschnittsgeschwindigkeit in dem zugehörigen Zeitintervall genannt.

$$\vec{v}(t_1, t_2) = \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (3)$$

Bildet man aus (3) den Grenzwert für ein infinitesimales Zeitintervall, also die Ableitung der Verschiebung nach der Zeit, erhält man die Momentangeschwindigkeit.

$$\vec{v}(t_1) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\vec{r}(t_2) - \vec{r}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \quad (4)$$

Der Betrag der Momentangeschwindigkeit wird mit den Begriffen Schnelligkeit oder Tempo beschrieben. Die Durchschnittsbeschleunigung erhält man, wenn man den Quotient aus der Geschwindigkeitsänderung und der zugehörigen Zeit berechnet.

$$\bar{\vec{a}}(t_1, t_2) = \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (5)$$

Bildet man wiederum den Grenzwert, erhält man die Momentanbeschleunigung als Ableitung der Geschwindigkeit nach der Zeit.

$$\vec{a}(t_1) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{\vec{v}(t_2) - \vec{v}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} \quad (6)$$

Die Beschleunigung ist ebenfalls eine vektorielle Größe, die in Richtung der Geschwindigkeitsänderung zeigt. Die wesentlichen Bewegungsarten eines starren Körpers kann man in Translation und Rotation bzw. Drehbewegung unterteilen.

Bei der Translation beschreiben alle Punkte des Körpers kongruente Bahnen, wie



Abb. 1: Sequenz zur Veranschaulichung von Rotations- und Translationsbewegungen

der Taucher in Abb. 1. Bei einer Rotation (um eine feste Drehachse) hingegen

beschreiben alle Punkte konzentrische Kreise um eine Drehachse. Translation und Rotation können bei einem Körper auch zusammen vorkommen, also überlagert sein (beispielsweise die Bewegung eines Punktes auf dem Rand des rollenden Rades). Die Gesetze der Translation unterscheiden sich nicht von den Betrachtungen, die man von Massenpunkten her kennt, für die Behandlung von Rotationen muss jedoch ein neuer Satz von Begriffen entwickelt werden.

Um analoge Begriffe für Kreisbewegungen entwickeln zu können betrachten wir eine aus vielen einzelnen Punktteilchen zusammengesetzte Scheibe.

Dreht sich die Scheibe, bleiben die Abstände zwischen zwei beliebigen Teilchen beim starren Körper unverändert. Betrachtet man ein beliebiges Masseteilchen der Masse m_i auf einer drehenden Scheibe, können wir über die Angabe der ebenen Polarkoordinaten gut die Position des Punktes festmachen. Während eines kurzen Zeitintervalls dt bewegt sich ein Teilchen auf einem Kreisbogen um eine Strecke ds_i , die durch

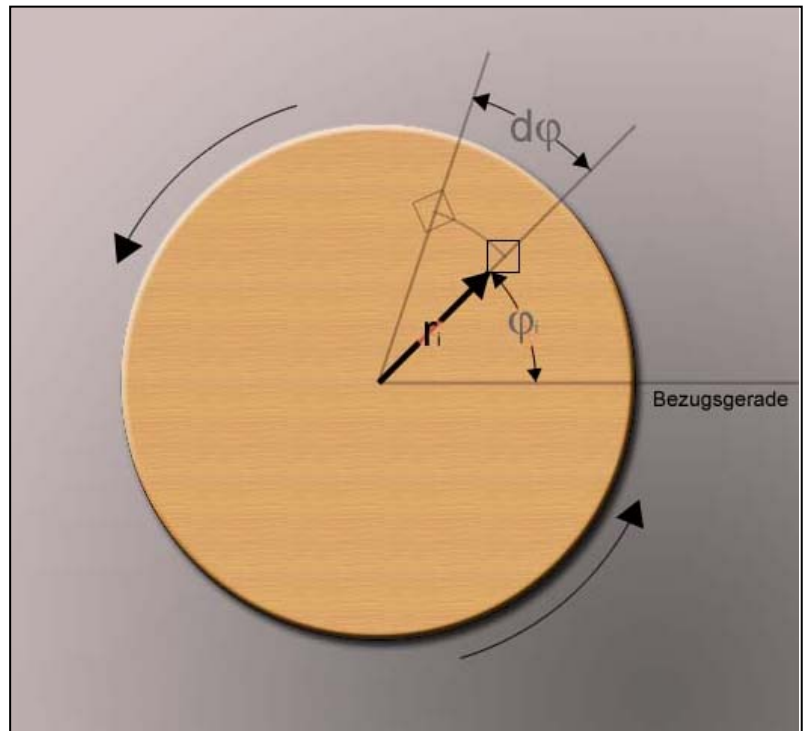


Abb. 2: Rotierende Scheibe

$$d\vec{s}_i = \vec{v}_i dt \quad (7)$$

gegeben ist, wobei $|\vec{v}_i|$ die Schnelligkeit des Teilchens ist. Während der Zeit dt überstreicht die radiale Linie zum Teilchen relativ zu der Bezugsgeraden einen Winkel $d\phi$. Die Größe dieses Winkels im Bogenmaß ist gegeben durch

$$d\phi = \frac{ds_i}{dr_i} \quad (8)$$

Der Winkel wird hierbei in Radiant (rad) angegeben und besitzt keine Dimensionsbezeichnung, da er eine Verhältniszahl ist, die das Verhältnis des

Winkels zu einem vollen Kreisumfang ($2\pi \cdot r$, r = Radius) beschreibt. Obgleich der Abstand r_i verschiedener Teilchen zueinander variiert, bleibt der Winkel $d\varphi$ für alle Teilchen der drehenden Scheibe gleich. Er wird als Drehwinkel bezeichnet. Somit ist auch die Geschwindigkeit $\frac{d\varphi}{dt}$, mit der sich der Winkel mit der Zeit ändert, für alle Teilchen gleich. Sie wird mit Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ der Scheibe bezeichnet:

$$\vec{\omega} = \frac{\vec{\varphi}(t_2) - \vec{\varphi}(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \vec{\dot{\varphi}} \quad (9)$$

Die Winkelgeschwindigkeit ω ist für Drehungen entgegen dem Uhrzeigersinn positiv definiert. Allgemein, vor allem wenn die Drehachse nicht im Raum fixiert ist, ist die Winkelgeschwindigkeit – analog zum linearen Pendant – eine vektorielle Größe. Da hier aber ausschließlich Bewegungen um eine feste Achse behandelt werden, können die zwei möglichen Richtungen über die Vorzeichen bestimmt werden.

Die zeitliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit heißt Winkelbeschleunigung α :

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{\dot{\omega}} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \vec{\ddot{\varphi}} \quad (10)$$

Die Zeit für einen vollen Umlauf auf einer Kreisbahn sei T . Der hierfür zurückgelegte Weg ist der Kreisumfang $2\pi R$. Also ist die Bahngeschwindigkeit

$$v = \omega R \quad (11)$$

Hieraus folgt für die Radialbeschleunigung

$$a = \omega v = \omega^2 R = \frac{v^2}{R} \quad (12)$$

2.2 Dynamik: Die Newtonschen Bewegungsgesetze

Sir Isaac Newton hatte im 17. Jahrhundert mit Hilfe der Beobachtungen Galileis und Keplers die Grundlage zum quantitativen Verständnis von Bewegungen geschaffen (Ursache für Bewegungsänderungen). Um dem häufig unterschätzten Problem des Verständnisses der Newtonschen Bewegungsgesetze Rechnung zu tragen, werden diese im Folgenden in Anlehnung an J. W. Warren und der Übersetzung von U. Backhaus nochmals dargestellt [38].

2.2.1 Das erste Newtonsche Gesetz

Das erste Newtonsche Gesetz kann folgendermaßen formuliert werden:

Solange keine resultierende Kraft von außen auf einen Körper wirkt, bewegt sich dieser mit konstanter Geschwindigkeit.

Wichtig ist hierbei, den vektoriellen Charakter der Geschwindigkeit nicht zu vernachlässigen. Man könnte auch anders sagen, dass dieser Körper sich geradlinig und mit konstanter Schnelligkeit bewegen muss. Für Schüler ergeben sich aus diesem Gesetz häufig folgende Schwierigkeiten:

Das Gesetz bewertet alle gleichförmig geradlinigen Bewegungen als gleichwertig, wohingegen Schüler wahrscheinlich einen Unterschied sehen, ob sich ein Körper mit einer bestimmten Geschwindigkeit bewegt, oder er sich in Ruhe befindet. Ferner könnte sich bei den Schülern die Frage nach dem Bezugssystem stellen, zu welchem sich der Körper relativ bewegt.

Die Probleme entstehen hauptsächlich dadurch, dass unsere Alltagsvorstellungen über Kraft und Bewegung auf physischen Empfindungen beruhen, wodurch wir auch eine Unterscheidung zwischen dem Zustand der Ruhe und dem der Bewegung machen. Man spürt, dass man sich anstrengen muss, um in Bewegung zu bleiben, „und deshalb sind wir tief in unserem Inneren davon überzeugt, dass eine Kraft nötig ist, um Bewegung aufrecht zu erhalten, und dass diese Bewegung in die Richtung der einwirkenden Kraft erfolgt“ [38, S.8]. Die naturwissenschaftliche Betrachtung steht im totalen Widerspruch zu diesem „Alltagsverständnis“. Physikalisch gesehen sind Kräfte zur Änderung einer Bewegung erforderlich. In einer reibungsfreien Welt würde der einmal auf eine bestimmte Geschwindigkeit beschleunigte Körper sich mit dieser Geschwindigkeit endlos weiter bewegen. Näherungsweise reibungskräftefreie Situationen sind jedoch nur in künstlich erzeugten Experimenten realisierbar, die somit eine gewisse Distanz zur Realität implizieren.

Eine weitere Hürde für das Verständnis des Kraftbegriffs ist die Einsicht, dass Kräfte in Beschleunigungsrichtung und nicht in Bewegungsrichtung wirken. So ist die Kraft auf ein Projektil, welches man in beliebige Richtung nach oben wirft, immer nach unten (in Richtung Erdmittelpunkt) gerichtet. Diese Einsicht erfordert ein gewisses Abstraktionsvermögen.

2.2.2 Das zweite Newtonsche Gesetz

Das zweite Newtonsche Gesetz besagt:

„Die Änderungsrate des Impulses eines Körpers ist proportional zur resultierenden eingprägten Kraft und hat dieselbe Richtung wie diese(...)[38, S.9].“

Oder in einer Gleichung formuliert:

$$\text{Kraft} = \vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad (13)$$

In dieser Arbeit werden lediglich Körper mit konstanter Masse betrachtet, somit kann man Gl. 13 zu

$$\text{Kraft} = \vec{F} = m \cdot \frac{d}{dt}\vec{v} = \text{Masse} \cdot \text{Beschleunigung} \quad (14)$$

vereinfachen.

Das mit dem ersten Gesetz formulierte qualitative Grundkonzept, das eine Kraft eine Bewegung ändert, wird mit dem zweiten Gesetz um die quantitative Ebene erweitert.

Probleme entstehen bei der Distinktion, welche Kräfte wirken (die physikalisch Sinn machen), bei der Zuordnung der wirkenden Kräfte auf verschiedene Körper und der Bestimmung der Angriffspunkte der Kräfte. Darüber hinaus scheint der Begriff resultierende Kraft problematisch. Damit die resultierende Kraft nicht als zusätzliche Kraft verstanden wird, sollte man diese von den anderen Kräften absetzen (in dieser Arbeit wird die resultierende Kraft mit F_{res} bezeichnet und rot dargestellt)

2.2.3 Das dritte Newtonsche Gesetz

Das dritte Gesetz lautet:

„Kräfte entstehen durch Wechselwirkung zwischen Körpern. Die Kraft, die ein Körper A auf einen Körper B ausübt, ist betragsmäßig gleich, entgegengesetzt gerichtet und wirkt entlang derselben Geraden wie die Kraft, die Körper B auf A ausübt [38, S.10].“

Bei der vereinfachten Formulierung, dass zu jeder Kraft eine Gegenkraft existiert, ist darauf zu achten, dass diese Kräfte auf zwei verschiedene Körper wirken (ansonsten müssten sich alle Kräfte in der Natur paarweise kompensieren). Die hier gegebene Formulierung ist deutlich von Formulierungen wie „Actio gleich Reactio“ oder „Jeder Aktion steht eine ebenso große Reaktion entgegen“ abzugrenzen. Diese

Formulierungen gehen auf Fehldeutungen von Newtons *Principia*³ zurück. Durch solch missverständliche Formulierungen wird eine zeitliche Abfolge oder eine kausale Verbindung suggeriert. „Die Kräfte jedoch, auf die sich das dritte Newtonsche Gesetz bezieht, treten immer gleichzeitig auf und sind von derselben Natur“ [38, S.11].

Die Anwendung des dritten Gesetzes legitimiert erst die Reduktion von Körpern auf Massenmittelpunkte.

Leiten wir Gleichung (1) zweimal nach der Zeit ab, erhalten wir

$$m_{\text{ges}} \vec{a}_s = m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2 + \dots = \sum_i m_i \vec{a}_i = \sum_i \vec{F}_i = \vec{F}_{\text{ges}} \quad (15)$$

Betrachten wir nun eine Kraft \vec{F}_i auf das i-te Teilchen eines starren Körpers, dann lassen sich zwei Kategorien von Kräften unterscheiden: Interne Kräfte, die durch Wechselwirkung mit anderen Teilchen des Systems hervorgerufen werden, und externe Kräfte, die von außen auf das System einwirken:

$$\vec{F}_i = m_i \vec{a}_i = \vec{F}_{i,\text{int}} + \vec{F}_{i,\text{ext}} \quad (16)$$

Mit Gl. 15 erhält man

$$\vec{F}_{\text{ges}} = \sum_i \vec{F}_{i,\text{int}} + \sum_i \vec{F}_{i,\text{ext}} \quad (17)$$

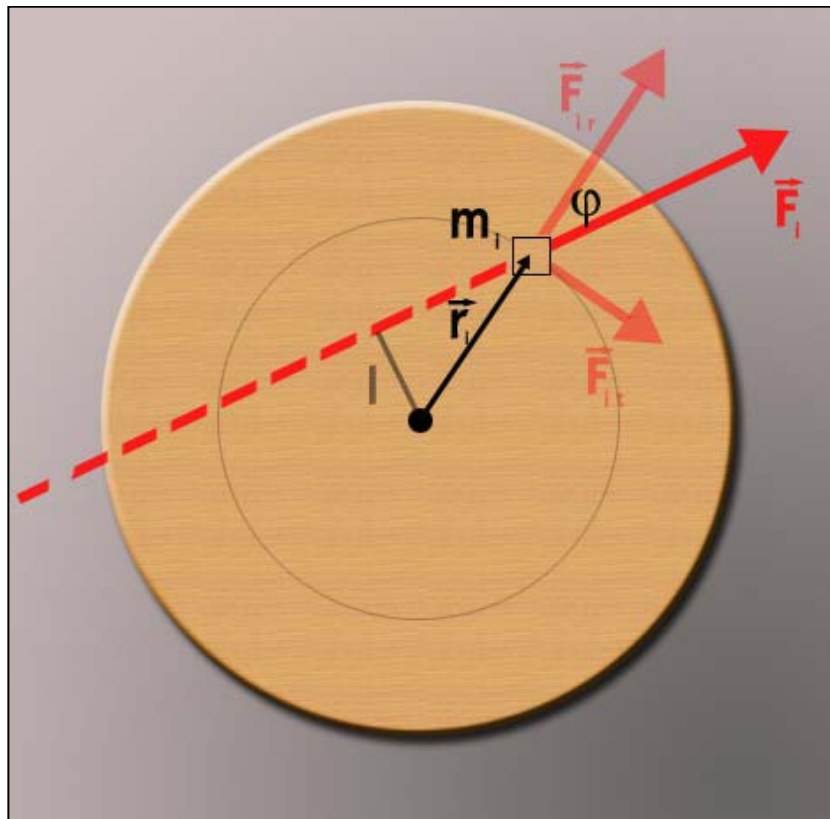
Innerhalb eines Körpers existiert nun aber nach dem dritten Newton'schen Gesetz zu jeder internen Kraft auf ein Teilchen eine gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Kraft, die auf ein anderes Teilchen wirkt. Die internen Kräfte treten also stets als gleich große, entgegengesetzte Paare auf. Summiert man sie nun über alle Teilchen im System, heben sich die internen Kräfte gegenseitig auf. Übrig bleiben nur noch die äußeren Kräfte:

$$\vec{F}_{\text{ges}} = m_{\text{ges}} \vec{a}_{\text{ges}} = \sum_i \vec{F}_{i,\text{ext}} = \vec{F}_{\text{ext}} \quad (18)$$

³ Der vollständige Titel von Newtons Hauptwerk hieß „*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*“ und ist 1687 veröffentlicht worden.

Eine auf einen Körper wirkende resultierende äußere Kraft entspricht also betragsmäßig der Gesamtmasse des Systems mal der Beschleunigung des Massenmittelpunktes. Dies ist eine Legitimation für die Verwendung des Modells des Massenmittelpunktes.

Auf die Schwierigkeiten der Bestimmung von Schwerpunkten von



komplexen Gebilden wie dem menschlichen Körper wird näher unter dem Kapitel 4.2 eingegangen.

Betrachten wir nun unter Anwendung der Erkenntnisse der Newtonschen Gesetze, was passiert, wenn eine Kraft auf eine im Mittelpunkt reibungsfrei gelagerte Scheibe wirkt. Greifen die Kräfte so an, dass ihre Wirkungslinien durch den Mittelpunkt der Scheibe gehen, bewirken sie keine Drehung und, wenn die Lagerung die Kräfte aushält, auch keine Translation. Alle anders angreifenden Kräfte bewirken jedoch, wenn sie sich nicht kompensieren, eine Drehbewegung der Scheibe. Der senkrechte Abstand zwischen Drehachse und Wirkungslinie einer Kraft wird Hebelarm l genannt. Das Produkt aus Kraft und Hebelarm bezeichnet man mit Drehmoment M . Abbildung 3 zeigt ein auf eine Teilmasse m_i wirkendes Drehmoment \vec{M}_i , welches sich aus der Kraft \vec{F}_i und dem Hebelarm $l = r_i \sin \varphi$ zusammensetzt.

$$\vec{M}_i = \vec{F}_i l = \vec{F}_i r_i \sin \varphi \quad (19)$$

Die Kraft \vec{F}_i kann man in zwei Komponenten zerlegen: Eine tangentielle Komponente $\vec{F}_{it} = \vec{F}_i \sin \varphi$ und eine radiale Komponente $\vec{F}_{ir} = \vec{F}_i \cos \varphi$ senkrecht dazu. Da der radiale Anteil keine Auswirkung auf die Drehung der Scheibe hat, kann das durch die Kraft \vec{F}_i erzeugte Drehmoment in der Form

$$\vec{M}_i = \vec{F}_{it} r_i \quad (20)$$

geschrieben werden.

Die tangentielle Beschleunigung des i-ten Teilchens ist nach dem zweiten Newton'schen Axiom:

$$\vec{F}_{it} = m_i \vec{a}_{it} \quad (21)$$

oder auch

$$\vec{F}_{it} = m_i r_i \vec{\alpha} \quad (22)$$

Multipliziert man beide Seiten mit r_i erhält man

$$r_i \vec{F}_{it} = m_i r_i^2 \vec{\alpha} = \vec{M}_i \quad (23)$$

Summiert man nun über alle Teilchen erhält man das resultierende Drehmoment auf das Objekt \vec{M} .

$$\sum_i \vec{M}_i = \sum_i m_i r_i^2 \vec{\alpha} = \vec{M} \quad (24)$$

Bei starren Körpern ist die Winkelbeschleunigung für alle Teilchen gleich und kann daher vor die Summe gezogen werden. Die Größe $\sum m_i r_i^2$ ist eine von der Drehachse abhängige Eigenschaft des Körpers und heißt Trägheitsmoment I .

$$I = \sum_i m_i r_i^2 \quad (25)$$

oder allgemein
$$I = \rho \int_V r_{\perp}^2 dV \quad (26)$$

Das Trägheitsmoment ist ein Maß für den Widerstand gegen die Drehbewegung eines Körpers. Es ist abhängig von der Massenverteilung des Drehkörpers relativ zu seiner Drehachse. Das Trägheitsmoment stellt somit für Rotationen eine Eigenschaft von Körpern dar, die analog bei Translationen mit der Masse beschrieben wird.

Die Gleichung

$$\vec{M} = I\vec{\alpha} \quad (27)$$

stellt somit das Analogon bei Kreisbewegungen für das zweite Newtonsche Gesetz dar.

2.2.4 Impuls und Drehimpuls

Newtons ursprüngliche Formulierung des zweiten Kraftgesetzes lautete

$$\vec{F}\Delta t = m\Delta\vec{v} \quad (28)$$

wobei er $m\Delta\vec{v}$ Bewegungsgröße nannte. Heute wird dieser Ausdruck zu Deutsch mit Impuls bezeichnet (latein: impellere, anstoßen, aber englisch: momentum) und mit dem Buchstaben p abgekürzt und ist eine vektorielle Größe. Der Impuls hat eine viel weitreichendere Bedeutung als die einer Abkürzung für das Produkt von Masse und Geschwindigkeit:

Kombiniert man das dritte mit dem zweiten Newtonschen Gesetz, kann man sich ein bedeutendes Naturgesetz herleiten, den Impulserhaltungssatz.

Aus dem dritten Newtonschen Gesetz $F_{12} = -F_{21}$ folgt für zwei Teilchen der Massen m_1 und m_2 bei zeitlich konstanten Massen

$$m_1\vec{a}_1 = -m_2\vec{a}_2 \quad (29)$$

oder

$$m_1\frac{d\vec{v}_1}{dt} = -m_2\frac{d\vec{v}_2}{dt} \quad (30)$$

Mit $\vec{p} = m\vec{v}$ ergibt sich

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = 0 \quad (31)$$

bzw.

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const.} \quad (32)$$

oder

$$\frac{\Delta\vec{p}_{\text{ges}}}{\Delta t} = 0 \quad (33)$$

bzw.

$$\vec{p}_{\text{ges}} = \text{const} \quad (34)$$

All diese Gleichungen beschreiben in verschiedenen Formen das Gesetz von der Impulserhaltung.

Betrachten wir nun ein Teilchen, das sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius r mit der Winkelgeschwindigkeit ω bewegt. Für solch ein Teilchen kann man einen Drehimpuls \vec{L} relativ zum Kreismittelpunkt definieren als das Vektorprodukt von dem Ortsvektor des Teilchens (relativ zum Kreismittelpunkt) und dem linearen Impuls \vec{p} .

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (35)$$

Da in diesem Fall der Winkel zwischen Ortsvektor und Impuls 90° ist kann man L auch mit

$$L = mvr = m(r\omega)r = mr^2\omega \quad (36)$$

ausdrücken.

Für eine Scheibe aus vielen Scheibenelementen (wie in 3.2.2) müssen wir solche Drehimpulse wieder über die gesamte Anzahl an Elementen aufsummieren. Für den Gesamtdrehimpuls erhält man folglich:

$$L_{\text{ges}} = \sum_i L_i = \sum_i m_i r_i^2 \omega = I\omega \quad (37)$$

Das zweite Newtonsche Gesetz kann somit analog zu Gl. 13 für Rotationen geschrieben werden:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} \quad (38)$$

Hierbei ist \vec{M} das äußere resultierende Drehmoment auf das System. Für starre Körper ist das Drehmoment konstant, man erhält

$$\vec{M} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\alpha} \quad (39)$$

Wenn keine äußeren Drehmomente auf ein System wirken, wenn das System also abgeschlossen ist, dann ist der Gesamtdrehimpuls des Systems zeitlich konstant. In Formeln ausgedrückt:

$$\vec{L} = \text{const.} \quad (40)$$

oder

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0. \quad (41)$$

Dies ist ein weiterer fundamentaler Erhaltungssatz der Physik, der Drehimpulserhaltungssatz [vgl. 10, S.206f; 34, S.242f]

2.3 Arbeit und Energie

Das Energiekonzept ist zu grundlegend und weitgreifend, als dass es hier in gebührendem Umfang abgehandelt werden könnte [1, 34, 36]. Das schulische Grundwissen über die Universalität des Energiekonzepts, den Energieerhaltungssatz und die Möglichkeiten der Umwandlung der Energie werden als bekannt vorausgesetzt. Weiterhin sollte bekannt sein, dass die kinetische Energie eines Körpers sich allgemein aus dem Zusammenhang

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad (42)$$

ergibt. Speziell für Rotationen erhält man:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (43)$$

Außerdem gilt für die potentielle Energie

$$E_{\text{pot}} = mgh \quad (44)$$

Wenn das System abgeschlossen ist, d.h. wenn nur konservative Kräfte wirken, dann bleibt die Summe der kinetischen und potentiellen Energien des Systems konstant:

$$E_{\text{ges}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{const.} \quad (45)$$

Die Energie ist eng mit dem Begriff der Arbeit verbunden. Energie ist die Fähigkeit eines Körpers, Arbeit zu verrichten. Genau so wie der Kraftbegriff wird die Arbeit in unserem alltäglichen Sprachgebrauch oft abweichend von der physikalischen Definition gebraucht. Für physikalische Kontexte wird der Begriff für das Produkt der Komponente der Kraft in Bewegungsrichtung und der Verschiebung des Angriffspunktes der Kraft verwendet:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cos \theta \Delta s \quad (46)$$

Wird Arbeit an einem System verrichtet, so ändert sich die Energie des Systems, gemäß

$$W = \Delta(E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}}) = \Delta E \quad (47)$$

Man nennt ein System, bei dem die Energie zeitunabhängig ist, auch konservatives System. Reale Bewegungen sind jedoch zeitabhängig. Durch Reibung wird realen Systemen immer ein gewisser Teil an Energie entzogen, und zwar in Form von Wärme. Systeme, bei denen die Gesamtenergie zeitlich abnimmt, werden dissipative Systeme genannt.

Exemplarisch wird die Energetik im Folgenden an einer typischen Schwingung veranschaulicht werden.

2.4 Das Fadenpendel

Schwingungen sind im Allgemeinen periodische Bewegungen von Massen. Also eine Bewegungsform, die sich im Laufe der Zeit ständig in gleicher Art wiederholt, wobei das schwingende System sich selbst überlassen bleibt. Wenn eine Masse unter dem Einfluss einer Kraft aus einer Gleichgewichtsposition ausgelenkt wird, welche sie aufgrund ihrer Wechselwirkung mit anderen Massen einnimmt, entsteht eine mechanische Schwingung. Die in dieser Arbeit thematisierten Schwingbewegungen weisen alle einen Zusammenhang zum Fadenpendel auf. Nehmen wir deshalb als Beispiel für eine Schwingung das mathematische⁴ Pendel. Für Versuche sollte der Pendelkörper also möglichst kugelförmig, klein und schwer im Vergleich zur Länge bzw. der Masse des Aufhängefadens sein. Zusätzlich sollte das Pendel der Einfachheit halber nur in einer Ebene schwingen, man spricht hier vom *ebenen* mathematischen Pendel. Entfernt man den Pendelkörper aus der Ruhelage entsteht eine rücktreibende Kraft, die versucht, die Pendelmasse in die Gleichgewichtslage zurück zu ziehen. Hört die Wirkung der auslenkenden Kraft auf, dann unterliegt die Masse allein der rücktreibenden Kraft. Diese beschleunigt den Pendelkörper und führt ihn in die Gleichgewichtsposition zurück. Bei nicht zu starker Reibung⁵ schwingt die Masse nun aufgrund ihrer Trägheit über die Gleichgewichtslage hinaus. Von hier

⁴ Die Bezeichnung mathematisch bedeutet hier die folgende Vereinfachung: Die Masse des Pendels soll in einem Punkt konzentriert gedacht werden, wohingegen der Aufhängefaden masselos gedacht wird [10, 34].

⁵ Ein Beispiel für starke Reibung wäre das Pendel im Honigglas.

wirkt die Kraft entgegen der Bewegungsrichtung. So wird der Pendelkörper von seiner maximalen Momentangeschwindigkeit in der Gleichgewichtslage durch die der Bewegungsrichtung entgegen wirkende Beschleunigung bis zum Stillstand verlangsamt. Bei vernachlässigter Reibung sollte die Pendelmasse dabei wieder die Ausgangshöhe erreichen. Von hier wird die Pendelmasse wieder zur Gleichgewichtslage zurück beschleunigt. So entsteht eine periodische Bewegung.

Die Abbildung 4 zeigt den Verlauf der Energien in Abhängigkeit von der Zeit. Bei der potentiellen und der kinetischen Energie ist ebenfalls ein periodisches Verhalten zu erkennen. Pro halber Schwingungsperiode ist erst, von der maximalen Auslenkung des Pendelkörpers aus betrachtet, die Umwandlung von potentieller (der grüne Graph in Abb. 4) in kinetische Energie (der blaue Graph in Abb. 4) zu erkennen. Von der Gleichgewichtslage aus wird dann die gesamte kinetische Energie wieder in potentielle umgewandelt. Von Reibung abgesehen sollte die Gesamtenergie des Systems konstant bleiben. (Die Steigung der in Abb. 4 dargestellten roten Trendlinie der Gesamtenergie ist annähernd Null).

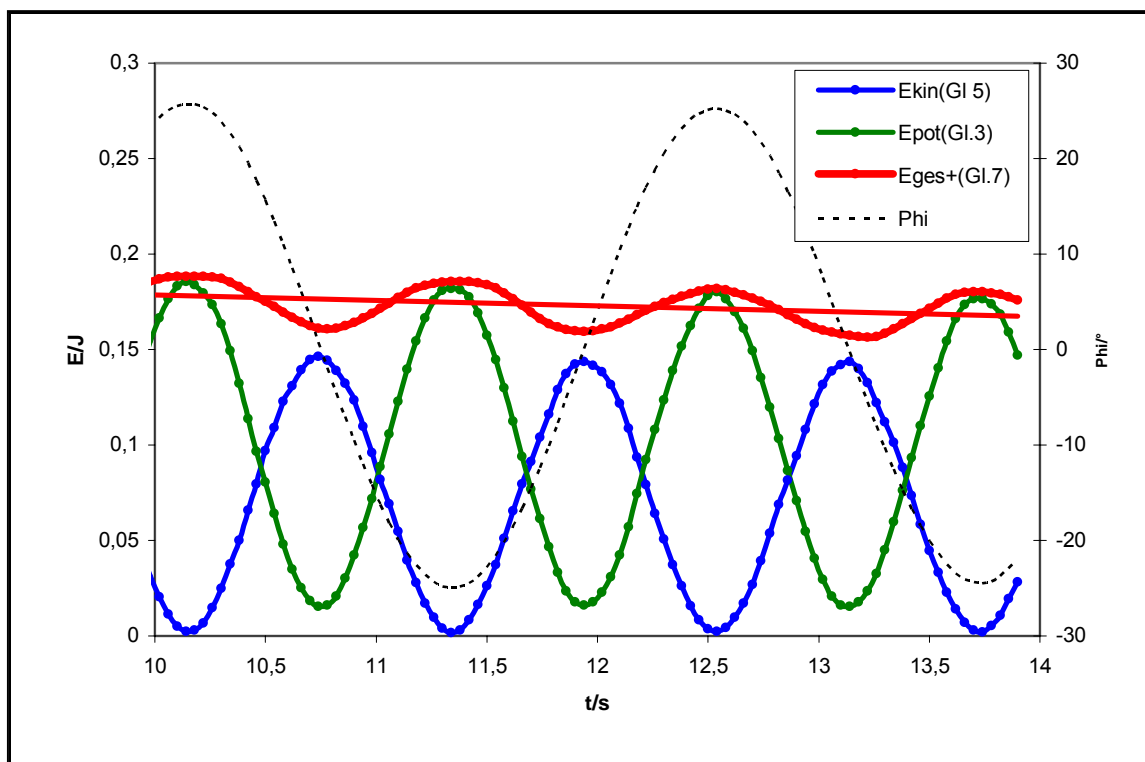


Abb. 4 Diagramm aus einer Messreihe zum Fadenpendel. Erkennbar ist die Umwandlung von potentieller in kinetische Energie und die Erhaltung der Gesamtenergie (die Gesamtenergie ist dabei nur näherungsweise erhalten; die Schwankungen der Gesamtenergie werden unter 4.4 näher diskutiert) (Fadenpendel.xls).

Dass die Energie näherungsweise konstant bleibt, kann man sich auch gut mit einem Phasenraum-Diagramm veranschaulichen. Der Phasenraum oder auch Zustandsraum ist der mathematische Raum, der von den zeitlich veränderlichen Variablen eines dynamischen Systems aufgespannt wird. Der Phasenraum bietet somit eine Möglichkeit, die zeitlichen Entwicklungen dynamischer Systeme graphisch zu analysieren. Die Gesamtenergie des Systems setzt sich zusammen aus potentieller und kinetischer Energie gemäß

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = E_{\text{ges}} = \text{const.} \quad (48)$$

bzw.
$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = E_{\text{ges}} \quad (49)$$

h ergibt sich aus reiner geometrischer Betrachtung (Abb.)

$$\cos \varphi = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{h}{l} \quad (50)$$

zu

$$h = l(1 - \cos \varphi) \quad (51)$$

Somit lautet die Energiebilanz

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos \varphi) \quad (52)$$

Mit Gleichung (11) kann man die kinetische Energie in Abhängigkeit von φ schreiben

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2}mr^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + mgl(1 - \cos \varphi) \quad (53)$$

wenn wir nur kleine Winkel zulassen, kann man den Kosinus über die Newtonsche-Reihen-Entwicklung mit dem Entwicklungspunkt $\varphi=0$ approximieren [13, S.153]:

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (54)$$

$$\cos \varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\varphi^4}{32} - \dots = \quad (55)$$

somit ergibt sich für die Energie

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{2}mr^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + mgl \left(\frac{\varphi^2}{2} + \dots \right) \quad (56)$$

Im Phasenraum wird ein Parameter zu der Ableitung dieses Parameters dargestellt. Trägt man $\dot{\varphi}$ zu φ auf, ergibt sich eine Ellipsengleichung

$$\frac{\dot{\varphi}^2}{2E_{\text{ges}}/m} + \frac{\varphi^2}{2E_{\text{ges}}/mgl} = 1 \quad . \quad (57)$$

Der Graph des harmonischen Oszillators wird im Phasenraum deshalb die Form einer Ellipse ergeben. Damit kann man bei dem hier analysierten Pendel gut überprüfen, ob das System konservativ ist oder nicht.

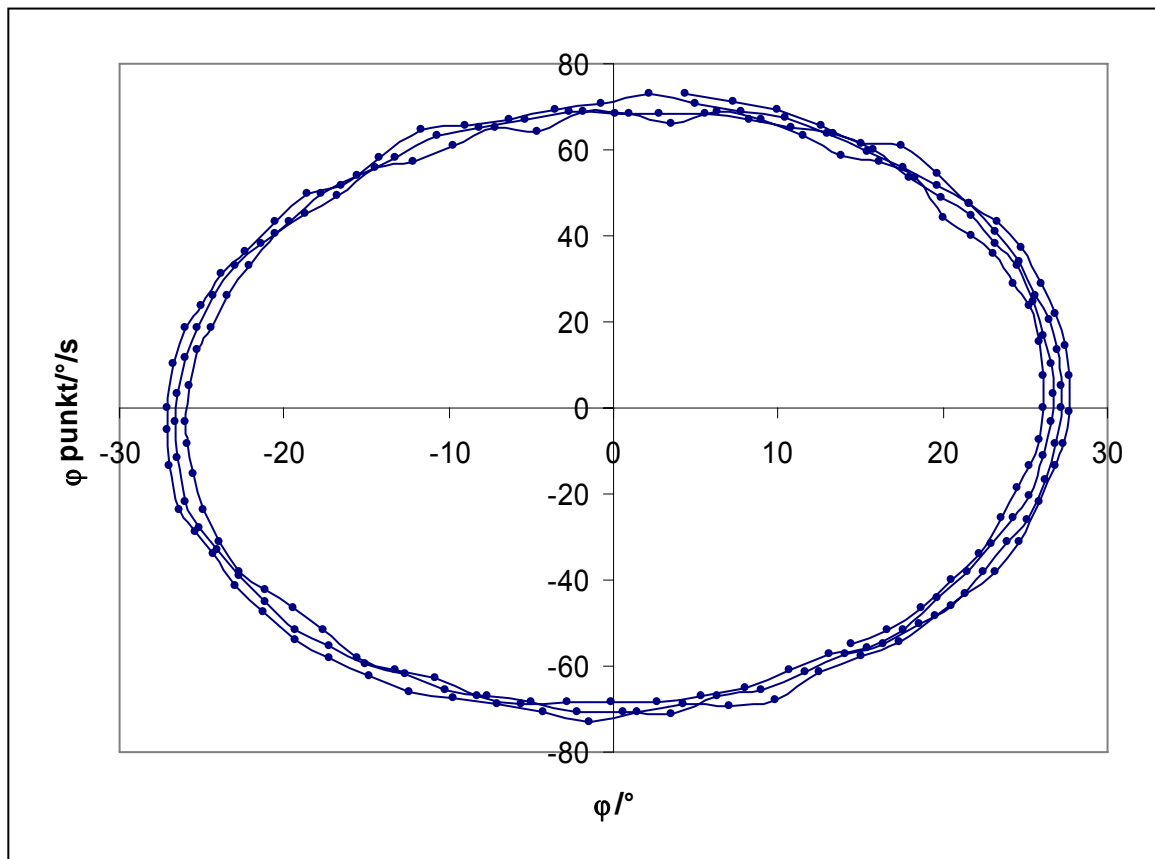


Abb. 5: Phasenraum-Diagramm des Pendels über 8s (Fadenpendel.xls).

Die Abbildung 5 zeigt das Phasenraum-Diagramm über etwas mehr als drei Schwingungen in einem Zeitraum von 8 Sekunden. Hier kann das Pendelsystem annähernd als konservatives System betrachtet werden.

Betrachtet man das System jedoch länger, kommen die Reibungseffekte deutlich zu Vorschein.

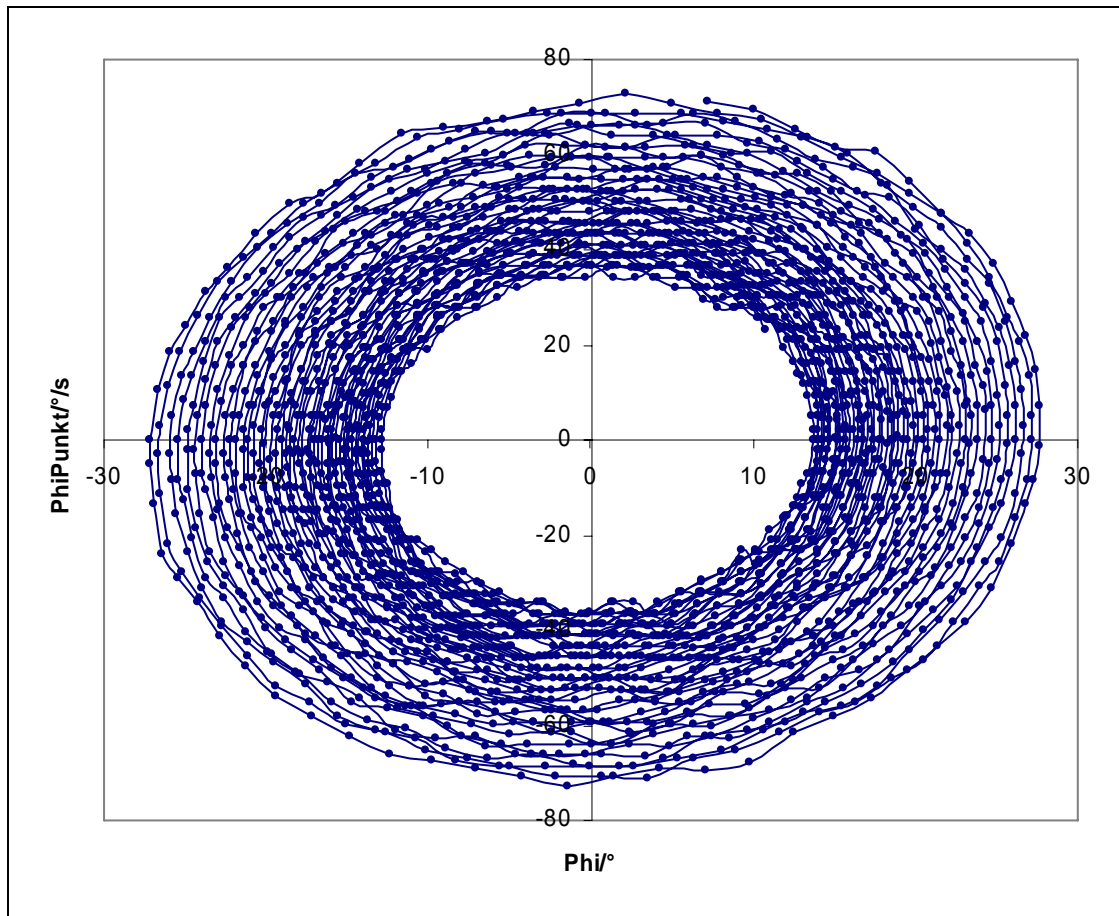


Abb. 6: Phasenraum-Diagramm des Pendels über einen Zeitraum von 114 Sekunden. Dabei schwingt das Pendel ca.48 mal aus (Fadenpendel.xls).

Genau genommen ist dieses Fadenpendel natürlich auch ein dissipatives System. Die Energie wird durch Luftreibung und Reibung am und im Faden für das Pendel entwertet.

Versuchen wir nun das ebene mathematische Pendel vorerst ohne Reibung mit Hilfe der Newtonschen Mechanik quantitativ zu erfassen⁶

⁶ Auf die Schwierigkeiten der Beschreibung eines Pendels mit Hilfe der Newtonschen Mechanik hat bereits Backhaus [2] hingewiesen.

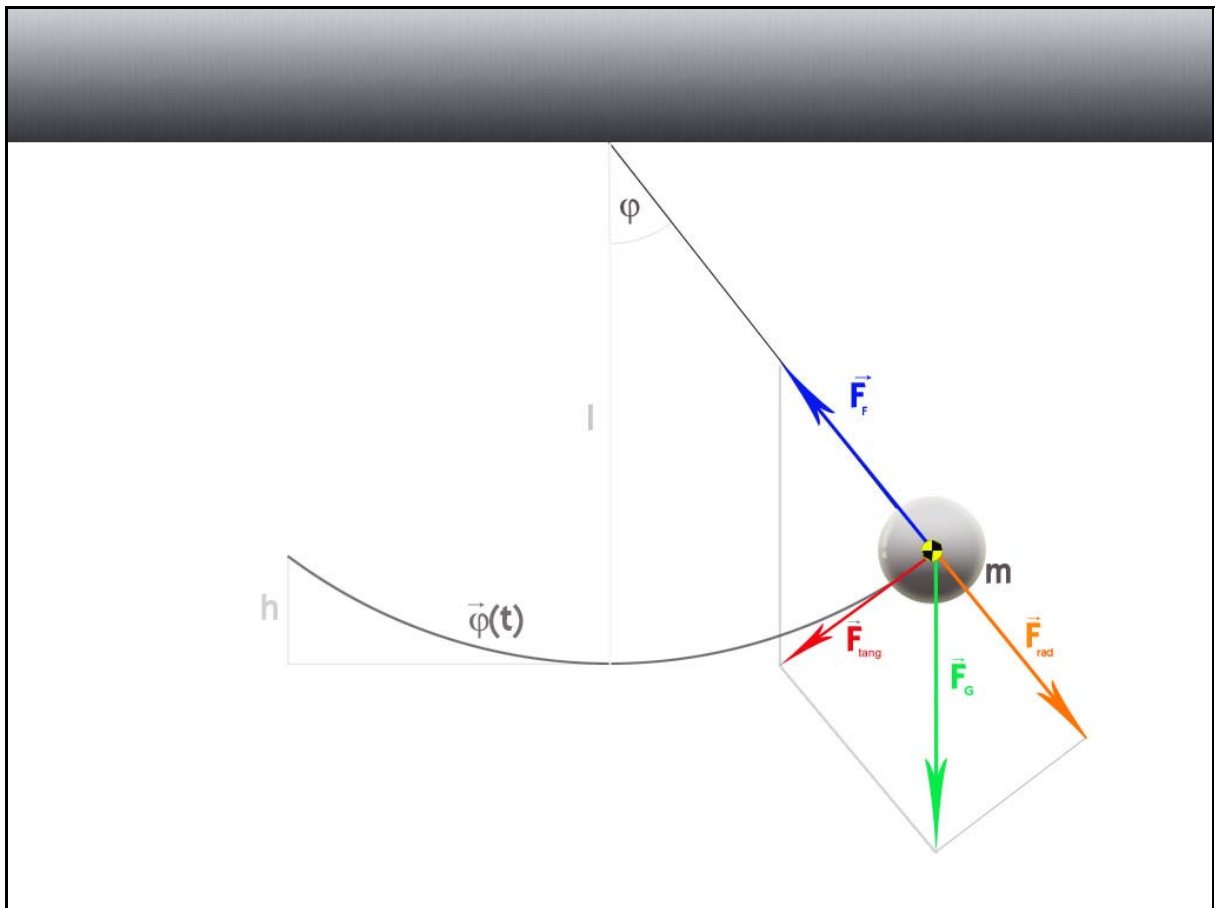


Abb. 7 Das Fadenpendel: Auf den Pendelkörper wirkende Kräfte im Umkehrpunkt.

\vec{F}_F = Zugkraft des Fadens (schematisch am SP angreifend dargestellt); \vec{F}_G = Gewichtskraft;
 abgeleitete Kräfte: \vec{F}_{tang} = Kraft in tangentialer Richtung; \vec{F}_{rad} = Kraft in radialer Richtung

Von außen greift am Pendel-System die Schwerkraft der Erde an, weshalb das System nicht als abgeschlossen betrachtet werden kann. Die Drehimpulserhaltung gilt deshalb nicht.

Die auf den Pendelkörper wirkende Kräftebilanz beim Fadenpendel lautet

$$\vec{F}_G + \vec{F}_F = \vec{F}_{\text{ges}} \quad (58)$$

Wobei sich die Fadenkraft \vec{F}_F aus der Zentripetalkraft \vec{Z} , die auf den Körper wirken muss, damit er sich auf der Kreisbahn bewegt, und der Gewichtskraft in radialer Richtung \vec{F}_{rad} zusammensetzt. Im Umkehrpunkt setzt sich die Zugkraft \vec{F}_F des Fadens lediglich aus der radialen Komponente der Gewichtskraft zusammen. Da die

Geschwindigkeit null ist, erhält man von der Zentripetalkraft keinen Beitrag⁷. Die auf die Kugel wirkenden Kräfte kann man in ihre radiale und tangentialen Komponenten untergliedern. Im Umkehrpunkt gilt gerade

$$F_G + F_F = F_{\text{ges}} = F_{\text{tang}} \quad (59)$$

Nach dem zweiten Newtonschen Gesetz erhält man,

$$ma = -mg \sin \varphi \quad (60)$$

Die Beschleunigung a lässt sich aus φ über

$$a = l\ddot{\varphi} \quad (61)$$

ausdrücken. Somit bekommt man die Kraftbilanz in Abhängigkeit von φ :

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \sin \varphi \quad (62)$$

Für kleine Auslenkwinkel gilt: $\sin \varphi \approx \varphi$.

Somit erhält man

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{g}{l}\varphi \quad (63)$$

Für kleine Winkel ist also die rücktreibende Winkelbeschleunigung der Auslenkung φ proportional. Diese Gleichung ist als Differentialgleichung (DGL) des harmonischen Oszillators bekannt.

Gl. 63 lässt sich auch in folgender Form schreiben:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\omega^2\varphi \quad (64)$$

wobei

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \quad (65)$$

ist. Die Lösung der Differentialgleichung erweist sich als recht einfach:

$$\varphi(t) = \varphi_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (66)$$

⁷ Die falsche Verallgemeinerung dieser Situation wie beispielsweise im Tipler [34] oder Gerthsen [36] zeugen von den Schwierigkeiten dieses scheinbar so leichten Phänomens.

Hierbei ist φ_0 die maximale Auslenkung der Pendelbewegung. Für den Fall kleiner Auslenkungen erhalten wir eine *harmonische* freie Schwingung, das heißt, dass die Ortskurve sinus- bzw. kosinusförmig verläuft. Die Periode der Schwingung ist

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (67)$$

Demnach nimmt die Schwingungsdauer mit der Pendellänge zu. Die Unabhängigkeit der Schwingungsdauer von der Amplitude der Schwingung ist ein weiteres charakteristisches Zeichen einer harmonischen Schwingung.

Reale schwingende Systeme sind, sofern dem nicht durch äußere Kräfte entgegengewirkt wird, immer dissipativ, das heißt dem System wird ständig durch Reibung Energie entzogen. Die Reibung entsteht größtenteils durch Luftwiderstand am Pendelkörper, aber auch durch innere Reibung im Faden. Sie erzeugt Wärme, die der Energie des Systems entnommen wird. Beim Fadenpendel erhält man speziell bei großen Pendelkörpern und hohen Geschwindigkeiten starke Dämpfungen, da in Luft die Reibung bei niedrigen Geschwindigkeiten von v (laminare Reibung), und bei höheren Geschwindigkeiten näherungsweise von v^2 abhängt (turbulente Reibung). In der Kräftebilanz muss dann ein Summand, der diese Reibung einbezieht, mit berücksichtigt werden. Da unter Einbeziehung der turbulenten Reibung nicht mehr geschlossen integriert werden kann, sei hier nur die laminare Reibung berücksichtigt [10, S.608].

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \sin \varphi + \gamma l \dot{\varphi} \quad (68)$$

Bei den Fadenpendel Aufnahmen, aus denen Abb. 4-7 entstanden, wurde versucht, das Pendel möglichst reibungsfrei zu lagern. Deshalb ist bei der Lösung einer solchen DGL nur der Fall schwacher Dämpfung zu betrachten. Die Amplitude der Schwingung nimmt dann mit einem bestimmten Prozentsatz pro Zeiteinheit ab. Mathematisch wird solch ein Zusammenhang mit Hilfe der Exponentialfunktion beschrieben. Bei gedämpften Schwingungen erhält man, wenn man die Amplitude zur Zeit aufträgt, eine Sinusschwingung einbeschrieben zwischen zwei e-Funktionen als Einhüllende, mit der positiven x-Achse als Asymptote. Die Lösung der linearen homogenen Differentialgleichung mit einer zur Geschwindigkeit proportionalen laminaren Reibung lässt sich so mit

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi) \quad (69)$$

beschreiben. Setzt man $\varphi(t)$ und davon abgeleitet $\dot{\varphi}(t)$ und $\ddot{\varphi}(t)$ in Gl. 68 ein erhält man

$$\varphi(t) = \varphi_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} \sin \left[\sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2} t + \beta \right] \quad (70)$$

Bei logarithmischer Auftragung der Amplituden zur Zeit sollte man eine Gerade mit der Steigung $-\gamma/2$ erhalten⁸.

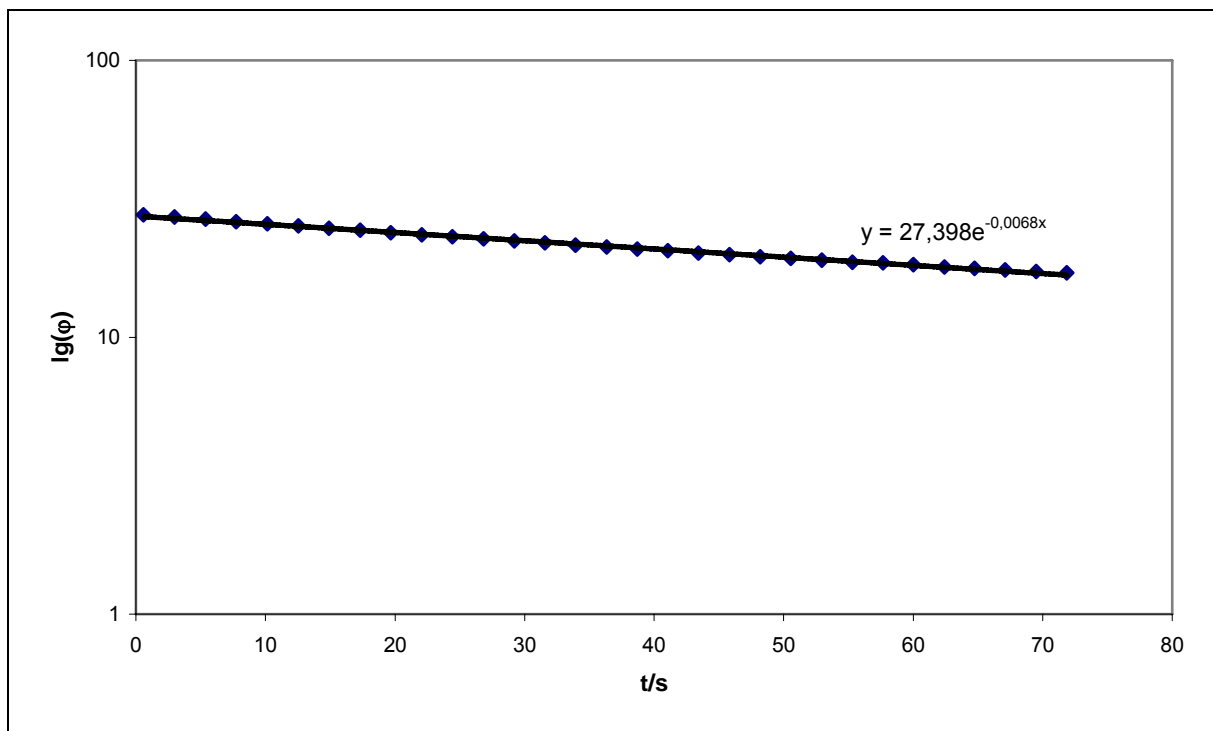


Abb. 8: Bei logarithmischer Auftragung der Amplituden φ_{\max} zur Zeit erhält man eine Gerade. Über die Steigung erhält man mit δ ein Maß für die Dämpfung (Fadenpendel.xls).

Für dieses Pendel ergibt sich $\gamma = 0,014 \frac{1}{s}$. Die Dämpfungskonstante γ ist charakteristisch für ein System.

Beim Fadenpendel lassen sich mit der Näherung für kleine Winkel also die Differentialgleichungen für den gedämpften und ungedämpften Fall analytisch berechnen. Analytisch integrierbare Funktionen sind häufig Sonderfälle, im allgemeinen Fall muss man numerische Verfahren heranziehen. Numerische

⁸ Obwohl die e-Funktion bei einfach-logarithmischer Auftragung als Gerade abgebildet wird, muss bei Excel die Trendlinie mit dem Regressionstyp „exponentiell“ erstellt werden. Die Trendlinien-Gleichung wird dann ebenfalls falsch als e-Funktion angegeben.

Verfahren erfordern meist einen immensen Rechenaufwand, der jedoch – dank des erreichten technischen Standards – von Computern gut bewerkstelligt werden kann. Wie ein Computer solche Differentialgleichungen löst, wird im Kapitel 4.1 genauer ausgeführt.

3 Messwerterfassung und -auswertung mit dem Computer

Um Erscheinungen in Natur, Umwelt, Technik und Experimenten aus physikalischer Sicht beobachten und Phänomene aus physikalischen Fragestellungen theorie- und modellgeleitet beschreiben und analysieren zu können, werden in der Physik wissenschaftlich verwertbare Messverfahren (im Hinblick auf Validität, Reliabilität, Objektivität) benötigt. Nach dem Überblick über die für diese Arbeit interessanten Verfahren wird im zweiten Abschnitt dieses Kapitels speziell auf die Videografie mit dem Computerprogramm Viana eingegangen.

3.1 Messverfahren

Wie bereits in der Einleitung erwähnt sind die hier behandelten Phänomene am ehesten der biomechanischen Forschung [vgl. 5, 15, 16, 31] zuzuschreiben, weshalb sich dieser Überblick über Messverfahren auch ausschließlich auf diesen Bereich konzentriert. Die vier wesentlichen Messverfahren zur quantitativen Beschreibung von Bewegungsabläufen in der Biomechanik sind:

- Die Kinemetrie,
- die Dynamometrie,
- die Anthropometrie und
- der Vollständigkeit halber sei außerdem noch die Elektromyographie (EMG) erwähnt. (Hier erhält man über das Messen von Muskelaktionspotentialen in den Nerverbahnen eine Aufzeichnung des elektrischen Aktivierungszustands des Muskels. Da kein EMG zur Verfügung stand und EMG-Aufnahmen primär Aufschluss über die Kräfteverhältnisse innerhalb des Körpers gibt, entzieht sich diese Messtechnik den Fragestellungen dieser Arbeit [5, S. 80])

Sämtliche Größen, die hier gemessen werden, lassen sich auf die drei mechanischen Grundgrößen Länge, Zeit und Masse zurückführen. So basiert die Kinemetrie auf der Messung von Längen und Zeiten. Alle weiteren Größen (Geschwindigkeit, Beschleunigung...) der Kinematik lassen sich hiervon ableiten (siehe 2.1.2). Die

Anthropometrie ist die Lehre von der Vermessung des menschlichen Körpers in anthropologischen Klassifizierungen und Vergleichen [35]. Sie basiert auf Längen- und Massenmessungen. Bei der Dynamometrie betrachtet man Längen, Zeiten und Massen, um Aussagen über die Kräfte, Impulse und Energien zu erhalten.

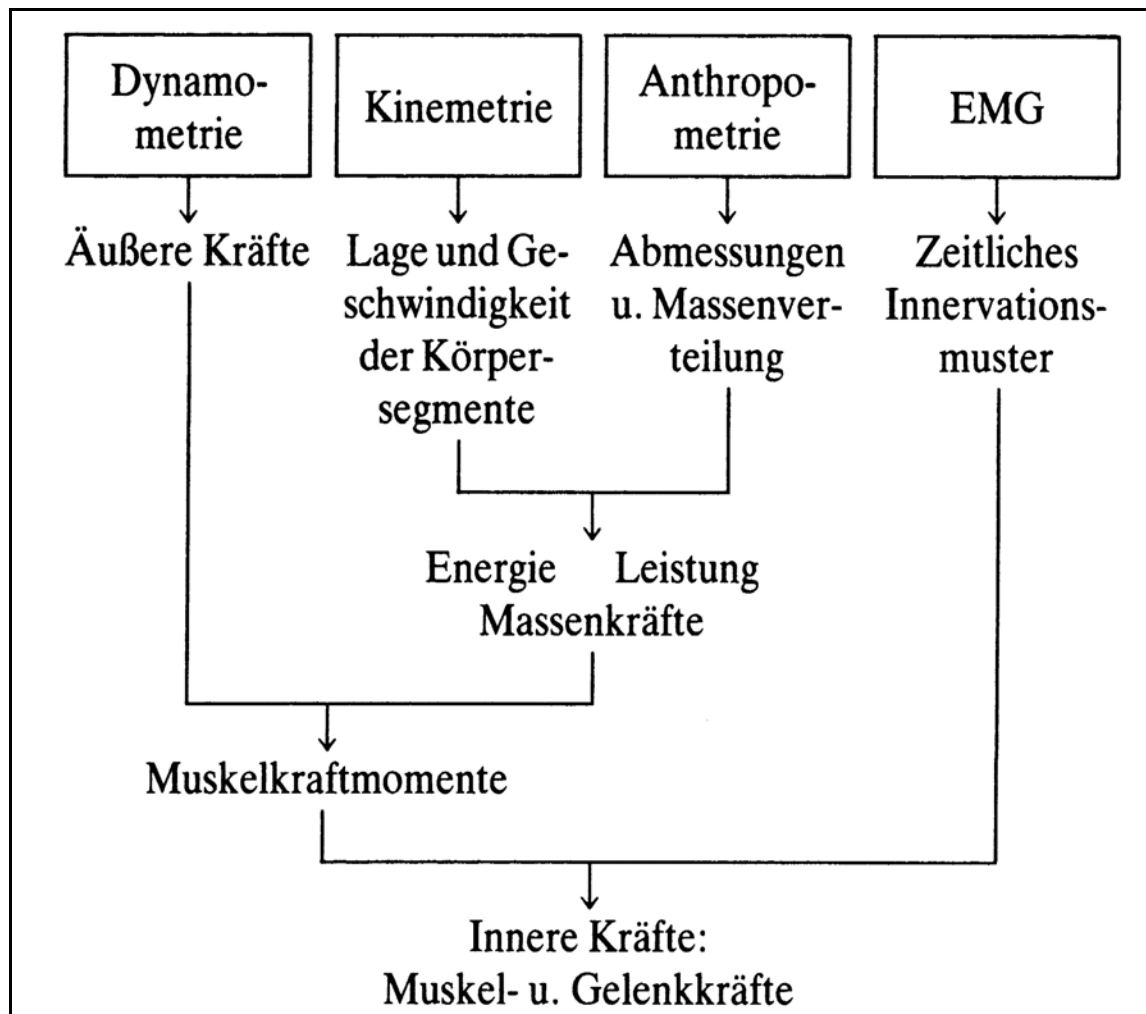


Abb. 9: Zusammenwirken der vier Säulen der biomechanischen Messtechnik [5, S.80]

In der Graphik (Abb. 9) sieht man anschaulich, dass aus dem Zusammenwirken von Anthropometrie und Kinemetrie ebenfalls auf Kräfte und Energien geschlossen werden kann.

Innerhalb dieser Verfahrensgruppen unterscheiden die Biomechaniker zusätzlich nach dem Messprinzip. Man unterscheidet zwischen elektronischen, mechanischen und optischen Verfahren.

Mechanische Verfahren sind häufig nur zur Messung statischer Größen geeignet. Ihr Vorteil liegt darin, dass sie einfach, robust und kostengünstig sind, wie beispielsweise der klassische Feder-Kraftmesser. Kraftmessplatten sind hingegen ein gutes Beispiel für ein viel genutztes elektronisches Messinstrument. Man erhält über das Messen einer Stromänderung, die sich den Piezo-elektrischen Effekt zu Nutze macht, eine Proportionalität zur Kraft, die auf die Platte wirkt [6]. Über den Computer visualisiert kann man dann sehr genaue Aussagen über den zeitlichen Verlauf dieser Kraft machen. Leider sind jedoch der Zeitaufwand zur Justierung und der Kostenpunkt bei Kraftmessplatten für den schulischen Gebrauch zu hoch. Auch andere interessante elektronische Verfahren, wie Beschleunigungssensoren mit Funkübertragung⁹ und dergleichen könnten in der Schule fruchtbar genutzt werden, sind aber wegen der hohen Anschaffungskosten für den normalen Schulbetrieb noch außerhalb der Möglichkeiten. Mechanische und elektronische Verfahren nennt man auch direkte Messverfahren, da sie unmittelbar Aufschluss über die Messgröße geben.

Optische Verfahren benutzen ausschließlich die Abbildung des Objekts auf Bildern. Die eigentliche Längenmessung wird am Bild vorgenommen. Ein grundlegender Vorteil von optischen Verfahren, wie beispielsweise der Videographie, ist die rückwirkungsfreie Registrierung von Bewegungen. Allgemein gilt, dass der Aufwand und besonders die Gerätekosten häufig überproportional mit zunehmender Genauigkeit und Komfort der Messung anwachsen. Dass dennoch komfortable Analysen mit recht geringen Materialkosten durchführbar sind, wird versucht mit den hier vorliegenden Bearbeitungen zu untermauern. Dabei ist die Wahl auf das Freeware-Programm Viana gefallen.

3.2 Videografie mit Viana

In diesem Kapitel werden vorerst der Nutzen des Videoanalyseprogramms Viana und die hiermit verbundenen Möglichkeiten auf Basis der heute noch gültigen Richtlinien für die Sekundarstufe II von 1999 angesprochen [30]. Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels sollen anschließend Hilfen zur sinnvollen Nutzung des Programms gegeben werden.

⁹ Als Ausblick soll hier auf das Projekt „Lab of Tomorrow“ (LOT) verwiesen werden. Ziel dieses Projekts ist es, vielfältigere Lernangebote zu gestalten und zu evaluieren. Hierbei wird versucht, Erkenntnisse der naturwissenschaftlichen Lehr-Lernforschung mit Innovationen aus Bereichen der Technik zu kombinieren [<http://www.laboftomorrow.org/>].

3.2.1 Nutzen von Viana

Die Digitalisierung von Daten hat sich längst in allen Bereichen der Informationsspeicherung – ob bei Musik, Bildern oder Videos – durchgesetzt. Die Möglichkeiten, diese Daten einzuholen und zu bearbeiten, sind in unserem Kulturkreis weitläufig gegeben (siehe Anhang I). Für den Physikunterricht bietet sich somit eine Chance, dieses Potential zu nutzen.

Eine Möglichkeit der Nutzung dieser günstigen Voraussetzungen stellen die Messwerterfassung und Auswertung von Bewegungen mit Hilfe von Videoanalyse dar. Der Kerngedanke bei Videoanalyseprogrammen ist stets derselbe. Nach der Zuordnung eines Pixelabstandes auf dem Bildschirm zu einer real gemessenen Strecke (*Kalibrierung*) werden bestimmte Punkte auf dem Bildschirm automatisch oder manuell zur Aufnahmefrequenz der Kamera zugeordnet (*Messwerterfassung*). Anschließend können die Messwerte in 2- oder 3-dimensionalen Ortskoordinaten zur erfassten Zeit ausgegeben werden. Aus diesen Werten können Differentiale (Geschwindigkeit, Beschleunigung,...) berechnet und in Diagrammen und/oder Tabellen dargestellt werden (*Auswertung*).

Allgemein ermöglichen Videoanalyseverfahren die Einbeziehung einer schier unbegrenzten Anzahl von realen Bewegungen, die im Vergleich zu den klassischen Phywe- und Leybold-Experimenten eine Endtrivialisierung des Physikunterrichts fördern.

Eine Implikation der Ziele des Physikunterrichts ist, bei Untersuchungen physikalischer Fragestellungen die Erfahrungen und Erkenntnisse der Schüler/Innen mit einzubeziehen. Dabei sollen „grundlegende Vorstellungen des naturwissenschaftlichen Weltbildes“ erarbeitet werden, „die nicht durch andere Formen des Weltzugangs entwickelt werden können“[33, S.5].

Die Videoanalyse¹⁰ eignet sich besonders gut, um den Sachbereich Mechanik zu thematisieren. Neben der Vermittlung von Kenntnissen physikalischer Phänomene wird für den Physikunterricht mindestens gleichrangig das Kennenlernen, Vertiefen und Weiterführen fachspezifischer Methoden und Arbeitsweisen gefordert. Die Zuhilfenahme von Viana kann hierbei in vielerlei Hinsicht im Unterricht genutzt

¹⁰ Unter der Vielzahl an Videoanalyseprogrammen (Simi-Motion, Videopoint, Galileo, David, Diva, Vimps und vielen mehr) bietet das von T. Kersting erstellte Programm VIANA eine benutzerfreundliche und kostenlose (Freeware!) Möglichkeit den Physikunterricht mit Hilfe von Videoanalyse-Experimenten zu bereichern.

werden. Insbesondere kann Viana helfen, folgende Fähigkeiten und Fertigkeiten mit den Schülern zu erarbeiten:

- Umfangreichere und anspruchsvollere Experimente planen, sorgfältig durchführen und auswerten
- Verschiedene Visualisierungsmöglichkeiten der Messwerte kennen, angemessen verwenden und bewerten
- Anhand der grafischen und rechnerischen Auswertung von Experimenten Zusammenhänge zwischen physikalischen Größen qualitativ und quantitativ darstellen
- Gesetze finden und sie unter zu Hilfenahme geeigneter Modelldarstellungen (Modellbildung) formulieren. [vgl. 30, S.14]

Ebenso wichtig, wie durch systematische fachliche Arbeit fachliche Kompetenzen zu entwickeln, ist es, durch fachübergreifendes und fächerverbindendes Lernen eine mehrperspektivische Betrachtung der Wirklichkeit zu fördern. Hierbei können „übergreifende Einsichten, Fähigkeiten, Arbeitsmethoden und Lernstrategien entwickelt“ werden, welche „unterschiedliche fachliche Perspektiven für gemeinsame Klärungen und Problemlösungsstrategien verbinden und so zur Kenntnis der komplexen und interdependenten Probleme der Gegenwart beitragen“ [30, S.XVIII]. Zudem lernen Schüler/Innen besonders erfolgreich, wenn Zusammenhänge zwischen Vorkenntnissen und Alltagserfahrungen hergestellt werden [30, S.8].

Den Rahmen für die Vermittlung der fachlichen Inhalte und Methoden in der gymnasialen Oberstufe sollen laut Richtlinien 1999 Kontexte bilden. Die in dieser Arbeit realisierten Experimente, die vom Anspruch her wohl am ehesten in der gymnasialen Oberstufe zu thematisieren sind, können dem Kontextvorschlag „Physik und Sport“ zugeordnet werden. Da Sport ohnehin unter den Freizeitbeschäftigungen von Jugendlichen in Deutschland sehr weit oben anzusiedeln ist, ist der Bezug zur Lebenswirklichkeit der Jugendlichen hier zumeist in einem motivational äußerst günstigen Licht gegeben.

Zu beachten ist, dass die leichte und schnelle Messwertauswertung bei den Schülern jedoch nicht dazu führen darf, „die verwendeten Auswertungsmethoden unhinterfragt und ohne die physikalische Richtigkeit“ hinzunehmen. So sollten Schüler jederzeit

Weg-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsdiagramme auch ohne Computerhilfe selbst erstellen können [30, S.26].

Um ein gutes Video für eine Videografie zu bekommen sollen zunächst videotechnische Grundlagen geklärt werden.

3.2.2 Nutzung von Viana

Allgemeine Informationen und Hilfe zur Bedienung von Viana werden unter der Internetseite <http://didaktik.physik.uni-essen.de/viana/hilfe/> bereitgestellt. Die folgenden Ausführungen sollen an dieser Stelle Grundkenntnisse über Videodateien geben, um einen bewussten Umgang mit solchen Dateien zu gewährleisten. Darauf aufbauend werden einige Punkte abgehandelt, die für das Erstellen brauchbarer Videos nützlich sind. Abschließend sollen einige Fehler diskutiert werden, die bei Videoanalysen auftreten.

3.2.2.1 Eigenschaften von Videodateien

Mit der digitalen Aufnahme einer Kamera wird in äquidistanten Zeitabständen ein digitales Bild gespeichert. Aus der Sinnesphysiologie weiß man, dass das Auge Sequenzen von mehr als 16 Bildern pro Sekunde als kontinuierlichen Ablauf interpretiert [43]. Bei handelsüblichen Kameras wird mit einer maximalen zeitlichen Auflösung von 25 Bildern pro Sekunde gearbeitet, jedoch auch hier – bei derselben Bildwechselfrequenz pro Vollbild wie bei jedem Fernseher – entsteht noch der Eindruck, dass das Bild flimmert. Um diesen Effekt zu verringern hat man das Zeilensprungverfahren (Interlace-Darstellung) entwickelt. Dabei macht man sich die Trägheit des menschlichen Auges zunutze. Jedes Vollbild wird hier in zwei Halbbilder zerlegt. Ein Halbbild stellt die geraden und das andere die ungeraden Zeilen des Vollbildes dar. Diese Halbbilder werden nun sukzessiv mit 50Hz – der Frequenz unseres Stromversorgungsnetzes – dargestellt (die Gesamtbildfrequenz bleibt aber immer noch 25 Hz). Bei den Standardeinstellungen der handelsüblichen Kameras wird in der Regel ebenfalls die Interlace-Darstellung genutzt, da Heimvideos meist auf dem Fernseher geschaut werden. Standardmonitore arbeiten hingegen mit viel höheren Bildwiederholfrequenzen im Non-Interlaced-Modus. Lediglich bei besseren Camcordern ist manchmal die Möglichkeit gegeben im Non-Interlaced-Modus aufzunehmen, was zu einer höheren Bit-Rate führt. Durch die europäische Fernsehnorm CCIR wurde zu der Bildwiederholungsfrequenz von 50 Hz eine

Auflösung von 833x625 Punkten festgelegt, obgleich beim Pal-System (=Phase Alternation Line) nur 768x576 Zeilen zum Bildaufbau beitragen. Der Rest kann für Videotext und andere Informationen genutzt werden [25, S.10f]. Die heutige Norm bei Aufnahmen mit digitalen Camcordern heißt **DigitalVideo** und liegt bei einer Auflösung von 720x576 Punkten.

Als interessanten Ausblick wird auf die Möglichkeiten verwiesen, die sich gerade im Zuge der Entwicklung neuer Standards in Video- und Fernsehindustrie ergeben. Hier soll die herkömmliche Pal Übertragung langsam von HDTV-Übertragungen (**H**igh **D**efinition **T**ele**V**ision) abgelöst oder zumindest ergänzt werden. Obgleich die Entwicklung in Europa etwas hinterher hinkt, werden entsprechende Camcorder in absehbarer Zeit wahrscheinlich auch auf dem deutschen Markt erschwinglich¹¹.

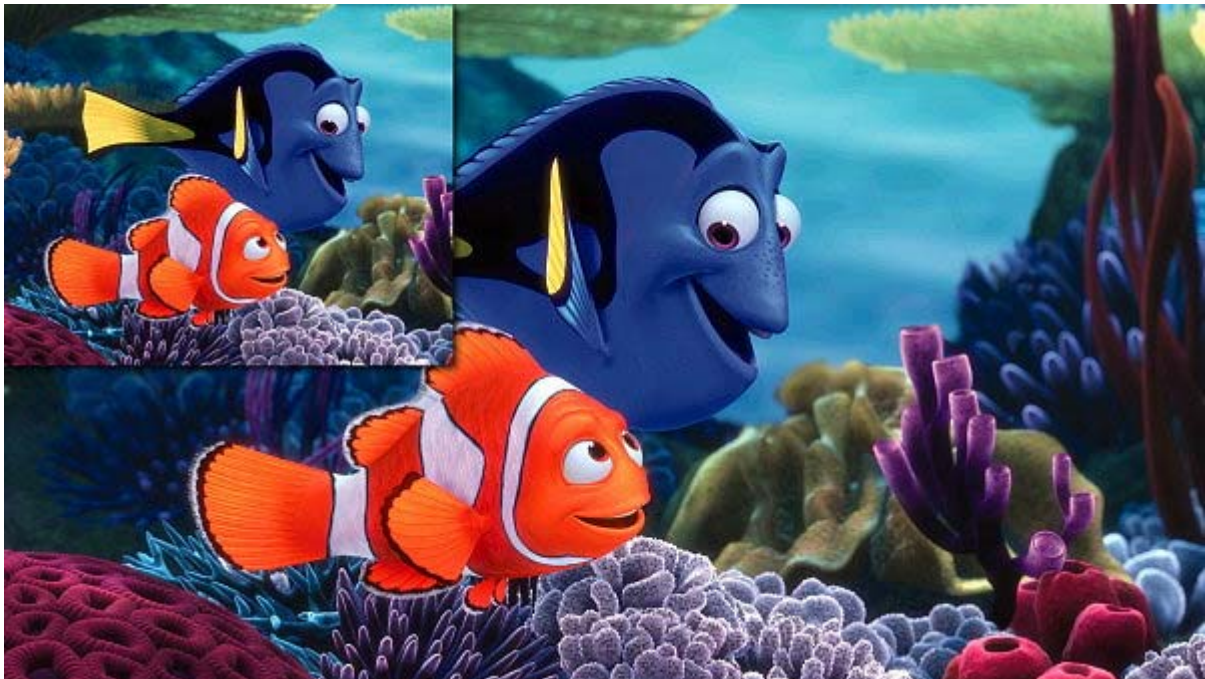


Abb. 10: Vergleich von HDTV und normaler PAL-TV Auflösung [33]

Der neue HDTV-Standard ermöglicht Aufnahmen auf DV-Bändern in HDTV-Auflösung mit bis zu 1440 x 1080 Pixeln. Im Vergleich zum Pal Standard bedeutet das mehr als die vierfache Auflösung.

Die Hardware Mindestanforderungen zum Einlesen von DV-Aufnahmen sind gemessen am heutigen Standard äußerst gering. Für die Digitalisierung benötigt man jedoch spezielle Software. Software zum Einlesen und Bearbeiten von Videos wird häufig mit Camcordern mitgeliefert, ansonsten kann man auf eine Vielzahl an

¹¹ Der Tiefstpreis von neuwertigen Camcordern liegt aktuell bei 1900€.

Programmen aus dem Internet zugreifen. Für schulische Zwecke sollte das Programm jedoch lizenzfrei sein, hierfür kann das auf der Homepage von T. Kersting frei herunterladbare Programm MovieXone genutzt werden. Eine kurze Bedienungsanleitung findet man im Anhang.

3.2.2.2 Das Erstellen von Videos

Grundlegend empfiehlt es sich für jeden Experimentierenden (ob Lehrer oder Schüler) bei allen Videoanalysen eine Liste von Punkten, die beim Erstellen von Videofiles wichtig sind, zu erstellen und entlang dieser zu arbeiten (siehe Anhang). Hierfür werden vorerst einige wichtige grundlegende Faktoren für ein gut zu analysierendes Video ausgeführt.

➤ **Markierung des untersuchten Objekts**

Aus Zeit und Arbeit sparenden Gründen sollten die Videos immer darauf ausgelegt sein, dass sie automatisch analysiert werden können. Gerade in der Schule ist die Zeit für langwierige manuelle Auswertungen zu kostbar. Hierfür ist eine klar von der Umgebung abgegrenzte farbige Markierung bzw. ein deutlich erkennbares farbiges Objekt notwendig. Welche Farbe der Markierung optimal ist, entscheidet sich somit häufig in Abhängigkeit vom Hintergrund. Wenn Objekte bemalt werden, sollte matte Farbe benutzt werden, da bei glänzenden Farben der Farbbereich durch Reflektionen (Glanzlichter) weit auseinander laufen kann. Außerdem ist auf reflektierende Materialien in der Umgebung der zu untersuchenden Objekte zu achten; hier können unerwünschte Spiegelungen auftreten. Bei den hier dargelegten Videos wurde fast immer mit Signalklebeband gearbeitet. Bei der Digitalisierung der Markierungen kommt es jedoch „immer zu relativ unvorhersehbaren Mischfarben“ in den Randbereichen (25, S.30). Daher ist darauf zu achten, dass die Markierung nicht zu klein gewählt wird.

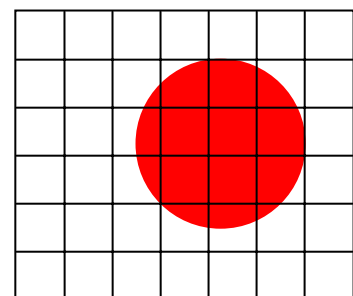


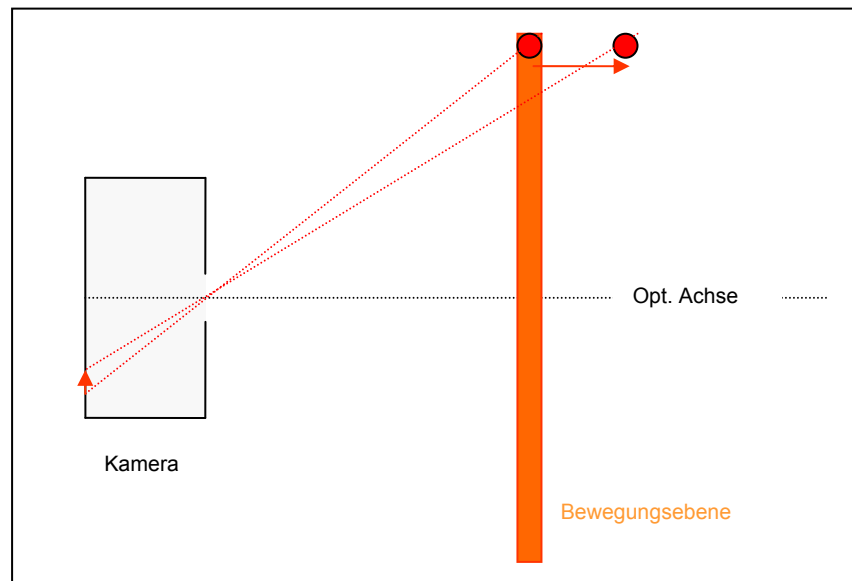
Abb. 11: Digitalisierung bzw. Quantisierung von Bildern.

➤ **Versuchsaufbau**

Grundlegend für die Analysen mit der aktuellen Version von Viana (und anderen entsprechenden 2-D Videoanalyseprogrammen) ist, dass sich die zu untersuchende Bewegung in einer Ebene abzuspielen hat. Alle Bewegungen aus dieser Ebene

heraus würden (sofern dies nicht nur genau auf der optischen Achse passiert) eine scheinbare Positionsänderung bei der Erfassung bewirken.

Abb. 12: Abbildung
Die Bewegung eines Körpers aus der Bewegungsebene heraus bewirkt eine scheinbare Positionsänderung.



Wichtig für den Versuchsaufbau ist somit die Justierung der Bildebene der Kamera parallel zur Ebene, in der sich die Bewegung abspielt. Alle Transformationen (Neigungen immer und meistens auch Drehungen, da häufig über die Gravitationskraft die vertikale festgelegt wird) dieser Ebenen zueinander hätten Abbildungsfehler zur Folge, welche im schlimmsten Fall die Unbrauchbarkeit der erfassten Werte (zumindest quantitativ) nach sich ziehen würden. Aus diesem Grund und aufgrund gewaltiger Fehler bei Verwacklungen ist die Verwendung eines Stativs unabdingbar. Um die Kamera zu justieren, sind (im Idealfall optimal) horizontale oder vertikale, gerade Strecken auf den Videos eine dankbare Hilfe. Diese kann man anzoomen und mit dem Bildrand der Kamera in Deckung bringen. Sind solche Hilfen nicht gegeben (wie beim Schaukel Versuch), kann die Justierung mit Hilfe einer Wasserwaage und einem Handwerkerlot vollzogen werden. Um die volle Auflösung der Videos nutzen zu können, ist außerdem darauf zu achten, dass die Bewegung sich über den gesamten Bildschirm erstreckt.

➤ Kalibrierung

Damit die erfassten Pixel im korrekten Maßstab abgebildet werden, benötigt man einen Eichfaktor. Dazu kann man ein gut sichtbares Objekt mit bekannten Abmessungen (Lineal, Stange...) nutzen, welches sich in der Bewegungsebene befindet. Befindet sich dieser Maßstab nicht in der Bewegungsebene, ist der Fehler mit zu berücksichtigen.

➤ Beleuchtung

Ein weiterer wichtiger Punkt ist die ausreichende Beleuchtung des Untersuchungsobjekts. Um ein gut erkennbares Objekt zu erhalten sollte immer möglichst viel Licht auf dieses fallen. Doch nicht nur der Kontrast, sondern auch die Farbsättigung ist direkt proportional zur Lichtintensität [25, S.37ff]. Dabei sollte diese möglichst im gesamten untersuchten Bereich konstant bleiben. Hierbei ist Tageslicht häufig sehr praktisch. Idealerweise sollte die Lichtquelle frontal auf das Objekt strahlen, dabei ist ganz besonders Gegenlicht zu vermeiden. Bewegungen bei hartem Licht sind ebenfalls ungünstig, ganz besonders wenn das Objekt zeitweilig im Schatten verschwindet. Bei nicht zu heftigen Kontrasten kann man jedoch selbst solche Aufnahmen dank der gezielten Zweitsuche (und einer erhöhten Zweittoleranz) mit Viana nutzen. In Laborsituationen, wie bei der Analyse vom Fadenpendel, wurde die Bewegungsebene gemäß Abb. 13 mit einem Baustrahler gleichmäßig ausgeleuchtet. Dabei stand die Lichtquelle leicht nach oben gekippt unterhalb des Bildausschnitts der Kamera.

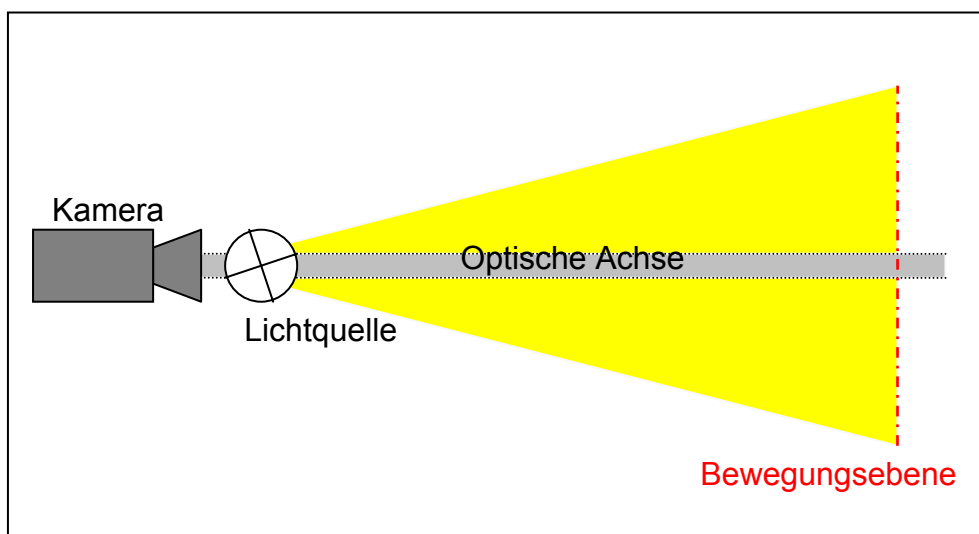


Abb. 13:
Beleuchtung in
Laborversuchen.

➤ Kameraeinstellungen

Je nach Beleuchtung unterscheidet sich die Wahl der *Blende* und der *Verschlusszeiten*. Da die Tiefenschärfe, die direkt mit der Wahl der Blende zusammenhängt, bei korrekter Fokussierung der Bewegungsebene für Videoanalysen zweitrangig ist, sollte man achtsamer mit der Wahl der Verschlusszeiten umgehen. Je nach Geschwindigkeit des Objekts ist bei den Einzelbildern der Sequenzen darauf zu achten, dass keine zu großen Bewegungsunschärfen auftreten.

Da sich die zu analysierenden Bewegungen häufig über den gesamten Bildbereich erstrecken und der *Fokus* nur in einem bestimmten Bereich scharf stellt, kann es bei der Standardeinstellung der Kamera, wenn das untersuchte Objekt in die Randbereiche gelangt, schnell zur Nachjustierung des Fokus und demzufolge zu einer Unschärfe des Objekts kommen. Dem kann man mit dem Abschalten des Autofokus nach Fokussierung der Bewegungsebene entgegen.

Verschiedenen Belichtungen kann man unterschiedliche Farbtemperaturen zuordnen. So hat das Licht der Abenddämmerung eine niedrigere Farbtemperatur mit einem hohen Rotanteil (ebenso wie das Licht einer Glühlampe), wohingegen das Licht der Mittagssonne einen hohen Blauanteil aufweist. Dem entsprechend kann sich die Farbe des lichtreflektierenden Objekts ändern. Heutzutage besitzen Kameras einen *automatischen Weissabgleich*, damit beispielsweise ein weißes Blatt Papier weiß abgebildet wird. Um zu verhindern, dass die Kamera während einer Analysesequenz wegen dieses Abgleichs die Farben verändert, sollte dieser besser ausgeschaltet werden.

Gerade bei extremen Weitwinkel- oder Zoom-Einstellungen kommt es zu mehr oder weniger stark ausgeprägten Abbildungsfehlern. Je nach *Objektiveinstellung* kommt es in bestimmten Bereichen zu dem Phänomen der Verzeichnung, das durch sphärische Aberration und Koma hervorgerufen wird [14]. Hier werden zwei verschiedene Typen unterschieden, die kissenförmige und die tonnenförmige Verzeichnung, die in Abbildung 14 dargestellt sind. Am kurzen Ende (28mm) findet man stark tonnenförmig und am langen Ende stark kissenförmig Verzeichnungen. In der Mitte kann die Verzeichnung dann auch noch wellenförmig aussehen.

Wenn die verwendete Kamera im *Non-Interlaced-Modus* Aufnahmen machen kann, kann Viana ebenso sehr gut genutzt werden, um simultan zum Versuch die Aufnahmen auf einen Rechner zu überspielen. Daraufhin können diese sofort von Viana ausgewertet werden. Des Weiteren ermöglichen non-interlaced Aufnahmen höhere Auflösungen in der Analyse mit Viana, da normale interlaced Aufnahmen für die Analysen auf Vollbilder mit der halben Auflösung komprimiert werden müssen. Andernfalls muss die **Digitale Videoaufnahme** nachträglich bearbeitet werden. Bei den hier beiliegenden Aufnahmen handelt es sich ausschließlich um non-interlaced DVs.

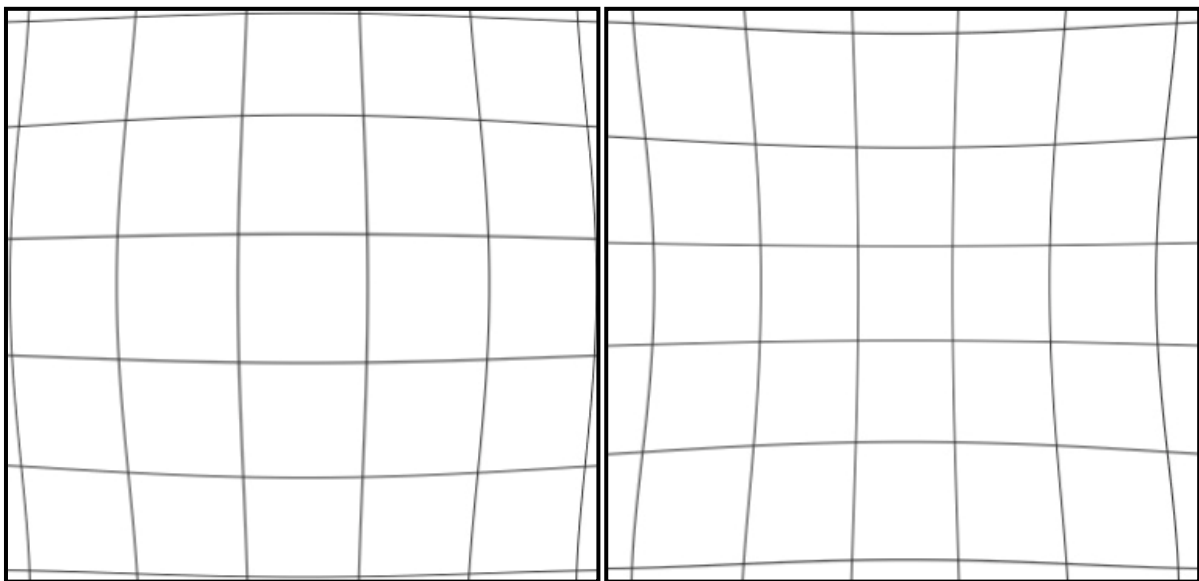


Abb. 14: Typische Linsen-Abbildungsfehler visualisiert durch die Abbildung eines Rasters: Tonnenförmige Verzerrung (links) und kissenförmige Verzerrung (rechts).

3.2.2.3 Diskussion der Fehler bei Videoanalysen

Jeder Messung einer physikalischen Größe haftet ein Fehler an [28, 34], daher gehört zu jeder ordentlichen Messung in der Regel eine Diskussion der Fehler. Exemplarisch sollen nun die Messfehler der Videoanalyse des Fadenpendels überprüft werden. Grundlegend muss man sich bei der Fehlerrechnung überlegen, in welchem Bereich der absolute Fehler liegt. Prinzipiell ist als Vergleich hierfür eine Messung mit einem Lineal vorstellbar, bei dem die Skala in mm-Abschnitte unterteilt ist. Nutzt man dieses Lineal zur Ortsbestimmung eines Punktes, dann liegt die Messgenauigkeit bei maximal 1mm. Als minimaler Fehler sind die Messungen somit ebenfalls mit einem Fehler von einem Millimeter behaftet. Der absolute Fehler bei Videoanalysen ist in der Ortsmessung durch die Auflösung der Aufnahme bestimmt.

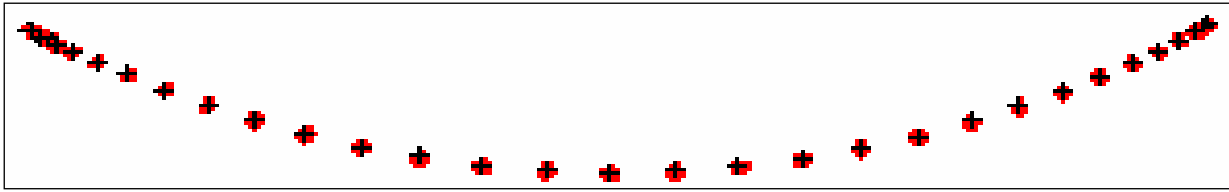


Abb. 15: Automatisch erfasste Pixel einer halben Fadenpendelschwingung mit Viana (Fadenpendel.avi).

Maximal ist eine Genauigkeit von einem Pixel möglich. Der tatsächliche Fehler in der Genauigkeit der Bestimmung der Schwerpunkte ist in der Regel wesentlich größer und muss geschätzt werden. Bei manuellen Analysen gibt er die Abweichung des geschätzten Schwerpunkts vom realen Punkt an.

Beim Pendel konnten die Aufnahmen leicht automatisch analysiert werden. Da eine idealisierte Laborsituation vorlag, konnte das Rot der Kugel sehr gut erfasst werden (siehe Abb. 15). In der vergrößerten Abbildung ist zu erkennen, dass der Schwerpunkt ziemlich gut mit dem erfassten Punkt von Viana übereinstimmt. Daher nehmen wir bei dieser Analyse für die Ortsmessung ebenfalls einen Fehler von einem Pixel an.

$$x = x_{\text{gemessen}} \pm \Delta x \quad (71)$$

$$x = x_{\text{gemessen}} \pm 1\text{Pixel}$$

Der absolute Fehler kann nun mit dem Eichmaßstab in Meter umgewandelt werden. Bei der automatischen Analyse des Fadenpendels entsprachen $186\text{Pixel} = 0,8\text{m}$, das bedeutet der absolute Fehler liegt im Bereich von $4,3\text{mm}$.

Berechnet man hieraus eine Verschiebung bei Viana, muss berücksichtigt, dass der Fehler sich aufaddiert.

$$s = x_2 - x_1 = (x_{2\text{gem}} - x_{1\text{gem}}) \pm 2\text{Pixel} \quad (72)$$

Im Falle des Fadenpendel-Videos erhält man $8,6\text{mm}$. Interessant für Analysen ist vor allem der relative Fehler. Der relative Fehler ergibt sich aus dem Verhältnis aus absolutem Fehler und gemessener Strecke. Der Pendelkörper bewegte sich bei dem Video über die gesamte Bildfläche. Die Strecke, die der Pendelkörper in x-Richtung zurückgelegt hat, entspricht daher 360Pixel (bei automatischen Analysen werden die Gesamtbilder halbiert dargestellt und abgesucht). Der relative Fehler Δs_{rel} ergibt sich somit als:

$$\Delta s_{\text{rel.}} = \frac{\Delta s}{s_{\text{gem}}} = \frac{2\text{Pixel}}{360\text{Pixel}} = 0,6\% \quad (73)$$

Dieser minimale Fehler wäre natürlich nur unter optimalen Bedingungen möglich, wenn alle weiteren Fehler (zufällige und systematische Fehler (Verzerrungen...)) ausgeschlossen werden könnten. Leitet man nun aus den Strecken die Geschwindigkeiten ab, muss man den Differenzenquotienten berechnen. Hierbei muss der Fehler mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes berechnet werden:

$$\Delta v = \left| \frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \right| \Delta t \quad (74)$$

Da der Fehler in der Zeitmessung gegen den in der Ortsmessung vernachlässigt werden kann, erhält man bei Videos mit 25 Bildern pro Sekunde:

$$\Delta v = \left| \frac{1}{t_2 - t_1} \right| \Delta s = \pm \frac{2\text{Pixel}}{t_2 - t_1} \Rightarrow \pm 50 \frac{\text{Pixel}}{\text{s}} \approx \pm 0,22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (75)$$

Da die Zeitintervalle bei Videoanalysen in der Regel immer recht klein sind, erhält man häufig relativ ungenaue Geschwindigkeitsdiagramme. Für die Beschleunigungen wird der Fehler noch größer:

$$\Delta a = \left| \frac{1}{(t_2 - t_1)} \right| \Delta v = \pm \frac{50\text{Pixel}}{(t_2 - t_1)} \Rightarrow \pm 1250 \frac{\text{Pixel}}{\text{s}^2} \approx \pm 5,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (76)$$

Man sieht sehr eindrucksvoll, wie stark der Fehler vom gewählten Zeitintervall abhängt. Eine Vergrößerung der Zeitintervalle würde die Analysen jedoch um viele Informationen beschneiden. Man könnte somit zwar eine glattere Kurve erzeugen, diese würde jedoch lediglich eine äußerst ungenaue Durchschnittsgeschwindigkeit wiedergeben. Da diese dementsprechend stärker von der Momentangeschwindigkeit entfernt liegen kann, hätte man bei realen Bewegungen (bei denen die Geschwindigkeit nicht gerade konstant oder gleichmäßig beschleunigt ist) nichts gewonnen. Trägt man die Verschiebungen, die Geschwindigkeiten und die Beschleunigungen während einer halben Pendelschwingung über die Zeit auf, erkennt man bei höheren Ableitungen auch immer deutlichere Sprünge. In Abbildung 16 sind diese Größen zeitlich aufgelöst in einem Maßstab wiedergegeben, d.h. x , v_x und a_x wurden alle betragsmäßig an der y-Achse abgetragen.

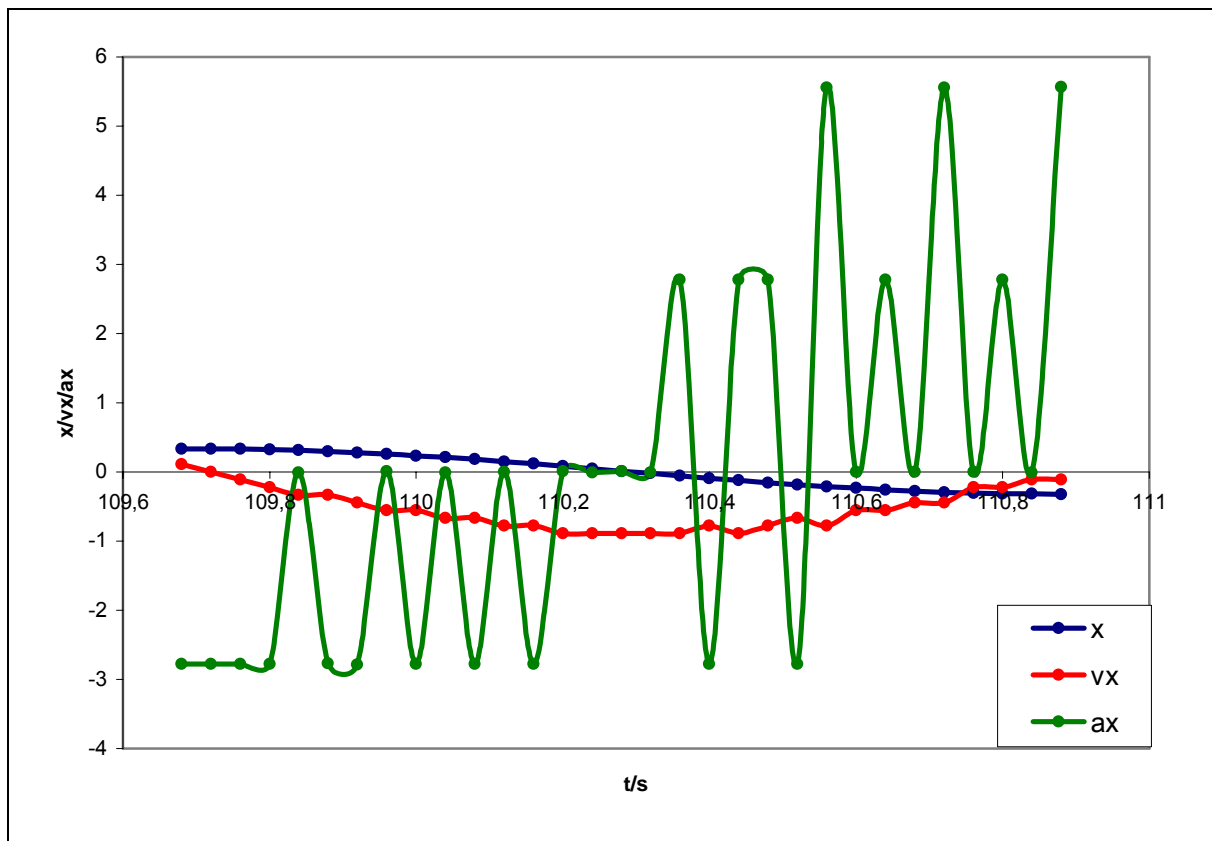


Abb. 16: Zeitlicher Verlauf der Verschiebung, der Geschwindigkeit und der Beschleunigung in x-Richtung während einer halben Schwingung des Fadenpendels von rechts nach links. Der Nullpunkt liegt dabei in der Gleichgewichtslage (Fadenpendel.xls).

Während die Sprünge in der Verschiebung des Schwerpunktes bei dieser Auflösung überhaupt nicht auffallen, springen die Beschleunigungswerte in großen Schritten (siehe Gl. 76) hin und her. Beschleunigungsdiagramme sind daher nur bedingt aussagekräftig. Bei manuellen Analysen kann eine doppelt so große Auflösung genutzt werden¹², wodurch sich die Sprungweite etwas verkleinern lässt.

Um dennoch Aussagen über abgeleitete Größen treffen zu können, gibt es bei Viana die Möglichkeit, Kurven zu glätten. Die von Viana eingesetzte Methode kann auch bei Excel für andere Größen verwendet werden.

Man spricht dabei von einem gewichteten Mittel. Gehen wir vorerst von der leichtesten Glättung aus, einer Glättung der Stärke 3. Hierbei wird der betroffene Wert doppelt gewichtet, der vorherige und der darauf folgende hingegen nur einfach.

¹² Dabei ist zu bemerken, dass die eigentliche Auflösung des Videos von Viana auf die Auflösung des Monitors vergrößert wird. Bei den hier vorliegenden Analysen wurden die AVI-Files (720x576 Pixel) in einer Auflösung von 1280x1024Pixeln auf dem Schirm abgebildet (Faktor 1 7/9).

Anschließend wird durch die Anzahl der beteiligten Werte dividiert bzw. der Durchschnittswert der beteiligten Werte gebildet.

	W	X	
3	29,231585		
4	22,4676	$= (2*W4+W3+W5)/4$	
5	35,9671225		28,7

Abb. 17:
Glättung der Stärke 3 mit Excel

Für eine Glättung von 5 wird der zentrale Wert dreifach gezählt, die Werte davor und danach jeweils doppelt, und deren zeitliche Nachbarn einfach. Hier muss durch neun geteilt werden.

	AC	AD	AE	AF
3	1524,93089			
4	1499,56322			
5	1487,01916	$= (3*AC5+2*AC4+2*AC6+AC3+AC7)/9$		
6	1445,22929			
7	1434,93198			

Abb. 18:
Glättung der Stärke 5 mit Excel

Für stärkere Glättungen (7,9...) multipliziert man den zentralen Wert jeweils mit einer um eins größeren Zahl und geht anschließend analog vor.

Nutzt man diese Hilfen für die Messwert-Reihe des Fadenpendels aus Abb. 18 erhält man folgendes Diagramm.

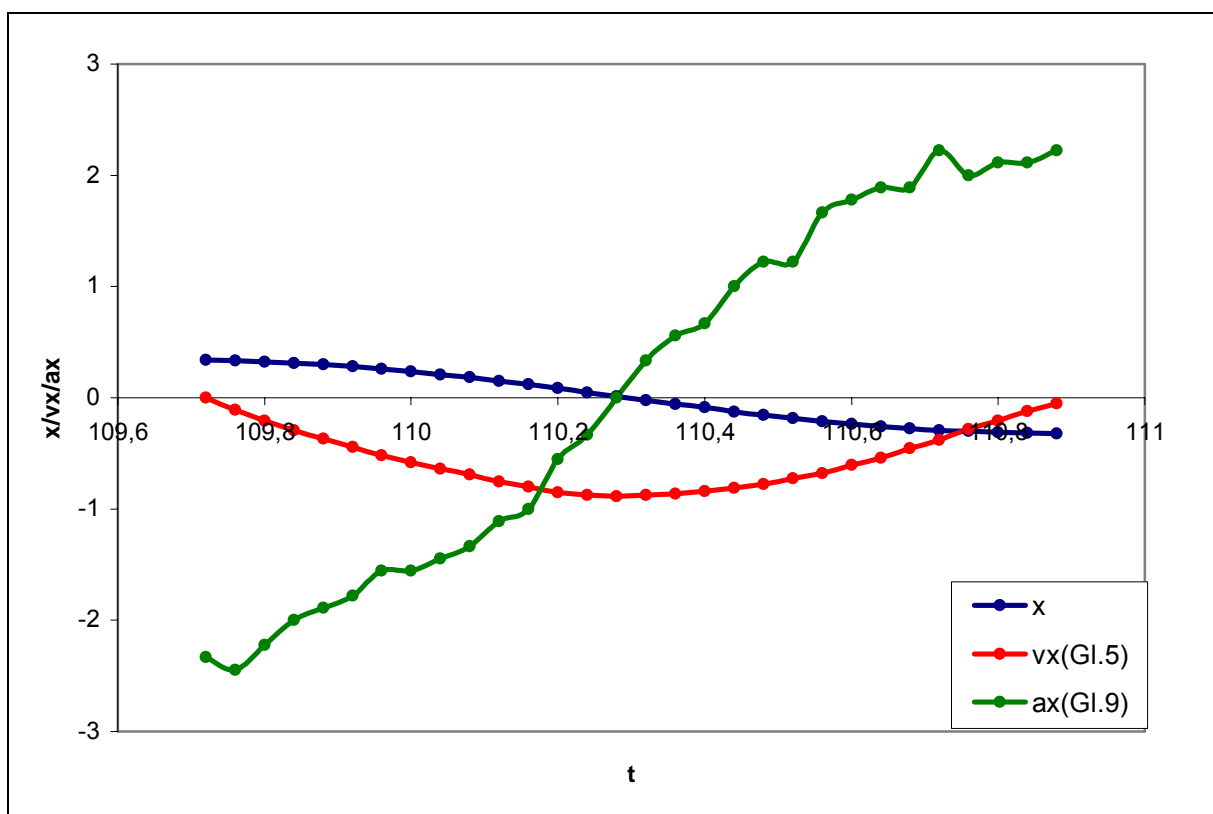


Abb. 19: Visualisierung derselben Messreihe des Fadenpendels, wie in Abb. 16. Hier wurde jedoch die Geschwindigkeit mit der Stärke 5 und die Beschleunigung mit der Stärke 9 geglättet (Fadenpendel.xls).

Die Geschwindigkeit scheint mit einer Glättung 5 von Sprüngen befreit. Die Beschleunigung hingegen weist selbst bei einer Glättung von 9 noch einen unsauberen Verlauf auf. Im Vergleich zur Messreihe ohne Glättung (Abb. 18) kommt man dem erwarteten Verlauf aber deutlich näher.

So wurden bei allen folgenden Analysen Werte geglättet bzw. die Mittelwerte gebildet, um überhaupt erst Aussagen zu manchen abgeleiteten Größen zu ermöglichen. Außerdem wurden zur Visualisierung von Messwertreihen die Messpunkte durch Interpolation miteinander verbunden.

Abschließend sei darauf hingewiesen, dass die von Viana berechneten Geschwindigkeiten Durchschnittsgeschwindigkeiten für den zurückgelegten Weg von einer Belichtung zur nächsten angeben. Diese werden von Viana dem gemittelten Zeitpunkt zwischen zwei Belichtungen zugeordnet¹³. In der Auswertung werden also die Durchschnittsgeschwindigkeiten im Zeitintervall $\Delta t = 0,04\text{s}$ zum Zeitpunkt „t Mitte“ ausgegeben. Somit erfolgt die Ausgabe der Geschwindigkeiten zu einer anderen Zeitskala als die Erfassung der Ortskoordinaten. Um keinen groben Fehler bei der Visualisierung mit Excel zu begehen sollte man folgendes beachten:

Addiert man die kinetische Energie, bei der die Geschwindigkeiten einfließen, zur potentiellen Energie, die von den Ortskoordinaten abhängt, um Betrachtungen zur Gesamtenergie anstellen zu können, begeht man einen systematischen Fehler. Um diesen zu beheben, kann man beispielsweise die Ortskoordinaten zu den Geschwindigkeitskoordinaten synchronisieren, indem man jeweils den Mittelwert von zwei aufeinander folgenden Koordinaten bildet, also einen Wert für den Zeitpunkt t Mitte zwischen zwei erfasste Koordinaten interpoliert. Lässt man diese Werte in die Berechnung der potentiellen Energie einfließen kann man die Gesamtenergie korrekt darstellen.

4 Modellbildung und Simulation mit dem Computer

Spätestens seit Galileo Galilei ist das Experiment wohl das wichtigste Hilfsmittel in der Wissenschaft, um Vorgänge in der Natur nachzubilden und sie dadurch verständlich zu machen. So trifft man Experimente überall dort an, wo Phänomene

¹³ Für die Geschwindigkeiten wäre es eigentlich korrekt Säulendiagramme mit der Breite $t = 1/25\text{s}$ zu wählen.

erklärt und Voraussagen über bestimmte Systeme gemacht werden sollen. In Experimenten wird häufig auf der Basis eines Modells eine reale Bewegung simuliert. Modelle bilden jedoch immer nur einen begrenzten Ausschnitt der Wirklichkeit ab. Der Modellbegriff ist recht abstrakt. Eine recht treffende Definition geht auf Meadows zurück:

„Ein Modell ist nichts weiter als eine möglichst systematische Reihe möglichst realer Annahmen über ein wirkendes System – das Ergebnis des Versuchs, durch Wahrnehmung und mit Hilfe vorhandener Erfahrung eine von vielen Beobachtungen auszuwählen, die auf das betreffende Problem anwendbar sind, und so einen Ausschnitt aus der sinnverwirrend komplizierten Wirklichkeit zu verstehen“ [27, 14].

Für den Forscher und die Untersuchung ergeben sich als Hauptmerkmale von Modellen:

- Der Pragmatismus,
- der Abbildungscharakter und
- die Vereinfachung.

Pragmatismus soll bedeuten, dass das Modell im Hinblick auf den Zweck einen hohen Nutzen erbringen soll. Der Abbildungscharakter des Modells kann in der Regel nur bestimmte Aspekte des Originals berücksichtigen, da ansonsten die Vereinfachung (oder die Abstraktion) nicht zu realisieren ist. Ein brauchbares Modell sollte trotz der Abstraktion die als relevant erachteten Phänomene des Originals widerspiegeln. Bei Simulationen wendet man solche Modelle an und experimentiert damit. Für eine brauchbare Simulation muss klar sein, welche Erkenntnisse von Interesse sind. Die Erwartungen an den Erkenntnisgewinn bestimmen die Wahl des Modells und der Simulation, diese sind allerdings immer kritisch zu hinterfragen. Dies gilt besonders bei Modellbildung und Simulation mit dem Computer. Da hier Simulation und Modelle mit wenigen Mausklicks bewerkstelligt werden können, muss eine kritische Reflexion gefordert werden, um sinnvolles Arbeiten und experimentieren zu ermöglichen [30, S.26].

4.1 Computermodellierung mit grafikorientierten, systemdynamischen Programmen

Für den Umgang mit grafikorientierten, systemdynamischen Programmen sei hier das Buch von Schecker sehr empfohlen [32], auf dessen Arbeit sich die folgenden zwei Abschnitte stützen.

4.1.1 Einleitung

In fast allen Fächern spielen Betrachtung und Analyse wechselwirkender Systeme eine wichtige Rolle, ob man Räuber-Beute-Systeme, die Ausbreitung von einer Masern-Epidemie im Fach Biologie oder ein Modell zum Waffenproblem an Schulen im Sozialkundeunterricht thematisieren will. Alle diese Systeme enthalten einen Satz zeitlich veränderlicher Größen. Mathematisch werden solche wechselwirkenden Systeme durch (meist ein System voneinander abhängiger) Differenzialgleichungen beschrieben. Da diese in der Regel nicht vollständig lösbar sind, muss man auf numerische Verfahren zurückgreifen.

Ein herkömmlicher Umgang mit solchen Systemen ließe in der Regel in der Schule nur qualitative Betrachtungen zu: Man könnte sich darauf konzentrieren, zu erfassen, welche Einflussgrößen aufeinander einwirken. Eine tiefer führende Betrachtung des dynamischen Verhaltens dieser Systeme wäre ohne Computer wegen der Mathematik und des hohen Rechenaufwandes kaum möglich.

Hilfe haben hier die (etwa seit Beginn der 90-er-Jahre zur Verfügung stehenden) so genannten graphischen Modellbildungssysteme¹⁴ gebracht, sie leisten im Wesentlichen folgendes:

Durch die z. T. deutliche Reduktion der mathematischen Probleme wird eine Möglichkeit geschaffen, den Schwerpunkt des Unterrichts auf das qualitative Verständnis der physikalischen Zusammenhänge zu richten (damit soll die Behandlung von analytischen Problemen als mächtiges Werkzeug der Physik nicht bestritten werden, es geht einzig um die Möglichkeit einer anderen Schwerpunktsetzung).

Zudem fördern Modellbildungswerkzeuge das Erkennen physikalischer Abläufe und den ihr zugrunde liegenden Strukturen als ein durch Wechselwirkungen geprägtes

¹⁴ Modellbildungsprogramme sind deutlich von reinen Simulationsprogrammen, die beispielsweise in Form von Java-Applets in großen Zahlen im Netz erhältlich sind, zu unterscheiden. Bei diesen Applets können lediglich Parameter variiert werden. Modellbildungsprogramme ermöglichen hingegen eine Programmierung in Bezug auf den Zusammenhang zwischen den Variablen.

systemisches Verhalten physikalischer Größen. Einhergehend ermöglichen sie durch die geeignete grafische wie formale Repräsentation des Modells des zugrunde liegenden Systems eine Steigerung der begrifflichen Kompetenz der Schülerinnen und Schüler. Dem Problem, dass Gleichungen im Physikunterricht isoliert wahrgenommen und auswendig gelernt werden, kann somit gut entgegen gewirkt werden [32]. Modellbildungswerkzeuge stellen außerdem eine Bereicherung der didaktischen und methodischen Möglichkeiten des Unterrichts insofern dar, als Schüler mit ihren individuellen Ideen experimentieren können, sodass deren Eigenaktivität im Bereich der Theoriebildung unterstützt und gefördert wird. Im Vergleich mit dem Realexperiment lassen sich schnell Abwandlungen für ein realitätsnäheres Modell bewerkstelligen.

Darüber hinaus werden eine Vielzahl dynamischer Prozesse dank dieser Programme erst für den Unterricht zugänglich (Pohlsches Rad, Doppelpendel...).

Sie erlauben (ebenso wie die Videoanalyse) einen Einbezug realitätsnaher physikalischer Phänomene sowie die Bearbeitung interessanter Fragestellungen aus der Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler (Radfahren, Fallschirmspringen, ...).

Für Unterrichtszwecke stehen die Programme Dynasys, Stella, Moebius und Powersim zur Auswahl. Die grafikorientierten Modellbildungsprogramme basieren auf der Systemdynamik. Die Systemdynamik ist eine spezielle Herangehensweise an die Konstruktion von Modellen und die Analyse von Systemen. Anders als beim Denken in Ursache-Wirkungs-Zusammenhängen (in Kausalketten) wird beim systemischen Denken in Rückkopplungsschleifen und vernetzten Strukturen gedacht. Um Systeme nach einheitlichen Regeln beschreiben zu können, hat die Systemdynamik eine eigene Sprache entwickelt. Motivation der Entwicklung dieser Sprache war der Versuch von Ökologen Wirtschaftskreisläufe¹⁵ zu simulieren, was Grund für einige Befremdlichkeiten für Naturwissenschaftler und Mathematiker seien mag. Viele grafikorientierte Programme arbeiten mit einer Notation, die auf Forrester zurückgeht. Für die hier untersuchten Probleme wurde auf den „Klassiker“ Stella zurückgegriffen. Stella ist ein professionelles Werkzeug für die grafikorientierte Modellierung dynamischer Systeme auf der Basis der Forrester-Symbolik. Seine Konzeption galt sicherlich als Vorbild für Dynasys und auch Powersim. Das Programm geht zwar

¹⁵ Hier sei nur beiläufig erwähnt, dass in den Siebzigern der „Club of Rome“ schlagzeilenträchtig das Ende der Rohstoffreserven prognostizierte. Der 1972 veröffentlichte Bericht „Die Grenzen des Wachstums“ von Dennis Meadows basierte auf einer Computersimulation des Weltwirtschaftssystems mit einem ähnlichen Modellbildungsprogramm, wie es hier auch genutzt werden soll.

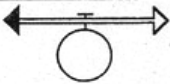


aufgrund seines Detailreichtums und der gebotenen Vielfalt für die Modellstrukturierung sowie der vielfältigen Möglichkeiten für die Modellpräsentation weit über die Erfordernisse der Schule hinaus, kann aber dennoch durchaus gut in der Schule eingesetzt werden, einzig problematisch scheint der immer noch recht hohe Preis für den Lizenzerwerb (Studenten Lizenz: 129 \$; K12 Teacher License: 199 \$).

4.1.2 Exemplarische Modellierung in Stella am Beispiel des Fadenpendels

Analog zur analytischen Vorgehensweise in Kapitel 2.4 soll die Bewegung des Pendels mit Hilfe der Newtonschen Mechanik modelliert werden. Obgleich diese Fragestellung sich als recht anspruchsvoll für eine erste Konfrontation mit der Systemdynamik erweist, soll versucht werden, die Grundprinzipien von Stella zu erläutern bzw. aufzubereiten. Am Ende soll eine pragmatische Liste für die generelle Herangehensweise zur Modellierung mit Stella stehen. Für einen ausgiebigen Lehrgang empfiehlt sich das Buch „Physik modellieren“ von H. Schecker [32].

Als erster Schritt im Modellbildungsprozeß ist zu überlegen, welches Phänomen bzw. welches Systemverhalten modelliert werden soll. Was ist das Ziel der Modellierung?

Um das dynamische Verhalten des Systems zu simulieren, muss man es auf die wesentlichen physikalischen Größen reduzieren, die für eine qualitative Beschreibung des betrachteten Vorgangs relevant sind. Bei Stella sind in der Symbolleiste oben links die vier elementaren Strukturelemente dynamischer Modelle nach der Forrester-Symbolik repräsentiert (siehe Tabelle 1). Im Wesentlichen wird zwischen vier Bausteinen unterschieden: Zustandsgrößen, Änderungsraten, Einflussgrößen und Einflüsse.

Symbol	Bezeichnung	Bedeutung	Beispiele
	Zustand, Zustandsgröße	zentrale, zeitlich veränderliche Größe	Auslenkung φ , Winkelgeschwindigkeit ω
	Änderungsrate, Rate	Intensität der Änderung eines Zustands	Winkelbeschleunigung α , Winkelgeschwindigkeit ω
	Einflussgröße, Funktion, Konstante	Hilfsgrößen, Umrechnungen	Gewichts-, Reibungs- und Gesamtkraft
	Einfluß, Wirkung	B hängt von A funktional ab	$m, g \rightarrow$ Gewichtskraft $\gamma \rightarrow$ Reibungskraft
	Systemgrenze	Grenzen des Beschrei- bungsbeichs des Modells	$\omega \Rightarrow ?$ $\alpha \Rightarrow ?$

Tab. 1: Überblick über die verschiedenen Strukturelemente bei Stella (nach [32], S.37)

➤ Zustandsgrößen

Zustandsgrößen sind die zentralen Elemente eines Modells, die das dynamische Systemverhalten in der Zeit kennzeichnen. Sie ändern sich sukzessive, d.h. sie ändern ihren Wert in jedem Zeitschritt Δt um einen bestimmten Betrag. Man stelle sich nun vor, man friert das Fadenpendel zu einem beliebigen Zeitpunkt in der Zeit ein und versucht den momentanen Zustand des Systems mit einer möglichst geringen Anzahl an Größen zu beschreiben. Für die Kennzeichnung des Zustands des Fadenpendels reichen die Auslenkung und die Winkelgeschwindigkeit aus. Alle anderen Größen sind entweder zeitlich konstant (Masse, Ruhelage, ...) oder hängen unmittelbar von den Zustandsgrößen ab. Die Wahl der Zustandsgrößen eines Systems hat dabei häufig noch einen gewissen Wahlbereich (Geschwindigkeit/linearer Impuls; Auslenkung/Ortskoordinate).

Der Ausgangszustand der Winkelgeschwindigkeit ω (bei Stella ist es nicht möglich Symbole zu benutzen, deshalb muss alpha, omega¹⁶ und phi immer ausgeschrieben werden, in den weiteren Ausführungen werden trotzdem die Symbole benutzt) ändert sich in einem Zeitintervall Δt um eine bestimmte Änderung.

$$\Delta\omega = \alpha \Delta t$$

Um den neuen Zustand zu erhalten muss man diese Änderung zum alten Zustand hinzuaddieren

¹⁶ Bei der Winkelgeschwindigkeit ist gerade bei Stella darauf zu achten, ob bei der Winkel in Radiant oder Grad einfließt.

$$\omega_2 = \omega_1 + \Delta\omega$$

$$\omega_2 = \omega_1 + \alpha\Delta t$$

Zustandsgrößen sind nicht direkt über eine Funktion aus anderen Systemgrößen berechenbar. Zustandsgrößen unterliegen also immer zeitlich vermittelten Einflüssen. Die Änderung pro Zeit nennt man Änderungsrate.

➤ Änderungsraten

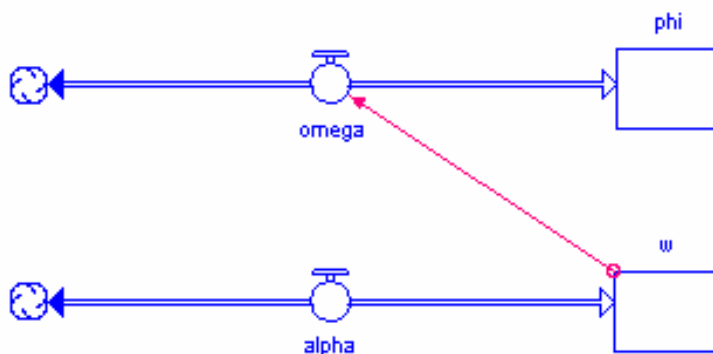
Solche Raten sind Kern der Dynamik eines Systems. Sie werden in der Symbolik von Stella mit einem Ventil dargestellt. Die Wolken stehen für die Grenzen des Systems. Die Änderungsraten sind immer auf ein Zeitintervall bezogen (Bei Stella wird dieses Zeitintervall mit dT bezeichnet, obwohl es bei numerischen Integrationen korrekter Δt heißen sollte). Betrachtet man das Modell mathematisch, bestehend aus einem Satz von Differentialgleichungen und Funktionen, so sind darin die Änderungsraten die Differenzenquotienten und die Zustandsgrößen die Integrale. Die Bewegungsgleichung des gedämpften Pendels $\ddot{\varphi} = \ddot{\varphi}(\dot{\varphi}, \varphi)$ (Gl. 62) kann man auch in zwei Differentialgleichungen erster Ordnung umschreiben:

$$\dot{\varphi} = \dot{\varphi} + \ddot{\varphi}\Delta t = \dot{\varphi} + \omega\Delta t$$

$$\varphi = \varphi + \dot{\varphi}\Delta t = \varphi + \omega\Delta t$$

Die direkte Übersetzung dieses Sachverhalts in Stella sieht so aus:

Abb. 20:



Die Änderungsrate der Winkelgeschwindigkeit ω ist physikalisch gesehen nicht einfach die Geschwindigkeitsänderung $\Delta\omega$, sondern die Intensität der Winkelgeschwindigkeitsänderung, also die Winkelbeschleunigung α .

Mit dem Modellbildungsprogramm kann man die numerische Integration der Differential- bzw. Differenzengleichung auf verschiedene Weisen berechnen lassen (bei Stella stehen hier unter Run->RunSpecs verschiedene Integrationsmethoden zur Verfügung), um den zeitlichen Verlauf der Zustandsgrößen zu simulieren. Bei der Auswahl von Änderungsraten ist darauf zu achten, dass die Grundeinstellung bei Stella von einem „uniflow“ ausgeht. Das bedeutet, dass nur positive bzw. negative Änderungsraten zugelassen werden, je nach Richtung des breiten Pfeils. Eine Begrenzung auf nur positive bzw. negative Raten rührt von ökonomischen Problemen. Für physikalische Sachverhalte benötigt man jedoch in der Regel positive und negative Änderungsraten. Um eine häufige Fehlerquelle auszuschalten, sollte man sich deshalb angewöhnen bei der Quantifizierung der Raten direkt den „biflow“ einzustellen.

Neben Zustandsgrößen und Änderungsraten gibt es in der Sprache der Systemdynamik noch ein weiteres Werkzeugpaar:

➤ Einflussgrößen und Einflüsse

Einflussgrößen sind:

- Physikalische Größen, die funktional von anderen Modelgrößen abhängen (z.B. die Gewichtskraft, die sich zusammensetzt aus g und m),
- Konstanten (z.B. die Gravitationskonstante) und
- Hilfsgrößen (mit denen man beispielsweise Winkel von Grad in Radiant umrechnet)

Die Wahl der Einflussgrößen ist im Gegensatz zu den Zustandsgrößen frei wählbar. Man kann bei der Modellierung selbst entscheiden, ob die Einflussgrößen grafisch ausdifferenziert werden oder nur als Werte in Formeln auftauchen. Die dünnen Pfeile in den Modellen stehen für die Einflüsse, die funktionalen Zusammenhänge. Funktionale Zusammenhänge können prinzipiell zwischen allen Größen bestehen, lediglich direkte Einflüsse von Einflussgrößen auf Zustandsgrößen sind nicht erlaubt.

Nachdem die Strukturelemente kurz eingeführt wurden, soll nun ein Modell für das gedämpfte Fadenpendel ausgearbeitet werden. Die beiden Flüsse (Abb. 20) bilden den Kern der Dynamik. Für die Winkelbeschleunigung α muss nun die Quantifizierung mit Hilfe der Bewegungsgleichung vorgenommen werden. Für ein

erstes, graphisch unausgereiftes Modell kann man die Einflussgrößen einfach formelgemäß nach Gl. 68 mit $l=1,3$ und $\gamma=0,02$ in die Gleichung für α schreiben:

$$\alpha = 9.81/1.3 \cdot \sin(\phi) - 1.3 \cdot 0.02 \cdot \omega$$

Hierfür muss ein Einflusspfeil von der Zustandsgröße ω zu α gezogen werden. Außerdem müssen bestimmte Anfangswerte (Initials) für ϕ und ω festgelegt werden, aus denen dann die Anfangsbeschleunigung α berechnet werden kann. Beispielsweise:

$$\text{INIT } \omega = 0$$

und
$$\text{INIT } \phi = 0,8$$

Zur Überprüfung des Modells benötigt man noch eine Ausgabe. Hier bietet sich ein Diagramm an, das zumindest den Auslenkwinkel ϕ zur Zeit aufträgt. Um zwei Zustandsgrößen gegeneinander aufzutragen, wie im Phasenraumdiagramm, muss als Graph-Typus „scatter“ ausgewählt werden.

Weitere Modelle für das Fadenpendel liegen der Arbeit auf der DVD bei. Eine Simulation für ein graphisch ausdifferenziertes, gedämpftes Fadenpendels kann wie folgt aussehen:

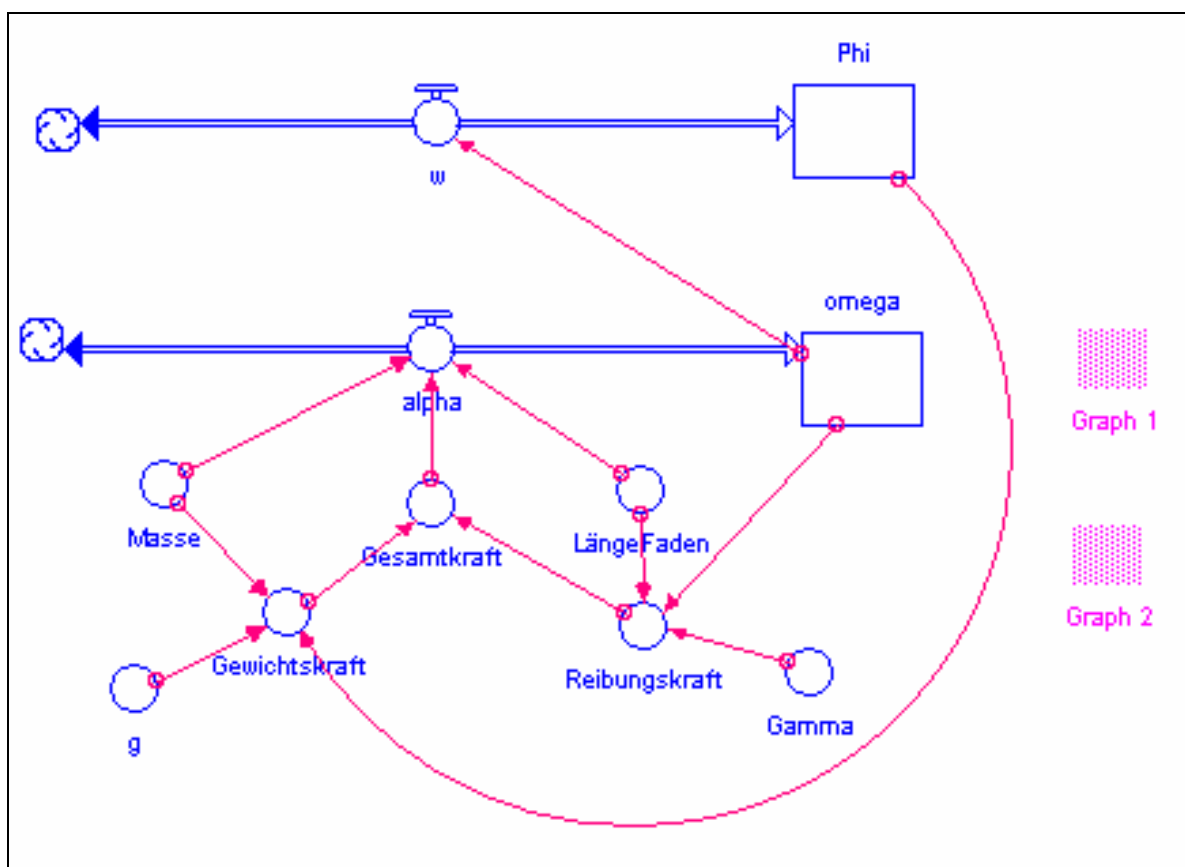


Abb. 21: Graphische Ebene eines Modells des gedämpften Fadenpendels in Stella (Fadenpendelged.sta).

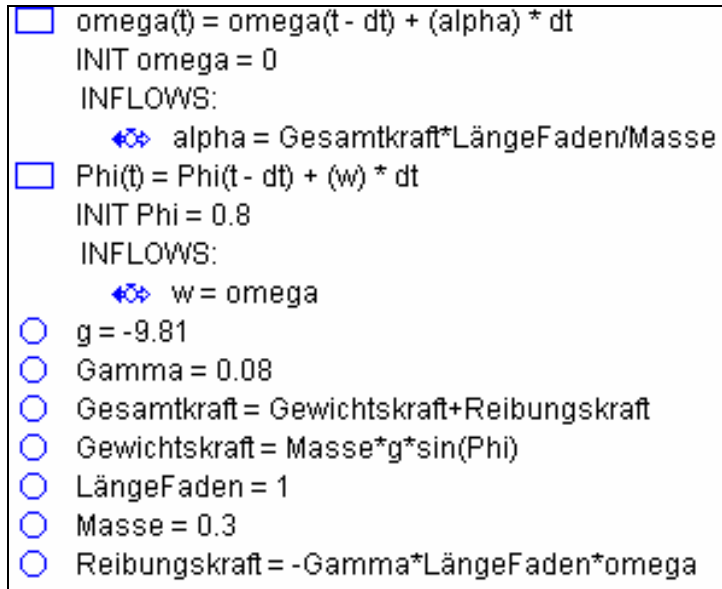


Abb. 22: Gleichungsebene desselben Modells (Fadenpendelged.sta).

Allgemein kristallisiert sich bei Problemen in der Mechanik immer das „Newtonsche Grundmodell“ heraus [32, S.82], welches sich bei Stella als grafische Beziehungskette $F \rightarrow a \rightarrow dv \rightarrow v \rightarrow ds \rightarrow s$ auch „als Gestalt zusammenhängend wahrgenommen werden“ kann [32, S.54ff]. Das dynamische Grundmodell kann in Stella prinzipiell in verschiedenen Varianten formuliert werden. Als Alternative zur Herangehensweise über die Kraft kann man auch vom Impuls ausgehen. Zur Visualisierung der Simulation kann man frei wählen, welche Parameter man im Diagramm darstellt. Um zwei Zustandsgrößen wie im Phasenraum-Diagramm gegeneinander aufzutragen, muss als Graph-Typus „scatter“ ausgewählt werden.

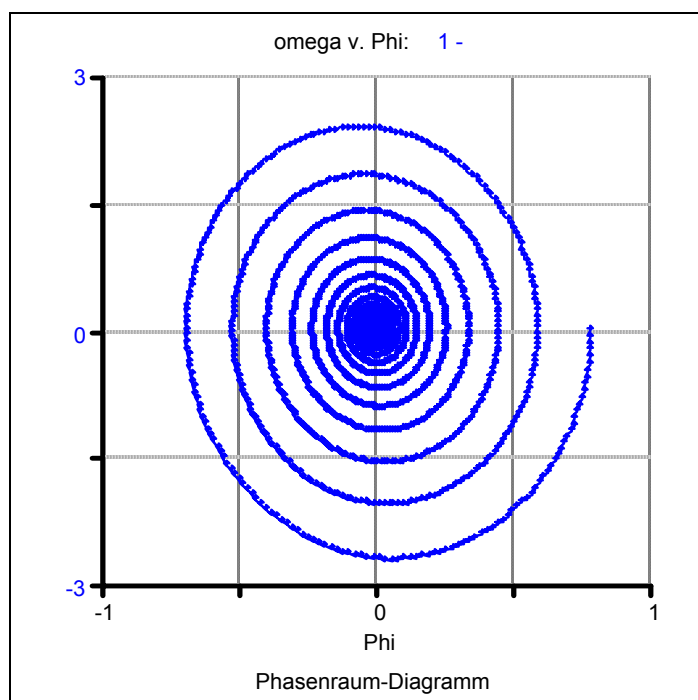
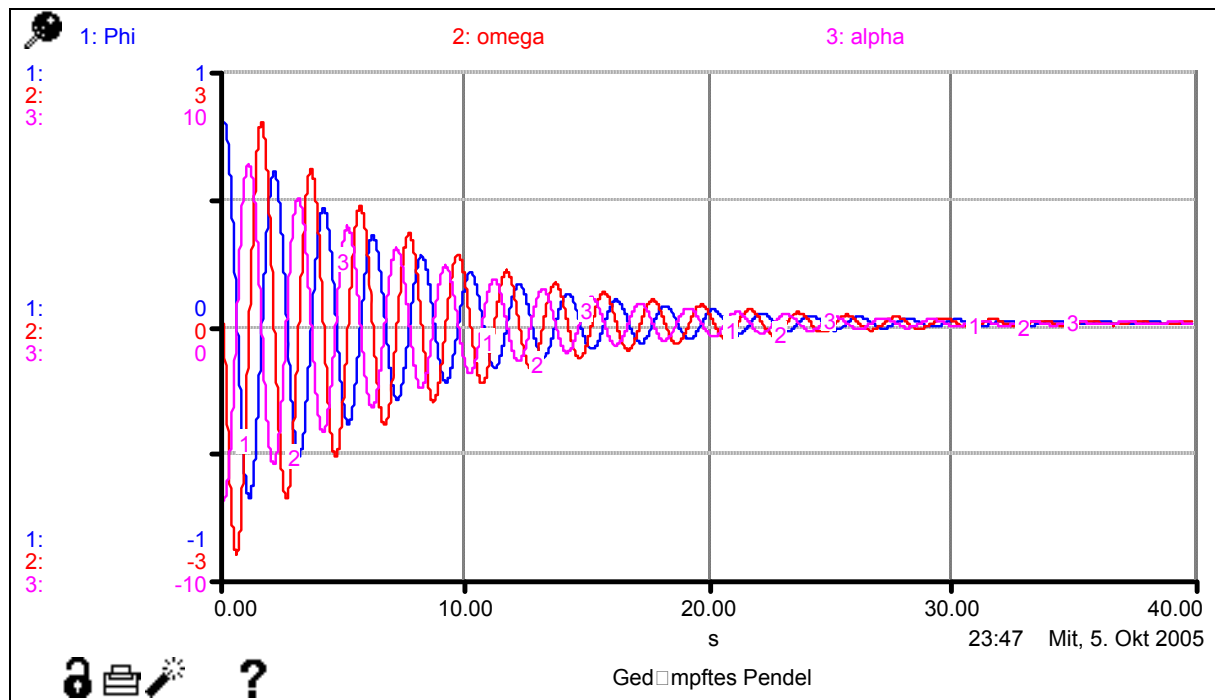


Abb. 23: Auswertung in Stella.
 Die Simulation kann bedienerfreundlich in Diagrammen dargestellt werden. Oben sieht man die die Zustandsgrößen φ und ω , als auch die Änderungsrate α zu t aufgetragen. Links ist ein Phasenraum-Diagramm abgebildet (Fadenpendelged.sta).

In der Schule sollte bei der Arbeit mit graphischen Modellbildungsprogrammen zumindest ein numerisches Verfahren prinzipiell exemplarisch erläutert werden. Am einfachsten ist sicherlich das Euler- oder Ganzschrittverfahren. Um die Differentialgleichung zweiter Ordnung (Gl. 62)

$$\alpha = \ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \sin \varphi$$

numerisch zu berechnen, wurde diese mit Stella in zwei Gleichungen erster Ordnung zerlegt.

$$\omega(t) = \int \alpha(t) dt \text{ und}$$

$$\varphi(t) = \int \omega(t) dt$$

Die Berechnung sieht nun wie folgt aus:

1. Zum Zeitpunkt t_0 sind die Auslenkung φ und die Winkelgeschwindigkeit ω gegeben (Initials/Anfangswerte).
2. Mit Hilfe der Bewegungsgleichung lässt sich somit auch die Winkelbeschleunigung α berechnen.
3. Nun geht man einen Zeitschritt Δt weiter und berechnet die zugehörigen Werte für φ und ω mit

$$\omega' = \omega_0 + \alpha \Delta t$$

$$\varphi' = \varphi_0 + \omega \Delta t$$

4. Jetzt beginnt man mit den neuen Werten wieder bei Schritt zwei, der Berechnung der Winkelbeschleunigung α

Über diesen Algorithmus lässt sich die Bewegung des Pendels Schritt für Schritt berechnen. In der Schule bietet sich an - für einen besseren Lernerfolg - diese Berechnung mit Hilfe eines Taschenrechners nachzuvollziehen. Anschließend kann man die Überlegungen an einem Diagramm vertiefen (siehe Abb. 24). Der Fehler, den man damit begeht, ist, dass man die Durchschnittsgeschwindigkeit mit der Momentangeschwindigkeit gleich setzt. In Wirklichkeit verändert sich aber die Momentangeschwindigkeit auf dem Zeitintervall Δt . Eine Verbesserung dieser Rechnung könnte so aussehen, dass man das Zeitintervall zur Berechnung dieser Durchschnittsgeschwindigkeit kleiner macht. Eine Verbesserung könnte demnach erzielt werden, wenn man die Durchschnittsgeschwindigkeit über ein halb so großes Intervall berechnen würde. Dieses Verfahren nennt man Halb-Schritt-Verfahren [3, S.14]. Höher entwickelte numerische Verfahren sind Runge-Kutta Zwei und Vier. Über mehrere Zwischenschritte können sie noch bessere Voraussagen über die Änderung der Geschwindigkeit zum gewünschten Zeitpunkt liefern [32, S. 43ff]. Der Vorteil der analytischen Methode liegt auf der Hand. Auch ohne Rechner kann man

sofort, d.h. ohne Zwischenschritte, jeden Wert $\varphi(t)$, $\dot{\varphi}(t)$ und $\ddot{\varphi}(t)$ zu einem bestimmten Zeitpunkt t berechnen. Hierbei darf man allerdings nicht vergessen, dass der analytischen Vorgehensweise die Näherung für kleine Winkel zu Grunde liegt (Gl. 55). Ohne diese Näherung wird auch die analytische Methode unmöglich.

Die computergestützte Modellbildung muss keineswegs abgehoben von der Realität als Alternative zum Experiment gesehen werden. Vielmehr kann man die Modellbildungswerkzeuge fruchtbar in Verbindung mit Experimenten im Unterricht einbringen, um das qualitative Verständnis zu verbessern und über das Abgleichen der Parameter mit dem Experiment ein Gefühl für die Einflussgrößen zu bekommen [vgl. 32].

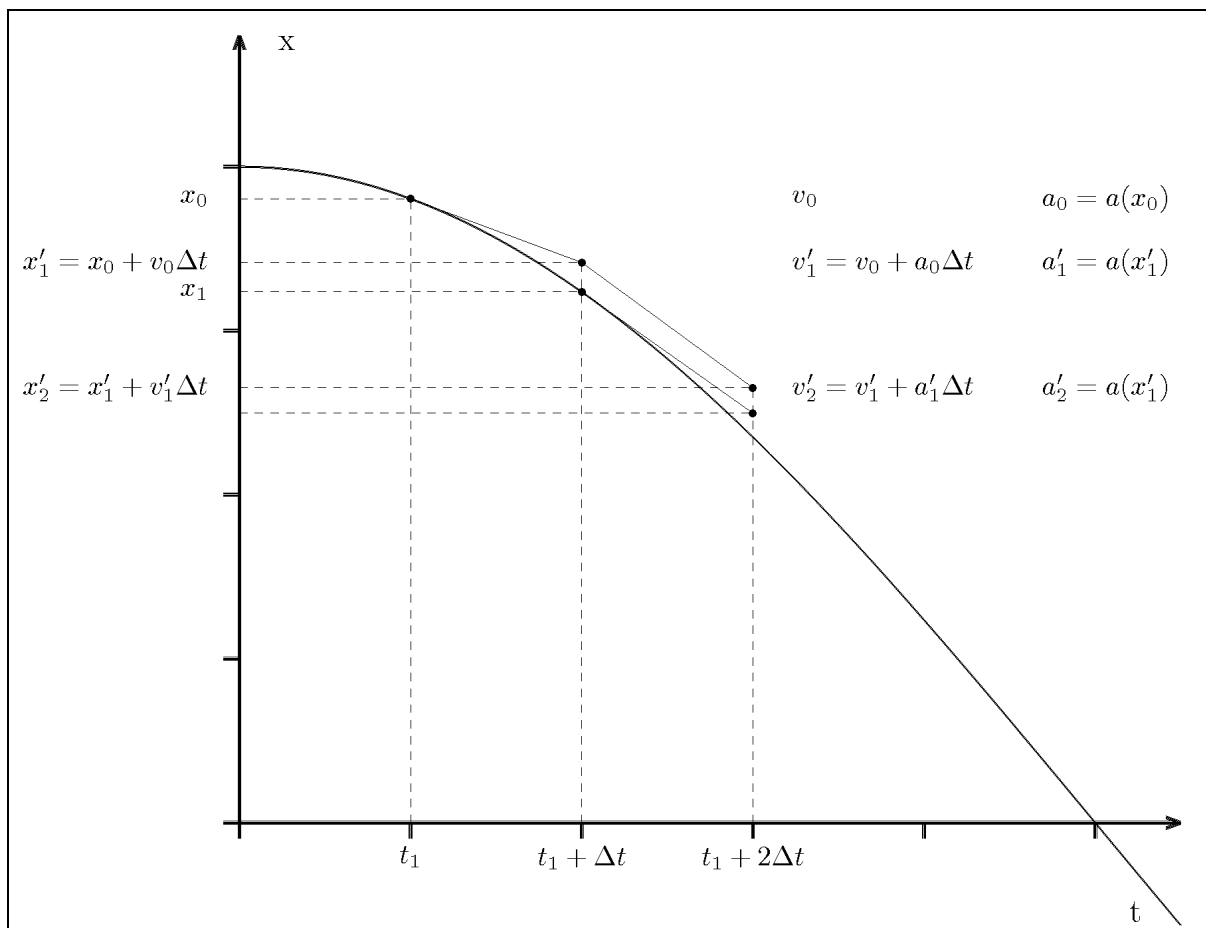


Abb. 24: Veranschaulichung des Ganzschrittverfahrens nach Backhaus [3]

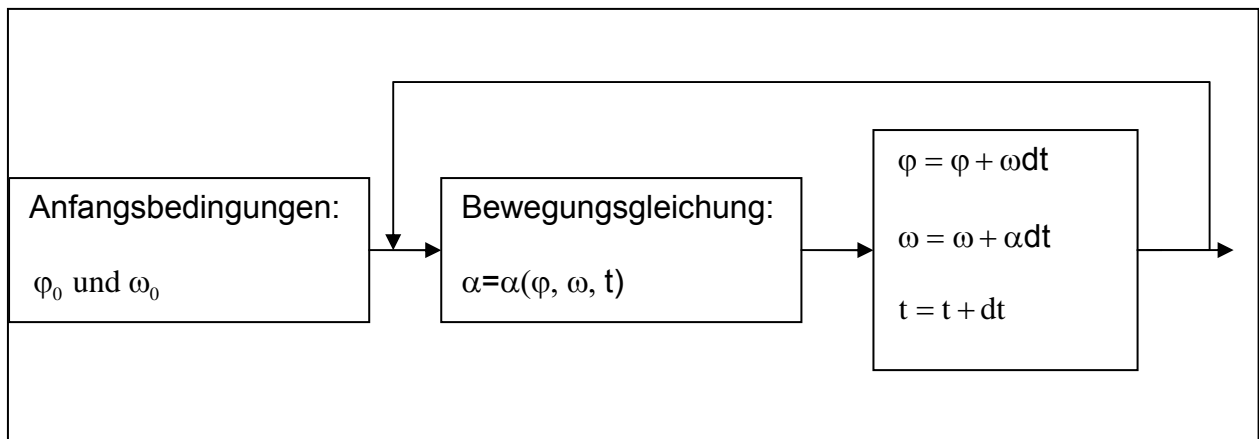


Abb. 25: Flussdiagramm für das Ganzschrittverfahren

4.2 Modelle zum menschlichen Körper

Versuchen wir zuerst das Modell des Massenmittelpunktes auf den Menschen anzuwenden. Bei symmetrischen Körpern wie Kugeln und Würfeln lässt sich der Schwerpunkt leicht aus der Geometrie bestimmen oder über Gl. 1 berechnen. Bei komplizierteren starren Gebilden lässt sich ansonsten noch der Trick anwenden, bei dem man das Gebilde an zwei verschiedenen Punkten aufhängt (oder ausbalanciert) und den Schwerpunkt empirisch im Schnittpunkt der beiden Wirklinien findet. Schwieriger wird es aber, wenn man inhomogene Körper behandelt, bei denen keine optimalen Symmetrien vorliegen und keine starre Form vorhanden ist, wie z. B. beim menschlichen Körper. Hier ist der Körperschwerpunkt (KSP) abhängig von der Lage der einzelnen Gliedmaßen zueinander. Bei Bewegungsanalysen hat man es meist mit einer sehr großen Anzahl an Körperhaltungen zu tun. Darüber hinaus hängt die Lage von den individuell unterschiedlichen Proportionen und Massenverteilungen der Personen ab. Eine experimentelle Bestimmung des KSP ist deshalb sehr umständlich. Weitaus praktikabler sind daher analytische Modelle der KSP-Berechnung. Hier existieren statistische Datenerhebungen, die eine rechnerische Näherung der Lage des KSP für beliebige Körperhaltungen ermöglichen und experimentell sehr aufwendige Verfahren zur Gewinnung relativ genauer individueller Daten. Da diese Arbeit dem Ziel der praktischen Handhabung im Schulunterricht unterstellt ist, soll der Schwerpunkt auf den prinzipiellen Verfahren liegen und sich nicht am Stand der heute betriebenen Forschung messen. Das wohl am häufigsten verwendete Modell in der Biomechanik zur Berechnung des KSP geht auf Hanavan zurück. In seiner Veröffentlichung „Mathematical model for the human body“ schlägt

er eine Unterteilung des menschlichen Körpers in 14 Segmente vor [5, S.158ff, 15, S.34]:

- Kopf
- Rumpf
- Oberschenkel (links und rechts)
- Unterschenkel (links und rechts)
- Fuß (links und rechts)
- Oberarm (links und rechts)
- Unterarm (links und rechts)
- Hand (links und rechts)

Mit den Teilschwerpunkten(TSP) dieser Segmente und deren Lage lässt sich über Gl. 1 die Lage des KSP aufsummieren. Hierfür muss auf statistische Erhebungen anthropometrischer Daten zurückgegriffen werden, die damals (heute kann man mit Hilfe von Computertomographie die Dichten exakt bestimmen und muss den Körpern nicht zergliedern und abmessen) an Leichen gewonnen wurden (siehe Tabelle2)¹⁷. Die Koordinaten des TSP werden bestimmt, indem man den Differenzenvektor der angrenzenden Gelenke bildet, wobei die Orientierung des Differenzenvektors vom proximalen (körpernahen) zum distalen (körperfernen) Gelenk zu beachten ist. Dieser Differenzenvektor multipliziert mit dem statistischen bzw. gemessenen Schwerpunktradius muss zum Ortsvektor des proximalen Gelenks hinzuaddiert werden, um den Ortsvektor des TSP zu erhalten.

Mathematisch erhält man die Formel:

$$\vec{r}_{TSP} = \vec{r}_{prox} + k \cdot (\vec{r}_{dist} - \vec{r}_{prox})$$

bzw. in Komponentenschreibweise:

$$\begin{pmatrix} x_{TSP} \\ y_{TSP} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{prox} \\ y_{prox} \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} x_{dist} - x_{prox} \\ y_{dist} - y_{prox} \end{pmatrix} \quad (77)$$

\vec{r}_{TSP} = Ortsvektor des TSP

\vec{r}_{prox} = Ortsvektor des proximalen Gelenks

\vec{r}_{dist} = Ortsvektor des distalen Gelenks

k = Faktor des Schwerpunktradius (Der Schwerpunktradius ist der relative Abstand vom proximalen Gelenk des entsprechenden Körperteils und wird bezüglich der Gesamtlänge desselben berechnet [vgl. 31, S. 46])

¹⁷ Die unterschiedlichen Studien untersuchten primär die anthropometrischen Merkmale von Männern im Leistungssport.

Die Teilmassen m_i der Körpersegmente berechnen sich über ihre relativen Anteile R_i an der Gesamtkörpermasse m_{ges} :

$$m_i = R_i \cdot m_{\text{ges}} \quad (78)$$

Stellt man hiermit die Momentenbeziehungen bezüglich der Koordinatenachsen auf, erhält man die KSP-Koordinaten.

$$\begin{aligned} m_{\text{ges}} x_{\text{KSP}} &= m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n \\ m_{\text{ges}} y_{\text{KSP}} &= m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n \end{aligned} \quad (79)$$

$$\begin{aligned} x_{\text{KSP}} &= \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_{i=1}^n m_i x_i \\ y_{\text{KSP}} &= \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum_{i=1}^n m_i y_i \end{aligned} \quad (80)$$

Körperteil	Relatives Gewicht R_i (in %)		Schwerpunktradien	
	Fischer	Dempster	Fischer	Dempster
Kopf	7,06	8,1	¹⁾	0,66 ²⁾
Rumpf	42,7	49,7	0,44	
Oberarm	3,36	2,8	0,47	0,436
Unterarm	2,28	1,6	0,42	0,43
Hand	0,84	0,6		0,506
Oberschenkel	11,58	9,9	0,44	0,433
Unterschenkel	5,27	4,6	0,42	0,434
Fuß	1,79	1,4	0,44	0,5

¹⁾ Schwerpunkt liegt hinter dem Türkensattel des Keilbeines.

²⁾ bezieht sich auf den Rumpf inklusive Kopf und von der Hüfte zur Schulter.

Tab. 2: Relative Gewichte und Schwerpunktradien nach Fischer [20, S. 117] und nach Dempster [8, S. 292, S. 295].

Des Weiteren ließ Hanavans Modell eine Abschätzung für die Trägheitsmomente des menschlichen Körpers zu. Hierzu nähert das Modell die menschlichen Ausformungen der Gliedmaßen mit Kegelstümpfen, elliptischen Zylindern(Rumpf), einem Ellipsoid, der den Kopf vertritt, und Kugeln, die für die Hände stehen (was mit dem geringen Anteil am Körpergewicht legitimiert wird) [5, S. 158]. Für das Gesamtträgheitsmoment dürfen jetzt natürlich nicht einfach die Teilträgheitsmomente aufsummiert werden. Das Gesamtträgheitsmoment wird mit Hilfe des Satzes von Steiner berechnet. Ist I_T das Teilträgheitsmoment um eine Achse durch den

Schwerpunkt berechnet sich I_K , das gesuchte Teilträgheitsmoment um eine beliebige dazu parallele Achse, mit

$$I_K = I_T + m_K a^2. \quad (81)$$

a ist dabei der Abstand der beiden Achsen voneinander [vgl. 10, 34, 36]. Da bei den hier analysierten Bewegungen häufig auch eine Rotation um den KSP stattfindet, hat man genau genommen immer eine gewisse Rotationsenergie mit in die energetischen Überlegungen einzubeziehen. Da die Rotationsenergie jedoch nur über Hanavans Modell ermittelt werden kann und eine Berechnung mit Excel (ohne spezielle Programme, wie SimiAnthropro oder SimiMotion) enorm zeitaufwändig wäre, bleibt diese bei den Analysen außen vor. Sie kann lediglich abgeschätzt oder anderen Quellen entnommen werden.

Zuletzt sei noch erwähnt, dass bisher der Mensch vereinfacht als Starrer Körper betrachtet wurde. Dass hier eine grobe Näherung vorliegt, wird anschaulich klar, wenn man sich beispielsweise einen Aushebelversuch in einem Sumoringkampf vorstellt. Aber auch bei einer genauen Betrachtung des menschlichen Gehens erkennt man, dass der menschliche Körper zum großen Teil aus recht dehnfähigem Stoff besteht. Um diese Eigenschaften des menschlichen Körpers besser zu fassen, entwickelten Tübinger Forscher das Modell der Schwabbelmassen. „Hätten man keine Schwabbelmasse, dann müssten wir z. B. beim Gehen mit jedem Aufsetzen der Ferse das Zwei- bis Dreifache der eigenen Gewichtskraft ertragen“ [15, S.28].

5 Physik des Schaukelns

Die Faszination für das Schaukeln kennen die meisten bereits aus ihrer Kinderzeit. Schon in der Kinderwiege werden erste Erfahrungen mit dem Schaukeln gemacht, wobei der Zugang in der Regel immer spielerischer Art ist. Die folgenden Ausführungen sind von der Faszination für die Erklärung der physikalischen Phänomene, die das Schaukeln ermöglichen, motiviert. Häufig werden die real gedämpften Bewegungen bzw. Schwingungen durch äußere Kräfte „entdämpft“ oder sogar verstärkt. So geben fürsorgliche Eltern ihren Kindern zur rechten Zeit einen Schubs, um ihnen die Erfahrung der Freude am Schaukeln zu ermöglichen¹⁸. Eine andere Möglichkeit zur Entdämpfung oder Verstärkung von Schwingungen besteht

¹⁸ Der Physiker würde so etwas mit „erzwungener Schwingung“ bezeichnen.

darin, dass die Schwingung durch die Energiezufuhr aus der Änderung eines inneren Parameters des Systems gesteuert wird. Diese Verfahren nennt man Selbsterregung durch *parametrische Verstärkung*. Die üblichen Schaukelbewegungen im Sitzen sehen recht komplex aus (siehe Schaukel-Videos im Sitzen bzw. Abb.50). Eine erste systematische Vereinfachung soll deshalb das Schaukeln im Stehen untersuchen. Versucht man im Stehen zu Schaukeln, ohne sich extrem nach vorne oder hinten zu beugen, bleibt als einziger variabler Parameter, der Schwung erzeugt, das Heben und Senken des Körperschwerpunktes. Bei vernachlässigbar kleinem Schaukelgewicht kann man für diese Situation einen Modellversuch simulieren.

5.1 Modellversuch: Das Hubpendel

Um die Schaukelbewegung physikalisch greifbarer zu machen, kann man zuerst einen Analogversuch analysieren, bei dem das Phänomen auf das Wesentliche reduziert ist, auf ein ebenes Pendel mit variablem Abstand zum Drehzentrum. Dieses Modell wird sich für die weiteren Bewegungen als dankbares Modell herausstellen, weswegen es hier tiefer gehend untersucht werden soll.

Das ebene mathematische Pendel konnte auf Grund der Luftreibung als gedämpfte Schwingung betrachtet werden. Da die Luftreibungskräfte recht klein sind, ist die Schwingung zwar noch periodisch, aber die Amplitude wird mit der Zeit immer kleiner. Die Abnahme der Amplitude ist gleichbedeutend mit einer Verringerung der Energie (Gl. 56). Aufgabe ist nun, dem System über die Variation der Pendellänge l Energie wieder zuzuführen.

5.1.1 Aufbau und Durchführung

Um solch eine Variation durchführen zu können, eignet sich ein fest in der Decke verankerter Haken. Durch diese näherungsweise punktförmige Pendelaufhängung führt man den Faden, an dem der Pendelkörper befestigt ist. Um die Pendellänge r um eine konstante Länge dl ändern zu können, wurde der Faden an zwei Punkten in einem gewissen Abstand

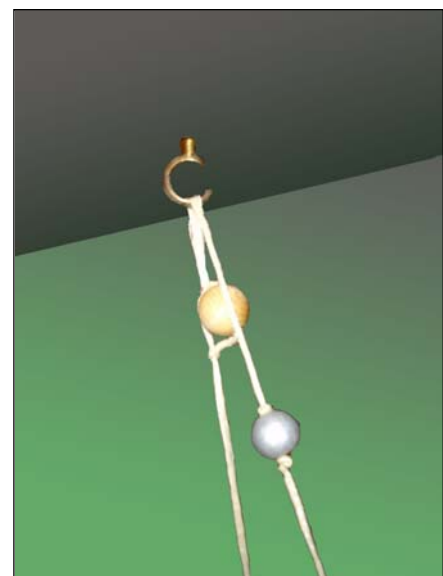


Abb. 26 Aufhängung beim Hubpendelversuch

zueinander mit Kugeln so verknötet, dass der Faden dort nicht mehr durch die Öse rutschen kann. Der Abstand vom oberen Knoten bis zum Pendelkörper entspricht der Pendellänge l , der Abstand der beiden Kugeln entspricht der Länge dl .

Wenn das Pendel leicht schaukelt, kann man es durch Variation der Schnurlänge weiter anregen. Nach einigem Experimentieren erhält man das „Rezept“ für eine ideale Schwingungsverstärkung. Immer wenn das Pendel die Gleichgewichtslage durchquert, sollte man durch Ziehen am freien Schnur-Ende die Schnur verkürzen und somit den Pendelkörper näher an den Aufhängepunkt bringen. Im Umkehrpunkt sollte man daran anschließend die Schnur loslassen und somit das Pendel wieder auf seine ursprüngliche Bahn lassen. Beim nächsten Passieren der Gleichgewichtslage kann diese Aktion erneut vollzogen werden. Die reale Bahn des Schwerpunkts beschreibt eine in Abb. 27 dargestellte Schleifenbahn.

Die Schwingung kann dadurch entdämpft und sogar verstärkt werden. Die Amplitude kann dabei derart stark anwachsen, dass der Pendelkörper über 90° auslenkt. Von dem wesentlichen Effekt dieses Experiments sollte man sich selbst überzeugen. Hierzu nehme man beispielsweise einen Schlüssel an einem Band (einen Schuh an einem Schnürriemen...) und führe das Experiment analog mit einer Hand als Führung für den Faden durch. Die parametrische Verstärkung kann ein oder maximal zweimal pro Schwingungsperiode T durchgeführt werden. Bei den vorliegenden Videoanalyse wurde dem Pendel so einmal pro Periode Energie zugeführt (da somit mehr Zeit für eine saubere parametrische Anregung bleibt).

5.1.2 Videoanalyse



Abb. 27 Das Hubpendel im Laborversuch.

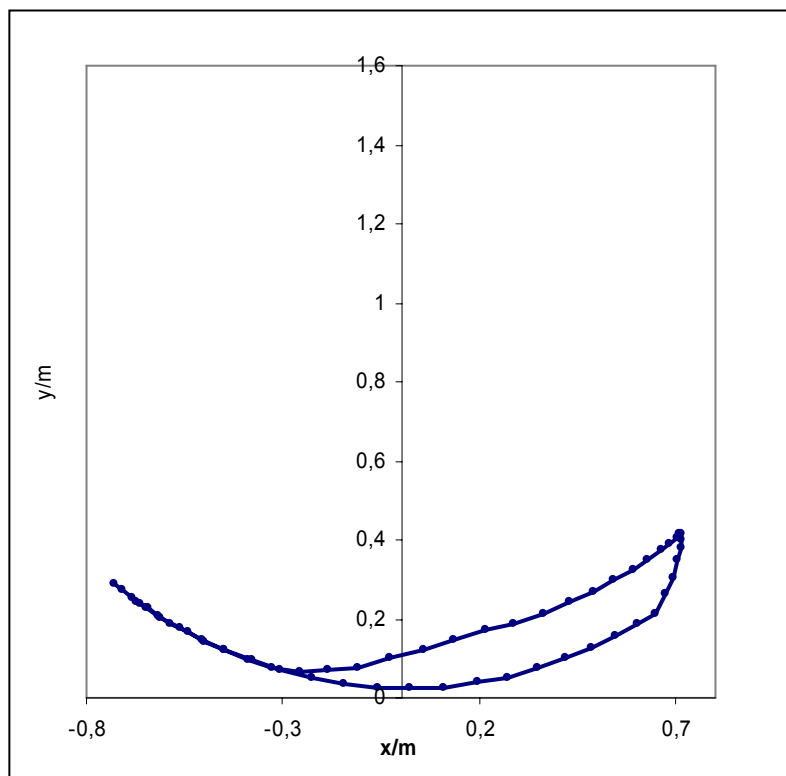
Das Erstellen einer Videoanalyse zum Hubpendel lässt sich gut in einer Laborsituation bewerkstelligen. Hierfür sollten alle Punkte aus dem „Merkblatt zur Aufnahme von Videos“ berücksichtigt werden. Bei den Hubpendel-Videos wurde der Faden über einen kleinen Haken in der Decke gehängt. Analog kann die Pendelhalterung mit Hilfe üblicher Muffen und Stangen zusammengebaut werden (siehe Abb. 27). Nachteil hierbei ist, dass das System schwierig zu fixieren ist, wodurch die Verkürzung des Fadens wahrscheinlich immer eine leichte Bewegung des Pendelsystems hervorrufen wird. Um eine gute automatische Analyse zu begünstigen, wurde die Wand im Hintergrund mit einem schwarzen Tuch abgehängt. Der auffällig rot leuchtende Pendelkörper (Kugel mit einem Durchmesser von 3,04cm und einem Gewicht von 112,8g) wurde von einem Baustrahler über die gesamte Bahn gleichmäßig ausgeleuchtet. Die Kamera stand 1,8m vor der Bewegungsebene. Zur Kalibrierung der Videoanalyse ist der Abstand des Mittelpunkts der Kugel von dem grün-schwarzen Markerband am Faden auf 0,8m zu setzen. Die Fadenlänge betrug $l=1,30\text{m}$, wobei ein maximaler Hub von $\Delta l=16\text{cm}$ möglich war. Um bei den

beiliegenden Videos eine angemessene automatische Analyse mit Viana zu erhalten, erweist sich eine Farbsuche nach R150, G29, B60 bei einer maximalen Farbtoleranz von 45 als besonders günstig (Farbübernahme deaktiviert, Position vorherbestimmen: 40-60). Die Excel-Dateien zum Fadenpendel in 2.4 sind Auswertungen von dem Fadenpendel Video. Dieses wurde mit dem selben Versuchsaufbau gedreht, dem entsprechend gilt für die folgenden Analysen ebenfalls die Fehlerdiskussion aus 3.2.2.4.

5.1.3 Auswertung

Vorerst sind die von Viana erfassten Daten nach Excel zu exportieren. Hier können weitere Spalten zu untersuchender physikalischer Größen hinzugefügt werden.

Ohne parametrische Verstärkung kann man mit dieser Videoanalyse vorerst das in den Grundlagen behandelte (näherungsweise) ebene



mathematische Pendel analysieren. Die

Abb. 28: Schleifenbahn eines Hubpendels mit einmaliger parametrischer Verstärkung (Hubpendel3.xls).

periodische Umwandlung von potentieller in kinetische Energie kann man mit einer Glättung der Kurve der kinetischen Energie (die aufgrund des Fehlerfortpflanzungsgesetzes notwendig wird, vgl. 3.2.2.3) gut visualisieren. Nun sind die in den Grundlagen zu Schwingungen thematisierten Eigenschaften des ebenen mathematischen Pendels (siehe 2.4) sehr gut mit dem Hubpendel vergleichbar.

Die x-y-Diagramme geben die Bahn des Pendelkörpers im richtigen Verhältnis wieder, wobei man sich die Aufhängung bei 1,30m Höhe auf der y-Achse denken

kann. Betrachtet man die einzelnen Perioden¹⁹, wird ersichtlich, dass nicht alle Verkürzungen gleich sauber vollzogen wurden, so sind vor allem bei den geringen Auslenkungen zu Anfang Einbuchtungen in den Trajektorien kurz nach der Faden-Verkürzung zu erkennen. Die hier dargestellten Diagramme stellen eher saubere (idealtypische) Verläufe dar.

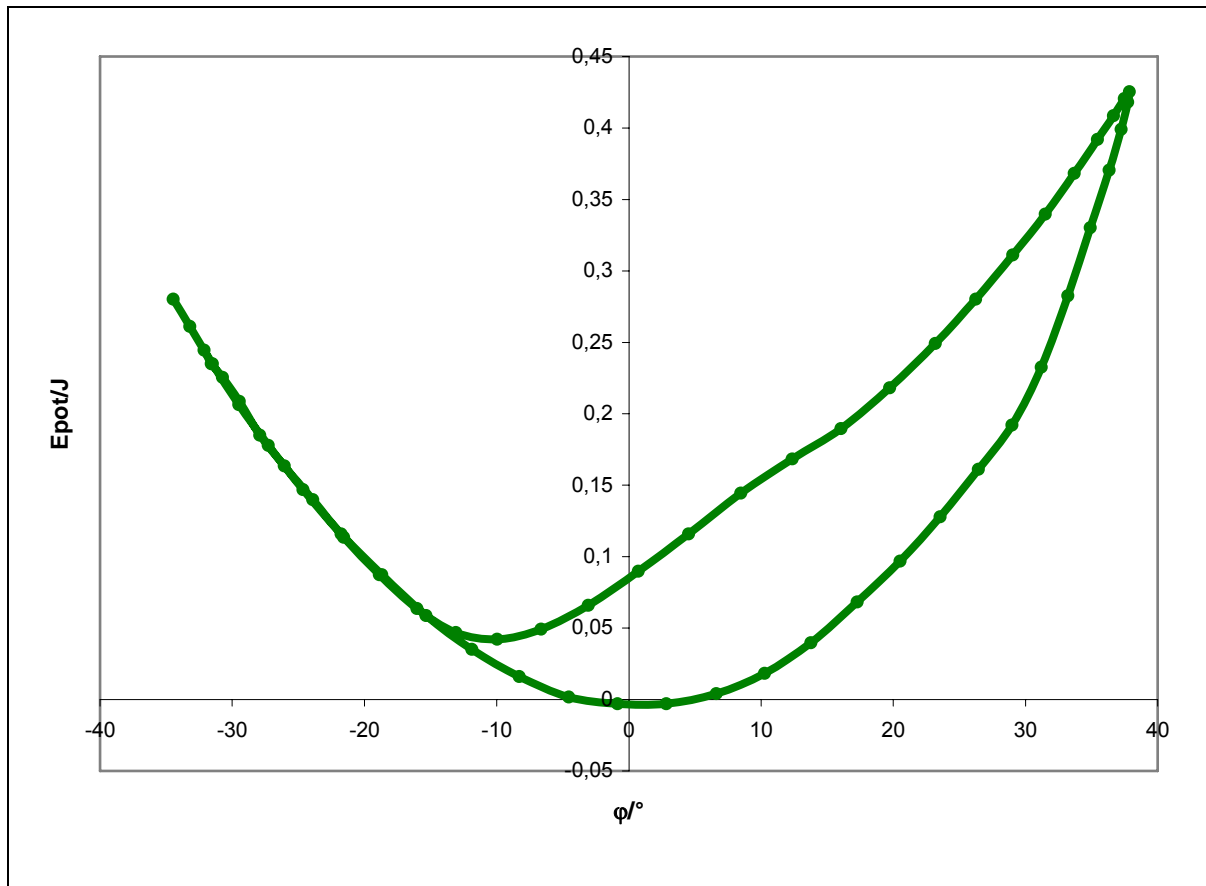


Abb. 29: Potentiell Energie ohne Glättung über eine Schwingung zu ϕ aufgetragen (Hubpendel3.xls).

Die Kurven der potentiellen Energie sind direkt proportional zur (mit dem Parameter y erfassten) erreichten Höhe des Pendelkörpers. Auch hier fällt gerade bei geringer Schwunghöhe eine kleine Einbuchtung kurz nach der maximalen Verkürzung auf.

¹⁹ Die Eigenschaft vom Fadenpendel, dass die Periodendauer T recht konstant bleibt, sollte man sich bei der Suche nach Schwingungszyklen bei Excel zu Nutze machen (siehe Gl.67).

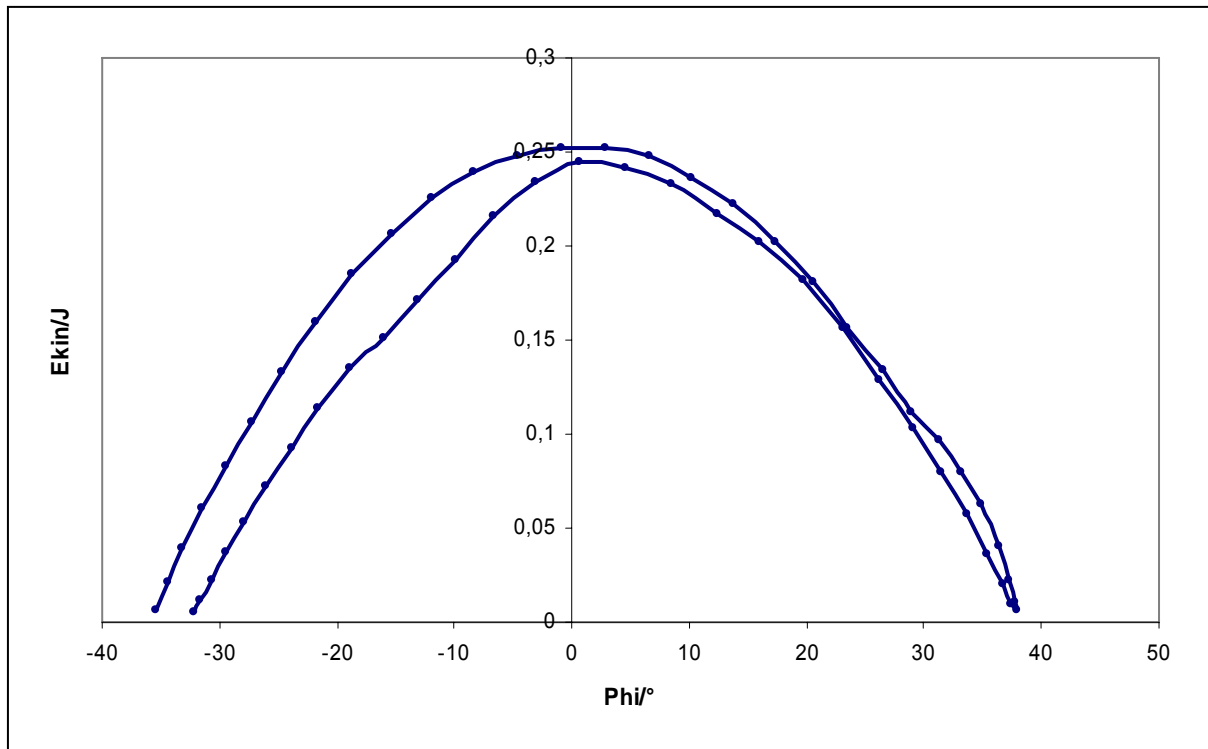


Abb. 30: Kinetische Energie mit einer Glättung von 5 über eine Schwingung zu φ aufgetragen (Hubpendel2.xls)

In den Kurven der Kinetischen Energie in Abhängigkeit zum Winkel ist ein leichter Versatz zu erkennen.

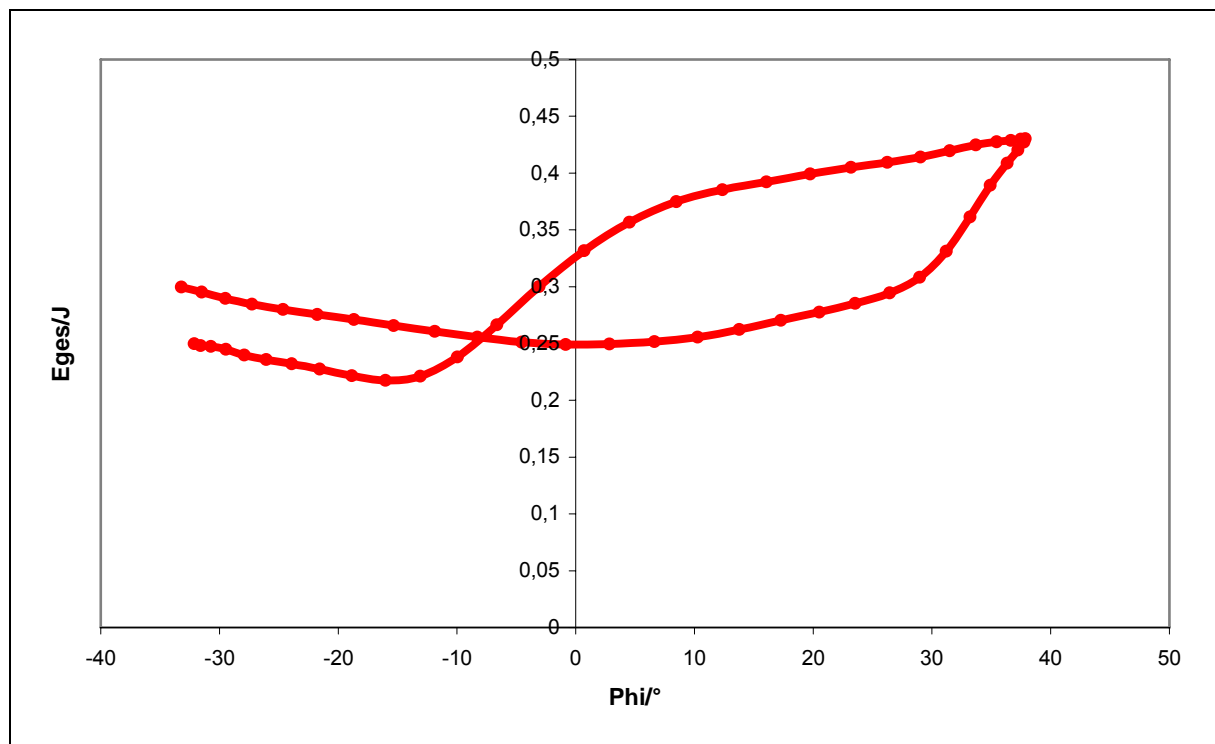


Abb. 31 Die Gesamtenergie zu φ aufgetragen über eine Schwingung (Die einfließende kinetische Energie wurde mit einer Stärke von 5 geglättet) (Hubpendel2.xls).

Addiert man die Kurve der potentiellen und kinetischen Energie, erhält man den Graphen für die Gesamtenergie des Pendels. Diese wurde in Abb. 31 zum Winkel φ für eine Periode abgetragen. Man erkennt, dass sich die Gesamtenergie vorerst in der Nähe der Gleichgewichtslage beim Verkürzen des Fadens vergrößert. Um den Umkehrpunkt bei Verlängerung des Fadens ist eine gewisse Einbuße dieses Energiegewinns zu vermerken.

Abb. 32 visualisiert dasselbe Diagramm für neun Verkürzungen. Zu erkennen ist, dass die Gesamtenergie zum einen direkt proportional zur Amplitude des Winkels ist, zum anderen, dass der Energiegewinn bei großen Auslenkungen ebenfalls größer wird.

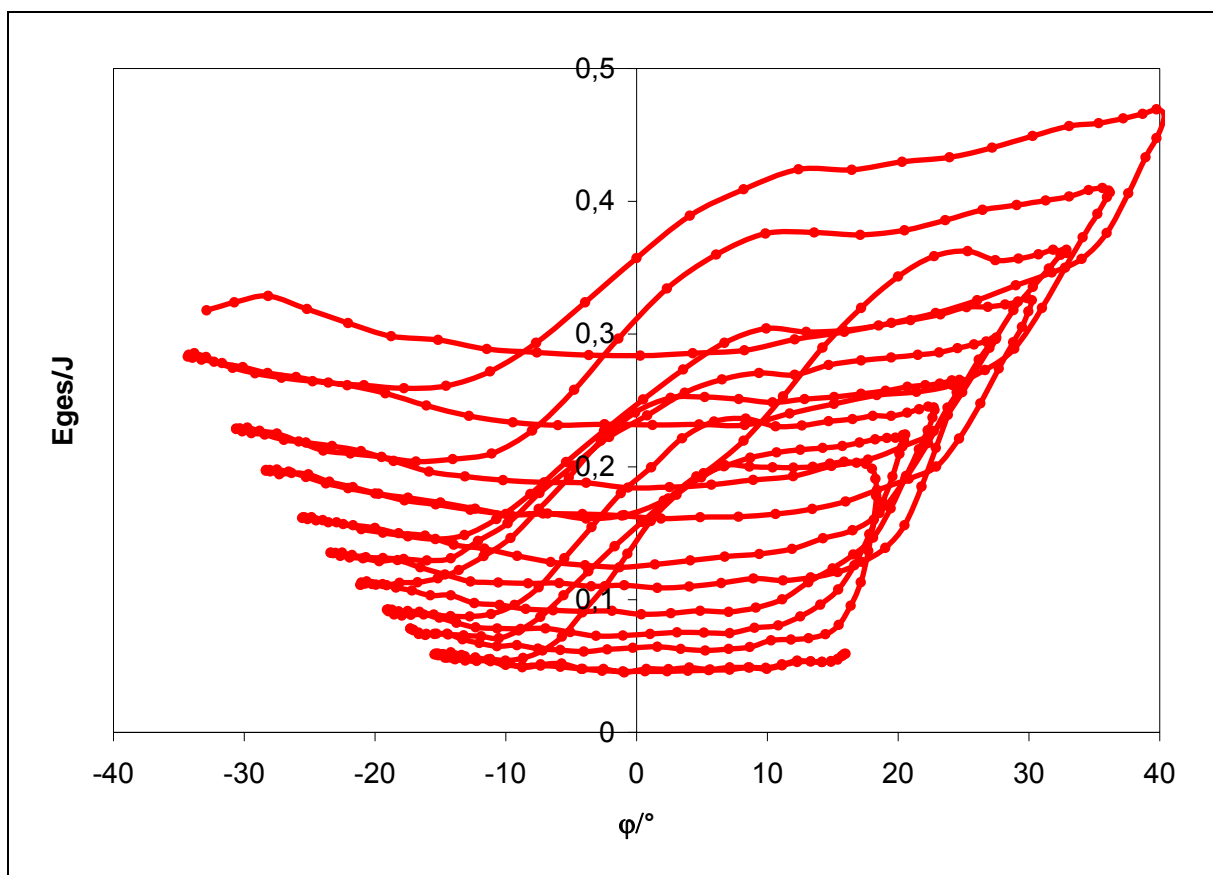


Abb. 32: Der Verlauf Gesamtenergie zu φ über mehrere Schwingungen (Hubpendel2.xls)

Die Energien sind ebenfalls in zeitlicher Abhängigkeit darstellbar (wie in Abbildung 4 beim ebenen mathematischen Pendel), indem man sie zur Abszisse t aufträgt.

Die parametrische Erregung über zwei Schwingungsdauern hat dann den in Abbildung 33 abgebildeten Verlauf. Hier wird die Energetik wohl am anschaulichsten visualisiert und liegt auch am dichtesten an der eigentlichen Messwerterfassung

durch Viana. Für den direkten Bezug zum Pendel ist die Auslenkung φ auf der zweiten Ordinate aufgetragen.

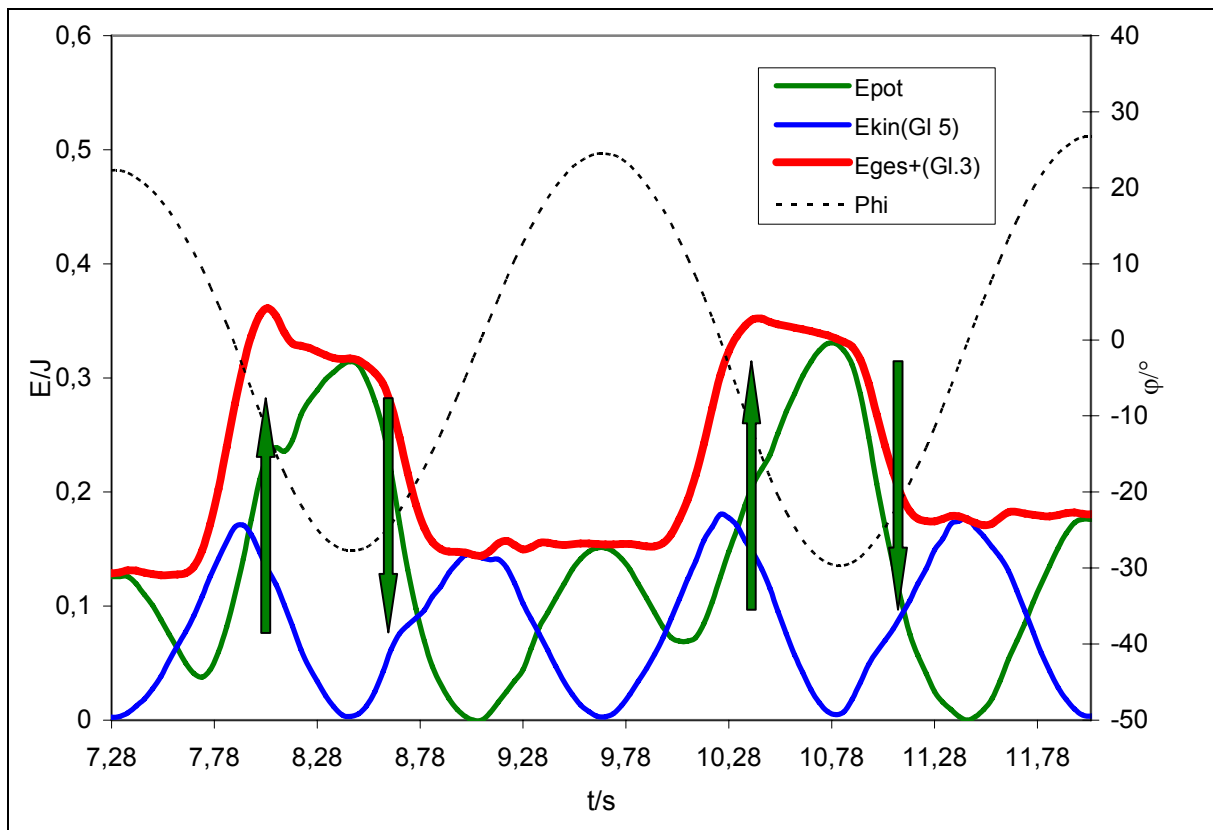


Abb. 33: Verlauf der potentiellen, der kinetischen und der Gesamtenergie zur Zeit über zwei parametrische Verstärkungen(Hub5++).

Die grünen Pfeile signalisieren, dass der Faden verkürzt (Pfeil nach oben) bzw. verlängert wird (Pfeil nach unten). Man sieht auch hier deutlich, wie die Energie durch das Verkürzen auf ein Maximum ansteigt. Die Verlängerung des Fadens bewirkt erneut einen Energieverlust. Während der darauf folgenden Halbperiode, in der das Pendel mit konstanter Fadenlänge schwingt, ist die Gesamtenergie wie beim normalen Fadenpendel relativ konstant. Vergleicht man die Höhen dieser näherungsweise geraden Abschnitte in der Kurve der Gesamtenergie, sieht man, dass die Gesamtenergie sich mit jedem Verlängerungs-Verkürzungs-Zyklus vergrößert.

Schließlich wird ebenfalls deutlich, dass die kinetische Energie immer beim Verkürzen maximal wird und beim darauf folgenden Zurückschwingen etwas abnimmt.

Die Darstellung des Hubpendels im zweidimensionalen Phasenraum erinnert an den Graphen eines gedämpften Oszillators, nur dass sich die Spirale hierbei nach außen hin entwickelt (Abb. 34).

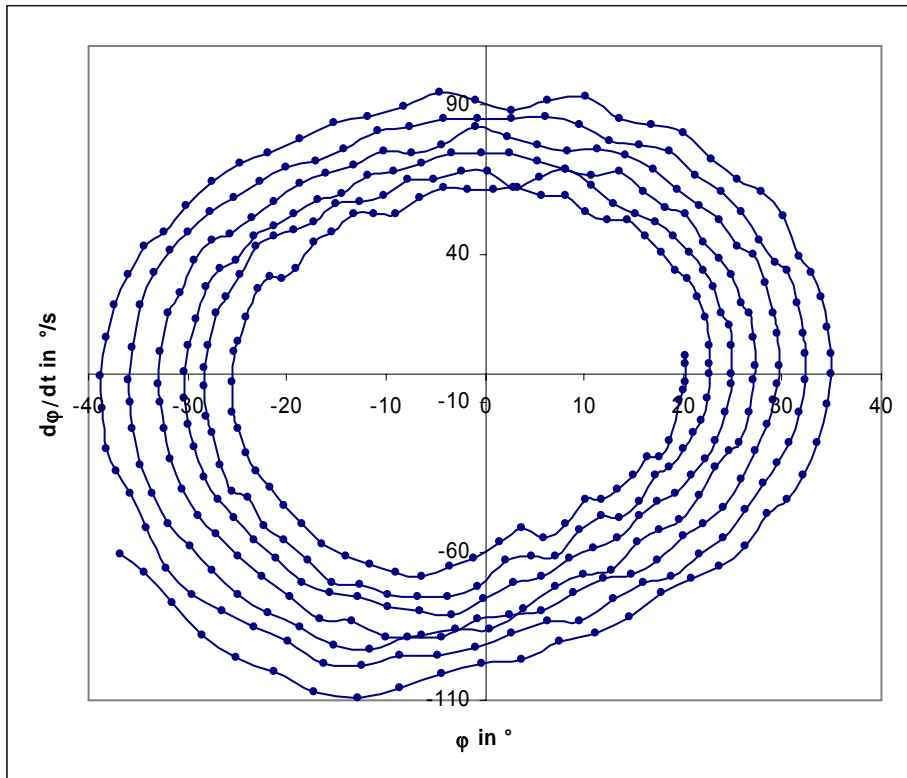


Abb. 34:
Darstellung des
Hubpendels im
Phasenraum

5.1.4 Erklärung

Um das Phänomen physikalisch erklären zu können, müssen wir konsequent die Newtonschen Bewegungsgesetze anwenden.

In der Nähe der Gleichgewichtslage hält die Schnur nicht nur die gesamte Gewichtskraft, sondern auch die maximale Zentripetalkraft. Diese ist bei einer Auslenkung um 90° doppelt so groß wie die normale Gewichtskraft. Für die Zentripetalkraft gilt allgemein:

$$\vec{Z} = m \frac{v^2}{l} = m \frac{v^2}{l} \vec{e}_r \quad (82)$$

In der Gleichgewichtslage gilt

$$mgh = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 \quad \text{aus Gl. 45}$$

$$\vec{Z} = m \frac{2gh}{r} \quad (83)$$

für $h \rightarrow r$ ist somit $\vec{Z} = 2\vec{F}_G$.

Für ein Verkürzen des Fadens muss man in der Nähe der Ruhelage also maximale Zugarbeit aufbringen²⁰, da hier die Fadenkraft maximal ist und die Arbeit nur in Fadenrichtung verrichtet werden kann. Mit Gl. 58 erhält man:

$$F_r(\varphi = 0) = -mg \cdot \cos(0) + m \frac{v_{\max}^2}{r} = F_{r\max} \quad (84)$$

Die durch das Verkürzen des Fadens verrichtete Arbeit erhöht die Energie des Systems. Der Pendelausschlag vergrößert sich. Da die parametrische Verstärkung periodisch praktiziert werden soll, muss nach der Verkürzung des Fadens dieser auf seine ursprüngliche Länge zurück gebracht werden. Würde dies an derselben Stelle geschehen, wäre nichts gewonnen, da bei der Verlängerung des Fadens wieder ebensoviel Energie dem System entnommen würde, wie es vorher hinzugewonnen hatte. Am Idealsten sollte eine Verlängerung der Schnur in der Nähe des Maximalausschlags sein. Hierdurch verliert das System zwar erneut an Energie, da aber an dieser Stelle die Kraft auf den Faden minimal ist - lediglich über die Komponente der Gewichtskraft in Schnurrichtung wird Arbeit verrichtet und die Zentripetalkraft ist hier ebenso wie die Geschwindigkeit gleich Null - sollte sich der Energieverlust minimieren. Die Kraft wird vereinfacht²¹ zu

$$F_r(\varphi_{\max}) = mg \cdot \cos \varphi_{\max} = F_{r\min} \quad (85)$$

Für eine grobe quantitative Näherung der Bewegung werde angenommen, dass die Schnur in vernachlässigbarer Zeit um dl verkürzt wird und im darauffolgenden Umkehrpunkt um den gleichen Betrag wieder verlängert wird, dabei sei jedoch eine Führungskraft unterstellt, so dass die Masse nicht herunterfalle, sondern die Schnurverlängerung sich radial in Schnurrichtung vollziehe. Somit ergibt sich die in Abb. 35 erkennbare Bahn [22].

²⁰ Insgesamt ist die Fadenkraft in der Gleichgewichtslage nach einer Auslenkung um 90° also gleich der dreifachen Gewichtskraft.

²¹ Dies ist eine Vereinfachung, da die Kugel real senkrecht nach unten fällt, wenn im Umkehrpunkt die Fadenkraft abrupt ausbleibt.

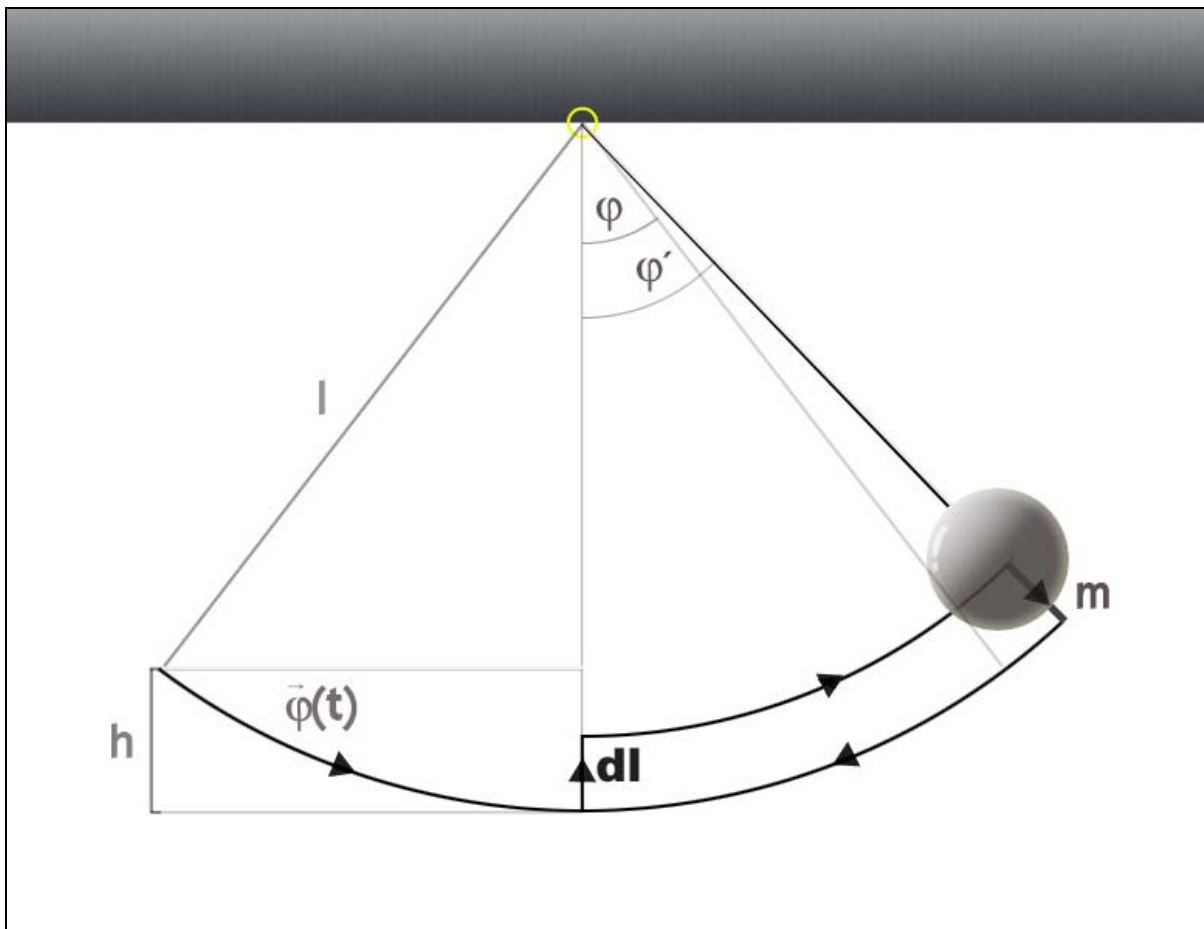


Abb. 35: Vereinfachtes Modell der Schleifenbahn des Hubpendels

Die relevanten Kräfte auf die Kugel sind für diese Betrachtung dieselben wie beim ebenen mathematischen Pendel, die Variation der Pendellänge fließt über eine geänderte Fadenkraft in die Näherung. In der Gleichgewichtslage wirken auf den Körper die Gewichtskraft $\vec{F}_G = m\vec{g}$ und die Fadenkraft \vec{F}_F , die zusammen die Zentripetalkraft $\vec{Z} = m \frac{v_0^2}{l}$ ergeben müssen, die nötig ist, um den Körper auf der Kreisbahn zu halten.

$$\vec{F}_{\text{ges}} = \vec{F}_G + \vec{F}_F = \vec{Z} \quad (86)$$

Die in das System hineingesteckte Energie entspricht der Kraft in Wegrichtung. Da wir nur eine Veränderung der Länge des Fadens vornehmen ergibt sich für die Energieänderung:

$$dE = \vec{F}_F \cdot d\vec{l} \quad (87)$$

Schauen wir uns vorerst den Energiegewinn beim Verkürzen des Fadens in der Gleichgewichtslage an. Dafür ist Gl. 84 in Gl. 87 einzusetzen:

$$dE_+ = (\vec{Z} - \vec{F}_G) \cdot d\vec{r} = m \left(\frac{v_{\max}^2}{l} (-\vec{e}_r) - g\vec{e}_r \right) \cdot d l (-\vec{e}_r) = m \left(\frac{v_{\max}^2}{r} + g \right) dl$$

Beim darauf folgenden Maximalausschlag muss die Energie des Pendels dann um dE_- verringert werden. Gl. 85 in Gl. 87 ergibt.

$$dE_- = \vec{F}_G \cdot d\vec{l}$$

Da v im Umkehrpunkt gleich 0 ist muss lediglich das Skalarprodukt aus \vec{F}_g und $d\vec{l}$ berechnet werden:

$$dE_- = -mg \cos \varphi dl$$

Hier wird deutlich, wie es überhaupt möglich wird, dem System Energie zuzuführen. Durch das Verkürzen beim Passieren des Schwerpunkts senkrecht unter dem Drehzentrum nimmt das System sehr viel Energie auf. Der Energieverlust im Umkehrpunkt ist dagegen gering.

Die Energiebilanz ergibt somit:

$$\Delta E_{\text{ges}} = dE_+ + dE_- = m \left(\frac{v_{\max}^2}{l} + g(1 - \cos \varphi) \right) \Delta l$$

Mit der Näherung aus Gl. 51 erhält man:

$$\Rightarrow \Delta E_{\text{ges}} = m \left(\frac{v_{\max}^2}{l} + \frac{gh'}{l} \right)$$

h' ist die nach Verkürzen erreichte Höhe. Diese kann grob näherungsweise mit der Höhe vorm Verkürzen gleichgesetzt werden.

Aus der Energiebetrachtung des ebenen mathematischen Pendels

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = mgh$$

erhält man

$$v_{\max}^2 = 2gh$$

setzt man auch dies ein, ergibt sich:

$$\Delta E_{\text{ges}} = \frac{m}{l} \left(v_{\text{max}}^2 + \frac{v_{\text{max}}^2}{2} \right) dl = \frac{3}{2} m v_{\text{max}}^2 \frac{\Delta l}{l}$$

und somit

$$\Delta E_{\text{ges}} = 3 E_{\text{ges}} \cdot \frac{\Delta l}{l}. \quad (88)$$

In dieser Übersichtsrechnung schlägt sich nieder, dass der Energiezuwachs direkt proportional zur bereits vorhandenen Gesamtenergie des Systems ist. Des Weiteren findet man bestätigt, dass das System nicht aus dem Ruhezustand heraus parametrisch verstärkt werden kann. Im Zuge dieser Herleitung findet man auch formelgemäß, dass bei größeren Energien des Pendels das System mehr Energie aufnehmen kann. Interessant ist, dass ein wesentlich komplizierterer Ansatz, der die Schleifenbahn berücksichtigt, zu einem sehr ähnlichen Ergebnis kommt (siehe Anhang II). Der Vorfaktor 3 wird dabei nur zu $\frac{3}{4}\pi \approx 2,4$ korrigiert (Gl. 105).

Der Energiegewinn ist direkt proportional zur Änderung der Höhe bei maximaler Elongation. Setzt man die Höhe des Schwerpunkts in der Gleichgewichtslage auf Null ist der Höhenunterschied gleich der Änderung der y-Komponente des erfassten Pendelkörpers. So kann man leicht den Energiegewinn pro Periode berechnen.

$$\Delta E = E_{\text{pot}}' - E_{\text{pot}} = mg(h' - h)$$

In Tabelle 1 kann man diesen gemessenen Energiegewinn mit den vereinfachenden Näherungen 1 und 2 vergleichen.

EgesMax/J	dEgesMax/J	φMax/°	dφMax/°	dE(Näher.1)/J	Abweichung	dE(Näher.2)/J	Abweichung
0,058		16,88					
0,058	0,000	17,06	0,18	0,021		0,017	
0,077	0,019	18,72	1,66	0,021	-13,4%	0,017	10,9%
0,096	0,019	20,65	1,93	0,028	-45,3%	0,022	-14,1%
0,115	0,019	22,33	1,68	0,036	-88,5%	0,028	-48,1%
0,133	0,018	23,93	1,60	0,042	-133,3%	0,033	-83,3%
0,153	0,019	26,04	2,11	0,049	-152,6%	0,039	-98,4%
0,199	0,046	29,35	3,31	0,056	-21,4%	0,044	4,7%
0,251	0,052	32,87	3,53	0,074	-41,9%	0,058	-11,5%
0,293	0,042	35,74	2,86	0,093	-118,6%	0,073	-71,7%
Mittelwerte	0,029		2,334	0,108	-76,9%	0,039	-38,9%

Tabelle 3: Excel Tabelle zum Hubpendel (Hubpendel4+.xls).

Die prozentualen Abweichungen orientieren sich am über Gl. 49 berechneten Wert, der noch am nächsten an den Messwerten von Viana liegt.

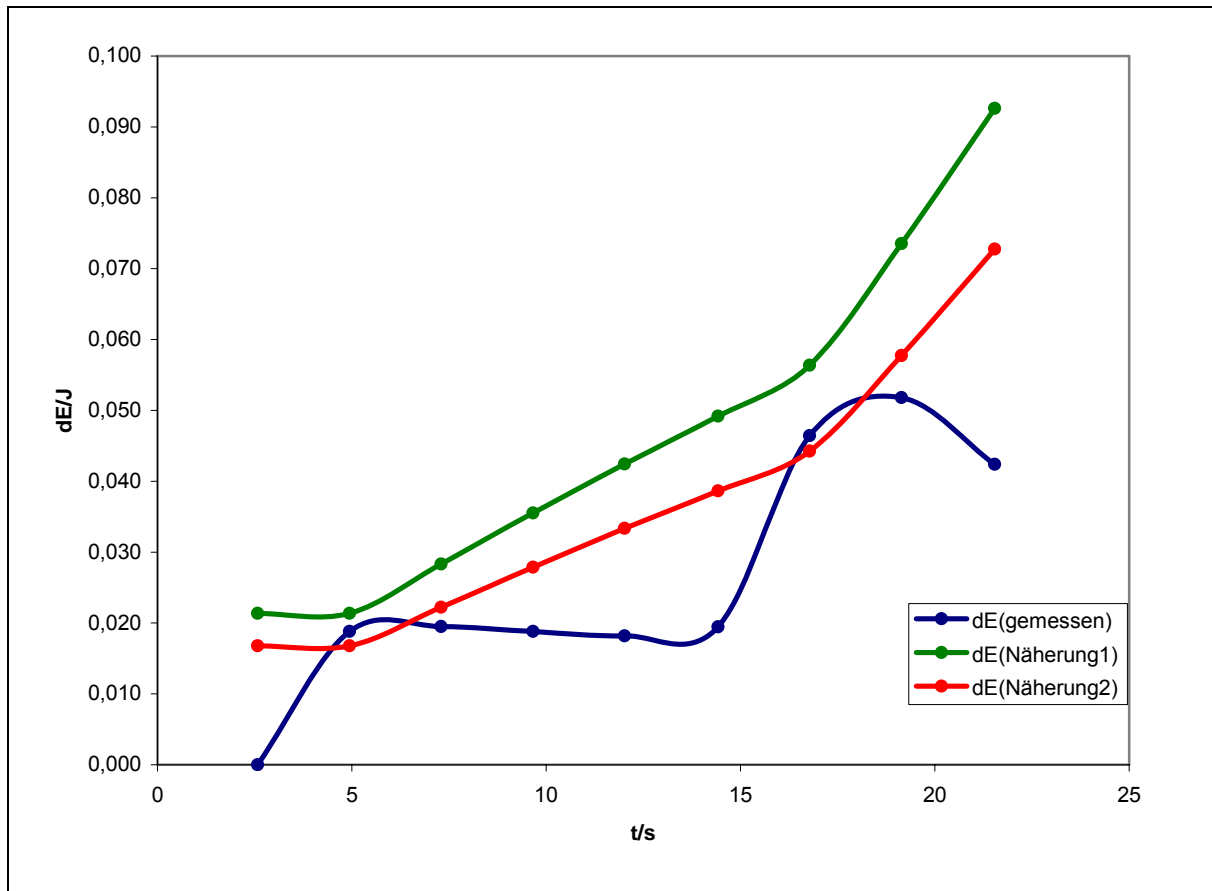


Abb. 36: Vergleich der Näherungen mit den Messungen (Hubpendel4+.xls).

Die Näherung 2 liegt zwar tendenziell näher an den gemessenen Werten, reicht insgesamt aber nur zur qualitativen Beschreibung hin²². Die Fadenlänge bzw. den Abstand zum Drehzentrum kann man mit Excel bei bekanntem Drehpunkt leicht über den Satz des Pythagoras (vgl. Gl. 89) berechnen. Liegt der Nullpunkt des Koordinatensystems bei maximaler Länge des Fadens r in der Gleichgewichtslage, erhält man die Fadenlänge l über:

$$l = \sqrt{x^2 + (r - y)^2} \quad (89)$$

Abb. 37 veranschaulicht sehr gut, wie unterschiedlich die Verkürzung stattgefunden hat und wie weit die reale Bewegung von den Näherungen entfernt ist.

²² Die berechneten Näherungen orientieren sich hier immer an der zuvor gemessenen Gesamtenergie und wurden nicht ausgehend von einer Ausgangsenergie für mehrere Verkürzungen berechnet.

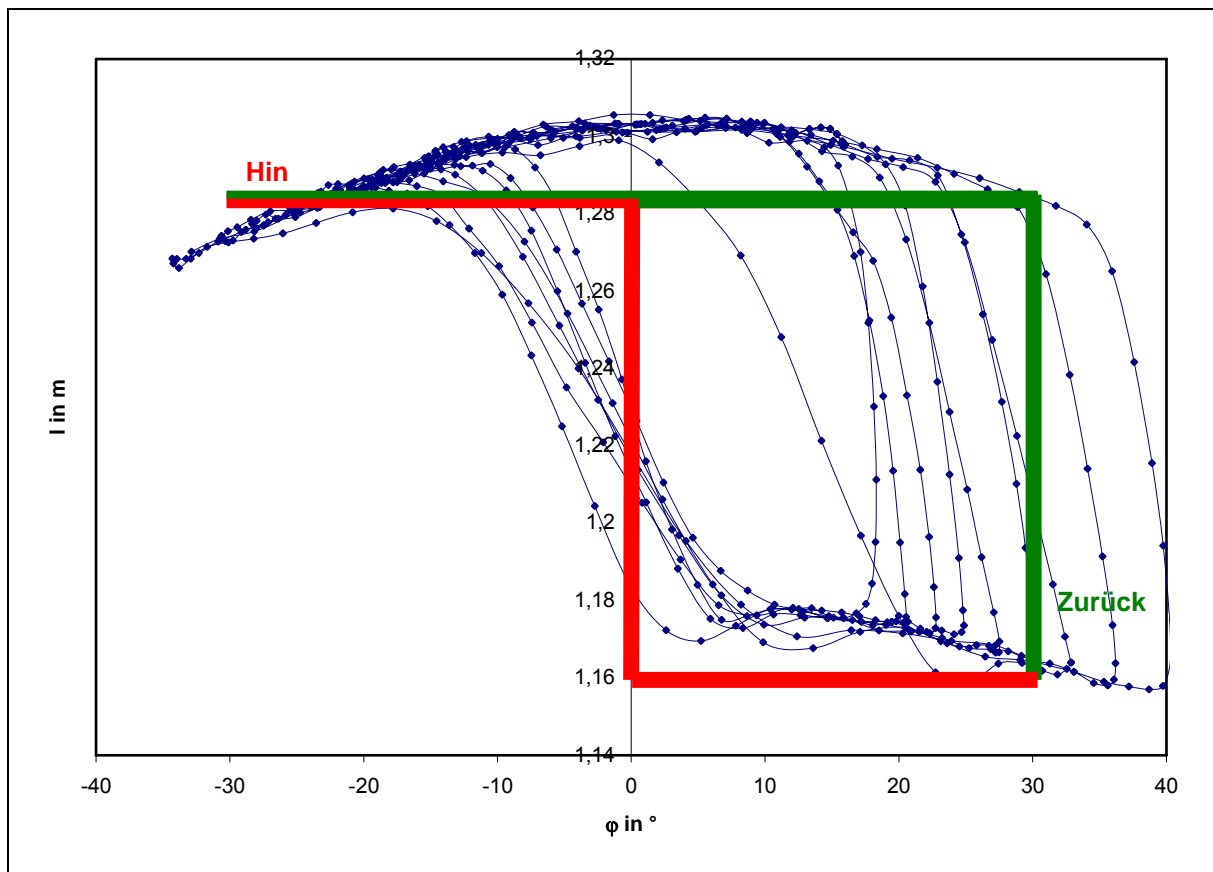


Abb. 37: Länge des Fadens zu φ aufgetragen. Zum Vergleich wurde die theoretische Verkürzung der Näherung 1 eingezeichnet (Hubpendel4+.xls).

Der Hauptgrund für die Abweichung ist, dass sich das Pendel bei der Näherung 1 theoretisch mit unendlicher Geschwindigkeit in der Ruhelage bewegt (siehe Abb. 28). Der reale Verlauf weicht hiervon indes weit ab (vgl. mit Abb. 35). Bei der hier vorgenommenen Approximation (der nicht stetigen Verkürzung der Pendellänge im Ruhepunkt) ist die Berechnung der Geschwindigkeit über die Drehimpulserhaltung zwar theoretisch korrekt, praktisch ist allerdings eine Verkürzung in infinitesimaler Zeit unmöglich. Da nur in der Gleichgewichtslage die Impulserhaltung legitim ist, bekommt man eine weitere Ungenauigkeit in der Näherung. Im Vergleich zum Modell des ebenen mathematischen Pendels ist bei den Hubpendelaufnahmen die Aufhängung nicht ideal punktförmig, somit kann sich das Drehzentrum während der Bewegung verschieben und zusätzlich Energie in Form von Wärme entwertet werden. Durch die unterschiedlich großen Kräfte auf den Faden (vgl. Gl. 84 und 85) wird die Kugel unterschiedlich weit in den Haken gezogen. Außerdem wickelt sich die Schnur in eine Richtung leicht um den Haken, wohingegen sich in die andere Richtung das Drehzentrum leicht nach oben zum Knoten an der Kugel verlagert. Die Länge des Pendels ist hierdurch abhängig von der Auslenkung, was auch an Abb. 36

deutlich zu erkennen ist. Beim Durchlaufen der Gleichgewichtslage, wenn die Kraft auf den Faden maximal ist, wird die Fadenlänge auch maximal.

Die häufig bei den Hubpendel-Videos auftretenden Einbuchtung in den x - y - und φ -Epot-Diagrammen rühren ebenfalls von der nicht optimalen Hubbegrenzung. Bei starkem Ziehen am Seil konnte es passieren, dass die Begrenzungskugel unsauber teilweise in den Haken gelangte (siehe Abb. 26). Für die Analyse der normalen Pendelbewegung in Abschnitt 2.4 wurde dieselbe Schnur mit Kugelbegrenzung benutzt. Hier kann man in der Gleichgewichtslage eine Pendelverlängerung von 3cm nachweisen, was sich auch auf den Verlauf der Gesamtenergie auswirkt (siehe Abb. 4).

Der leichte Versatz in den Kurven der kinetischen Energie in Abhängigkeit zum Winkel ist damit zu erklären, dass die Geschwindigkeit zwar in der Gleichgewichtslage für das ebene mathematische Pendel maximal ist, dieser Effekt aber durch das Verkürzen des Fadens überlagert wird. Hierbei muss sich die Winkelgeschwindigkeit erhöhen, da ansonsten das Pendel nicht höher schwingen würde. Beim Verkürzen steht dem Faden so noch mehr Energie zur Verfügung als beim darauf folgenden Zurückschwingen, wo das Pendel dann über die Fadenverlängerung wieder Energie einbüßen musste.

5.1.5 Modellbildung mit Hilfe von Stella

Das gerade mit Viana analysierte Hubpendel soll im Folgenden mit Stella modelliert werden. Die Modellierung des ebenen mathematischen Pendels ist hierfür die Grundlage (Kapitel 4.1.2). Für das Hubpendel muss sich nur noch überlegt werden, wie man eine Fadenverkürzung physikalisch korrekt bewerkstelligen kann. Entwickeln wir das Hubpendel vorerst ohne Reibung wie bei Näherung 1. Um in der Gleichgewichtslage die Pendellänge zu verändern, kann man zwei unterschiedliche variable Pendellängen einführen, FadenLang und FadenKurz, deren Differenz dem Hub Δl entsprechen. Damit der Faden genau über eine viertel Periode verkürzt wird, muss eine Abfrage programmiert werden. Hierfür wurde eine Verkürzung über einen Zeitraum modelliert, während $\dot{\varphi} < 0$ und $\varphi < 0$, also nach Durchlaufen der Gleichgewichtslage von rechts nach links bis zum linken Umkehrpunkt. Damit ist die Verkürzung des Pendels modelliert. Der wesentliche Effekt, der das Pendel höher schwingen lässt, wurde jedoch in unserem Modell noch nicht berücksichtigt.

Da in der Gleichgewichtslage die Gravitationskraft vollkommen von der Fadenkraft kompensiert wird, gilt hier die Drehimpulserhaltung:

$$\begin{aligned}\vec{L}_1 &= \vec{L}_2 \\ I_1 \vec{\omega}_1 &= I_2 \vec{\omega}_2\end{aligned}\tag{90}$$

Mit dem Trägheitsmoment einer Punktmasse $I = mr^2$ ergibt sich:

$$\begin{aligned}mr_1^2 \omega_1 &= mr_2^2 \omega_2 \\ \omega_2 &= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \omega_1\end{aligned}\tag{91}$$

Für die Winkelgeschwindigkeitsänderung erhält man

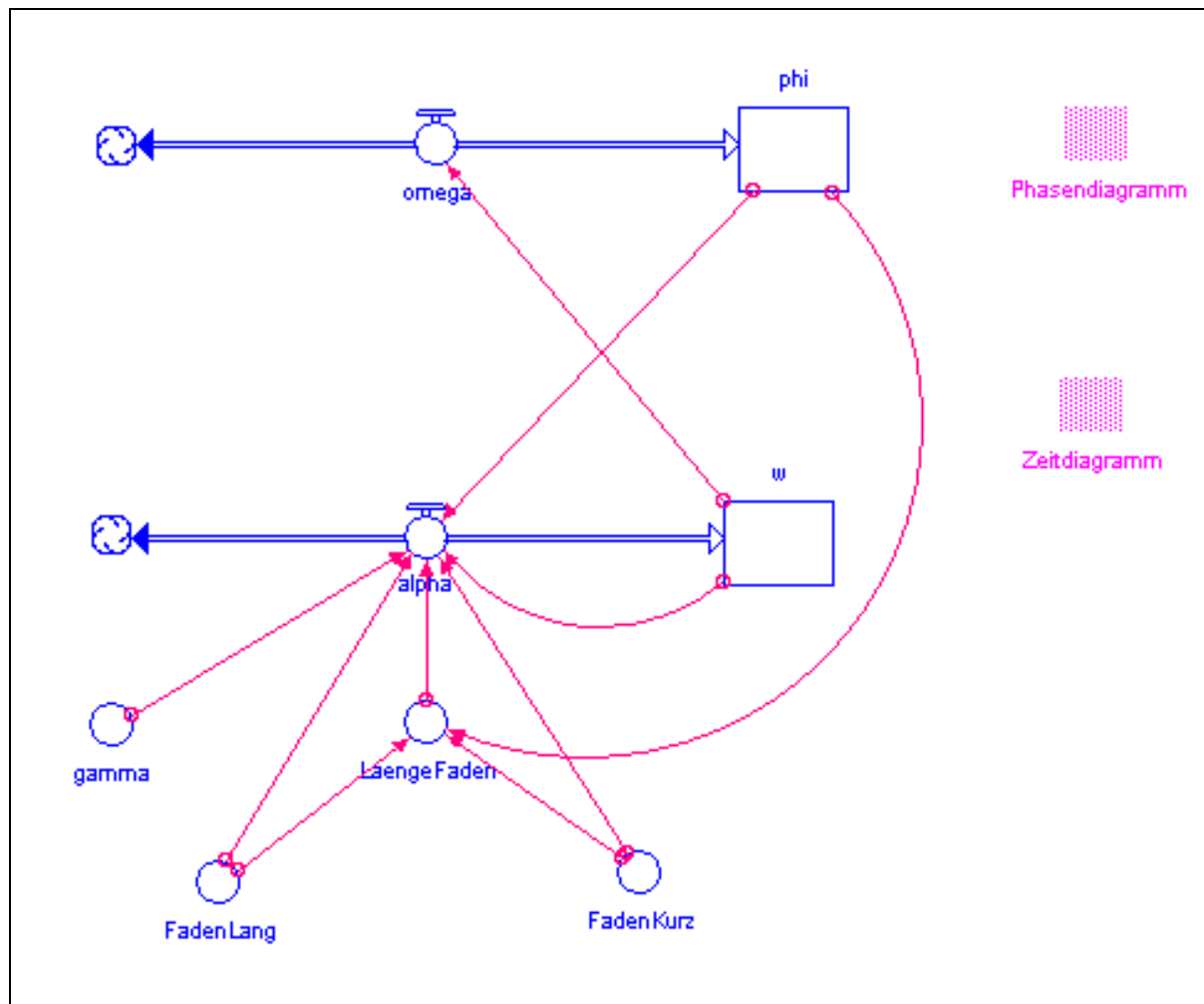
$$\Delta\omega = \omega_1 \left(\left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 - 1 \right)\tag{92}$$

Jetzt ist zu überlegen, wie man diese Geschwindigkeitserhöhung genau in der Gleichgewichtslage, beim Verkürzen des Fadens bewerkstelligen kann. Dies wurde mit Hilfe der Abfrage

$$\text{if (DERIVN(LaengeFaden,1)<0)}\tag{93}$$

realisiert. Die DERIVN-Funktion berechnet die Ableitung eines bestimmten Parameters, in diesem Fall die erste Ableitung (DERIVN(..., 1)) von LaengeFaden. Genau wenn die Änderung der Länge des Fadens negativ ist, wenn der Faden also verkürzt wird, soll sich die Geschwindigkeit gemäß Gl. 92 vergrößern.

Somit erhält man ein erstes Modell zum Hubpendel. Die Abb. 38/39 zeigt ein Modell, welches die laminare Reibungskraft mit einbezieht, bei dem lediglich die physikalisch variablen Einflußgrößen grafisch separiert wurden.



\square $\phi(t) = \phi(t - dt) + (\omega) * dt$
 INIT $\phi = 5 * \pi / 180$
 INFLOWS:
 $\omega = w$

\square $w(t) = w(t - dt) + (\alpha) * dt$
 INIT $w = 0$
 INFLOWS:
 $\alpha = \text{if}((\text{derivn}(\text{LaengeFaden}, 1) < 0)$
 then
 $(-9.81 / \text{LaengeFaden} * \sin(\phi) - \gamma * \text{LaengeFaden} * w + w * (\text{FadenLang} * \text{FadenLang} / (\text{FadenKurz} * \text{FadenKurz} - 1) / dt)$
 else $(-9.81 / \text{LaengeFaden} * \sin(\phi) - \gamma * \text{LaengeFaden} * w)$

\bigcirc $\text{FadenKurz} = 0.9$
 \bigcirc $\text{FadenLang} = 1.0$
 \bigcirc $\gamma = 0.2$
 \bigcirc $\text{LaengeFaden} = \text{if}((\text{DERIVN}(\phi, 1) < 0.0) \text{ AND } (\phi < 0))$
 then FadenKurz
 else FadenLang

Abb. 38/39: Stella-Modell zum Hubpendel

Eine Modellierung der Energetik kann anschließend einfach realisiert werden (siehe HubpendelEnergetik.sta). Mit der Stärke der Dämpfung und der Größe des Hubs kann jetzt experimentiert und überprüft werden, ob die Schwingung sich aufschaukelt oder die Dämpfung dem System zu viel Energie entzieht. Die experimentellen Größen (LängeFaden, γ bzw. Gamma), die im Realexperiment einfließen, können schnell auf das Modell übertragen und diskutiert werden. Abschließend können die vom Modell erfassten und auch unbeachteten physikalischen Phänomene an den Flußdiagrammen anschaulich zur Debatte gestellt werden.

Die parametrische Verstärkung kann ebenfalls eindrucksvoll in der Pilgerkirche von Santiago di Compostella beobachtet werden. Hier haben sich die Priester diesen Effekt eindrucksvoll zu Nutze gemacht, um „Botafumeiro“, ein Jahrhunderte altes Weihrauchfass, in Schwingung zu versetzen²³.

Die gerade über das Hubpendel gewonnenen Kenntnisse aus der bereinigten Umgebung des Labors sollen nun auf das Schaukeln übertragen werden.



Abb. 40: Erster Schaukelversuch am Tetraeder in Bottrop

²³ Das mehr als 50Kg schwere Weihrauchfass wird bei der Hauptmesse über den Köpfen der Gottesdienstbesucher durch das Querhaus hin und her geschwenkt. Der Brauch stammt aus früheren Zeiten, in denen viele Pilger mangels anderer Unterkünfte in der Kathedrale übernachteten. Der Weihrauch diente dazu, die Luft in der Kirche zu verbessern. Das Ritual ist bis heute aufrecht erhalten, in unseren Tagen aber wohl eher aus nostalgischen und touristischen Gründen.

5.2 Videoanalyse des Schaukelns

Betrachten wir zu Beginn das Schaukeln im Stehen. Da die meisten Schaukeln für Kinder ausgerichtet sind, ist das Schwingen im Stand meist nur bedingt möglich. Für die Aufnahmen wurde ein Ort gesucht, an dem die Pendellänge recht groß ist, wobei ein Schwung-Holen im Stehen und eine Schwungverstärkung über mehrere Perioden beobachtbar ist. Des Weiteren sollten die Aufnahmen eine automatische Analyse ermöglichen. Auf Spielplätzen, Schulhöfen und in Freizeitparks (wo Schaukeln primär zu finden sind) ist im Hintergrund meist ein breites Spektrum an Farben zu sehen. Zusätzlich behindern Tragestreben die Sicht an einer oder mehreren Stellen in der Nähe der Gleichgewichtslage (auf die besonderes Augenmerk zu legen ist), wodurch eine automatische Analyse erschwert, wenn nicht verhindert wird. Für die beiliegenden Schaukel-Aufnahmen wurde deshalb eine Schaukel am Tetraeder in Bottrop-Boy befestigt und versucht, die Bewegung vollends mit dem Himmel als Hintergrund einzufangen. Nachdem bei einem ersten Drehversuch das schlechte Wetter und die damit verbundene Zeitknappheit keine zufrieden stellenden Ergebnisse brachte, konnten beim zweiten Versuch einige Mängel und Unsicherheiten ausgeräumt werden. So wurde mit Hilfe von Wasserwaagen und einer zweiten Kamera, die genau frontal auf die Schaukel gerichtet war (siehe Abb. 41), explizit darauf geachtet, dass die Bewegungsebene parallel zur Bildebene verläuft und keine Abbildungsfehler entstehen (siehe Abb. 12). Ein viel höheres Maß an Zeit wurde bei diesen Aufnahmen in die Justierung der Schaukel verwendet. Hier ist darauf zu achten, dass die Drehpunkte exakt auf einer Linie senkrecht zur optischen Achse der Kamera liegen.

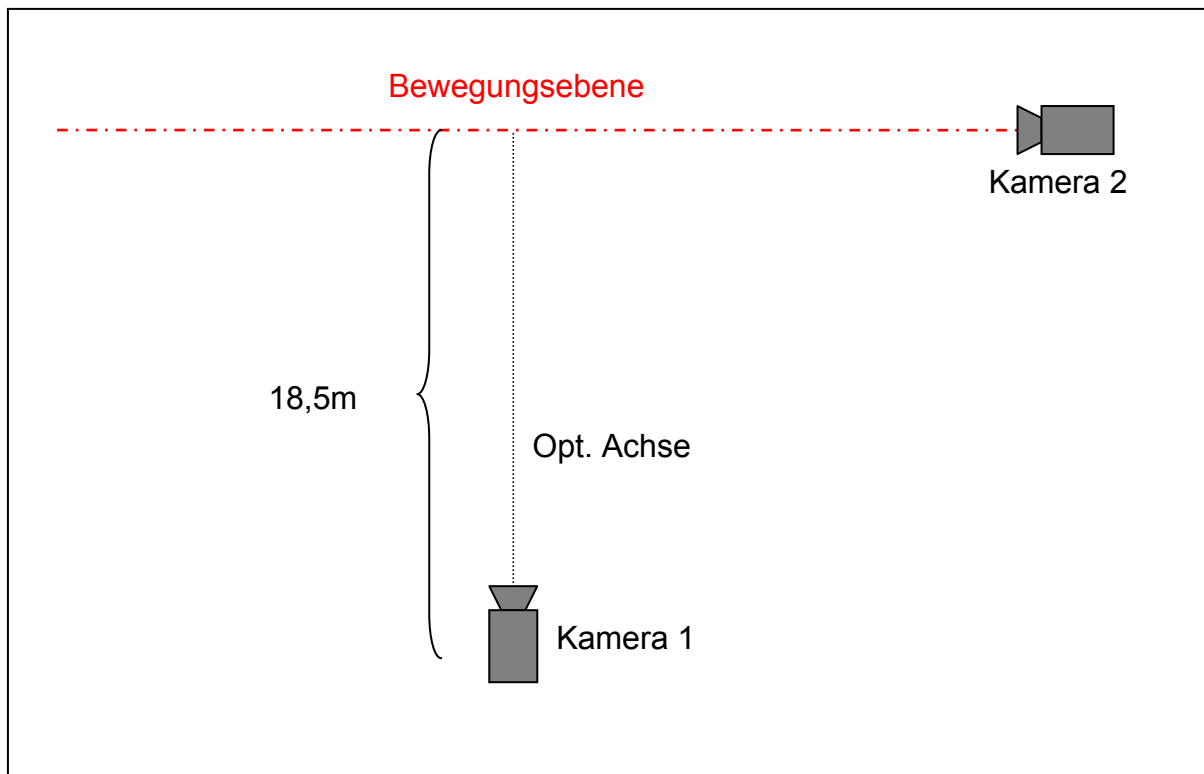


Abb. 41: Versuchsaufbau zu den Aufnahmen am Tetraeder.

Zur Kalibrierung ist der Abstand vom Aufsetzpunkt der Füße bis zum Knoten am Seil in Überkopf-Höhe bei Viana auf 2m zu setzen²⁴. Das mit 80kg Körpergewicht



belastete Seil wies eine Länge von $l=7,21\text{m}$ pro Strang auf. Die mit Leuchtklebeband in Bauchnabelhöhe an der Radlerhose befestigte Markierung (14x14cm) lässt sich sehr gut zur automatischen Analyse nutzen. Bei den hier dargelegten Diagrammen zum roten Markerpunkt wurde die Suche nach dem Farbton R200 G13 B76 mit einer maximalen Farbtoleranz von 60 befohlen (TAKE4sitzend R143G19B66, Toleranz:35). Die Position wurde mit einer möglichen Abweichung von

Abb. 42: Kalibrierung der Tetraeder-Aufnahmen.

60 vorherbestimmt. Für die Erfassung des gelben Markerpunkts am Knöchel wurden folgende Sucheinstellungen eingestellt: R 204 G 241 B 126; Toleranz: 50; Pos. vorherbest.: 30.

²⁴ Die Markierungen liegen nicht in der Bewegungsebene des KSP. Unter Anhang V wird beschrieben, wie man diesen Fehler korrigieren kann.

Nach diesen idealisierten Untersuchungen soll dann der Versuch unternommen werden, das alltäglich auf Spielplätzen beobachtbare Schaukeln zu analysieren. Hierbei muss auf manuelle Analysen zurückgegriffen werden. Die Pendellänge der Schaukel betrug 2,1m. Zur Kalibrierung dient der grüne Streifen am unteren Ende der Schaukel und die 1m höher gelegene grüne Markierung an der Kette. Die Kamera stand dabei auf einer Höhe von 1m in 8,5m Abstand zur Bewegungsebene.



Abb. 43: Kalibrierung der Spielplatz-Aufnahmen

5.2.1 Auswertung

Zunächst soll davon ausgegangen werden, dass die Bewegung des KSP näherungsweise über die Erfassung des roten Markerpunkts beschrieben werden kann. Daraus resultiert natürlich ein größerer absoluter Fehler als beim Faden- bzw. Hubpendel. Der Fehler in x-Richtung liegt bei der Verschiebung im Bereich von 20cm (bzw. 35Pixel) bei den Take2 Aufnahmen und 23cm (bzw. 28Pixel) bei den Take4 Aufnahmen. Der daraus resultierende relative Fehler liegt nach Gl. 73 für die Videos im Bereich von 3%. Die Fehler in den Geschwindigkeiten liegen nach Gl. 75 bei $5\text{--}6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Für die Beschleunigungen ergeben sich nach Gl. 76 somit Fehler von $125\text{--}150 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Interessant für die Analysen sind ebenfalls die Fehler in senkrechter Richtung. Die geschätzten 20cm (35Pixel) Fehler bei den automatischen Erfassungen der Verschiebung des KSP führen wegen der geringen Höhenänderung zu einem relativen Fehler von 20% bei den Take2-Aufnahmen ($h=170\text{Pixel}$). Bei den Take4-Aufnahmen erhält man bei einem geschätzten Fehler von 23cm (30Pixel) einen relativen Fehler von 14% ($h=200\text{Pixel}$). Die Fehler in den Geschwindigkeiten und den Beschleunigungen in y-Richtung liegen im selben Bereich, wie die in x-Richtung.

5.2.1.1 Schaukeln im Stehen

Anders als bei den Hubpendel-Aufnahmen wurde bei den Schaukelbewegungen im Stehen immer zweimal pro Periode parametrisch verstärkt. Die Trajektorie im x-y-Raum kann bei Viana auf einem Hintergrundbild des Videos aufgetragen werden (Anzeige: Hintergrund; Suchergebnisanzeige: Mittelpunkt Punkt). Die folgenden Analysen basieren alle auf dem Video Take2stehend.

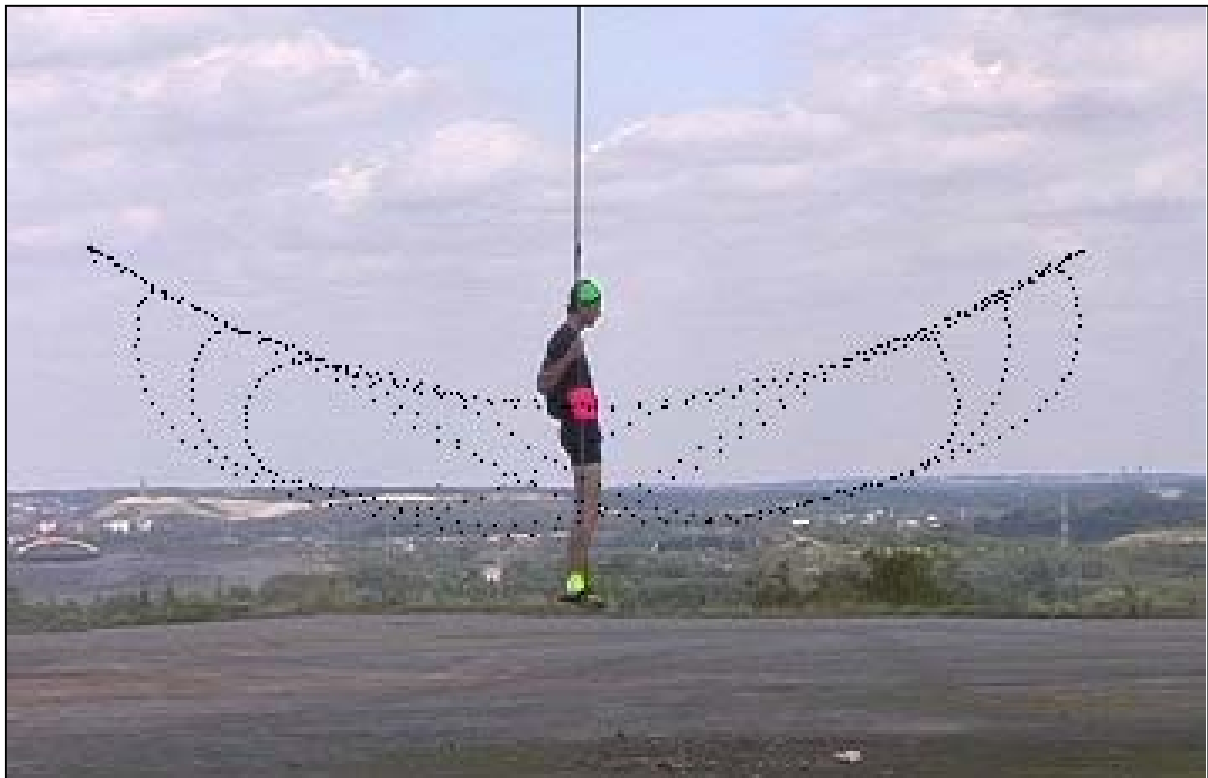


Abb. 44: Erfasste Messpunkte der roten Marker-Fläche während des Schaukelns im Stehen (Take2++.avi)

Nach drei Schwingungen mit zweifacher parametrischer Verstärkung folgen auf der Videosequenz $1\frac{1}{2}$ Schwingungen gestreckt.

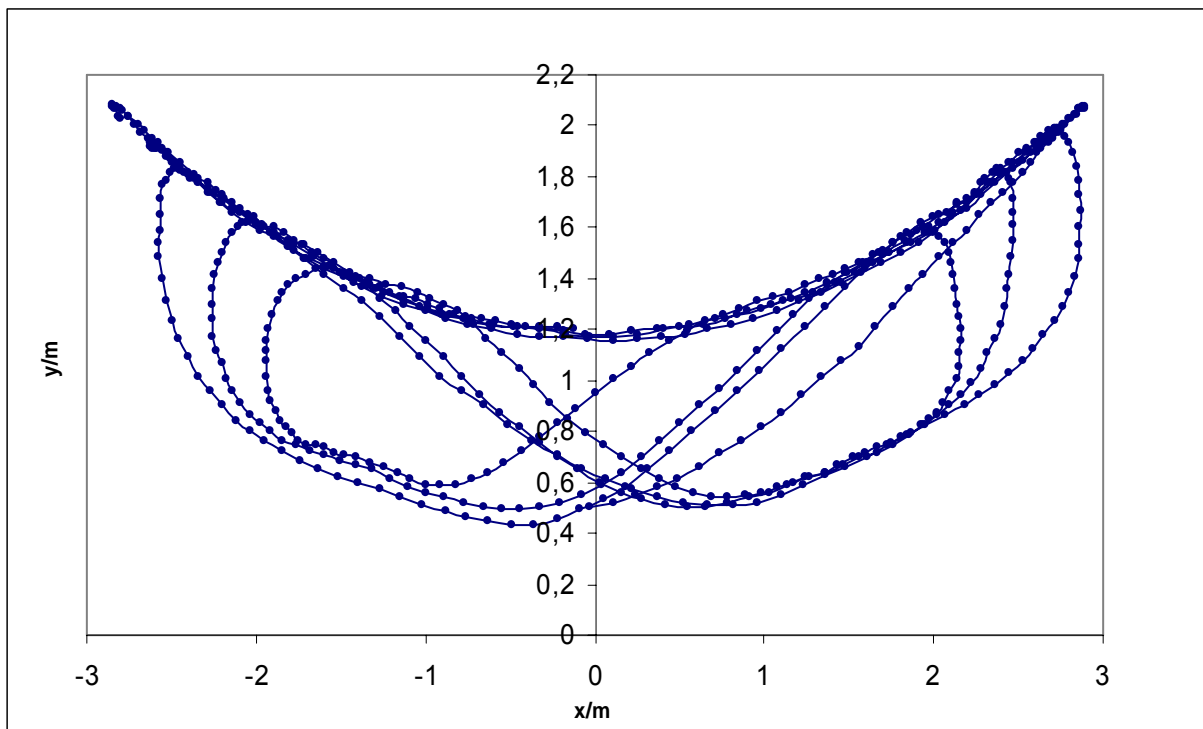


Abb. 45: Vereinfachtes Modell der Schleifenbahn des Hubpendels (Take2rotstehend++.xls)

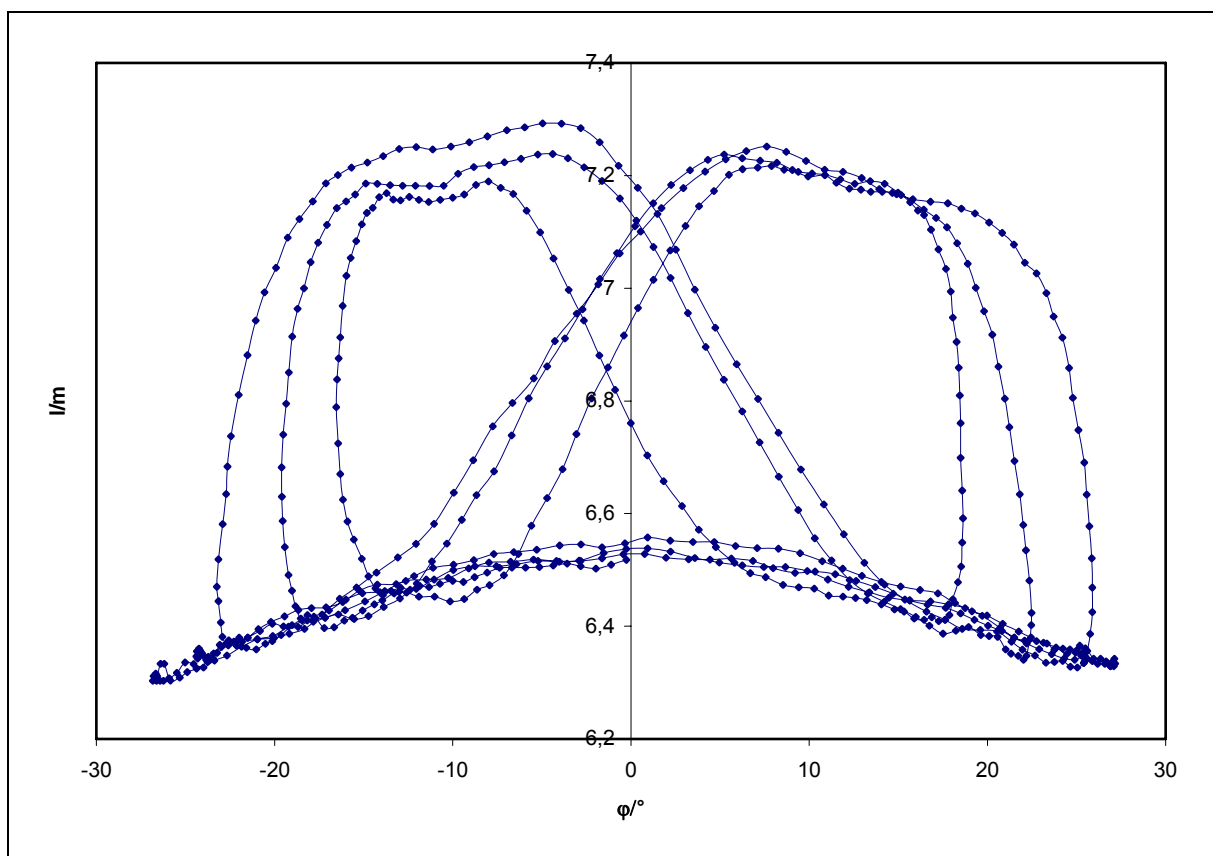


Abb. 46: Abstand zum Drehzentrum zu φ (Take2rotstehend++.xls)

Mit Diagramm 46 kann man sehr gut die Veränderung des Abstandes zum Drehzentrum veranschaulichen. Zur Berechnung des Abstandes zum Drehzentrum wurde wieder Gl. 89 mit $r=7,21\text{m}$ benutzt. Als Hub erhält man im Mittel Werte um 70cm. Obwohl ein „statisches Kletterseil“²⁵ für den Aufbau benutzt wurde, ist leider wieder (wie beim Hubpendel) eine deutliche Abhängigkeit der Seillänge vom Auslenkwinkel beobachtbar. Während des Auspendelns verändert sich der Abstand trotz gleicher Körperhaltung um 20cm, dabei ist er in der Gleichgewichtslage maximal (siehe die eng beieinander liegenden Linien in Abb. 36, die die y-Achse bei 6,55 schneiden oder die Excel Datei zum erfassten gelben Markerpunkt). Auf die daraus resultierenden Normierungsprobleme²⁶ wird näher im Anhang unter Anhang III eingegangen.

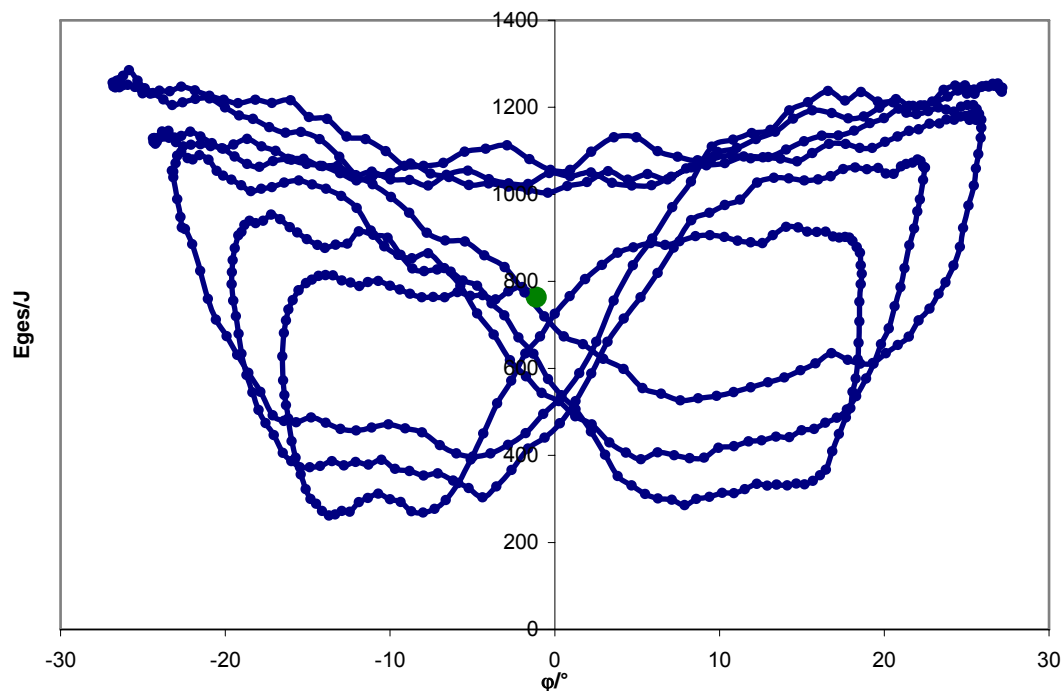


Abb. 47 Eges- ϕ -Diagramm; Der grüne Punkt signalisiert den Anfangspunkt der Analyse (Take2rotstehend++.xls)

Auch bei zweifacher parametrischer Verstärkung ist zu erkennen, wie das System Energie gewinnt, wenn sich der Proband in der Nähe der Gleichgewichtslage aufrichtet, und wie das System wiederum etwas weniger Energie verliert, wenn der Proband im Umkehrpunkt in die Hocke geht. Die jeweilige Verschiebung der Schleifenbahnen nach oben steht für den Energiegewinn des Systems. Die

²⁵ So lautet der Fachausdruck für das Seil. Typenbezeichnung: X P Timber Rope von Edelried.

²⁶ Da die Aufhängung der Schaukel außerhalb des Bildes ist und die Höhe der Schaukel selber offensichtlich variiert, bedarf es an theoretischen Überlegungen, wo sich das Drehzentrum befindet.

Normierung, die über den gelben Knöchelpunkt vorgenommen wurde (siehe Anhang III), bleibt bei den folgenden Diagrammen bestehen, was zur Folge hat, dass die potentielle Energie bei $\varphi=0$ nicht auf 0 geeicht ist, wie es bei Hubpendel der Fall war. Für den zeitlichen Verlauf der Energie ergibt sich folgendes Diagramm.

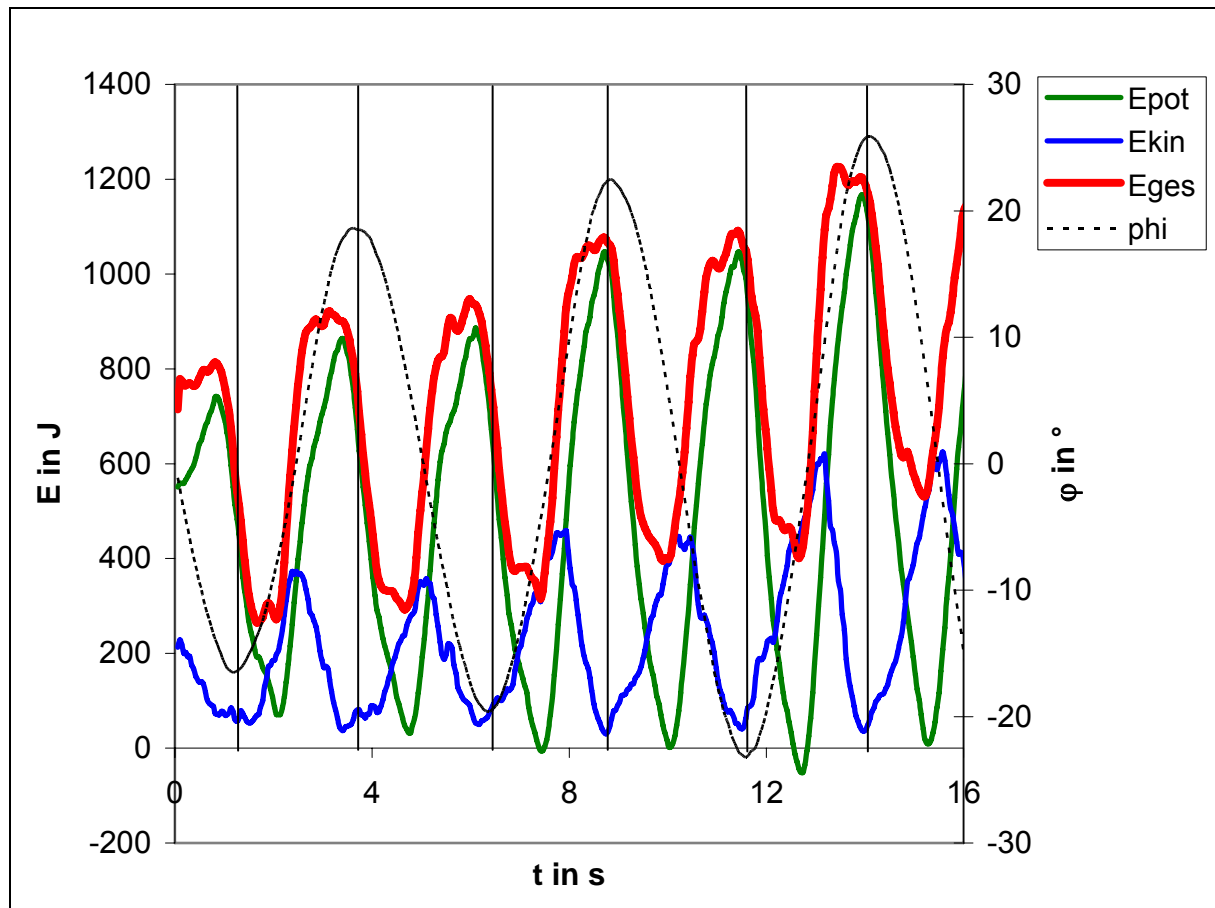


Abb. 48: E-t-Diagramm über drei parametrische Verstärkungen (Take2rotstehend++.xls)

Die senkrechten Linien signalisieren die Umkehrpunkte. Die potentielle Energie wird kurz vor den Umkehrpunkten maximal. Das liegt daran, dass das in die Hocke gehen Zeit braucht und schon vor den Umkehrpunkten die Bewegung eingeleitet wird. Bei den hohen Geschwindigkeiten, die bei den Schwingungen an einem solch langen Pendel auftreten können (um die 20km/h), und bei der großen Angriffsfläche des Probanden sollte man sich Gedanken über den Energieverlust durch Luftreibung machen. In Tabelle 2 sind Daten für eine reine Pendelbewegung angegeben, anhand derer man Aussagen über die Dämpfung treffen kann.

t	Ymax	dYmax	PhiMax	dPhiMax	E	dE
0,5	2,36		-37,41		1851,39	
3,14	2,50		37,16		1961,73	
5,74	2,12	0,23	-33,88	-3,54	1667,47	183,91
8,3	2,30	0,20	34,54	2,61	1802,34	159,39
10,94	1,84	0,28	-30,03	-3,85	1446,77	220,70
13,38	2,03	0,27	30,91	3,63	1593,91	208,44
15,94	1,72	0,12	-27,83	-2,20	1348,69	98,08
Mittelwerte		0,22	1,81	3,17		174,11

Tabelle 4 (Take1stehendrot)

Trägt man die maximalen Auslenkungen zur Zeit auf und vereinfacht man die Reibung auf ihren laminaren Teil, sollte man eine abfallende e-Funktion erhalten, deren Exponent gleich $-\frac{\gamma}{2}$ ist (Gl. 70).

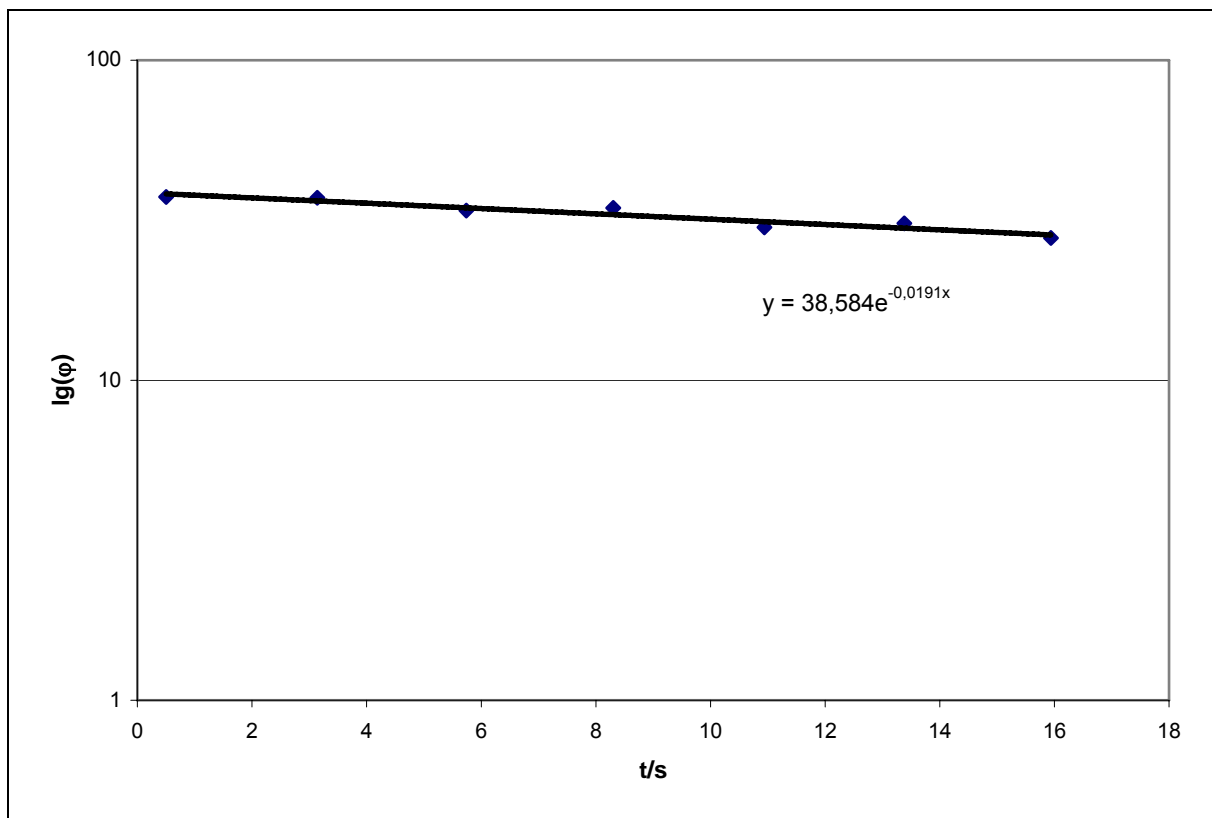


Abb. 49: Dämpfung beim Schaukeln im Stehen: Auftragung der maximalen Auslenkwinkel, logarithmisch abgetragen auf der Abszisse, zur Zeit (Take1stehendrot)

Für γ erhält man den Wert 0,038. Obwohl beim Schaukeln im Stehen viel stärkere Reibungseffekt ($\gamma=0,014$) auftreten, kann man die Ergebnisse erwartungsgemäß sehr gut mit den Erkenntnissen, die am Hubpendel gewonnen wurden, vergleichen, obgleich beim Schaukeln im Stehen zweimal parametrisch verstärkt wurde (vgl. Abb.

45 mit Abb. 28, Abb. 46 mit Abb. 37, Abb. 47 mit Abb. 32 und Abb. 48 mit Abb. 33). Analysieren wir nun das Schaukeln im Sitzen.

5.2.1.2 Das Schaukeln im Sitzen

Einleitend soll eine kurze Bewegungsbeschreibung dieser recht komplexen Technik gegeben werden:

Das Nach-Vorne-Schwingen wird eingeleitet durch eine starke Streckung des gesamten Körpers in die Waagerechte, hierfür muss der Bein-Rumpf Winkel von 90° im Sitzen auf 180° vergrößert werden. Um die Gleichgewichtslage wird dann der Oberkörper nach vorne oben gebeugt (Verkleinerung des Bein-Rumpf-Winkels). Die Beine bleiben vorerst gestreckt, wodurch eine Anhebung des KSP erreicht wird. Kurz vor dem Umkehrpunkt wird das Anwinkeln der Beine und das nach vorne Verlagern des Oberkörpers initiiert. Bis zum Umkehrpunkt gelangt der Körper so in eine Hock-Sitz-Position mit nach vorn gebeugtem Oberkörper. Beim Zurück-Schwingen verharrt der Körper in dieser Haltung. Im darauf folgenden Umkehrpunkt wird aus dieser Haltung heraus die Streckbewegung mit der Extension (Streckung) im Kniegelenk und einem Nach-Hinten-Führen des Oberkörpers eingeleitet.



Abb. 50: Schwungholen im Sitzen Stroboskopaufnahmen beim nach vorne Schwingen

Obwohl der Schwerpunkt nicht korrekt mit dem roten Markerpunkt erfasst werden kann, sollen vorerst die Ergebnisse der automatischen Analyse betrachtet werden.

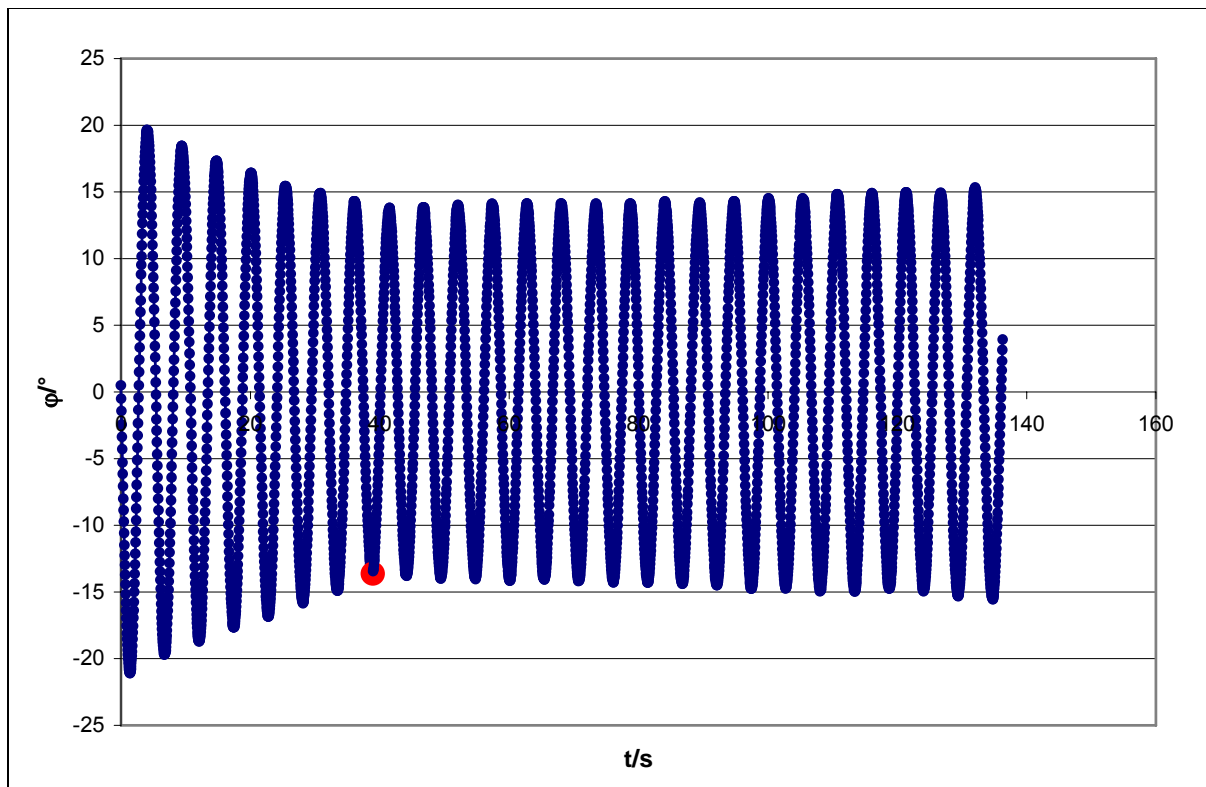


Abb. 51: Phi-t-Diagramm für die gesamte automatische Analyse des roten Markerpunkts zu TAKE2sitzend. Der rote Punkt signalisiert den Beginn der Schwungphase.

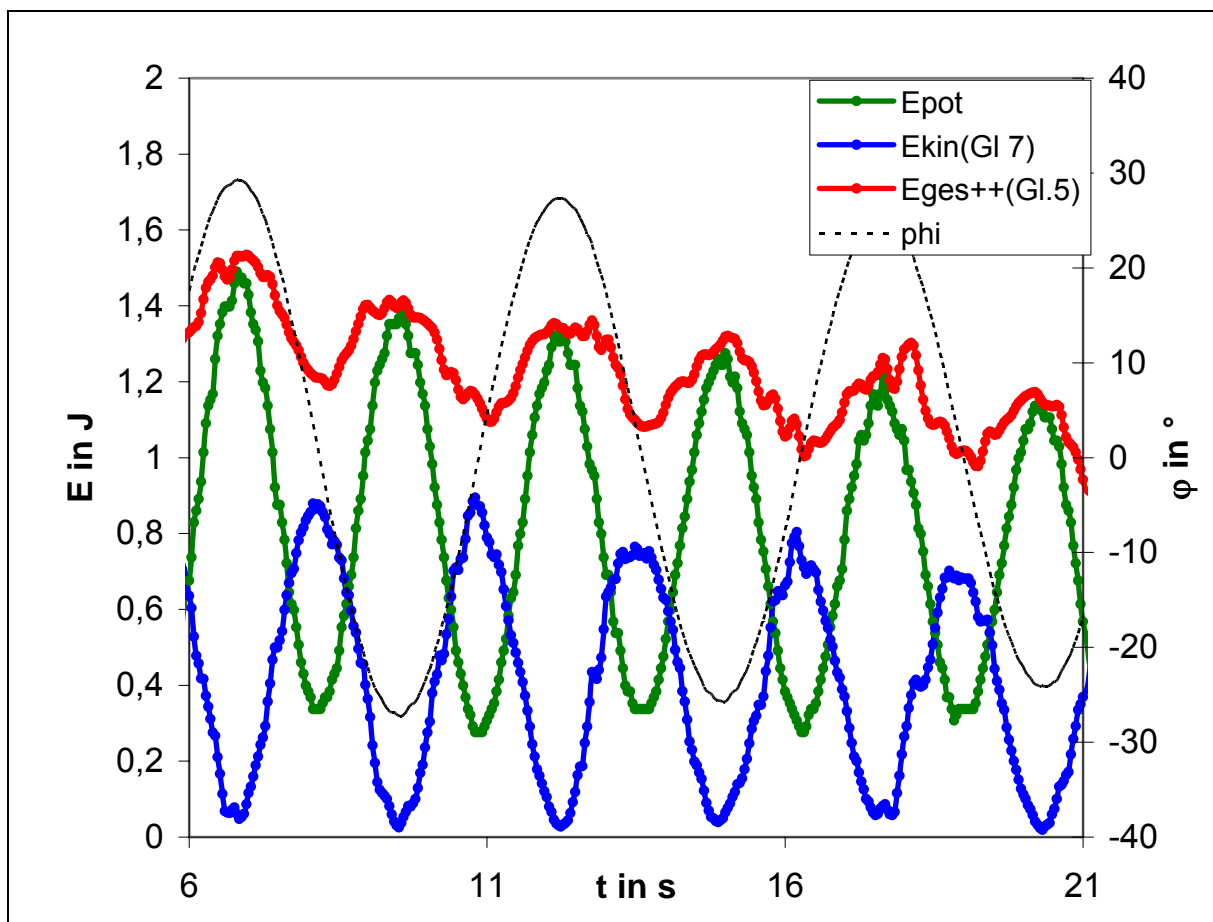


Abb. 52: E-t-Diagramm für die Pendelbewegung (ohne Schaukel-Technik)(Take4sitzend.xls)

Schaukelt man im Sitzen, ohne etwas gegen den Höhenverlust durch die Energieentwertung zu unternehmen, erhält man eine gedämpfte Schwingung, was sich im Phasenraum-Diagramm veranschaulichen lässt (siehe Take4sitzend.xls).

Aber auch die Technik des Schaukelns im Sitzen an den über 7m langen Schaukelseilen kann dem System nicht wesentlich mehr Energie hinzufügen, als ihm durch die Reibung entnommen wird.

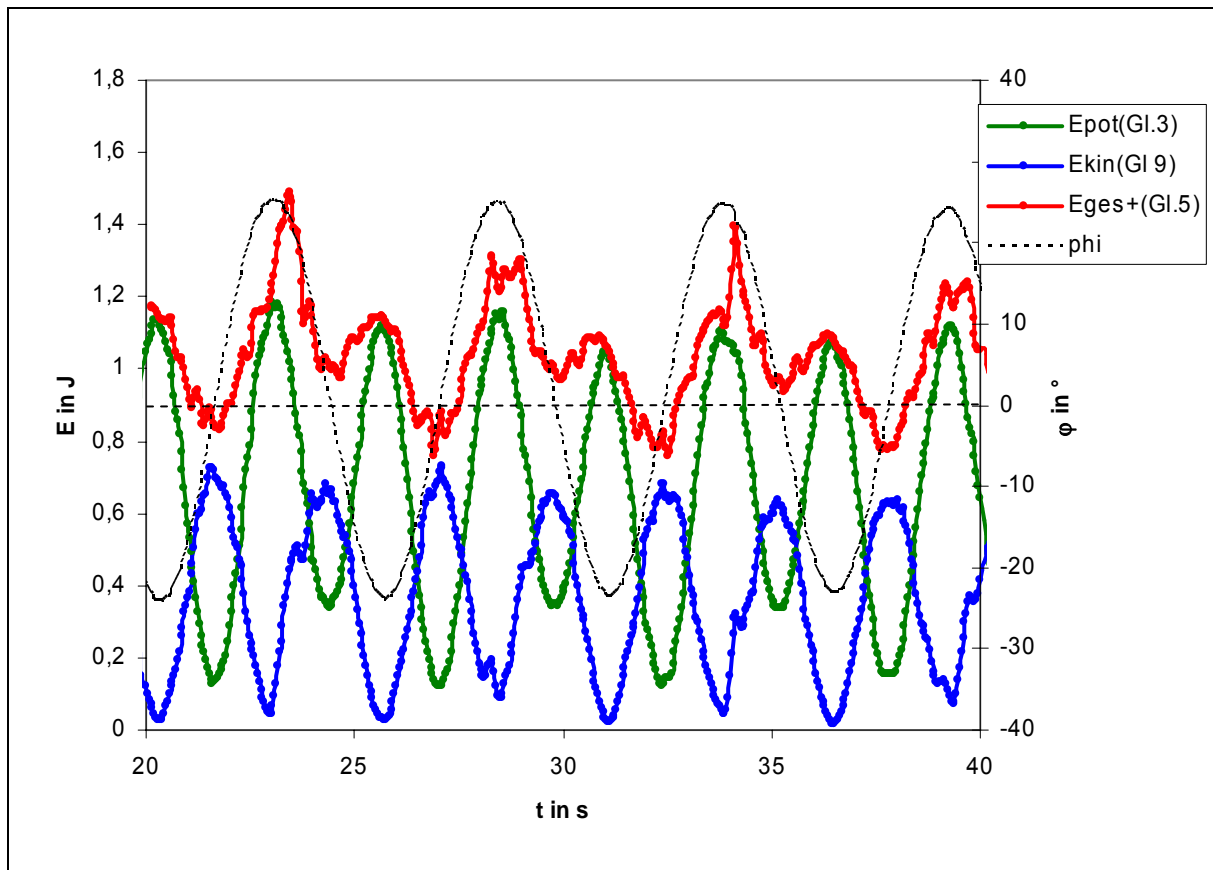


Abb. 53: E-t-Diagramm für die Schwingphase(Take4sitzend.xls)

Die minimale Vergrößerung der Amplitude ist beim Schaukeln kaum bemerkbar (maximal 2° pro Schwingung). Bei der Gesamtenergie wird deutlich, dass diese immer kurz nach dem Umkehrpunkt auf der rechten Seite (nach der parametrischen Verstärkung) maximal wird.

Die Absenkung und Anhebung des Körperschwerpunktes kann mit Hilfe von Abb. 54 analysiert werden. Hier wurde der Abstand zum Drehzentrum zum Auslenkwinkel φ aufgetragen.

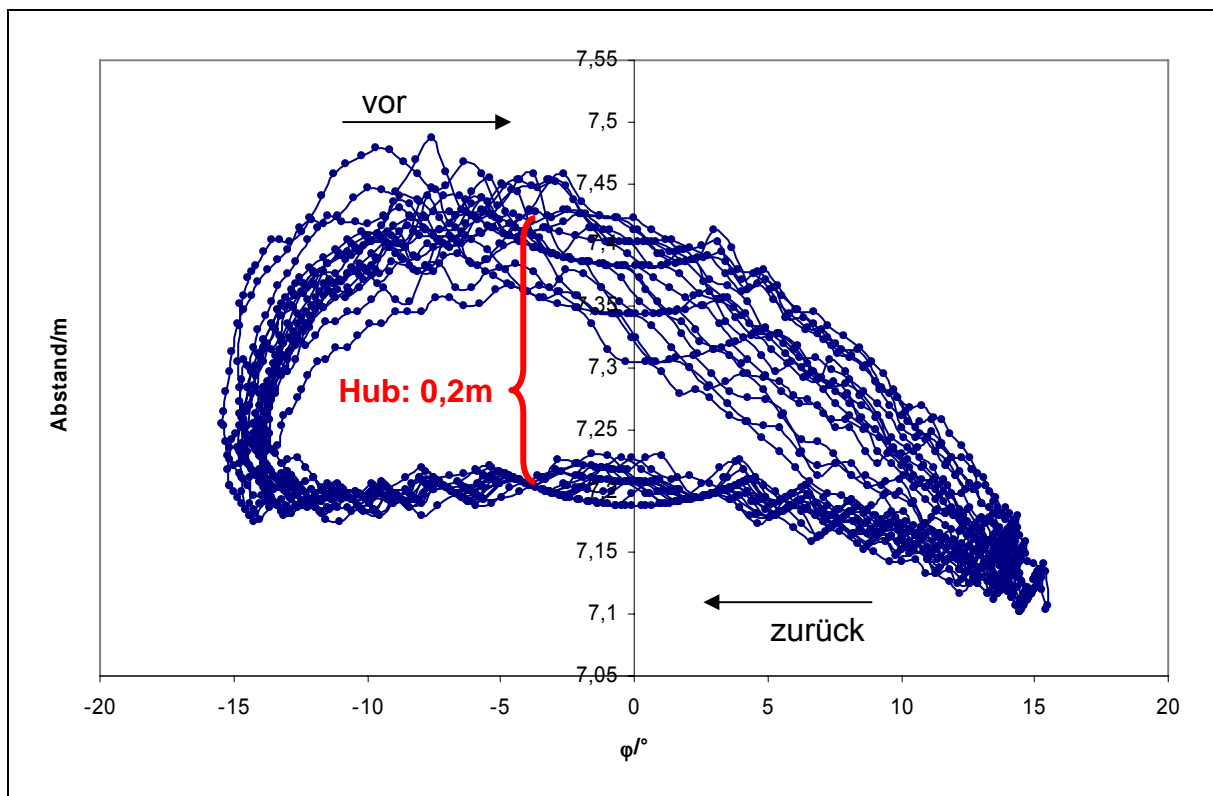


Abb. 54: Abstand zum Drehzentrum in Abhängigkeit zum Winkel (TAKE2sitzend++.xls)

Die parametrische Verstärkung ist deutlich sichtbar. Auf der linken Seite wird der KSP auf maximale Entfernung zum Drehzentrum gebracht (bis zu 7,45m). Kurz vor der Gleichgewichtslage setzt dann das Heranführen des KSP an die Aufhängung ein. Bis zum Umkehrpunkt auf der rechten Seite wird der KSP 20cm näher an das Drehzentrum gebracht. Dabei ist kritisch zu hinterfragen, in wie weit der Fehler in der automatischen Erfassung des roten Markerpunkts die Analyse verfälscht.



Abb. 55: Fehler bei der automatischen Analyse

Einen Vergleich zwischen automatischer Erfassung und manueller findet man im Anhang unter IV.

Obgleich die Analyse für die Schwingbewegung bei der automatischen Erfassung fehlerhaft ist, kann man mit Hilfe der Aufnahmen des passiven Auspendelns recht gut die Dämpfung für den entspannten Sitz auf der Schaukel untersuchen.

φ	$d\varphi$	Y	dY	Eges	dEges pro T
-20,95		0,53		413,32	
-19,55	-1,40	0,47	0,06	367,61	45,71
-18,56	-0,98	0,43	0,04	337,13	30,47
-17,49	-1,08	0,35	0,08	276,18	60,96
-16,70	-0,79	0,33	0,02	260,95	15,23
-15,70	-1,00	0,28	0,05	222,85	38,10
-14,74	-0,96	0,25	0,03	199,99	22,86
19,80		0,57		443,80	
18,58	1,22	0,47	0,10	367,61	76,20
17,49	1,09	0,45	0,02	352,38	15,23
16,56	0,93	0,37	0,08	291,42	60,96
15,60	0,96	0,34	0,03	268,56	22,86
15,06	0,53	0,30	0,04	238,08	30,48
14,44	0,62	0,29	0,01	230,46	7,62
Mittelwerte	0,96		0,05		35,56

Tabelle 5 (Take2sitzendrot++.xls)

Trägt man wiederum die Amplituden von φ zu t auf, kann man auch hier gut den Dämpfungsfaktor bestimmen.

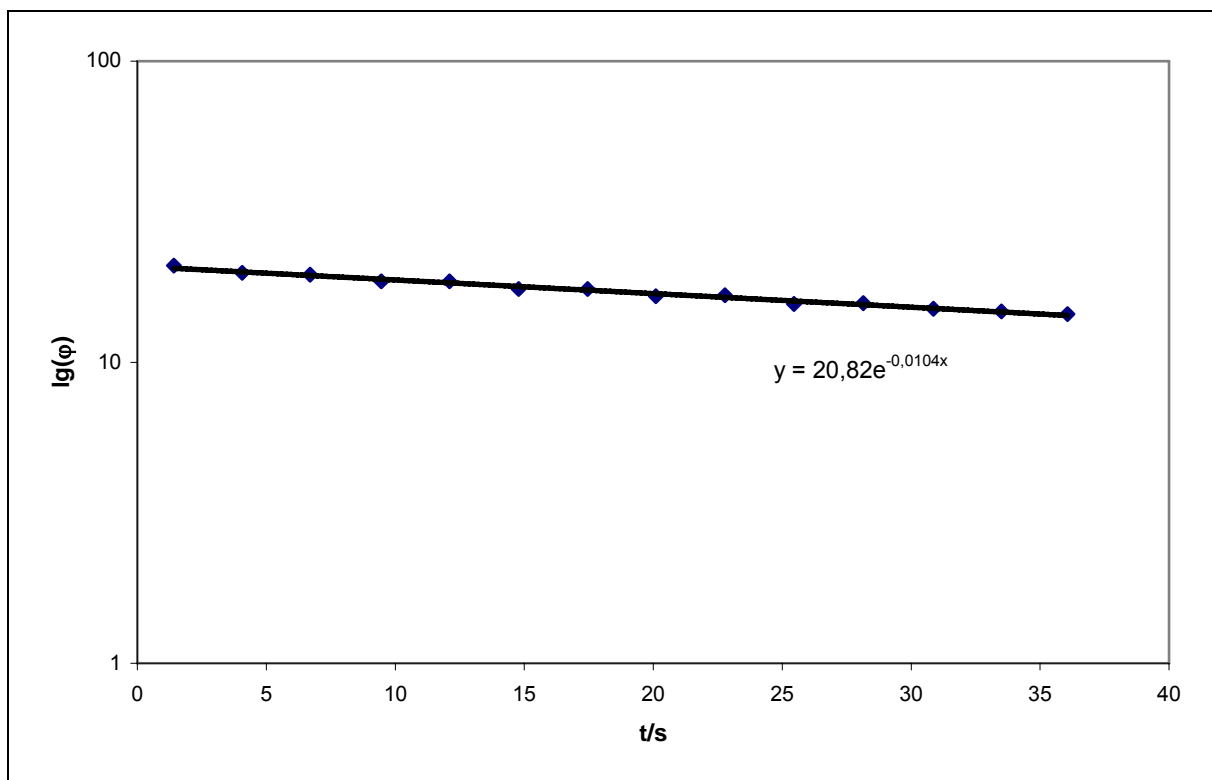


Abb. 56: Dämpfung beim Schaukeln im Sitzen: Auftragung der maximalen Auslenkwinkel, logarithmisch abgetragen auf der Abzisse, zur Zeit (Take2sitzendrot+++)

γ ergibt sich hiernach zu 0,02.

Beim „normalen“ Schaukeln auf dem Spielplatz scheint die Technik im Sitzen effektiver, man erreicht recht schnell Auslenkungen im Bereich von 90° . Versuchen wir nun trotz der ungünstigen Umstände für eine Videoanalyse das ordinäre Schaukeln auf einer Spielplatzschaukel zu analysieren.

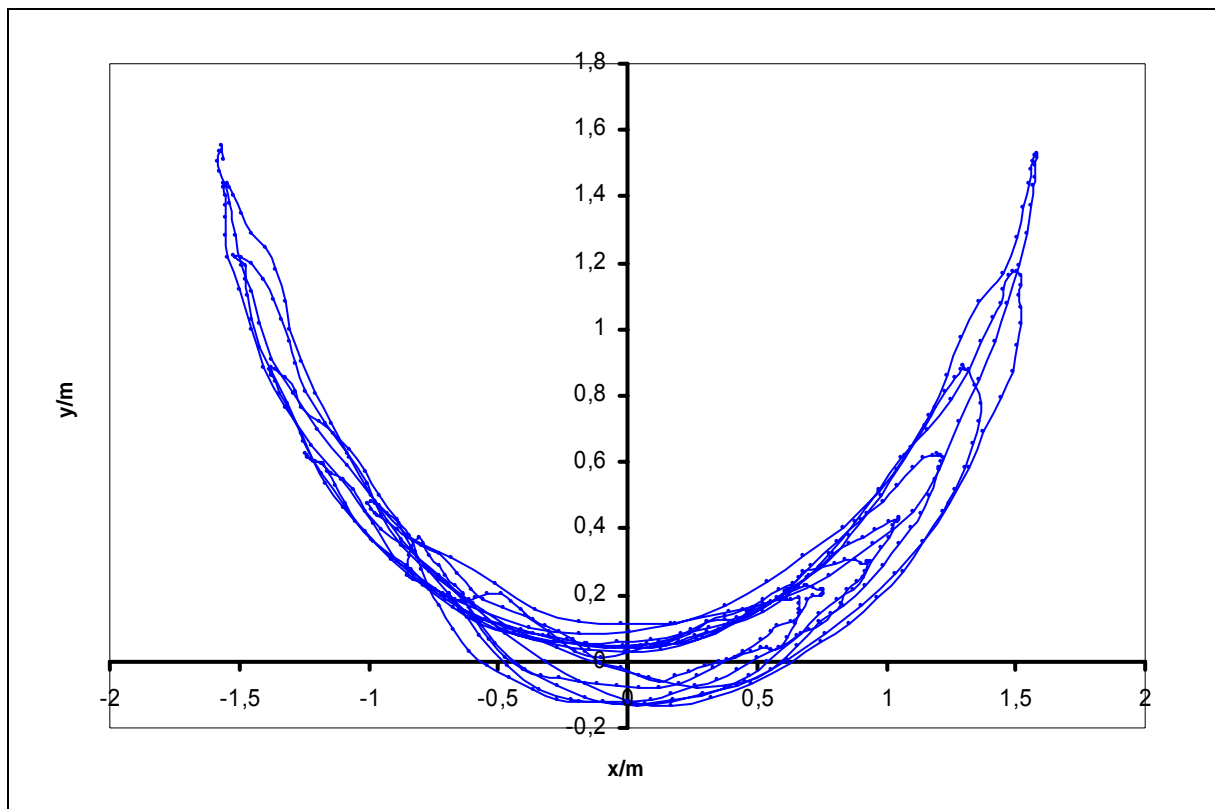


Abb. 57: x-y-Diagramm für eine normale Schaukelbewegung auf einer Spielplatzschaukel ((Take3manuelb+.xls))

Im φ -t-Diagramm kann man gut sehen, wie schnell sich der Auslenkwinkel vergrößert. Schon nach etwas über 20s (sechs bis sieben mal „Schwung-Holen“) erreicht man eine Höhe, bei der die Ketten nicht mehr gespannt bleiben.

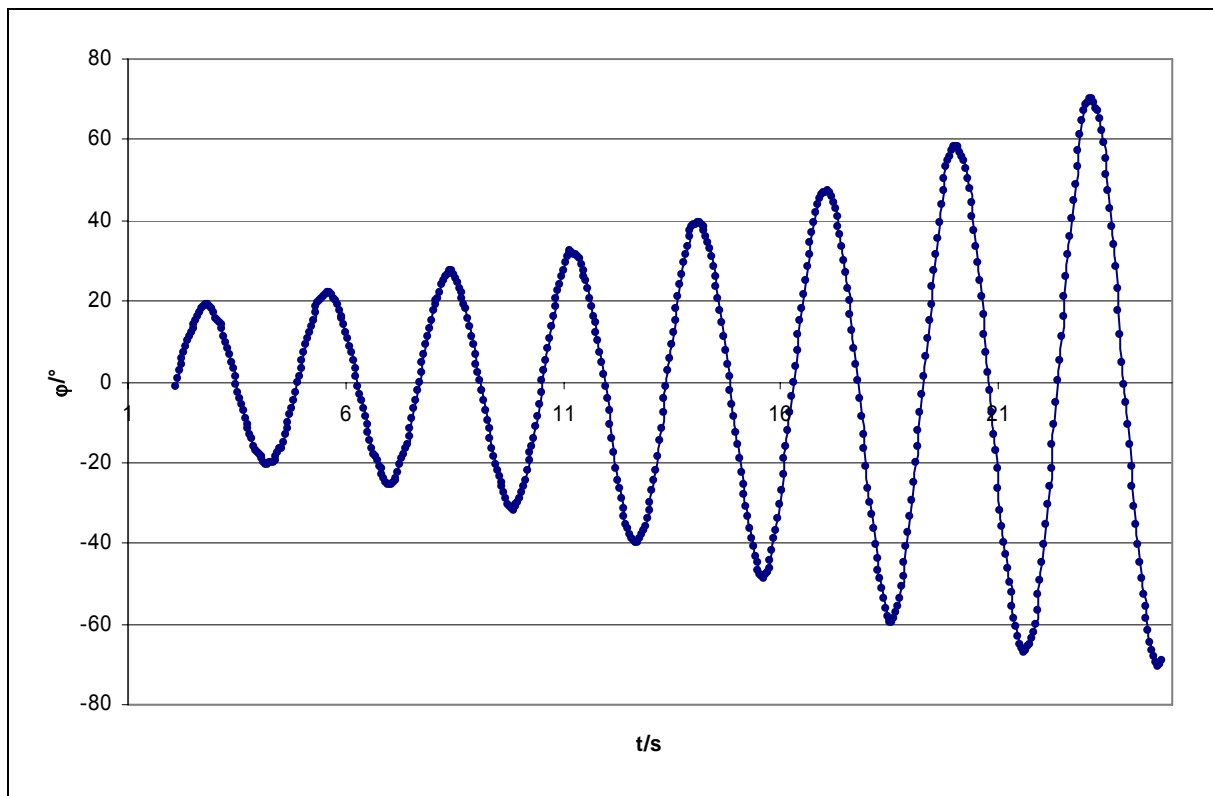


Abb. 58: φ -t-Diagramm für das Schaukeln im Sitzen auf einer normalen Spielplatzschaukel (Take3manuellb+.xls)

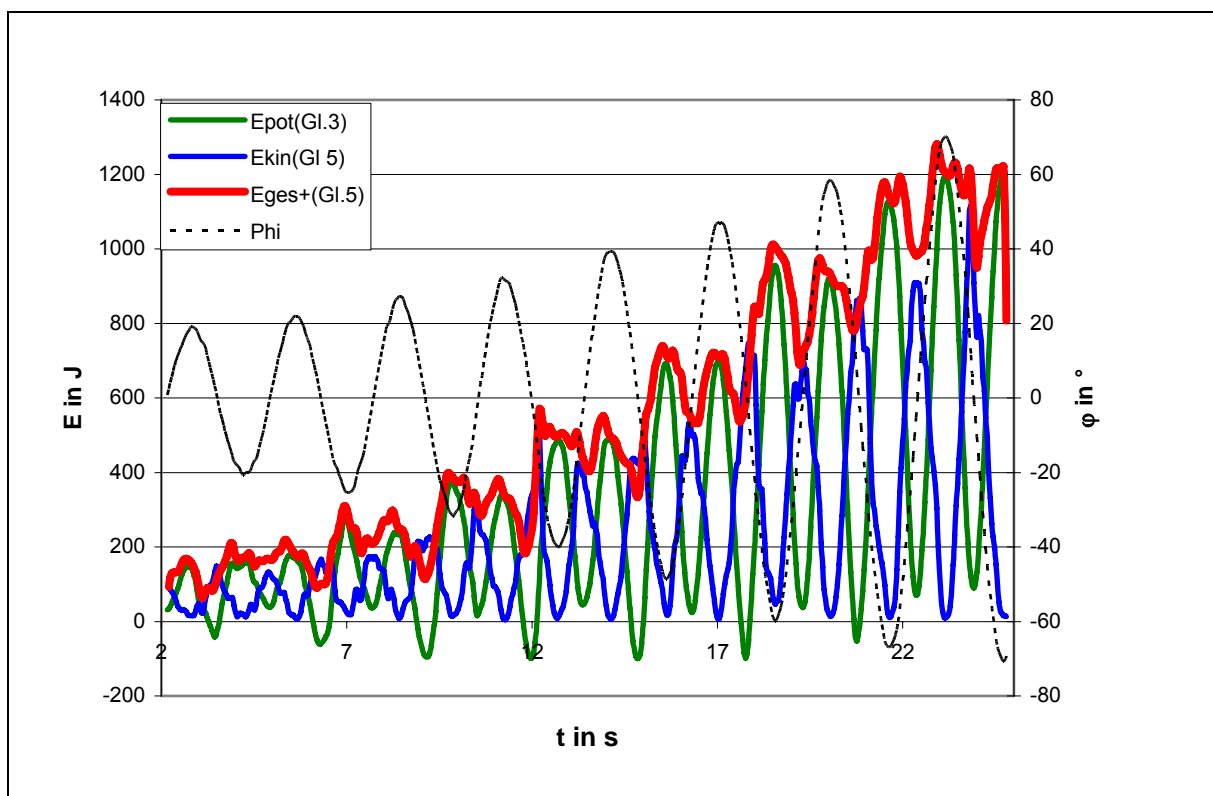


Abb. 59: E-t-Diagramm für das Schaukeln im Sitzen auf einer normalen Spielplatzschaukel (Take3manuellb+)

Tragen wir wieder φ_{\max} zu t auf, erhalten wir über die Trendlinie den Dämpfungskoeffizienten.

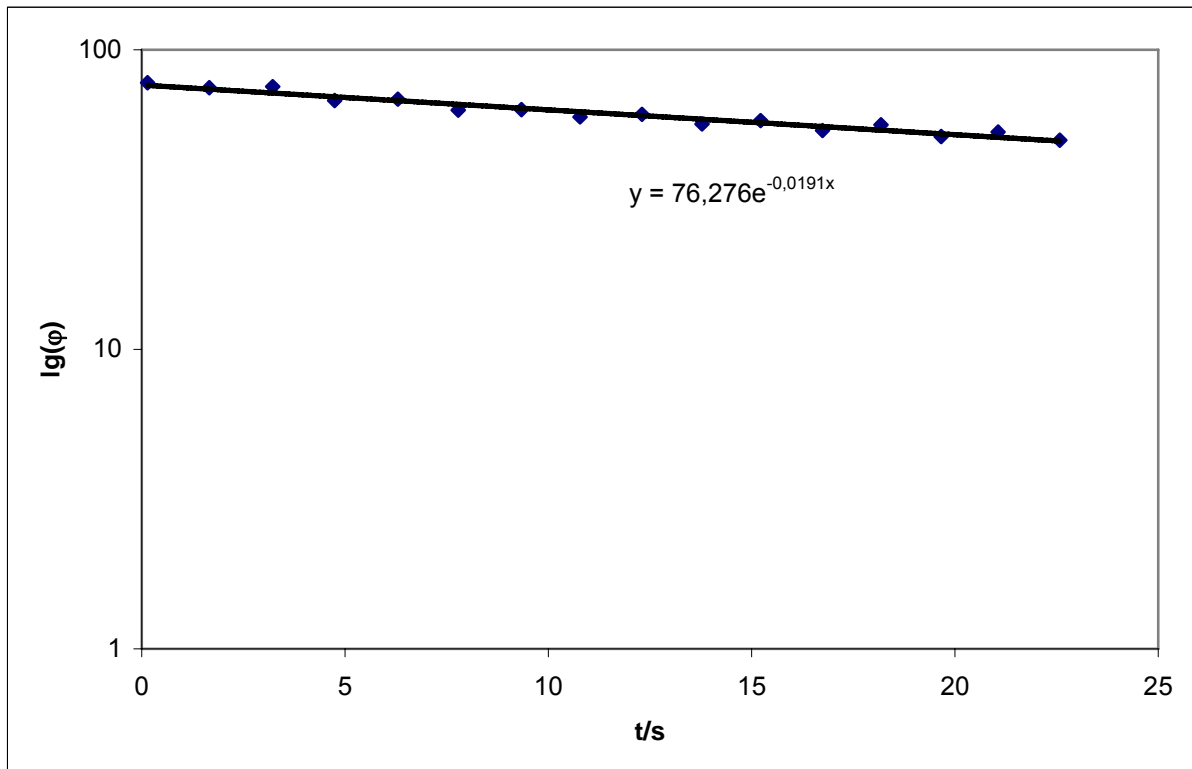


Abb. 60: Dämpfungsdiagramm für das Schaukeln im Sitzen auf einer Spielplatzschaukel (Take3Pendelmanuell+.xls)

Hier erhält man für γ ungefähr 0,04.

5.2.2 Erklärung

5.2.2.1 Das Schaukeln im Stehen

Wie bereits erwähnt ist das Schaukeln im Stehen sehr gut auf das Hubpendel übertragbar. Der wesentliche Effekt, das Heranführen des KSP an das Drehzentrum, kann recht gut über die automatische Analyse erfasst werden, da keine starken Beugungen oder Veränderungen in der Lage der Gliedmaßen zueinander bei der Bewegung auftreten, die eine starke Verschiebung des KSP aus dem Beckenbereich heraus zur Folge haben. In den Energie Diagrammen ist die Energiezunahme des Systems trotz der hohen Luftreibung ($\gamma=0,06$) deutlich zu erkennen (Abb. 47 und 48). Außerdem ist aus Abb. 47 und 48 abzuleiten, wie das System an Energie gewinnt, wenn der Schaukler sich aufrichtet, und das System an Energie verliert, wenn der Schaukelnde im Umkehrpunkt in die Hocke geht. Verlassen wir kurzzeitig das Inertialsystem des ruhenden Beobachters hinter der Kamera und versetzen uns in die Lage des Probanden. Abgesehen von einem recht belastungsresistenten

Gleichgewichtsorgan benötigt man für die parametrische Verstärkung an einem solch langen Pendel ein gehöriges Maß an Kraft in den Kniestreckern (M. quadriceps femoris), da die zur Schwerkraft des Körpers zusätzlich wirkende Fliehkraft nach einer Auslenkung um 30° in der Gleichgewichtslage ungefähr $1/4$ der Gewichtskraft beträgt. Man macht also Kniebeugen mit einem sich stetig steigenden Zusatzgewicht von bis zu 20kg (bei 80kg Körpergewicht).

Betrachten wir das Schaukeln nun wieder im Bezugssystem der Kamera. Obwohl die Schnur unter Spannung recht gut als senkrecht zu erkennen ist, musste das Koordinatensystem bei Excel um bis zu 15cm verschoben werden, um den Nullpunkt auf die Gleichgewichtslage zu legen. In den Diagrammen wurde des Weiteren die Höhe des Nullpunktes dem Darstellungszweck angepasst. Die beim Hubpendel entwickelten Näherungen sind bei zweifacher parametrischer Anregung nicht so leicht zu überprüfen, weil in jedem Umkehrpunkt eine Vergrößerung des Abstandes zum Drehzentrum stattfindet und der Körper ständig in Bewegung ist. Man erkennt jedoch an Abb. 47, dass die Energieaufnahme bei größeren Auslenkungen ebenfalls größer wird, wie bei der Näherung¹ zum Hubpendel aus Gl. 88 ebenfalls sichtbar. Des Weiteren kann aus dem Diagramm geschlossen werden, dass der Energiegewinn mit einer Anfangsenergie von etwa 700J (gemessen im Umkehrpunkt, wo die kinetische Energie Null ist) nach fünf parametrischen Verstärkungen im Bereich von 500J liegt. Hierbei betrug der Hub ungefähr 70cm. Bedenkt man, dass bei 80kg Gewicht eine normale Kniebeuge, bei der der KSP um 70cm angehoben wird, schon 560J an Energie erfordert, kann man erahnen, dass der Wirkungsgrad relativ gering ist. Der mit Hilfe der Näherungen errechnete Wert weicht erwartungsgemäß heftig von dem gemessenen ab. Die Näherungen würden Werte um 3000J prognostizieren.

5.2.2.2 Das Schaukeln im Sitzen

Dass das Schaukeln im Sitzen bei einem langen Seil zu keinem nennenswerten Energiegewinn führt, war zunächst überraschend. Der Einfluss der Luftreibung kann durch den Vergleich der Dämpfungskoeffizienten als Grund hierfür ausgeräumt werden, da bei den Spielplatzschaukel-Aufnahmen γ noch größer war, als beim Schaukeln im Sitzen am Tetraeder. Ein Grund für die Unbrauchbarkeit der Schaukeltechnik im Sitzen an solch einem langen Seil hängt wahrscheinlich mit dem Energiegewinn durch die parametrische Verstärkung zusammen. Hier ist die gewonnene Energie proportional zu der Hubhöhenänderung im Vergleich zur

Seillänge. Dies kann auch schnell aus Überlegungen zur Rotationsenergie abgeleitet werden. Diese ist direkt proportional zum Trägheitsmoment des Systems (Gl. 43). Da eine kleine Änderung der Pendellänge somit auch nur eine kleine Änderung der Gesamtenergie hervorruft, kann der Energiegewinn durch den „Vergrößerungs-Verkleinerungs-Zyklus“ des Abstandes zum Drehpunkt ebenso nur gering sein. Zudem schlägt sich dies in der Näherung zum Hubpendel nieder (Gl. 88) und ist ebenfalls in der Änderung der Geschwindigkeit durch die Verkürzung ersichtlich (Gl. 91).

Eine andere schwer nachweisbare Begründung hängt mit den Rotationsbewegungen in der Nähe der Umkehrpunkte zusammen. Schaut man sich die Bewegung genauer an, fällt auf, dass der Schaukelnde im hinteren Umkehrpunkt eine viertel Drehung nach hinten macht und im vorderen Umkehrpunkt eine viertel Drehung nach vorn. Obwohl der Drehimpulserhaltungssatz bei Pendeln wegen des von außen angreifenden Schwerfelds der Erde außer Kraft gesetzt ist, kann man sich schnell klarmachen was passiert, wenn am Pendelkörper eine Drehimpulsänderung stattfindet. Experimentell lässt sich der Sachverhalt verdeutlichen, indem man einen relativ leichten Elektromotor über seine Kabelverbindungen als Schaukel an einem Stativ lagert. Die Drehachse des Motors sollte dabei möglichst parallel zur Drehachse der Schaukel liegen. Läuft der Motor mit konstanter Winkelgeschwindigkeit (also auch konstantem Drehimpuls), erhält man keinen Effekt. Gibt man Spannung auf den Motor, beschleunigt er und das Pendel wird sichtlich ausgelenkt²⁷. Blickt man frontal aufs Pendel, erhält man bei positiver Winkelbeschleunigung des Motors entgegen dem Uhrzeigersinn eine Auslenkung des Pendels im Uhrzeiger Sinn (siehe Abb. 61). Durch rechtzeitige Regulierung der Spannung kann man so die Schwingung ebenfalls über einen inneren Parameter verstärken. Bei der hier angegebenen Betrachtung muss nun immer im linken Umkehrpunkt Spannung auf den Motor gegeben werden. Dieser Effekt ist natürlich abhängig vom Trägheitsmoment des rotierenden Körpers, dem Trägheitsmoment des Pendelkörpers, aber auch von der Pendellänge des Systems. So schlägt das Pendel bei gleicher Drehimpulsänderung mit langen Kabeln deutlich weniger aus als mit kurzen. Beim Schaukeln im Sitzen existiert also ein zweiter Effekt zur Schwungverstärkung, die parametrische Verstärkung durch das Aufbringen eines Drehmoments!

²⁷ Der Motor darf dabei nicht zu schwer sein, sonst ist der Effekt zu gering. Er sollte aber auch schwer genug sein, um die Kabelverbindungen zu spannen.

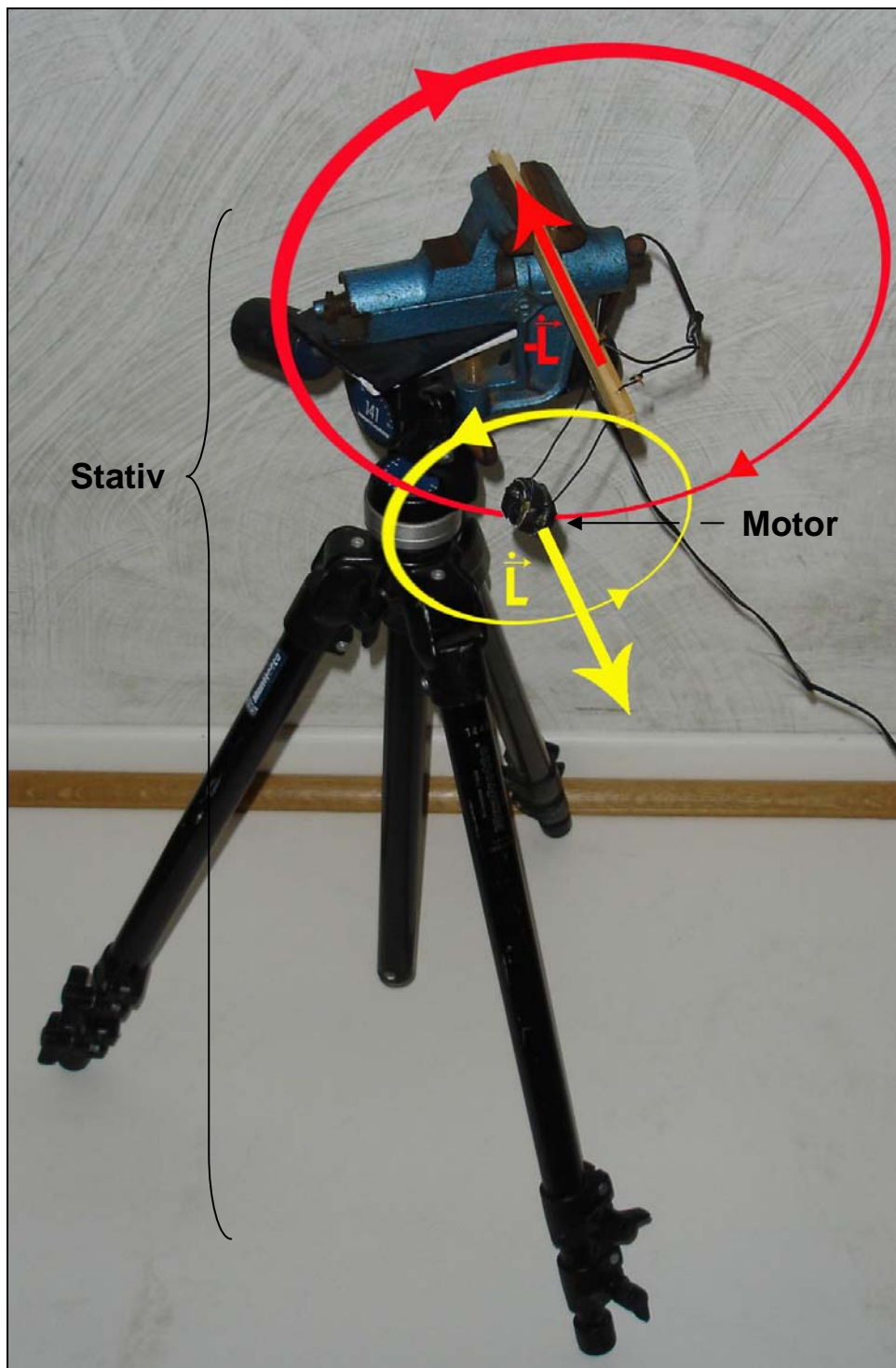


Abb. 61: Das Motorpendel. Modellversuch zum Schaukeln im Sitzen.

Das begriffliche, qualitative Verständnis dieses Effekts soll mit einer Modellierung in Stella vertieft werden.

5.2.3 Modellierung des Motorpendels mit Stella

Obwohl die parametrische Verstärkung durch die Veränderung des Abstandes zum Drehzentrum beim Schaukeln ebenfalls zum Energiegewinn beiträgt, sollte man vorerst von einem möglichst einfachen Modell ausgehen und nicht sofort versuchen, die ausdifferenzierten Simulationen zum Hubpendel zu erweitern. Modellieren wir

zunächst das Motorpendel. Über die Drehimpulserhaltung kann man beim Pendel aufgrund der von außen angreifenden Gravitationskraft nicht argumentieren. Das Drehmoment der Gravitation wirkt aber immer. Bringt man über den Motor ein Drehmoment innerhalb des Systems ein, muss es jedoch ein diesem entgegenwirkendes inneres Drehmoment hervorrufen. Als Ausgangspunkt für die Modellierung dieses Phänomens stellen wir die Momentenbilanz für das normale ebene mathematische Pendel auf:

$$\vec{M} = I\alpha = \vec{r} \times \vec{F} = lmg \sin \varphi \quad (94)$$

Mit dem Trägheitsmoment einer Punktmasse $I = mr^2$ erhält man die Bewegungsgleichung Gl. 63. Beim Motorpendel wirkt zusätzlich noch ein Drehmoment \vec{m} , welches zu der Momentenbilanz²⁸ hinzukommt.

$$ml^2\alpha = lmg \sin \varphi + \vec{m} \quad (95)$$

Dieses zusätzliche Drehmoment, das der Motor aufbringt, setzt sich zusammen aus der Winkelbeschleunigung α_M und dem Trägheitsmoment I_M der rotierenden Massen im Innern des Motors. Aus Gl. 95 erhalten wir somit für die Winkelbeschleunigung α :

$$\alpha = \frac{g}{l} \sin \varphi + \frac{I_M \alpha_M}{ml^2} \quad (96)$$

Jetzt muss lediglich noch eine Abfrage programmiert werden, die das zusätzliche Drehmoment des Motors zum richtigen Zeitpunkt modelliert. Für ein erstes, einfaches Modell zum Motorpendel kann man eine Abfrage formulieren, durch die das Drehmoment des Motors immer von 10° nach Durchlaufen der Gleichgewichtslage bis zum Umkehrpunkt wirkt.

```

If (Phi_in_Grad>10) and (omega>0) then
  (g/LängeFaden*sin(Phi)+MMotor/(m*LängeFaden*LängeFaden))
else (g/LängeFaden*sin(Phi))

```

Mit geschätzten konstanten Werten für I_M und α_M kann man das Motorpendel simulieren.

²⁸ Ähnlich wie bei Elementarteilchen muss man hier den Bahndrehimpuls und den Eigendrehimpuls berücksichtigen.

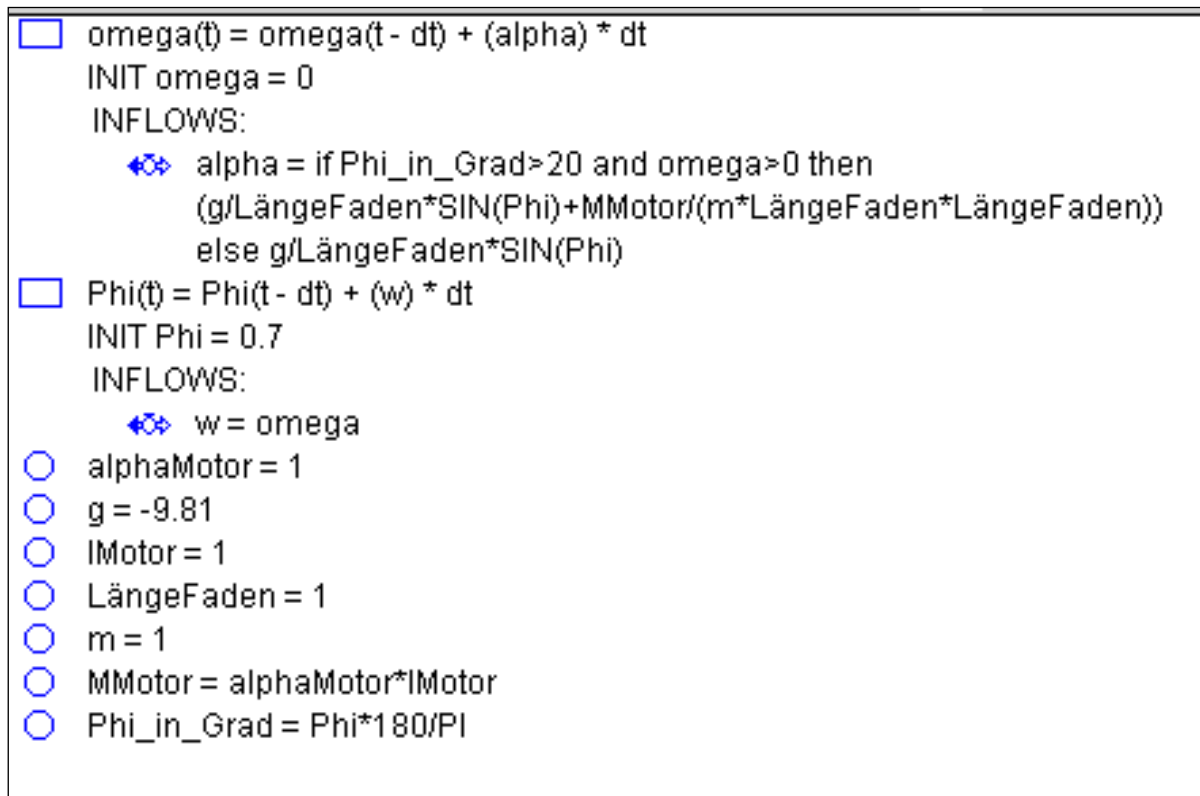
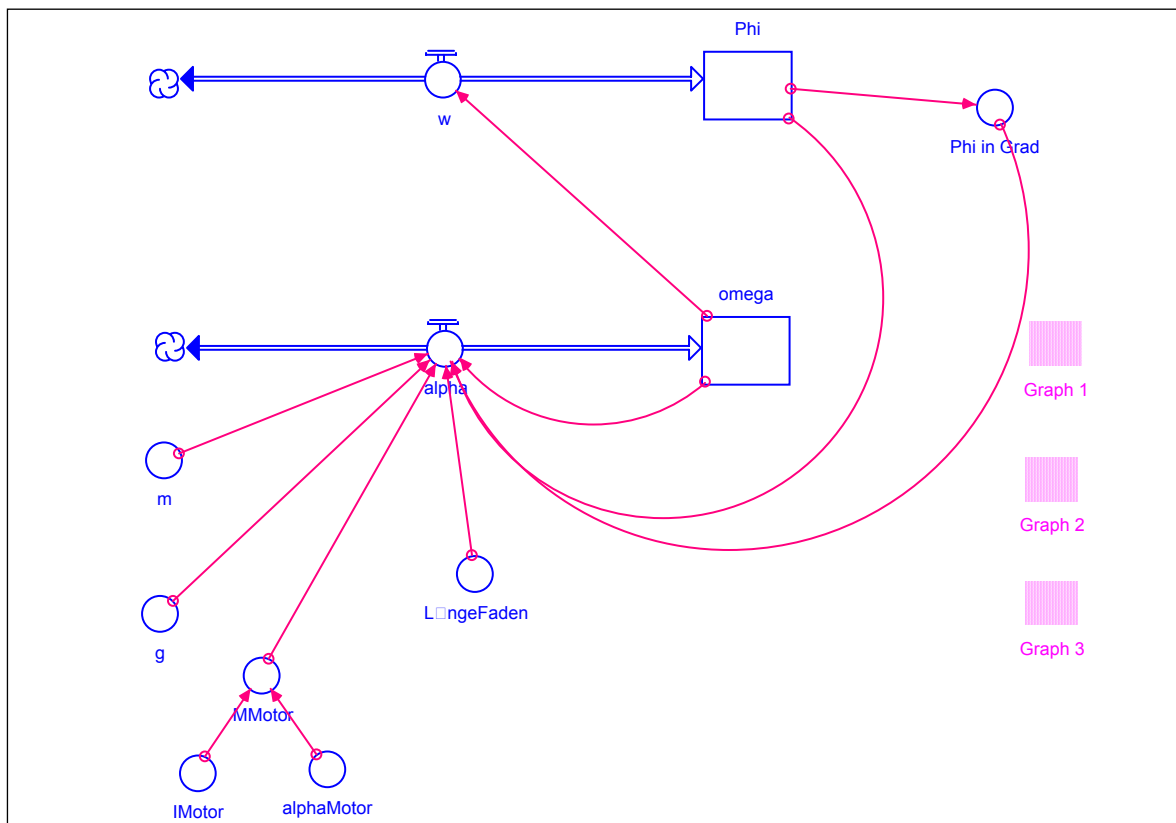


Abb. 61: Stella-Modell zum Motorpendel, (Motorpendel1)

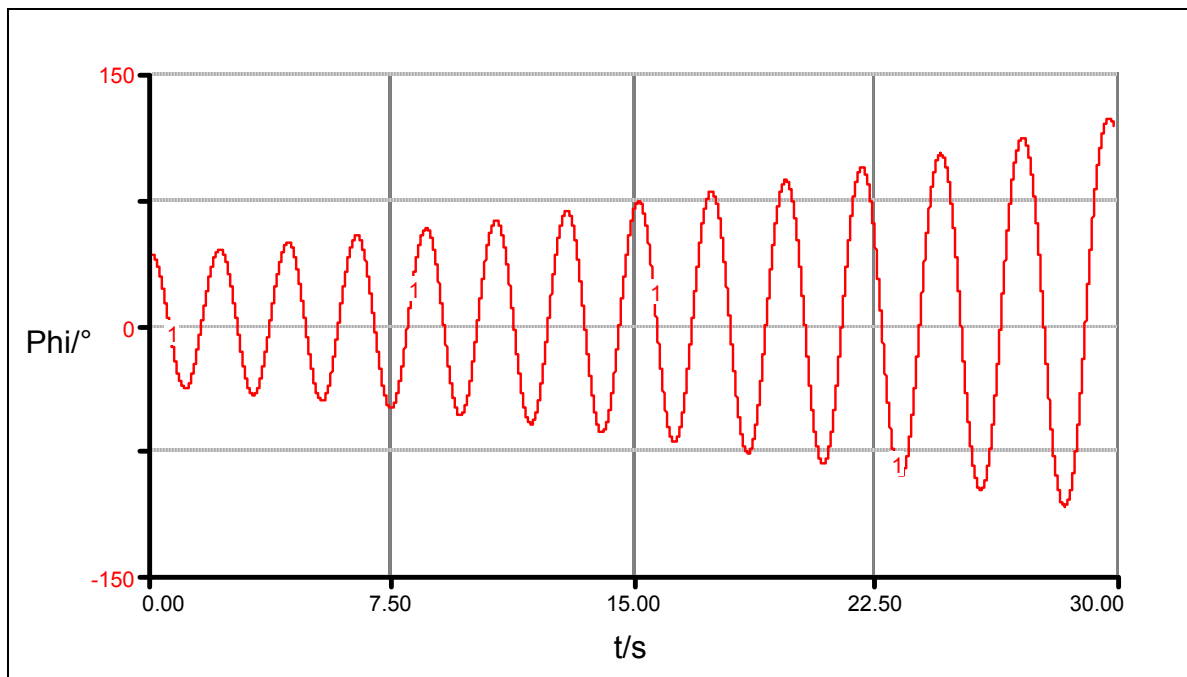


Abb. 62: ϕ -t-Diagramm zum Motorpendel

Im ϕ -t-Diagramm als auch im Phasenraum-Diagramm sieht man deutlich, wie das Pendel sich aufschaukelt. Im MotorpendelEnergie Programm wurde das Motorpendel-Modell um die Energetik erweitert. Das Programm lässt Aufschlüsse über den Energiegewinn durch die Rotationsenergie des zusätzlichen Drehmoments zu.

Übertragen wir die Ergebnisse des Motorpendels nun auf das Schaukeln im Sitzen:

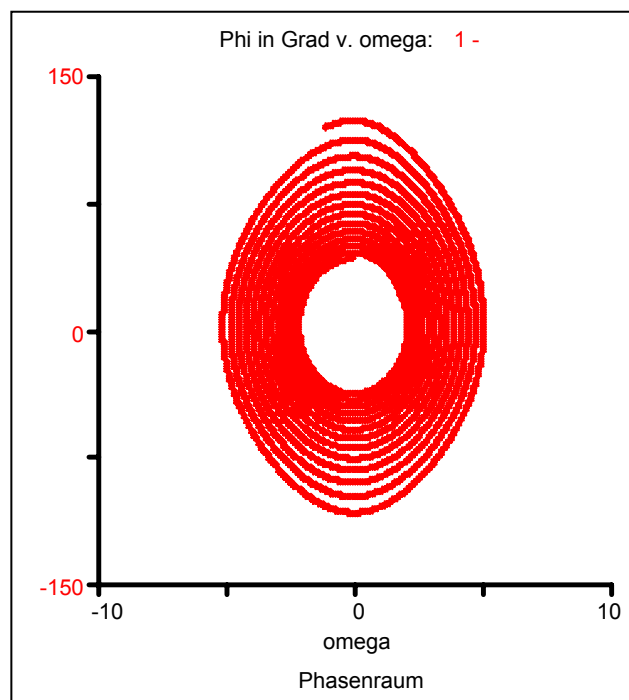


Abb. 63: Phasenraum-Diagramm zum Motorpendel

5.2.4 Transfer zum Schaukeln im Sitzen

Rotiert der Schaukelnde im hinteren Umkehrpunkt mit einer positiven Winkelbeschleunigung nach hinten, muss die Drehimpulsänderung durch eine entgegen gesetzte Rotation der Schaukel kompensiert werden. Die Schaukel wird daher zusätzlich ausgelenkt. Durch rechtzeitiges (positives) Beschleunigen und Abbremsen der Rotationsbewegung kann so insgesamt viermal pro Periode dem System Energie zugeführt werden. Die Rotationsbewegungen um die Umkehrpunkte erfordern ein genaues Timing. Bei der Spielplatzschaukel hat man das Bewegungsprogramm spielerisch über Jahre hinweg verbessert und intuitiv optimiert. Bei der Schaukel am Tetraeder könnte ein Grund für die „magere Energieausbeute“ (und für die Asymmetrie in den Trajektorien, siehe Anhang IV) das falsche „Gefühl“ für Schwingung im hinteren Umkehrpunkt sein. Der zu späte Einsatz der Rückwärtsrotation hätte Energieverluste zur Folge.

Außerdem besteht ein wesentlicher Unterschied in der Änderung des Gesamtträgheitsmoments des Schauklers. Es anschaulich klar, dass eine Veränderung des Schwerpunkts um 20cm an einer 2m Schaukel mehr ausmacht, als an einer 7m Schaukel.

Dass beide Effekte, die normale Pendelverkürzung und die Änderung des Drehimpulses des Schauklers, zur Schwingungsverstärkung beitragen, kann man sich experimentell an Spielplatzschaukeln klar machen. Hiefür kann man einerseits Schwingung ausschließlich aus der Verkleinerung des Bein-Rumpf-Winkels von der waagerechten Streckung in der Nähe der Gleichgewichtslage holen (siehe NurBody.avi). Auf der anderen Seite erreicht man ebenfalls recht große Auslenkwinkel, indem man lediglich mit den Beinen in den Umkehrpunkten den Drehimpuls ändert (die damit einhergehende Pendelverkürzung kann dabei wegen des geringen Gewichts der Beine und des ungünstigen Zeitpunkts für eine Schwerpunktsverlagerung vernachlässigt werden) (siehe NurBeine.avi).

Abschließend ist zu den Aufnahmen am Tetraeder zu sagen, dass von der Vielzahl an Aufnahmen lediglich zwei bis drei gut zur Analyse verwendet werden konnten. Ein Großteil der Videos konnte nicht verwertet werden, weil die Bewegung nicht parallel zur Bildebene der Kamera stattgefunden hat.

6 Biomechanik des „Pushens“ in der Half Pipe

Das Skateboard-Fahren ist eine der ältesten Trendsportarten, die sich im Straßenbild der Großstädte finden lässt. Etwa Mitte der 80er Jahre erlebte das Skaten in Europa einen Boom und verzeichnet bis heute auf der ganzen Welt eine große Zahl an Aktivisten. Von der Vielzahl an Gerätschaften oder Obstacles, die beim Skateboarden und Bladen genutzt werden, soll hier eine typische Bewegung in einer Halfpipe untersucht werden. Eine Halfpipe besteht aus zwei Viertelzylindern (Quaters), die über eine ebene Fläche (das so genannte Flat) miteinander verbunden sind. Die Mindesthöhe für Halfpipes beträgt 2,50m, ansonsten spricht man von Mini Ramps.



Abb. 64: Stroboskopaufnahme vom Pushen ($\Delta t=0,16s$) (Skater4+.avi)

Mit „Pushen“ wird jene zweckdienliche Aktion bezeichnet, mit der Skateboardfahrer oder Rollerblader in Halfpipes und Mini Ramps den nötigen Schwung für spektakuläre Tricks holen oder zumindest dem Schwungverlust durch Reibung entgegenwirken. Mit „Schwung holen“ wird hier umgangssprachlich die Erhöhung der Energie durch Muskelkraft des Fahrers bezeichnet.

6.1 Aufbau und Durchführung

Im Zuge der Endtrivialisierung des Physikunterrichts wurde versucht, diese Bewegung in einer Halfpipe mit respektbeeinflussender Höhe abzufilmen. Die Skate-Factory in Essen erwies sich wegen der Raumbegrenzungen als unbrauchbar (mit extremer Weitwinklereinstellung konnte die Bewegung zwar gerade noch eingefangen werden, die extremen Verzerrungen hatten indes zu große, sofort sichtbare Ausmaße), außerdem war die Beleuchtung äußerst schlecht. Da sich die Bewegung über einen sehr weiten Weg erstreckt, wäre eine gleichmäßige Ausleuchtung äußerst schwierig. Da dies die einzige 3m hohe Halfpipe im Ruhrgebiet ist, musste ein anderer Ort gefunden werden. Die Größe und die Lage unter freiem Himmel ließen die Wahl für die Aufnahmen auf den Skatepark in den Rheinauen in Bonn fallen. Über die Abmessungen gibt Abb. 65 Aufschluss.

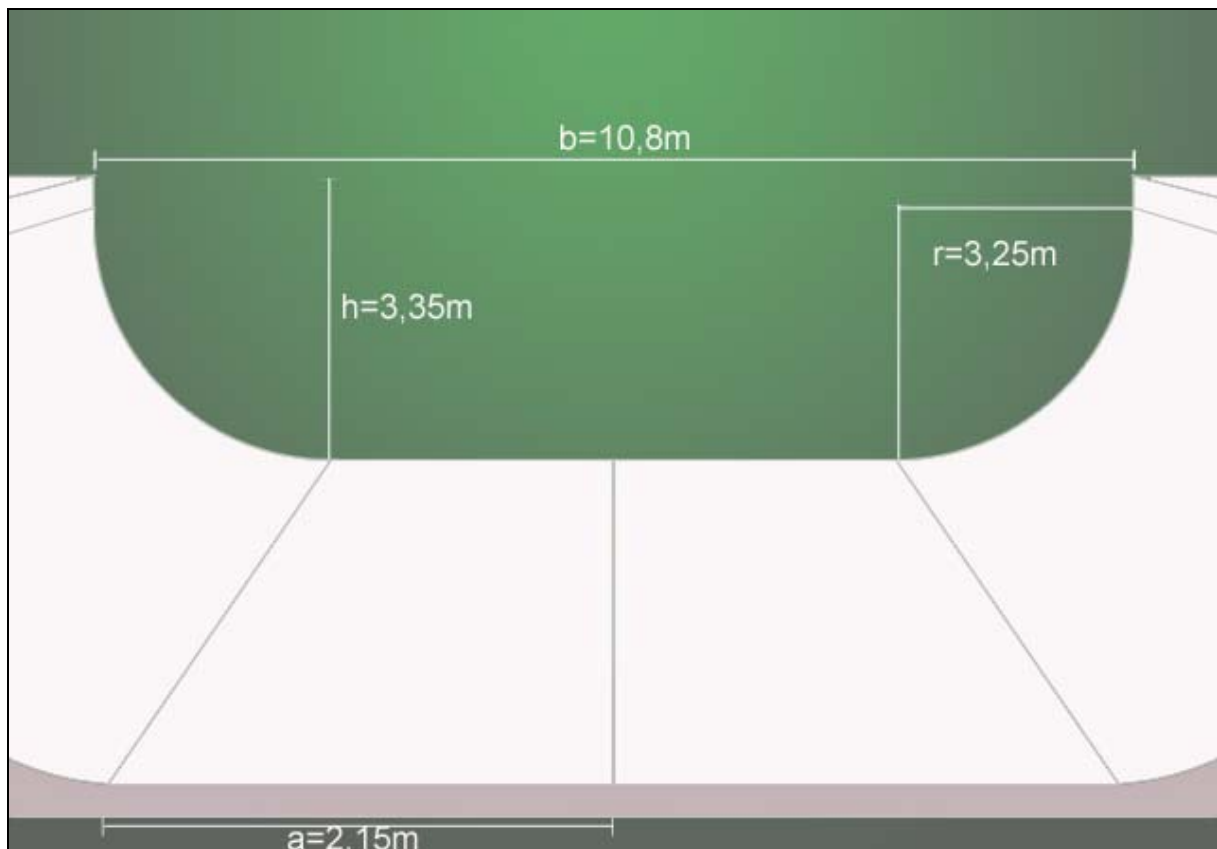


Abb. 65: Abmessungen der großen Halfpipe in den Rheinauen in Bonn

Obleich die Technik des Pushens bei Profis nur zwischen den Tricks genutzt wird, um der Energieentwertung durch Reibung entgegenzuwirken und Schwung zu holen für enorme Höhen (da ohnehin von Oben gestartet wird), wurde den Fahrern für die Video-Analyse gesagt, sie sollen aus einer geringen Höhe starten und dann durch die Technik des Pushens so schnell wie möglich an Höhe gewinnen. Die Begrenzung

auf eine feste Bahn (um nur eine Bewegungsebene beizubehalten) erschwerte die Aufgabe für die Fahrer. Um die Bewegung des Pushens nicht zu verfälschen wurde den Fahrern die Anordnung gegeben, keine zusätzlichen Sprungmanöver durchzuführen. Ab einer gewissen Steighöhe über das Coping²⁹ hinaus wäre eine 180°-Drehung einfacher, da für den Blader das Rückwärtsfahren schwieriger ist und so ziemlich jeder Skater eine bestimmte Stellung in Fahrtrichtung bevorzugt.

6.2 Videoanalyse mit Viana

Obwohl die Videos für eine automatische Analyse gedreht wurden müssen die hier vorliegenden Aufnahmen manuell analysiert werden. Die verschiedenen Markerfarben erwiesen sich allesamt als nicht automatisch analysierbar, da bei den Analysen immer im Hintergrund und auch in der Halfpipe selbst einige Pixel dieser Farbtöne mit erfasst wurden. Erschwerend kam hinzu, dass die arbeitenden professionellen Skater erst Zeit hatten, als die Sonne schon recht tief stand. Hierdurch sind recht harte Schatten entstanden. Zur Kalibrierung kann die Breite der Bahn $b=10,8\text{m}$ genutzt werden. Der Mittelpunkt wurde genau in der Mitte der Rampe in Höhe des Aufsetzpunktes der Rollen gesetzt.

6.3 Auswertung

Fünf ganze Schwingungen dauern um die 27 Sekunden, dies entspricht ca. 700 Bildern, bei denen manuell der Schwerpunkt geschätzt werden muss. Für diese Arbeit sollte man ca. 15 Minuten konzentrierte Bearbeitungszeit einplanen. Der Fehler bei den manuellen Schätzung des KSP liegt im Bereich von 10Pixeln, die nach korrekter Kalibrierung ungefähr 9cm entsprechen. Als relativen Fehler ergibt sich nach Gl. 73:

$$\Delta s_{\text{rel.}} = \frac{\Delta s}{s_{\text{gem}}} = \frac{10\text{Pixel}}{1160\text{Pixel}} = 0,9\%$$

Für die Geschwindigkeit erhält man Fehler im Bereich von $2,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (Gl. 75) und für die

Beschleunigungen im Bereich von $58 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ (Gl.76).

²⁹ Das Metallrohr an der obersten Kante der Halfpipes wird als Coping bezeichnet.

Für die Skater3 Aufnahme erhält man für die x-y-Ortsdarstellung folgendes Diagramm. Der Beginn der Quaters (Kreissegmente) wurde mit senkrechten, gestrichelten Linien markiert.

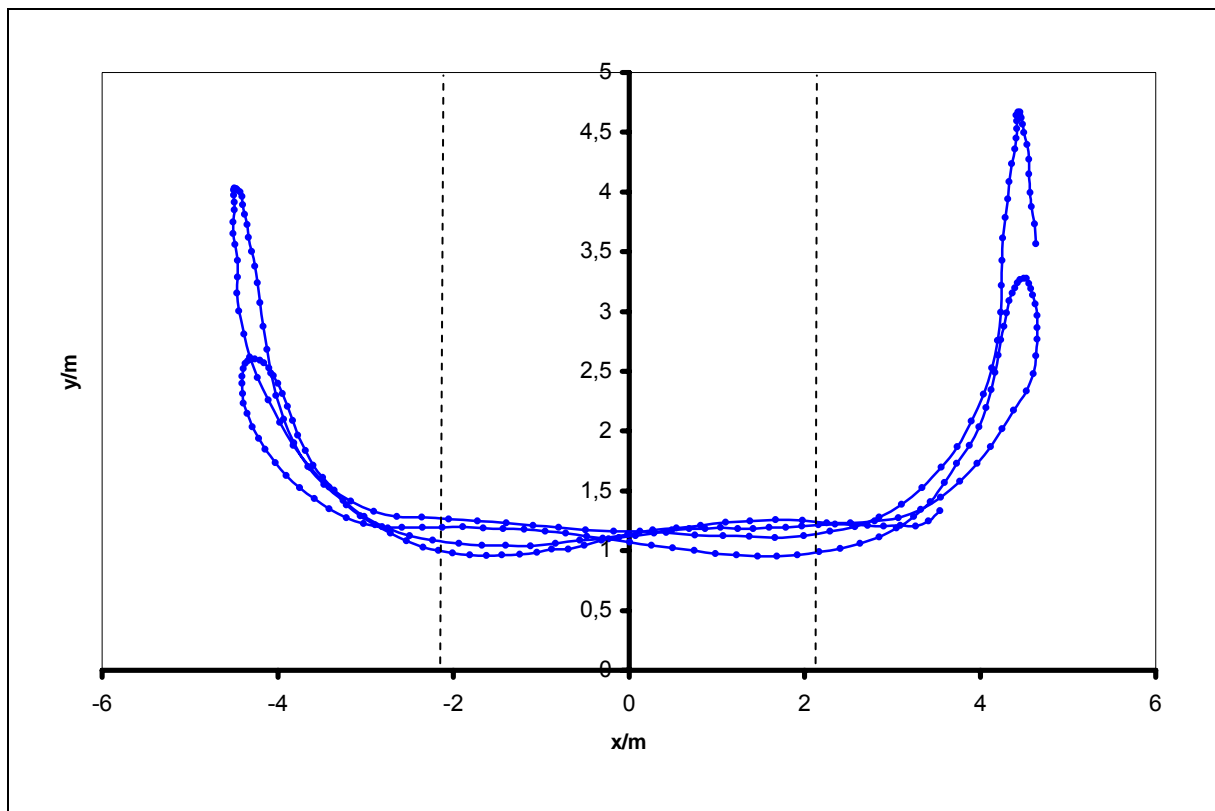


Abb. 66: x-y-Diagramm der erfassten KSP-Koordinaten eines Skaters (Skater4+.xls)

Insgesamt erhält man einen recht runden Gesamtbewegungsablauf des KSP.

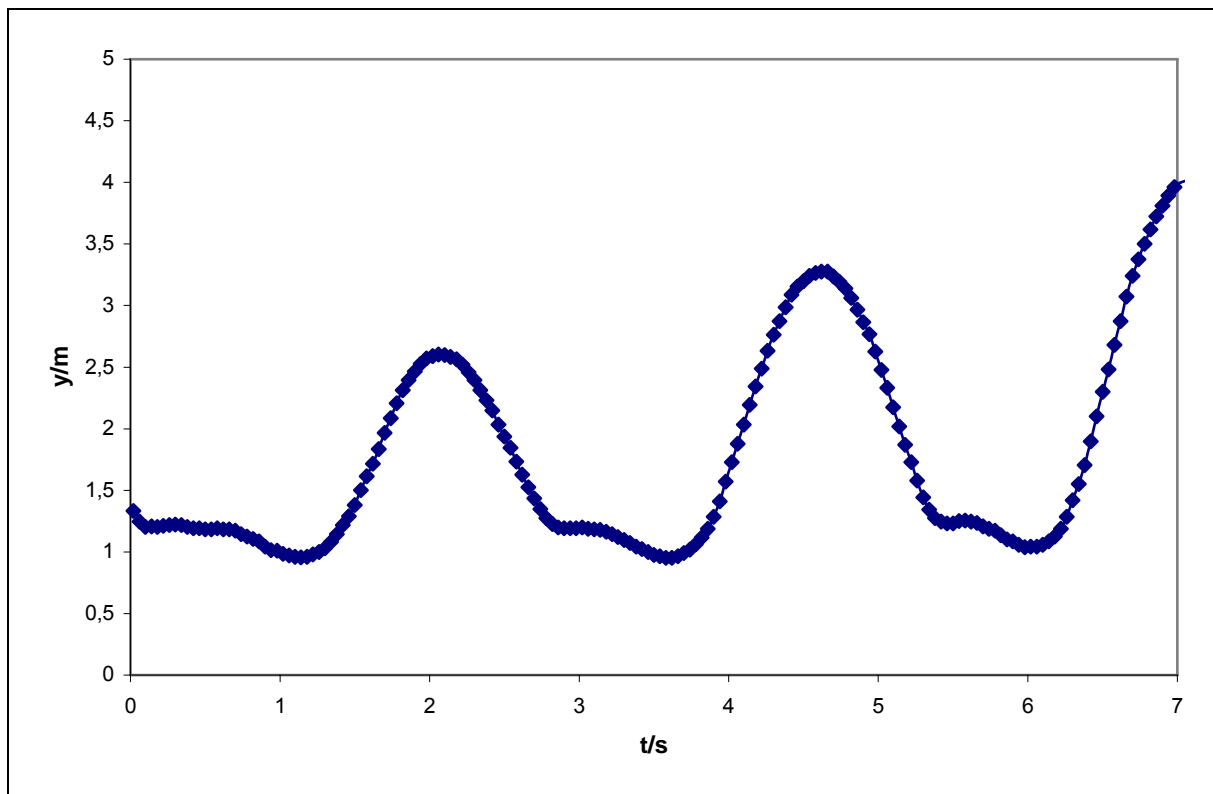


Abb. 67: y-t-Diagramm des Skaters (Skater4+.xls)

In einem y-t-Diagramm erkennt man, wie sich die erreichte maximale Höhe kontinuierlich vergrößert. Außerdem fällt der „schlängelförmige“ Verläufe zwischen den viertel Zylindern auf.

Analog zu den Schaukelauswertungen kann man die Energien zur Zeit auftragen (Abb. 68).

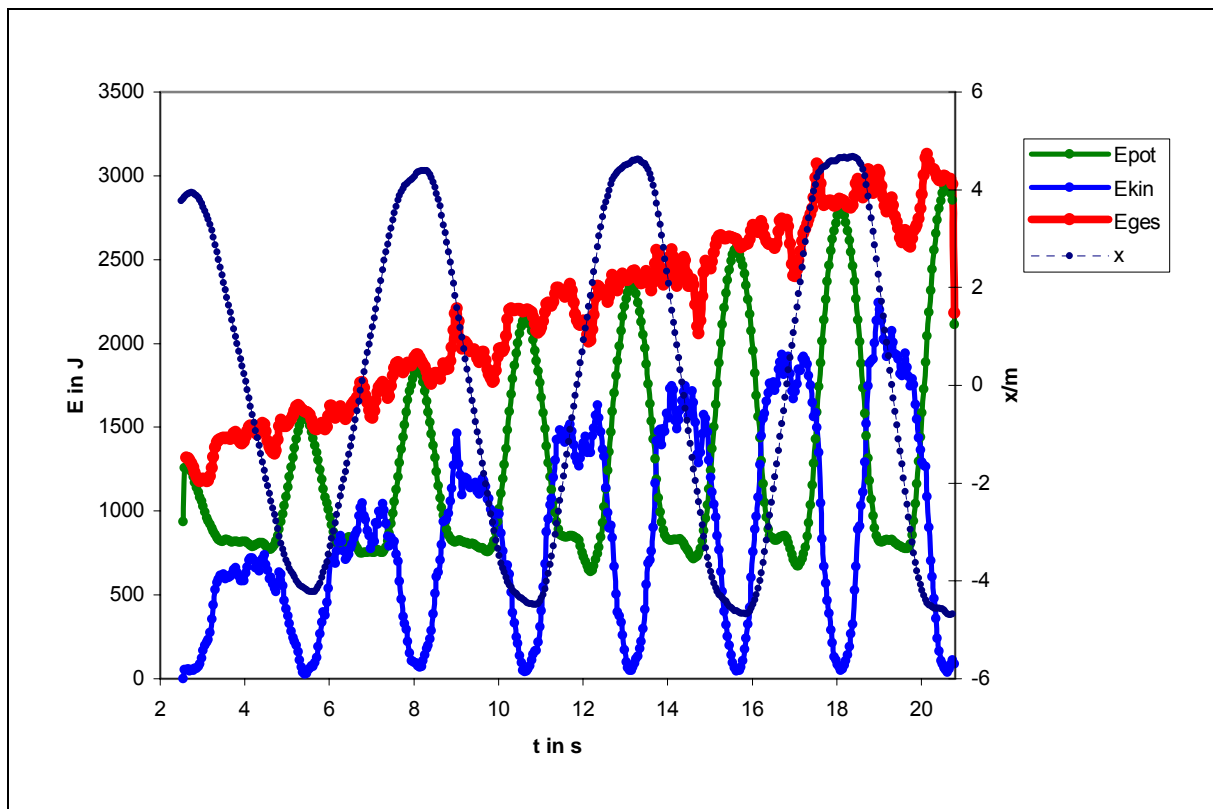


Abb.68: E-t-Diagramm (Blader3+.xls)

Da kein Winkel existiert, über den man die Bewegung anschaulich beschreiben könnte, sind die Energien mit Bezug zur horizontalen Achse aufgetragen (sekundäre Größenachse). Der Graph der kinetischen Energie unterliegt wegen des Fehlerfortpflanzungsgesetzes sehr großen Schwankungen, was natürlich Folgewirkungen auf den Verlauf der Gesamtenergie hat. Eine Aussage darüber, wo das System an Energie gewinnt, wird dadurch erschwert.

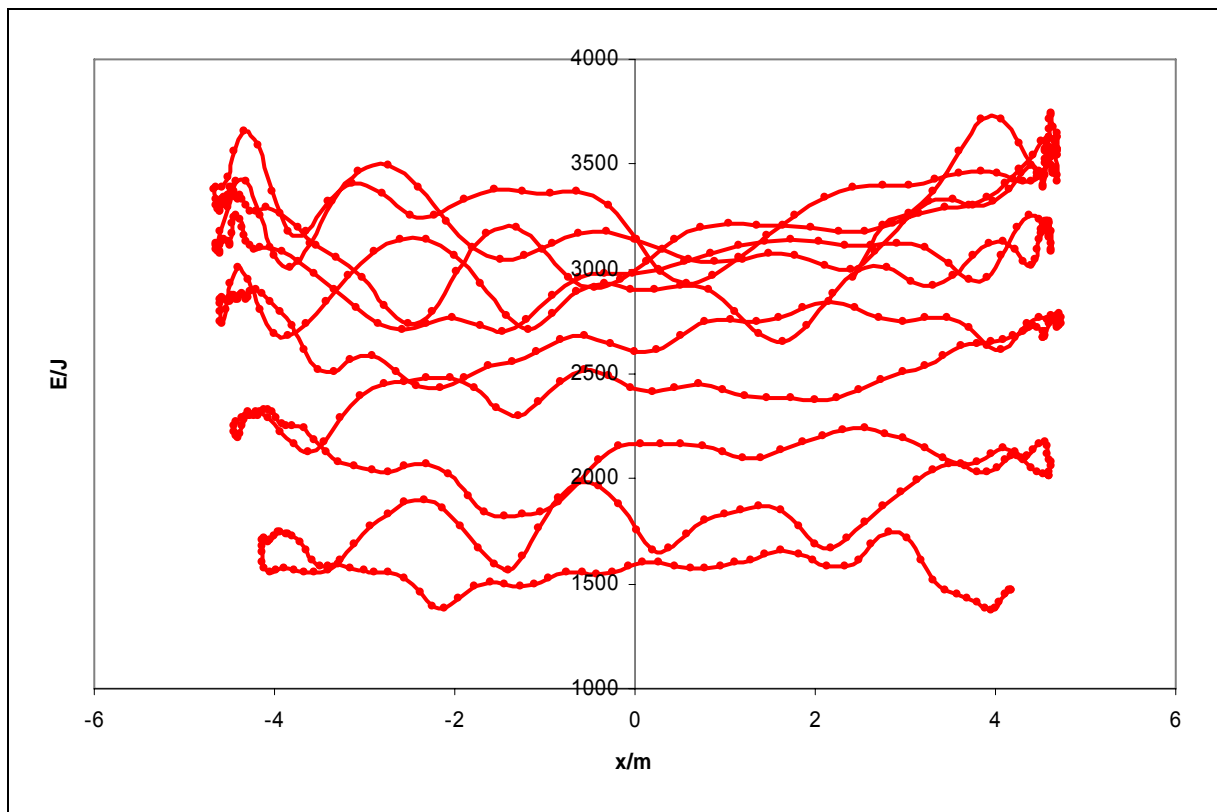


Abb. 69: E-t-Diagramm (Blader2+.xls)

Trägt man die Gesamtenergie zur x-Achse auf, um einen Bezugspunkt zur Position des Skaters zu bekommen, muss man mit demselben Problem kämpfen. Der einzig sichere Folgeschluss scheint, dass sich die Gesamtenergie des Systems mit der Zeit vergrößert.

6.4 Erklärung

Die Bewegung eines rollenden Körpers in einer Kugelschale ist physikalisch sehr eng mit der Bewegung eines Pendels verwandt. Ohne die zusätzlich auftretenden Reibungskräfte, die zwischen dem Körper und dem Untergrund auftreten, wirken exakt dieselben Kräfte (obgleich die Zentripetalkraft nun vom Untergrund und nicht vom Faden ausgehalten werden muss). Daher lässt sich die Situation des Skaters auf der Kreisbahn der Halfpipe direkt an unsere vorherigen Überlegungen anknüpfen.

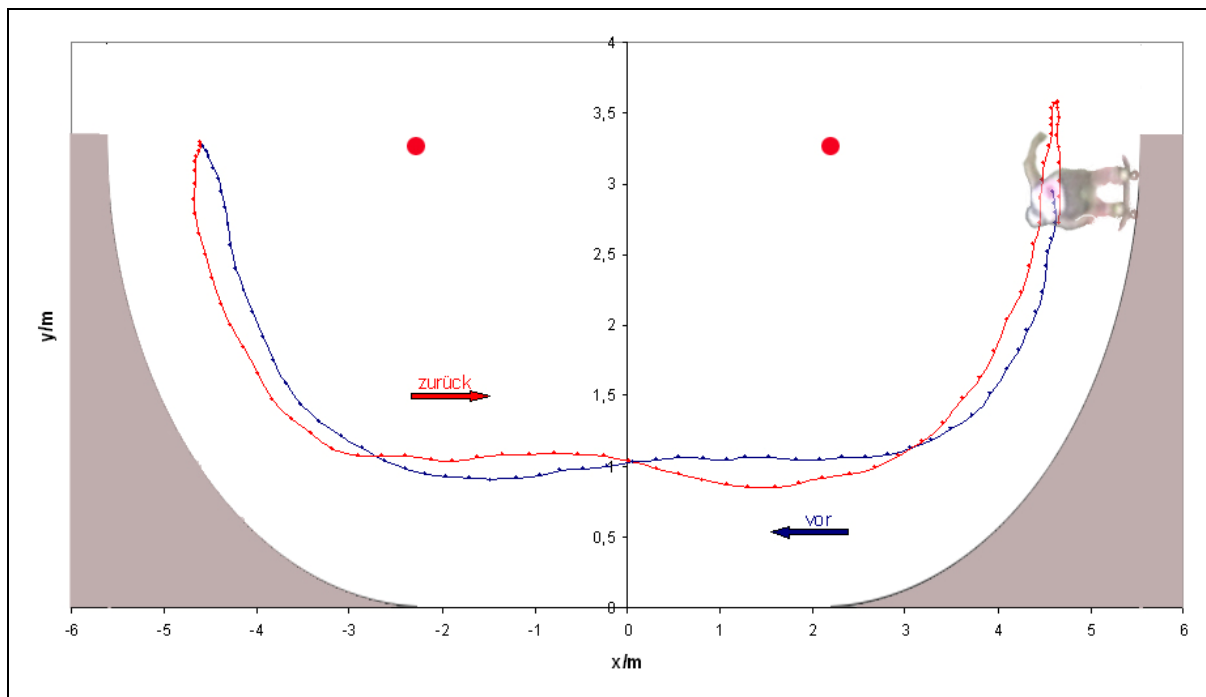


Abb. 70: x-y-Darstellung der KSP-Bewegung einer Schwingung. Der grüne Punkt ist der Startpunkt der Bewegung (Blader3+.xls).

Die Betrachtung einer Schwingung lässt uns ein nun wohl vertrautes Phänomen wieder erblicken, die parametrische Verstärkung durch die Änderung des Abstandes zum Drehzentrum (vgl. 5.1.4 und 5.1.5). Abb. 68 macht hier sehr gut deutlich, wie der KSP erst stark gesenkt wird und im darauf folgenden Kreisabschnitt möglichst weit von der Halfpipe weggedrückt wird. Pro Schwingung wurde hier immer zweimal parametrisch verstärkt. Betrachtet man vor diesem Hintergrund noch einmal den Verlauf der Energien zur Zeit, kann man den Ort, an dem Energie gewonnen wird, in etwa abschätzen.

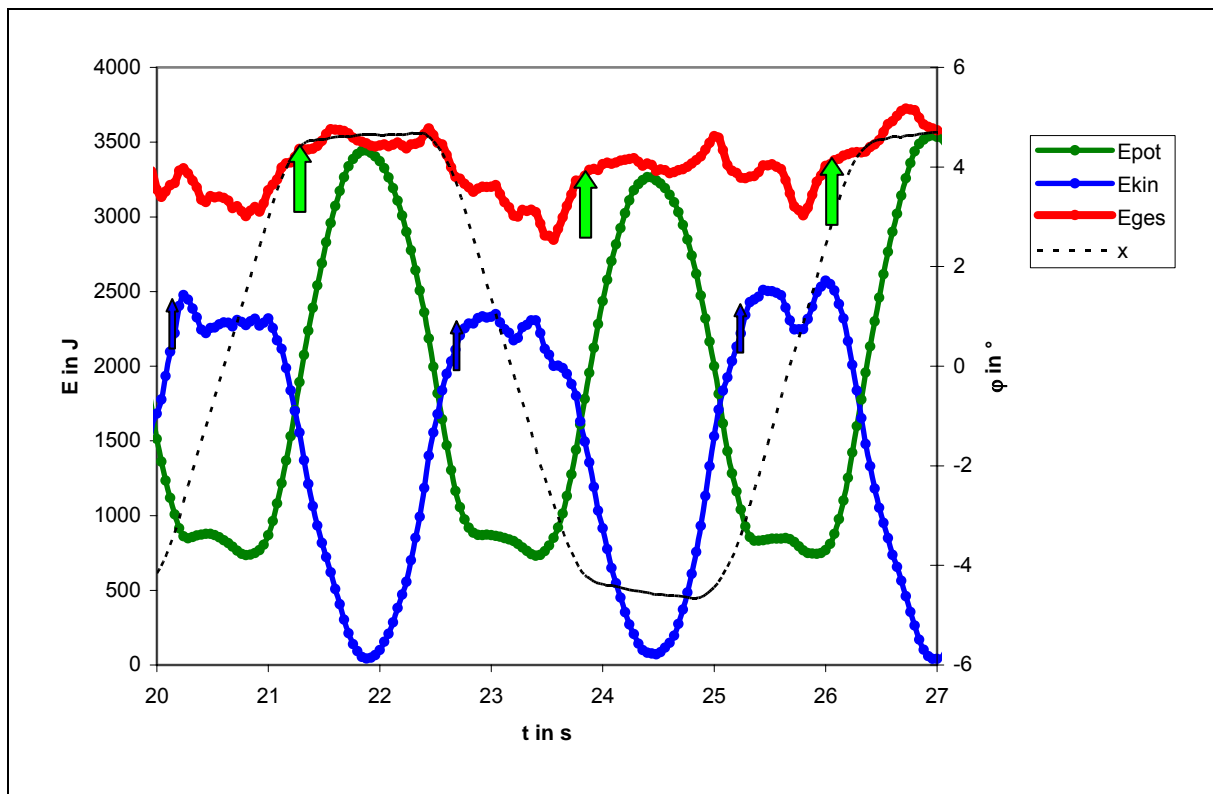


Abb.71: x-y-Darstellung der KSP-Bewegung einer Schwingung. Der grüne Punkt ist der Startpunkt der Bewegung (Blader2+.xls).

Die grünen Pfeile in Abb. 69 zeigen den vermuteten Ort des Hauptenergiegewinns, der wegen der enormen Schwankungen der kinetischen Energie nur mit sehr viel Wohlwollen anzuerkennen ist. Begünstigend für eine Anerkennung ist das Auftreten von relativ ähnlichen Verläufen der Energien jeweils um den Beginn des Einrollens in die Quarters. Abb. 72 fokussiert das Einrollen in eine Quarter. Zusätzlich zur Trajektorie des KSP wurde die Gesamtgeschwindigkeit mit einer Glättung 5 auf der sekundären Größenachse abgetragen. Im Diagramm wird ersichtlich, dass die Geschwindigkeit trotz der der Bewegungsrichtung entgegenwirkenden Erdbeschleunigung über eine Strecke von ca. einem Meter relativ konstant bleibt. Grund hierfür muss der Energiegewinn durch das Heranführen des KSP an die Drehachse sein.

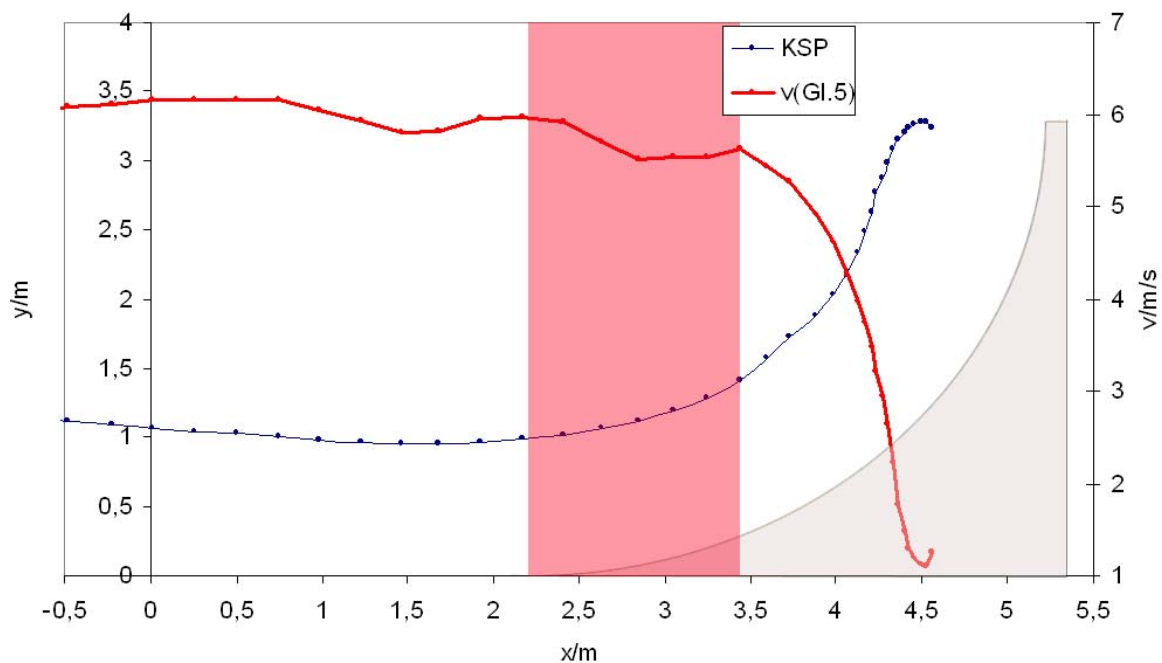


Abb. 72: Betrachtung der Geschwindigkeit und der Trajektorie des KSP beim Einrollen in eine Quarter (Skater4+.xls)

Fragen wir uns nun, was überhaupt auf dem geraden Plateau in der Mitte passiert und warum? Auch bei anderen Fahrern war der „schlängelförmige“ Verlauf des KSP zu beobachten (siehe auch Abb. 65). Im Vergleich zu dem Hubpendel könnte man sich fragen, warum der Schwerpunkt schon in dem ersten Kreissegment angehoben wird und dann in der Mitte kurzzeitig abgesenkt wird. Wäre es nicht effektiver sich bis zum ebenen Mittelstück möglichst klein zu machen und von da ab den Rest der halben Schwingung gestreckt zu bleiben? Die experimentelle Überprüfung schlug fehl, da man „bei voller Streckung steif beim Einfahren in die Steigung nach hinten fallen würde“, so der Fahrer Johannes Pötzl. Die für die Stabilität günstigere Haltung der leichten Hockstellung könnte als Begründung der Bewegung mitspielen. Machen wir uns jedoch noch einmal bewusst, wie der Energiegewinn beim Hubpendel zustande kommt: Der Energiegewinn ergab sich aus der Kraft in Wegrichtung. Auf der Geraden wirkt jedoch lediglich die Gewichtskraft. Auf den Kreisabschnitten hingegen greift zusätzlich noch die Zentrifugalkraft an dem Schwerpunkt des Fahrers an. Deshalb sind die Streckungen auf den Kreisabschnitten effektiver. Die blauen Pfeile in Diagramm 71 stehen für den Energiegewinn beim Aufstehen während des Ausrollens aus den Quarters. Die Techniken des Pushens bei Rollerbladern und Skatern sind prinzipiell gleich. Die Ausführungen müssen dabei natürlich an die

Grundstellung der jeweiligen Disziplin angepasst werden (Inline-Skaten: Füße stehen frontal in Bewegungsrichtung; Skaten: Füße stehen näherungsweise senkrecht zur Bewegungsrichtung). Der Skater erreichte schneller an Höhe. Schon nach zwei Schwingungen flog er über das Copping hinaus. In Abb. 73 kann man recht gut sehen, wie immer beim Einfahren in die Quarters Energie gewonnen wird. Beim Pushen nähert man also zweimal pro Halbperiode seinen KSP an das Drehzentrum an, weil man schlicht und ergreifend die Möglichkeit dazu hat.

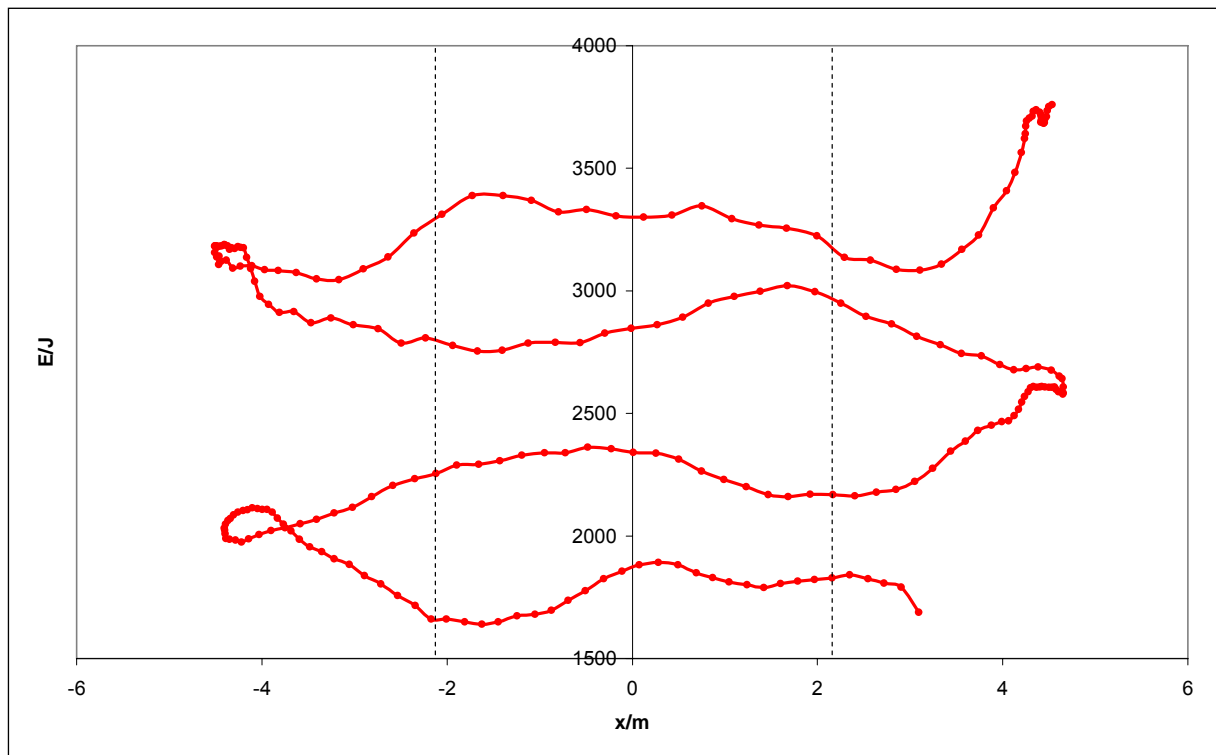


Abb.73: E-x-Darstellung der Gesamtenergie (Glättung 5) über zwei Schwingung (Skater4+.xls)

7 Schwungbewegungen am Reck

Die raumfeste Drehachse, der relativ kleine Raum, in dem die Bewegungen von statten gehen, und die hoch entwickelten Techniken der Turner machen dieses klassische Gerät wahrscheinlich für Bewegungsanalysen so attraktiv. Dies schlägt sich auch in der Vielzahl an Veröffentlichungen und Arbeiten nieder, die sich mit diesem Gerät beschäftigen [4, 7, 9, 17, 19, 21, 24, 39-42]. Zusätzlich lassen sich sehr viele Bewegungen gut als Abbildungen in einer Ebene betrachten. Für 2-D

Videoanalysen sind die Bewegungen am Reck daher wie geschaffen. Als äußerst elegante und dennoch recht unkomplizierte Bewegung soll hier die Riesenfelge im Mittelpunkt stehen. Die Riesenfelge, oder auch Riesen-Umschwung, kann vor- und rückwärts geturnt werden. Sie gehört zu den so genannten „großen Felgbewegungen“ [26]. Abb. 72 vermittelt einen Eindruck von der Gesamtbewegung der Riesenfelge rückwärts.

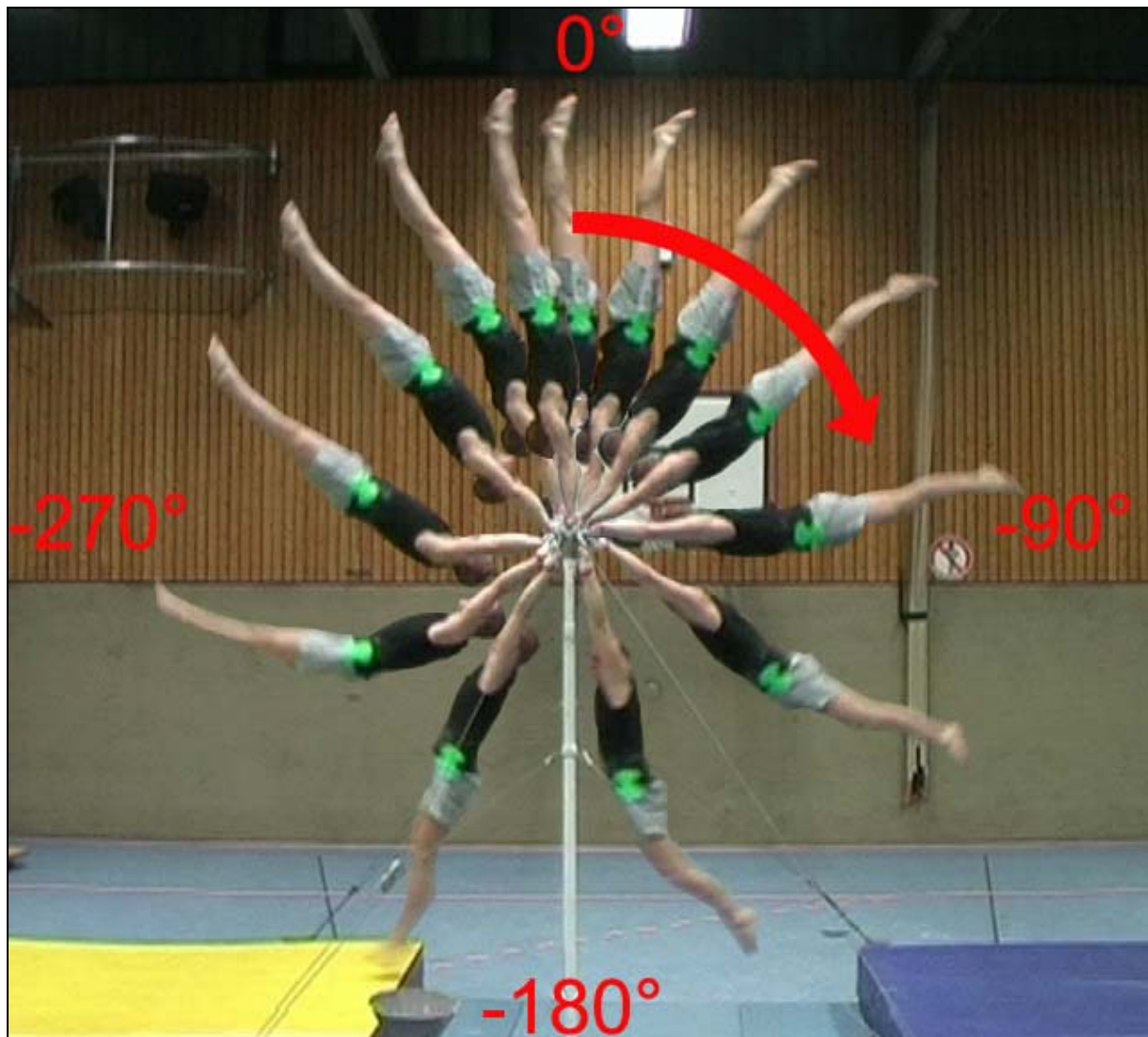


Abb. 74: Stroboskopaufnahme einer Riesenfelge rückwärts (Bildintervall $\Delta t = 0,16s$)

Die Bewegungsbeschreibungen in diesem Kapitel sind primär in Anlehnung an Knirsch entstanden [26]. Von der starken Streckung im Handstand bleibt der Körper in der Abschwungphase bei der Riesenfelge rückwärts vorerst in leicht „runder“ Haltung (0 bis -90°). Beim Abschwung, etwa beim Passieren der Waagerechten (bei -90°), wird die optimale Aktivüberstreckung eingeleitet, um die Muskulatur der

vorderen Muskelschlinge³⁰ vorzuspannen. Nach den biomechanischen Erkenntnissen über den Dehnungs-Verkürzungs-Zyklus – dem zu Folge die Muskeln durch Speicherung von (Spann-) Energie mehr Kraft nach einer gewissen Dehnung aufbringen können – steht somit mehr Energie für die folgende Hauptfunktionsphase der Riesenfelge zu Verfügung. Hier beginnt, kurz nachdem die Schultern den tiefsten Punkt der Bewegung passieren, ein schnellkräftiger Beinschwung vorhoch (-180°). Gleichzeitig werden von hier Bein-Rumpf- und Arm-Rumpf-Winkel bis zur Horizontalen verkleinert (von -180° bis -270°). Unmittelbar nach Passieren der Horizontalen (bei -270°) wird der Beinschwung von einer Hüftstreckung überlagert.

Während die Riesenfelgen rückwärts mit Ristgriff (normales Halten der Hände, Handflächen zeigen vom Turner aus gesehen nach vorn) geturnt wurden, war für die Analysen der Riesenfelgen vorwärts die Technik im Kammgriff (Handflächen zeigen nach hinten) ausgeführt worden [26]. Auf die prinzipiellen Unterschiede zwischen Vorwärts- und Rückwärtsriesen wird unter der Diskussion der Ergebnisse näher eingegangen. Ordinäre Riesenfelgen werden so geturnt, dass anschließend zumindest eine flüchtige Stützphase erkennbar wird. Bei beschleunigenden Riesenfelgen fehlt diese völlig. Die Technik der „schwungverstärkenden“ Riesenfelge ist dabei abhängig vom Folgeelement, für das die Rotationsenergie vergrößert wird. Die Aktivüberstreckung beginnt später als bei der normalen Riesenfelge, da hier erst 45° nach Passieren der Gleichgewichtslage der schnelle Beinschwung folgt, mit dem auch ein Beugen im Arm-Rumpf-Winkel einhergeht. Wenn der KSP die Senkrechte beim Überschwingen der Stange passiert, erreicht der Bein-Rumpf-Winkel bis zu 90° und der Arm-Rumpf-Winkel 45°. Im Anschluss daran kann z.B. eine „Tkachew-Grätsche“ geturnt werden. Diese sehr schöne Bewegung ist zwar beim Felge3 Video zu sehen, konnte aber wegen der Komplexität dieser Bewegung nicht vollständig ausgewertet werden. Leider musste bei den folgenden Analysen außerdem die Auslenkung der Stange vernachlässigt werden. Für diejenigen, die noch keine Erfahrungen mit diesem Gerät gesammelt haben oder deren Erfahrungen schon zu weit zurückliegen, sei erwähnt, dass die Stange eines Recks recht flexibel ist und auch zur Schwungverstärkung genutzt werden kann. In der Arbeit von Canal et al. betrug die Auslenkungen der Reckstange bei einer Riesenfelge bis zu 10cm [8].

³⁰ Als Muskelschlinge bezeichnet man das Zusammenwirken mehrerer Muskeln oder Muskelgruppen, um eine einzelne Bewegung auszuführen. Bei sportlichen Bewegungen werden meist mehrere Muskelgruppen in Form einer speziellen Muskelschlinge aktiviert. Die vordere Muskelschlinge fasst hier die Muskeln zusammen, die für die Beugung des Körpers zuständig sind.

7.1 Aufbau und Durchführung

Die hier vorliegenden Videos wurden alle an einem Hochreck in einer Turnhalle gefilmt. Aufgrund der enormen Kräfte auf die Stange bei einer Riesenfelge konnten die Aufnahmen nicht draußen bei besseren Lichtverhältnissen und günstigeren Hintergrundbedingungen realisiert werden. Die Kamera stand auf einer Höhe von 2,5m. Die Stange des Hochrecks lag auf 2,6m Höhe. Die Kamera stand in 15m Abstand zum Reck. Der ehemalige Leistungsturner sollte vorerst nur normale Riesenfelgen vor- und rückwärts turnen. Des Weiteren wurde er angehalten, über eine schwungverstärkende Riesenfelge eine „Tkatchew-Grätsche“ zu turnen. Wegen der Lichtquelle in dem Bildausschnitt wurden verschiedene Blenden und Belichtungszeiten ausprobiert.

7.2 Videoanalyse mit Viana

Trotz der vielen Farben im Hintergrund konnte mit dem grünen Signalklebeband eine Markierung am Turner befestigt werden, die problemlos automatisch erfasst werden kann (bei den folgenden Analysen liegt eine Suche nach dem Farbton R67 G201 B108 bei einer Toleranz von 40 zugrunde). Bei der Kalibrierung dieser Analyse ist der Nullpunkt mit Sorgfalt zu wählen, da eine nachträgliche Korrektur wegen der fehlenden Symmetrie schwer zu bewerkstelligen ist. Als Eichmaßstab dient der Abstand vom oberen Rand der weißen Metallstrebe bis zum ersten Gelenk des Hochrecks ($x_{\text{korrigiert}} = 0,86$). Die 80cm Verschiebung des Maßstabs aus der Bewegungsebene wurden hierbei analog zu Anhang V mit einkalkuliert ($x_{\text{gemessen}} = 0,82$).

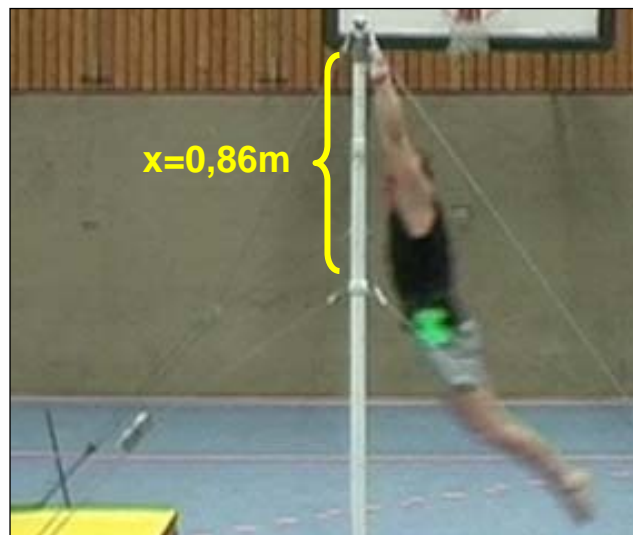


Abb. 75: Kalibrierung der Videos

7.3 Auswertung

Da der Körper während der Riesenfelgen durchweg recht gestreckt bleibt und die Arm-Rumpf sowie Bein-Rumpf Winkel durchweg relativ klein sind, werden die erfassten Punkte näherungsweise als Lage des KSP betrachtet. Der absolute Fehler der Streckenmessung bei den automatischen Analysen liegt im Bereich von 14cm bzw. 8Pixeln. Daraus ergibt sich ein relativer Fehler (Gl. 73) der Verschiebung von 7% ($s=2m$). Die Geschwindigkeiten können um $3,5 \frac{m}{s}$ neben dem realen Wert liegen

(Gl. 75), die Beschleunigungen folglich um bis zu $88 \frac{m}{s^2}$ (Gl.76). Da die Bewegungen am Reck primär Rotationsbewegungen sind, werden in den folgenden Diagrammen lediglich die Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen abgetragen. Weil der Abstand zum Drehzentrum l kleiner oder gleich 1m ist, folgt nach Gl.11 ein betragsmäßig etwas größerer Fehler für φ und ω . Da der KSP bei den untersuchten Bewegungen in x- und y-Richtung näherungsweise gleiche Strecken zurücklegt, sind diese Fehler unabhängig von der Richtung der Messung.

Bei den bisher analysierten Drehbewegungen konnte der Winkel φ aus den erfassten kartesischen Koordinaten über den Tangens berechnet werden. Hierbei gilt jedoch zu beachten, dass dieser nur für den Bereich von -90° bis $+90^\circ$ den Winkel korrekt ausgibt. Bei größeren Winkeln kann man diese Problematik umgehen, indem man die Formel

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{y/l}{1 + x/l} = \frac{y}{l + x}$$

nutzt. α kann somit über

$$\alpha = 2 \arctan \frac{y}{l + x} \quad (97)$$

von -180° bis 180° korrekt berechnet werden. Um fortschreitende Winkel zu erhalten muss pro Umdrehung immer nach 180° noch zusätzlich 360° hinzuaddiert bzw. abgezogen werden (je nach Drehsinn). Für mehrere Umdrehungen wurde „von Hand“ 360° hinzu addiert.

Beobachtet man nur den KSP des Turners, kann man dessen Rotation um die Drehachse wieder mit der Bewegung eines Pendels vergleichen. Analysieren wir daraufhin vorerst die Riesenfelge rückwärts.

7.3.1 Die Riesenfelge rückwärts

Bei der Trajektorie im x-y-Diagramm ist nach der Bahn mit konstantem Radius während der ersten Hälfte der Schwingung eine deutliche Annäherung des KSP an die Drehachse beim Aufschwingen erkennbar. Ca. 45° vor der Senkrechten wird der Radius dann wieder vergrößert.

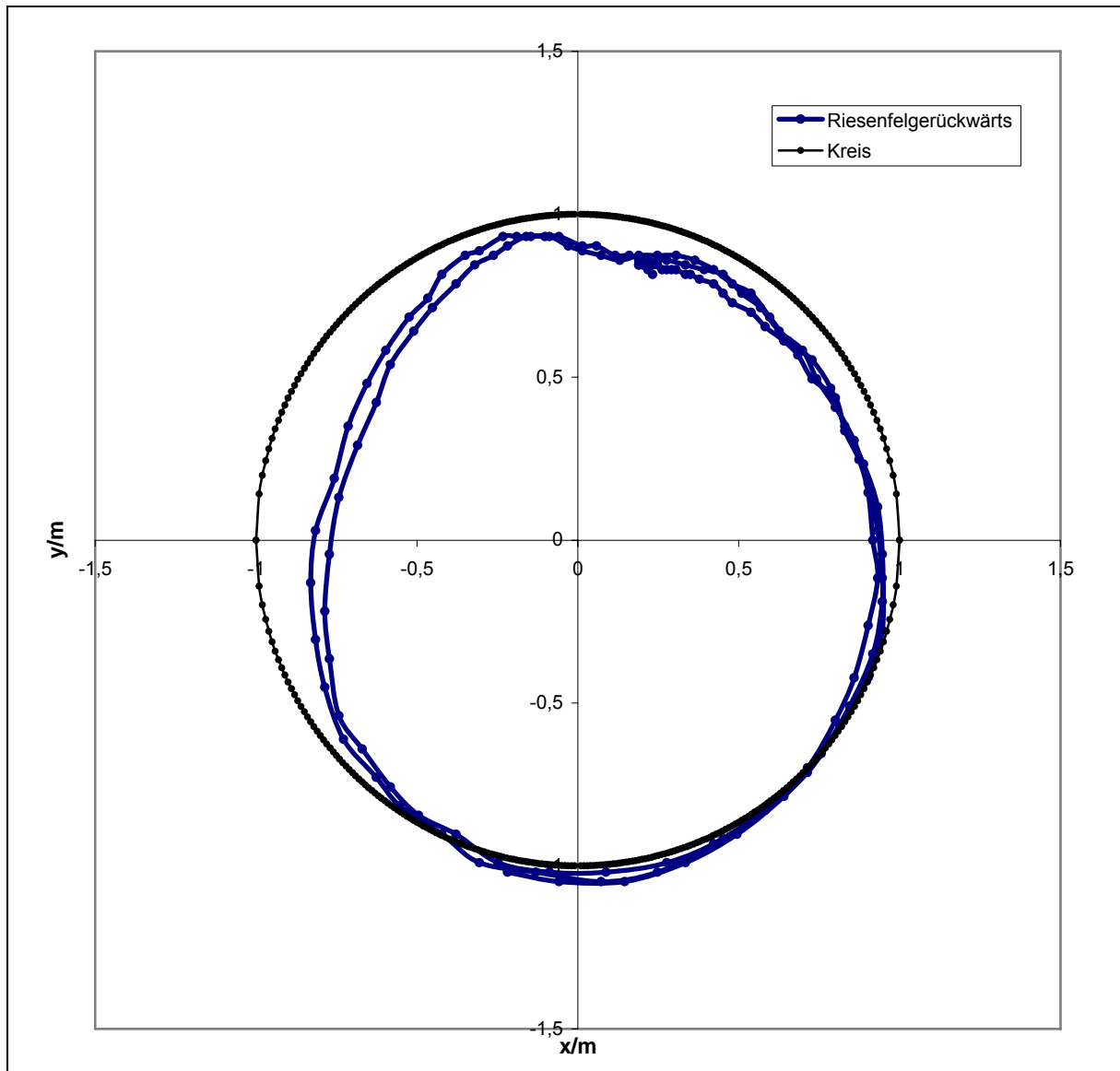


Abb. 76: Bahn des automatisch erfassten Markerpunkts bei zwei aufeinander folgenden Riesenfelgen rückwärts (Felge2)

Die Verkürzung des Abstands zur Drehachse lässt sich besser in Abb. 77 visualisieren. Um Bezugspunkte zum Ort des Athleten zu erhalten, wurde zusätzlich der Winkel φ aufgetragen (primäre Größenachse). Beim Schnittpunkt dieses Graphen mit den waagerechten Gitternetzlinien befindet sich der Turner gerade senkrecht unter der Stange (-180°). Beim Durchlaufen durch die (stabile)

Gleichgewichtslage werden im Folgenden immer senkrechte, gepunktete Linien gezogen, um diese Zeitpunkte visuell besser kenntlich zu machen und eine bessere Orientierung zu ermöglichen. Auf der sekundären Größenachse rechts kann man den Abstand zur Reckstange ablesen. Die Riesenfelge rückwärts wurde in der Felge2 Sequenz im Uhrzeigersinn gefilmt (ebenso wie in Abb. 74). Da die Winkelgeschwindigkeit ω für Drehungen entgegen dem Uhrzeigersinn positiv definiert ist wurden die Winkel dem angepasst.

Um φ zu berechnen wurde die Gleichung 97 genutzt. Dabei wurde als Bezugsgerade für die positive y-Achse gewählt, indem von dieser Formel 90° subtrahiert wurde.

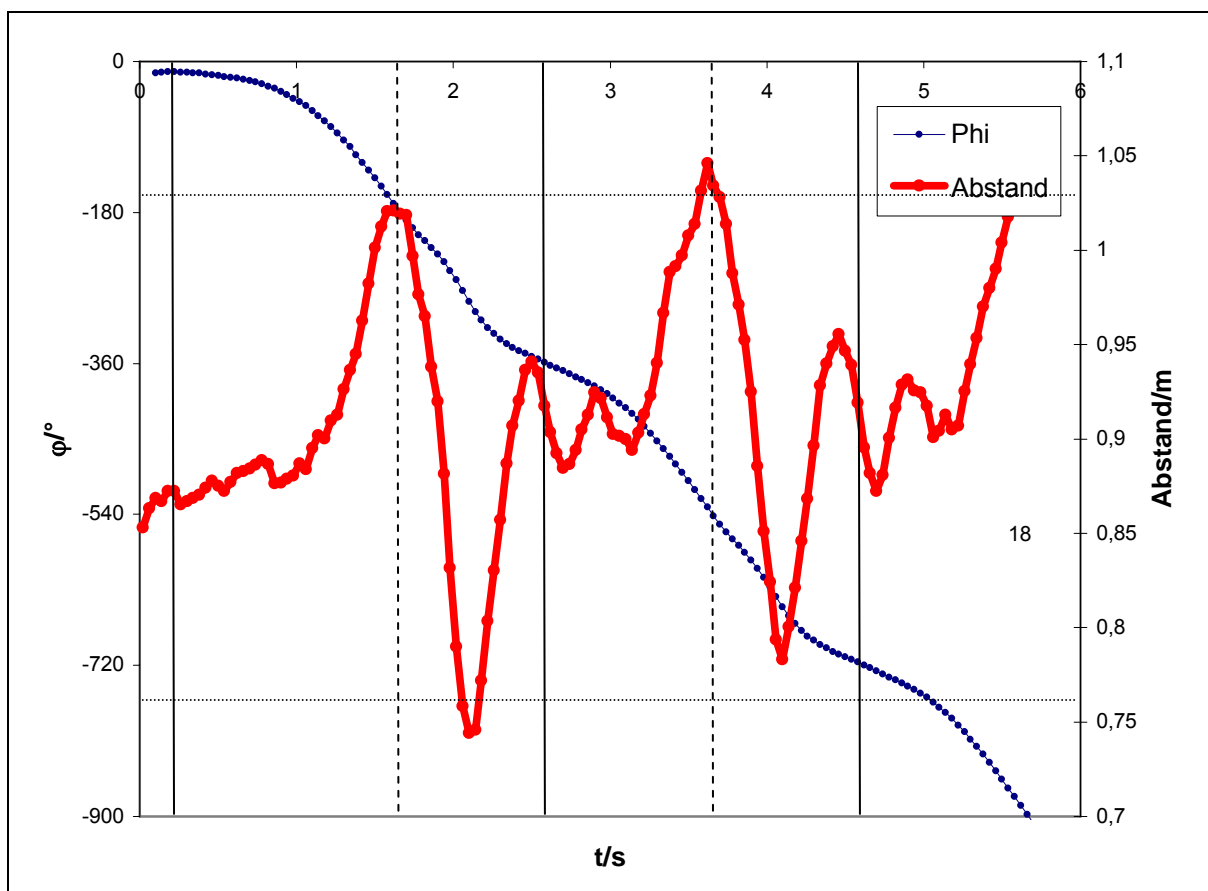


Abb. 77: Betrachtung des Abstands des KSP vom Drehzentrum abgetragen zur Zeit bei zwei aufeinander folgenden Riesenfelgen rückwärts (Felge2)

Es ist deutlich zu erkennen, dass der Turner vom maximalen Abstand zur Reckstange bei $\varphi = -180^\circ$, den KSP schnellkräftig an die Drehachse annähert. In der Nähe der darauf folgenden waagerechten Position erreicht der Abstand zum Drehzentrum ein Minimum (-90°). Von da an vergrößert sich der Abstand wieder bis zum Handstand auf der Reckstange bei $\varphi = -360^\circ$. Kurz danach ist ein lokales Maximum im Verlauf des Abstands zur Reckstange charakteristisch. Durch die

zeitliche Abtragung wird deutlich, dass der Abschwung (0° bis -180°) länger dauert als der Aufschwung (-180° bis -360°).

Betrachten wir die Winkelgeschwindigkeit (Abb. 78) fällt auf, dass diese sich vom Handstand bis zur (stabilen) Gleichgewichtslage erwartungsgemäß betragsmäßig vergrößert, der weitere Verlauf scheint jedoch zunächst überraschend. Nach einem kleinen Einbruch vergrößert sich dann die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_{\text{Punkt}}$ noch einmal und erreicht kurz nach Passieren der Waagerechten im Aufschwung ihr Maximum (zwischen 70° - 80° vor der Senkrechten).

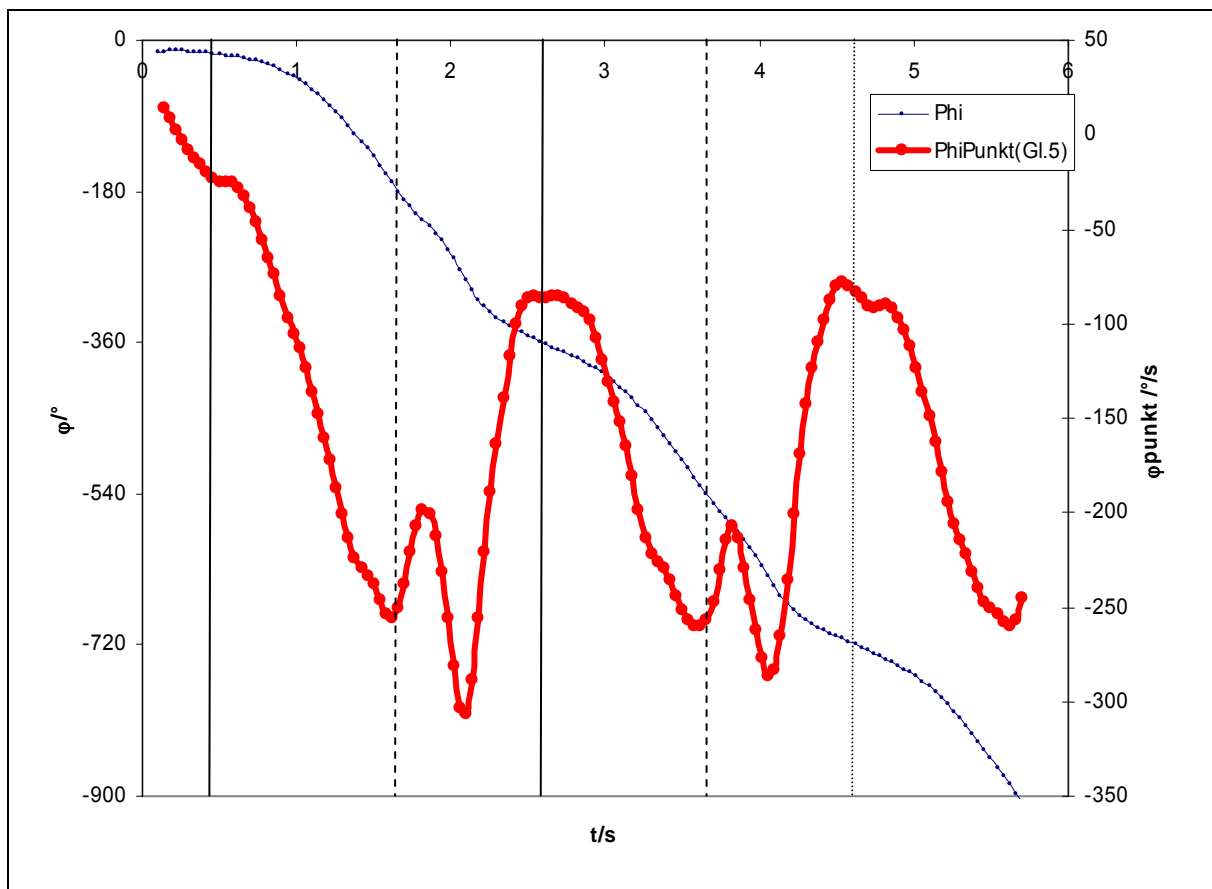


Abb.78: Betrachtung der Winkelgeschwindigkeit bei zwei aufeinander folgenden Riesenfelae rückwärts (Felae2)

Für die folgenden Diagramme ist es günstiger, die Größen zum Winkel aufzutragen. Dabei wurden die Absolutbeträge der Winkel abgetragen, damit die Diagramme nicht im Konflikt mit unserer normalen Lesegewohnheit von links nach rechts geraten (alle vom Winkel abgeleiteten Größen werden dabei mit dem korrekten Vorzeichen abgetragen). Betrachten wir die Winkelgeschwindigkeit (Abb. 78) fällt auf, dass diese sich vom Handstand bis zur (stabilen) Gleichgewichtslage erwartungsgemäß

betragsmäßig vergrößert, der weitere Verlauf scheint jedoch zunächst überraschend. Nach einem kleinen Einbruch vergrößert sich dann die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ noch einmal und erreicht kurz nach Passieren der Waagerechten im Aufschwung ihr Maximum (zwischen 70° - 80° vor der Senkrechten).

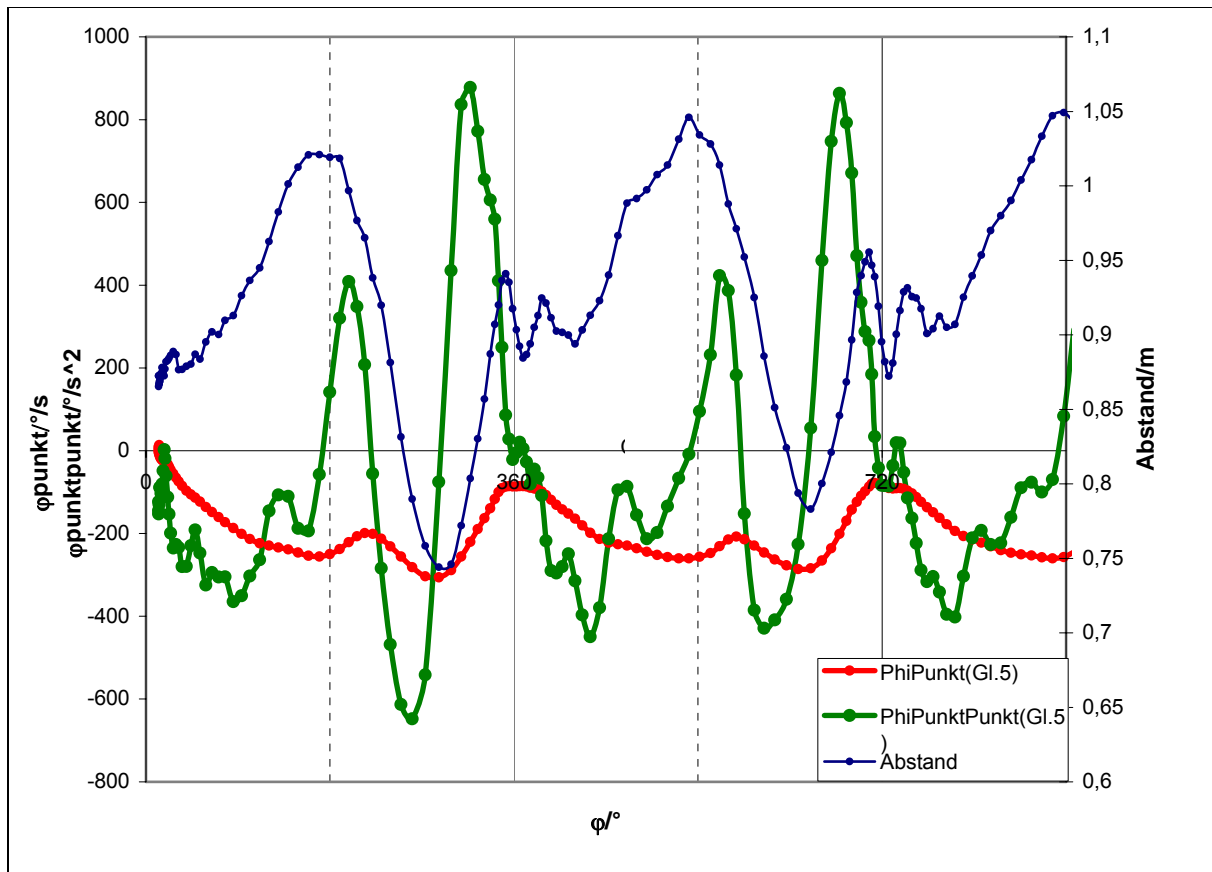


Abb. 79: Betrachtung der Winkelbeschleunigung, der Winkelgeschwindigkeit und des Abstands zum Drehzentrum bei zwei aufeinander folgenden Riesenfelgen rückwärts (auf der primären Größenachse sind $\dot{\varphi}$ und $\ddot{\varphi}$ abgetragen) (Felge2).

Betrachten wir nun die Energetik der Riesenfelge. Definitionsgemäß ist beim Durchlaufen des geschätzten KSP durch die stabile Gleichgewichtslage die gesamte Lageenergie in Bewegungsenergie umgewandelt. Mit dem lokalen Minimum der kinetischen Energie 10 - 20° nach Durchlaufen der Senkrechten unterhalb des Drehzentrums (-180° und -540°) fällt auch die Gesamtenergie auf ihr Minimum ab. Von hier steigt die Bewegungsenergie des Turners noch einmal bis zu 10° vor der Waagerechten. 20° bis 30° nach der Waagerechten im Aufschwung (-270°) hat der Turner die maximale Gesamtenergie erreicht.

Im Vergleich zum Anfangszustand im Handstand ist die Gesamtenergie nach einer Riesenfelge größer. Dabei fällt ab 30° bis 40° nach der Ausgangsstellung im Handstand die Gesamtenergie deutlich stetig ab.

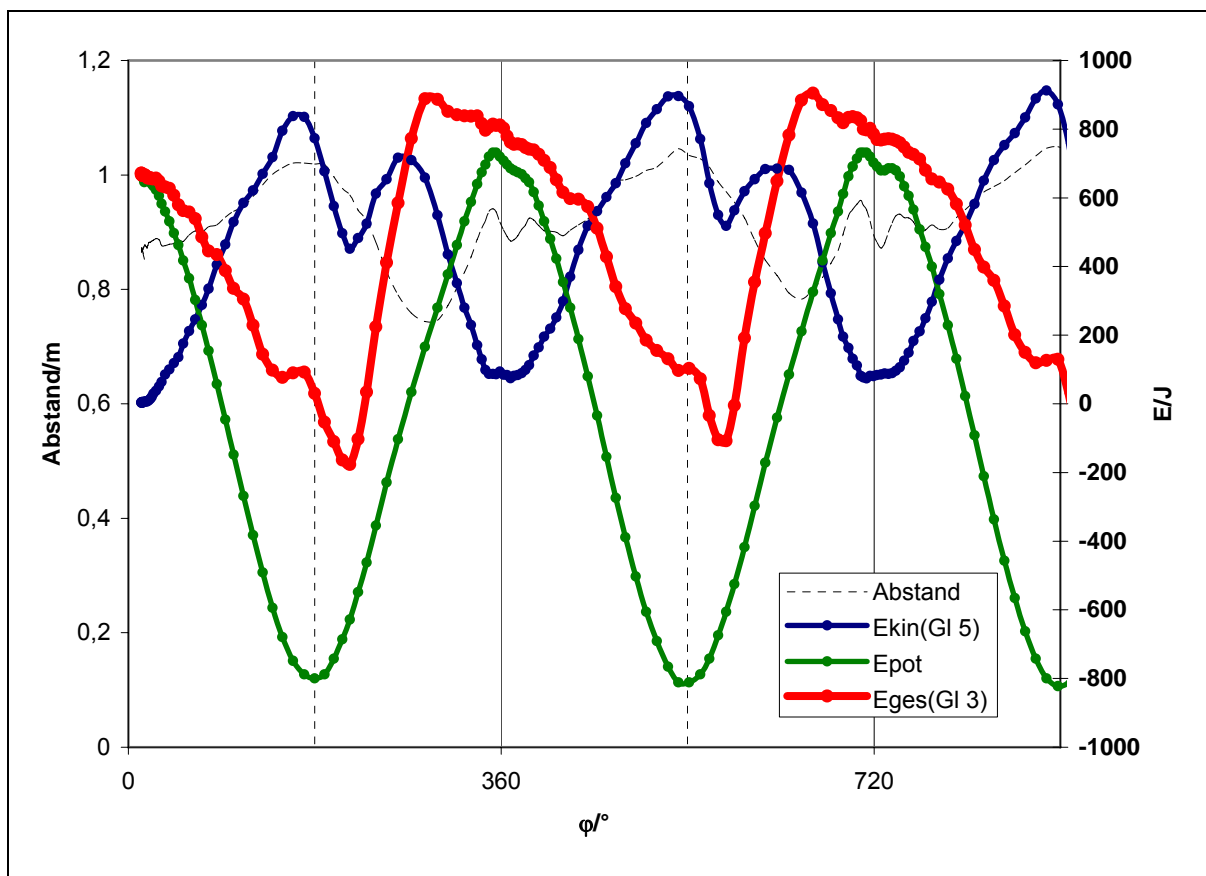


Abb. 80: Energetik bei zwei aufeinander folgenden Riesenfelgen rückwärts (Felge2)

7.3.2 Die Riesenfelge vorwärts

Nun soll die Bewegung des KSP der Riesenfelge vorwärts im Vergleich zur Riesenfelge rückwärts untersucht werden. Für den Bezug zur realen Bewegung betrachte man Abb. 91 auf Seite 130.

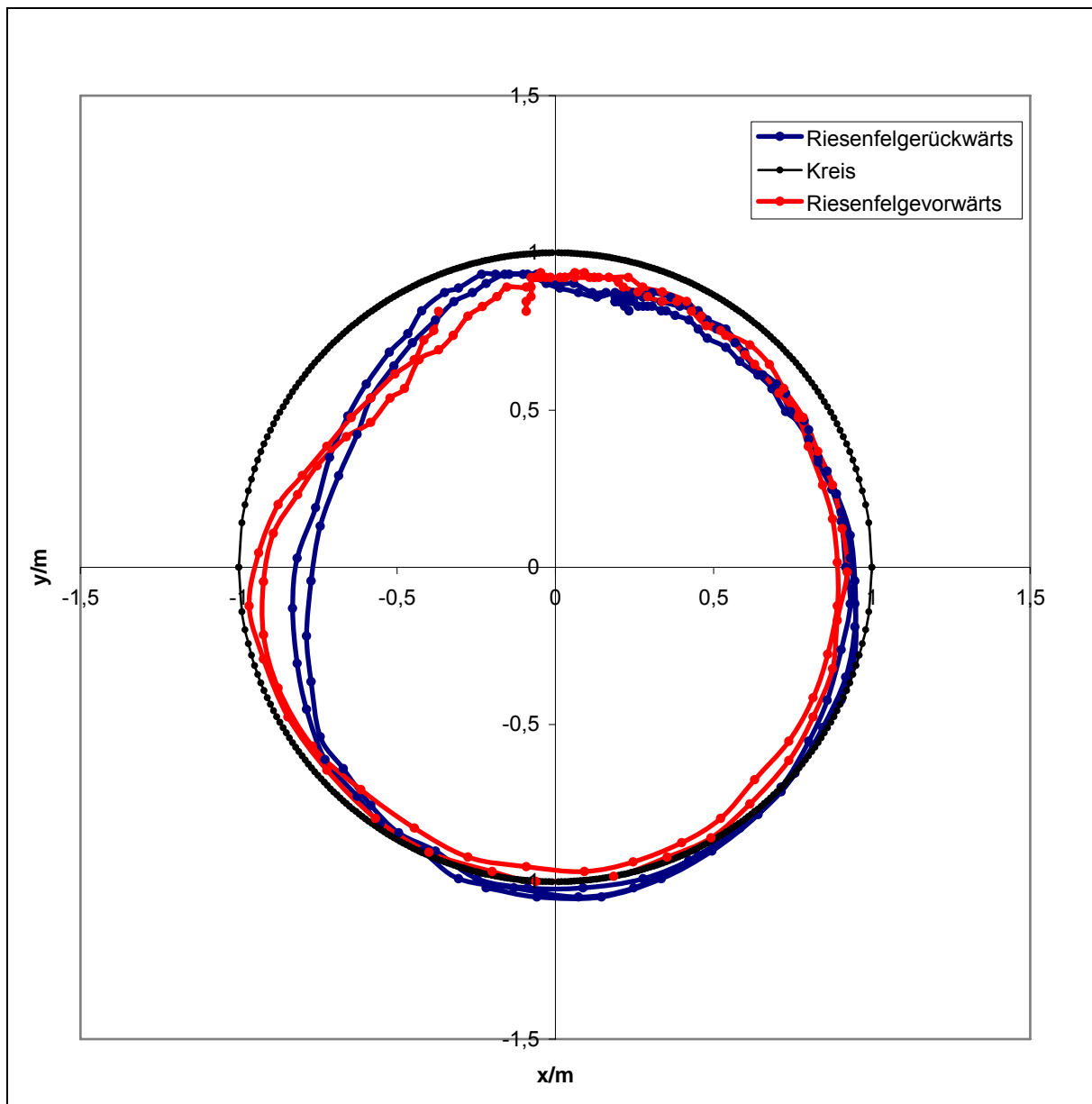


Abb. 81: Vergleich der Trajektorien zwei aufeinander folgenden Riesenfelgen vor- und rückwärts (FelgeRück2 und Felge2)

Bei den Riesenfelgen vorwärts scheint die Verkürzung erst nach Durchlaufen der Ruhelage zu beginnen. Die maximale Verkürzung erfolgt viel später und ist nicht so stark ausgeprägt. Der KSP wird hier bis auf 0,85m an die Stange gebracht, das sind 10cm weniger als bei der Riesenfelge rückwärts.

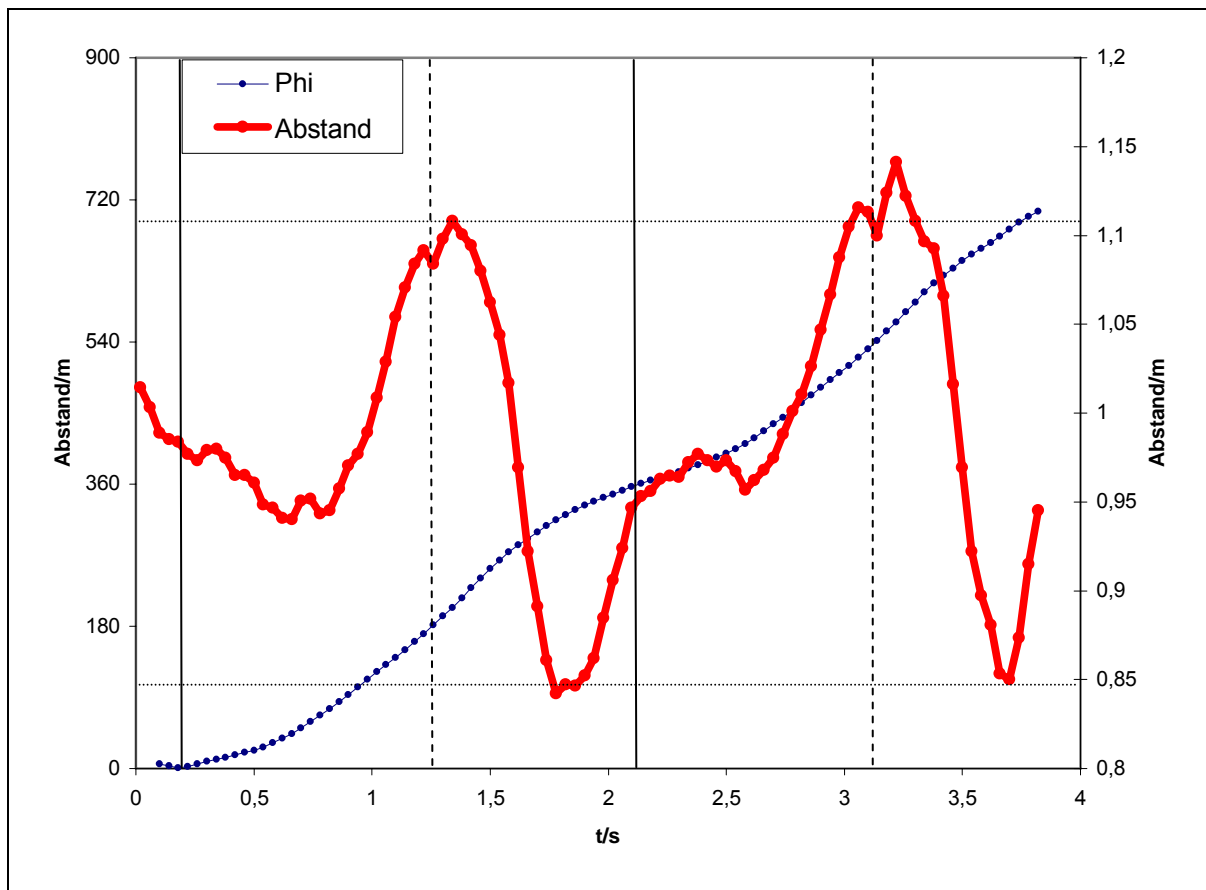


Abb. 82: Abstand zur Stange während zweier Riesenfelgen vorwärts (Vorwärtsfelge1)

Bei der Winkelgeschwindigkeit ist diesmal nach dem Abschwung kurz vor Durchlaufen der Senkrechten eine kurze Geschwindigkeitseinbuße zu erkennen. Die Maxima der Geschwindigkeiten liegen hierbei in der Nähe der ersten Diagonalen beim Aufschwung ($45-55^\circ$ nach Durchlaufen der Senkrechten, bei 225° bis 235°).

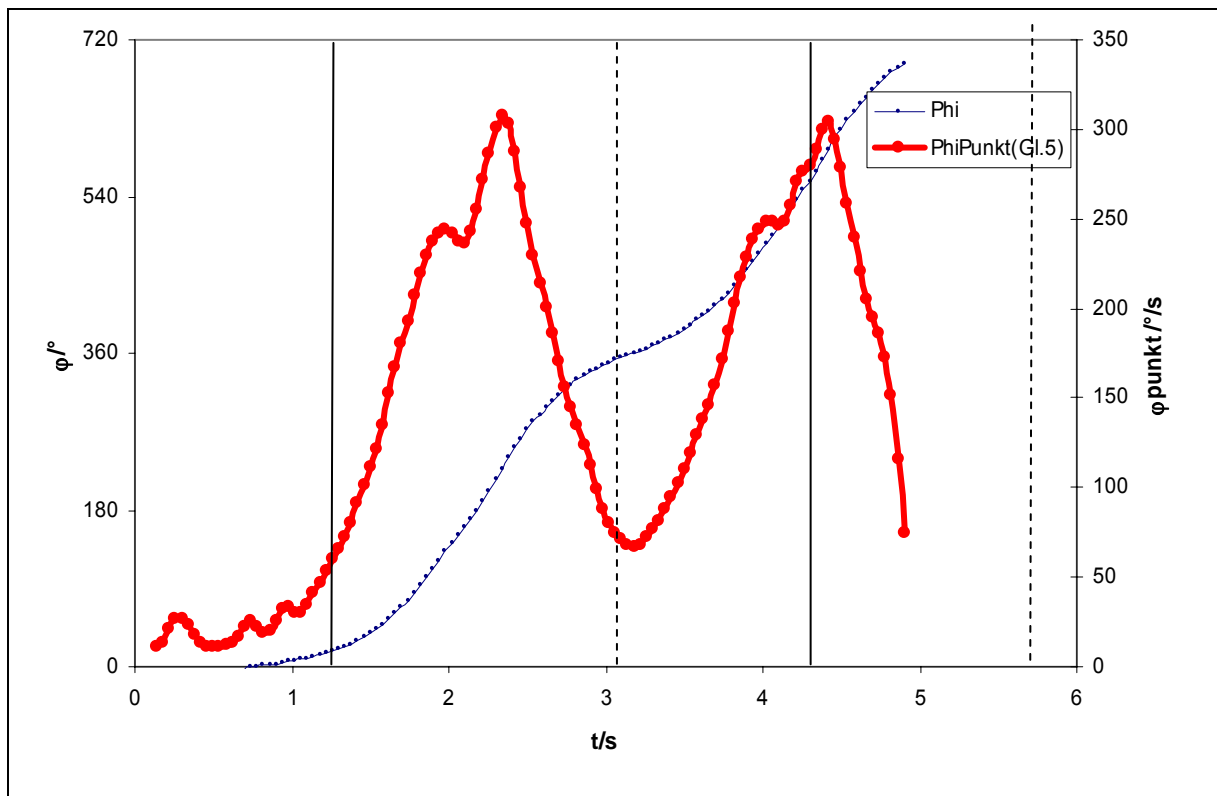


Abb. 83: Die Winkelgeschwindigkeit während zweier Riesenfelge vorwärts (Vorwärtsfelge1)

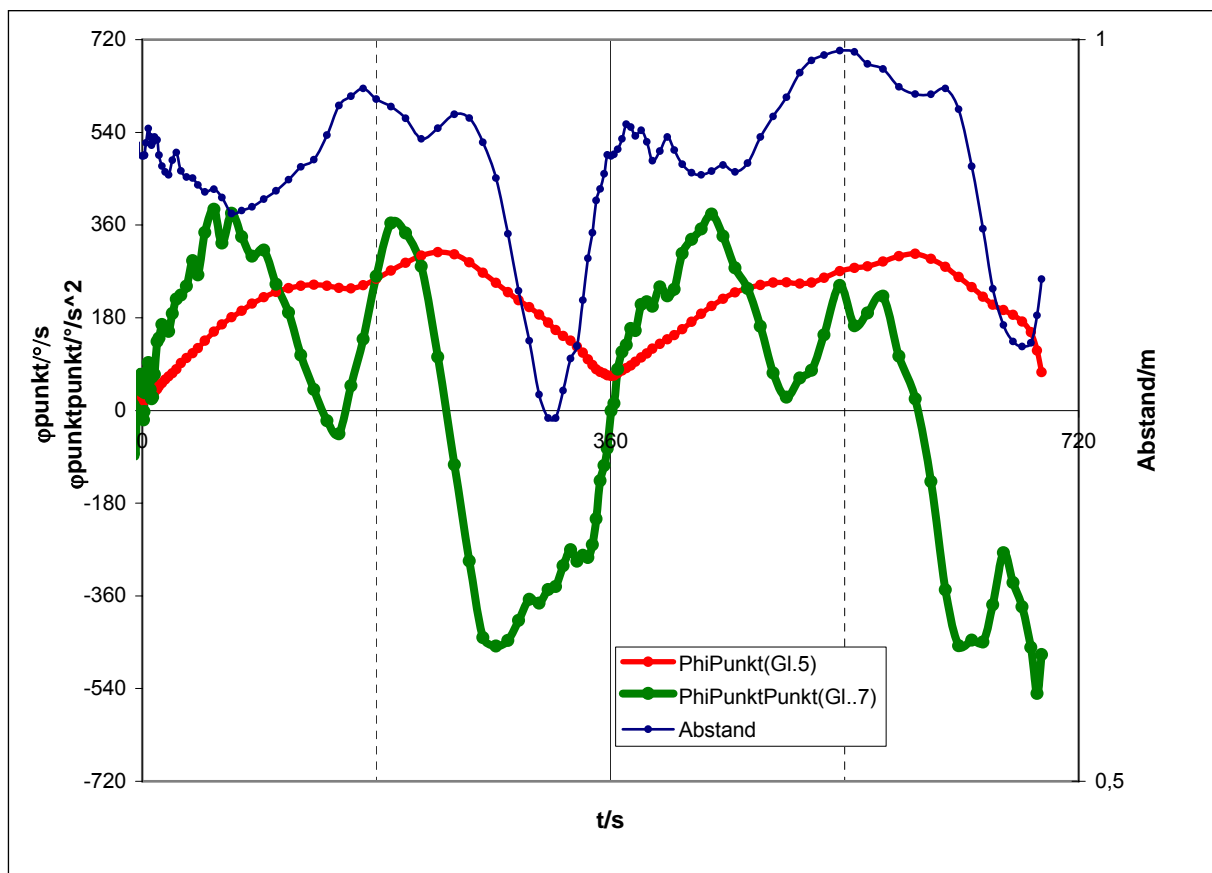


Abb.84: Die Winkelbeschleunigung während zweier Riesenfelgen vorwärts (Vorwärtsfelge1)

In der Winkelbeschleunigung findet man den Einbruch noch deutlicher. Der Peak nach der Gleichgewichtslage ist ebenfalls sehr gut zu erkennen. Das Diagramm zur Energetik (Abb.85) scheint insgesamt auf den ersten Blick viel runder.

Während die potentielle Energie bis zur stabilen Gleichgewichtslage auf ein Minimum sinkt, beginnt die Gesamtenergie schon 20°-30° vorher wieder anzusteigen. Dies ist natürlich auf den Anstieg der Bewegungsenergie zurückzuführen. Diese steigt sich diesmal mit einem „rundenen“ Verlauf bis zu 40° vor der Waagerechten beim Aufschwung.

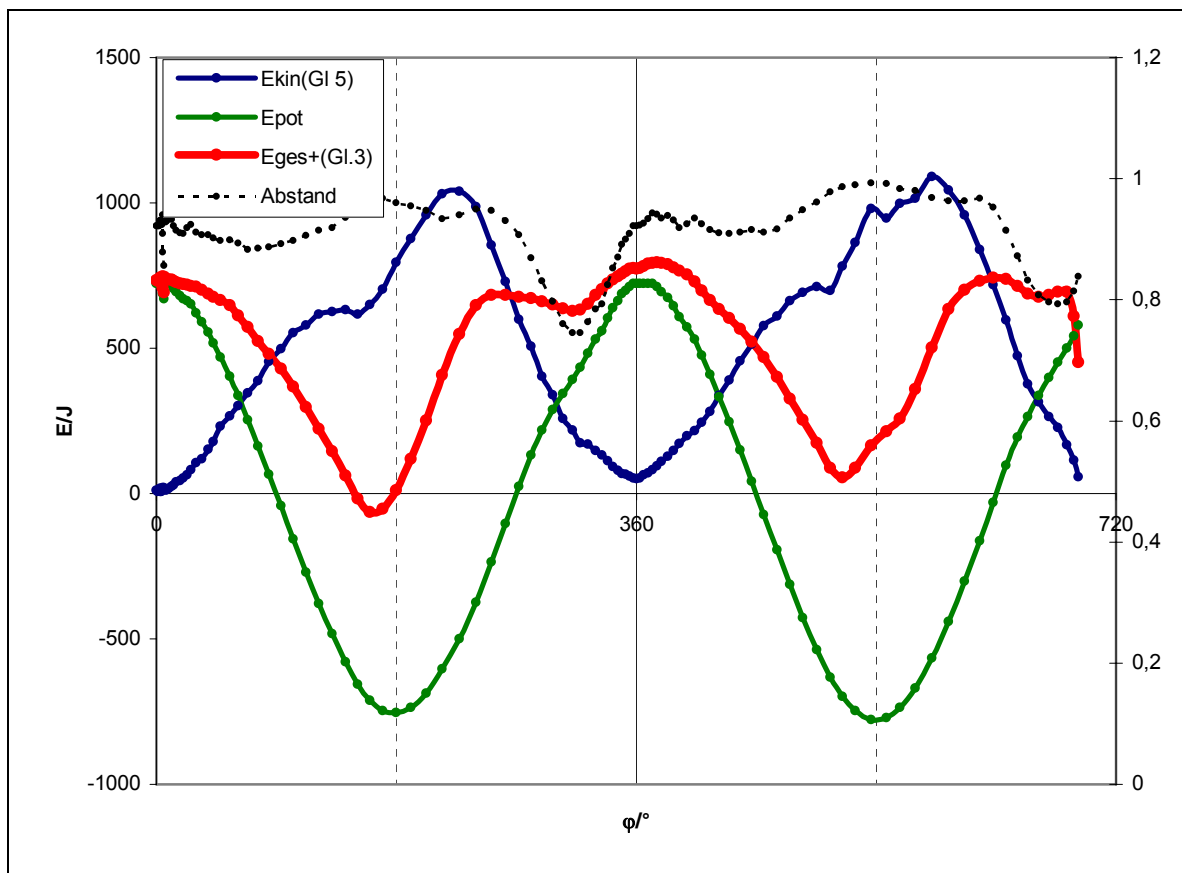


Abb.85: Verlauf der Energien während zweier Riesenfelgen vorwärts (Vorwärtsfelge2)

7.3.3 Die beschleunigende Riesenfelge

Mit dem Tkatchew Video lassen sich sehr gut die normalen Riesenfelgen und die beschleunigende in der Gesamtbewegung vergleichen.

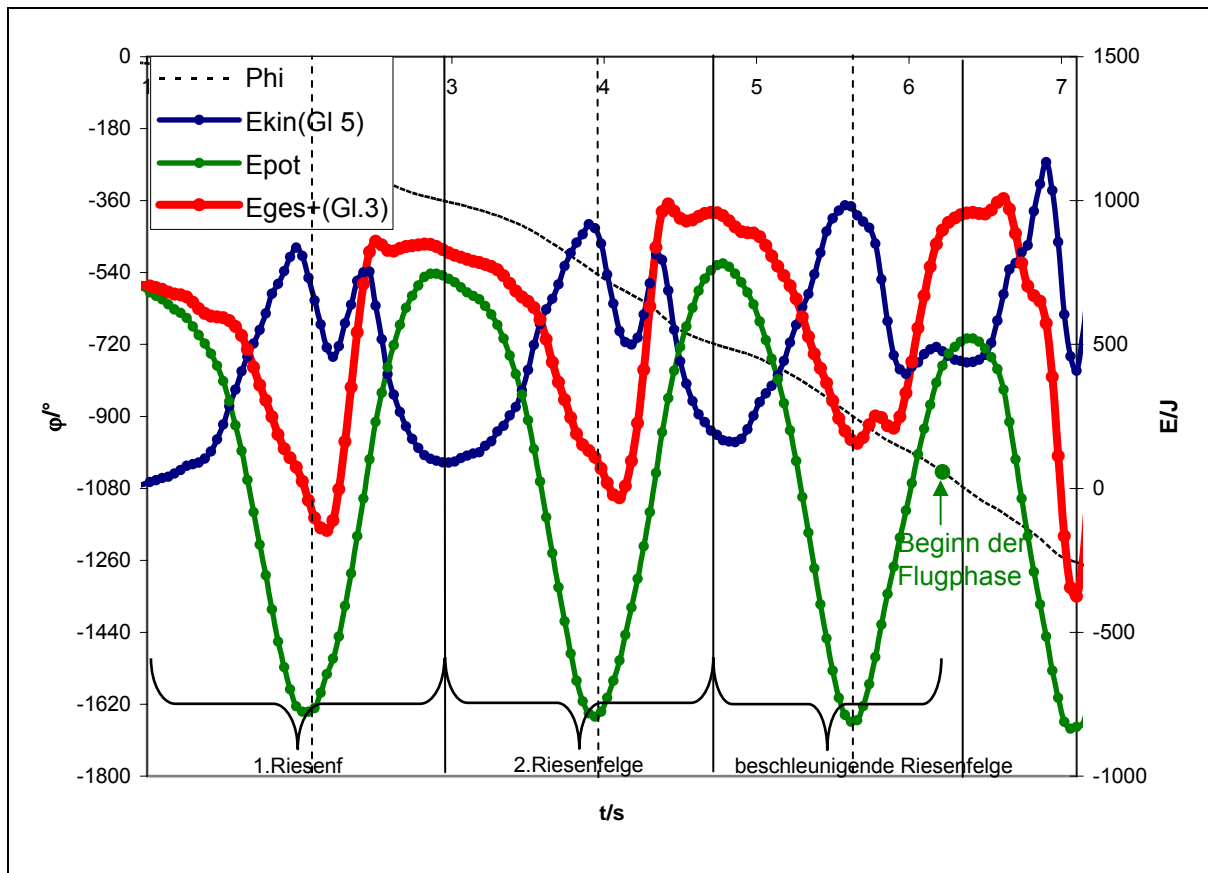


Abb. 86: Verlauf der Energien während zweier Riesenfelgen rückwärts und einer beschleunigenden Riesenfelge (Vorwärtsfelge2)

Schon bei den ersten beiden Riesenfelgen vergrößert sich die Gesamtenergie von einem flüchtigen Stütz zum nächsten (siehe Schnittpunkt des Graphen der Gesamtenergie mit den durchgezogenen, senkrechten Linien in Abb. 86). Es wird sofort erkennbar, dass die beschleunigende Riesenfelge in einem kürzeren Zeitintervall geturnt wurde (siehe die Breite der Klammern). Der grüne Punkt signalisiert den Zeitpunkt, an dem der Turner den Kontakt mit der Reckstange verliert, um die Tkatchew-Grätsche ausführen zu können.

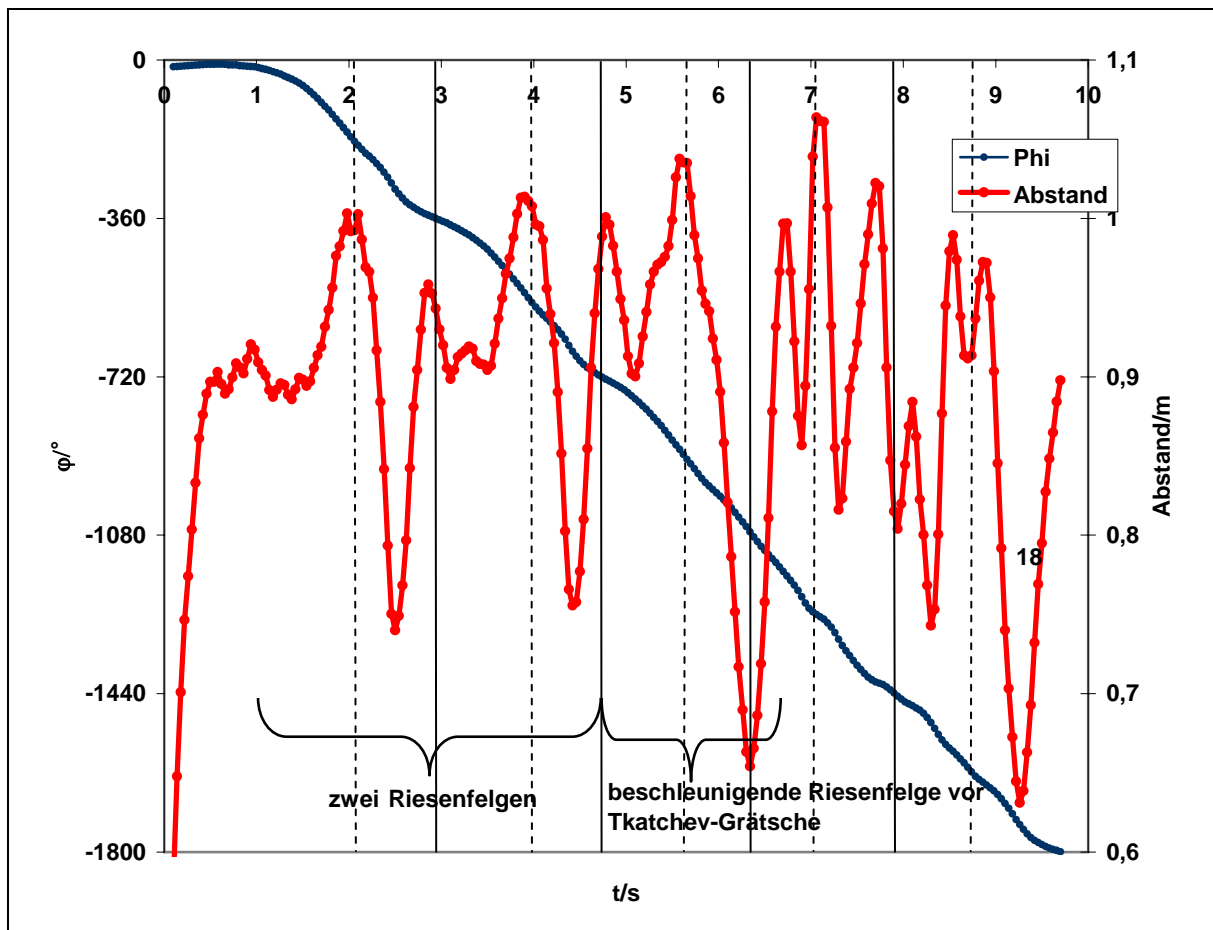


Abb. 87: Verhalten des Abstands des KSP zum Drehzentrum abgetragen zur Zeit (Tkatchew)

Im Vergleich zu den normalen Riesenfelgen wird ersichtlich, dass der KSP einerseits wesentlich näher an die Reckstange gebracht wird und andererseits zu einem anderen Zeitpunkt (Abb. 87).

Für die weitere Auswertung soll nun die beschleunigende Riesenfelge genauer analysiert werden. Hierfür greifen wir zunächst auf die Trajektorie im x-y-Raum zurück.

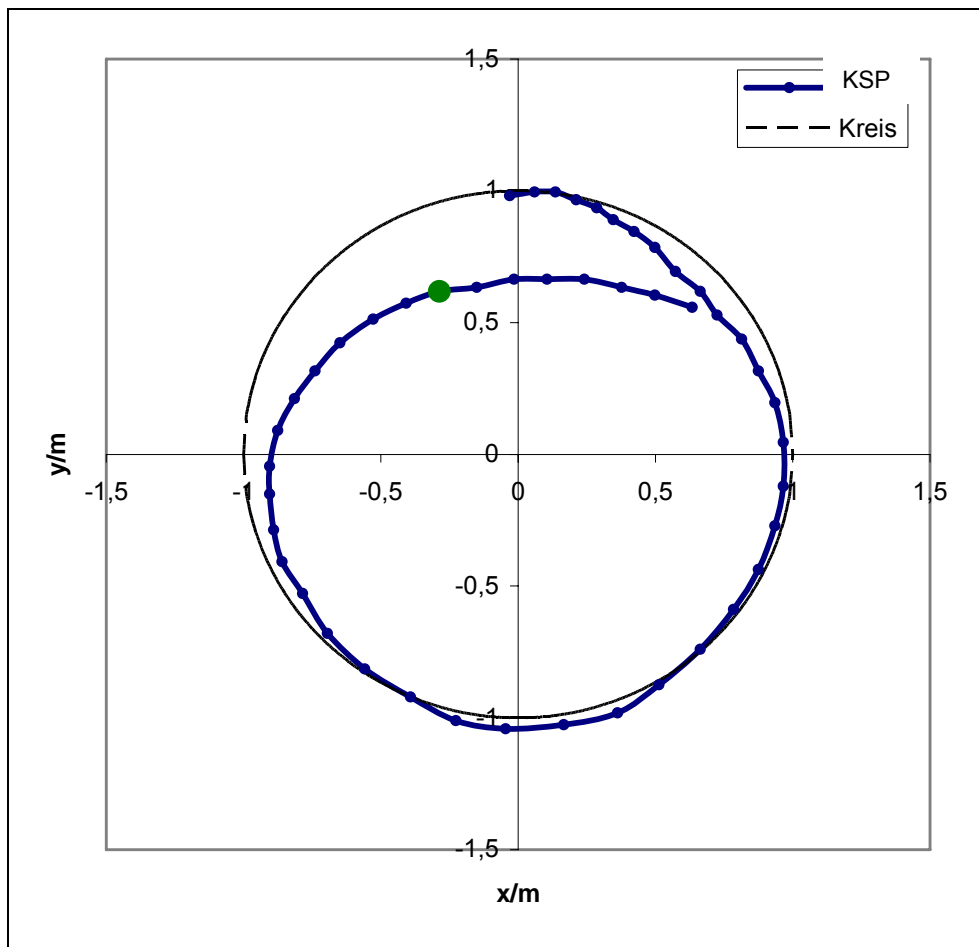


Abb. 88: Bahn des erfassten Markerpunkts während einer beschleunigen den Riesenfelge (Tkachew-

Es wird deutlich erkennbar, wie hierbei der KSP erst beim Überschwingen über der Drehachse extremal verkürzt wird (vgl. Abb. 88). Der grüne Datenpunkt signalisiert wieder den Ort der Grifflösung. In Abbildung 89 lässt sich recht gut die Annäherung des KSP an das Drehzentrum ablesen (Abstand der gepunkteten waagerechten Linien voneinander). Sie liegt im Bereich von 35cm. Um die Gleichgewichtslage bleibt die Winkelgeschwindigkeit relativ konstant. 50° später erst wird ein Abbremsen der Geschwindigkeit deutlich. Nach Passieren der Waagerechten im Aufschwung wird der KSP des Turners wieder positiv in Bewegungsrichtung beschleunigt. Ungefähr in der labilen Gleichgewichtslage ist die Winkelgeschwindigkeit maximal mit 280°/s. Anschließend wird sie trotz einsetzendem Abschwung wieder abgebremst.

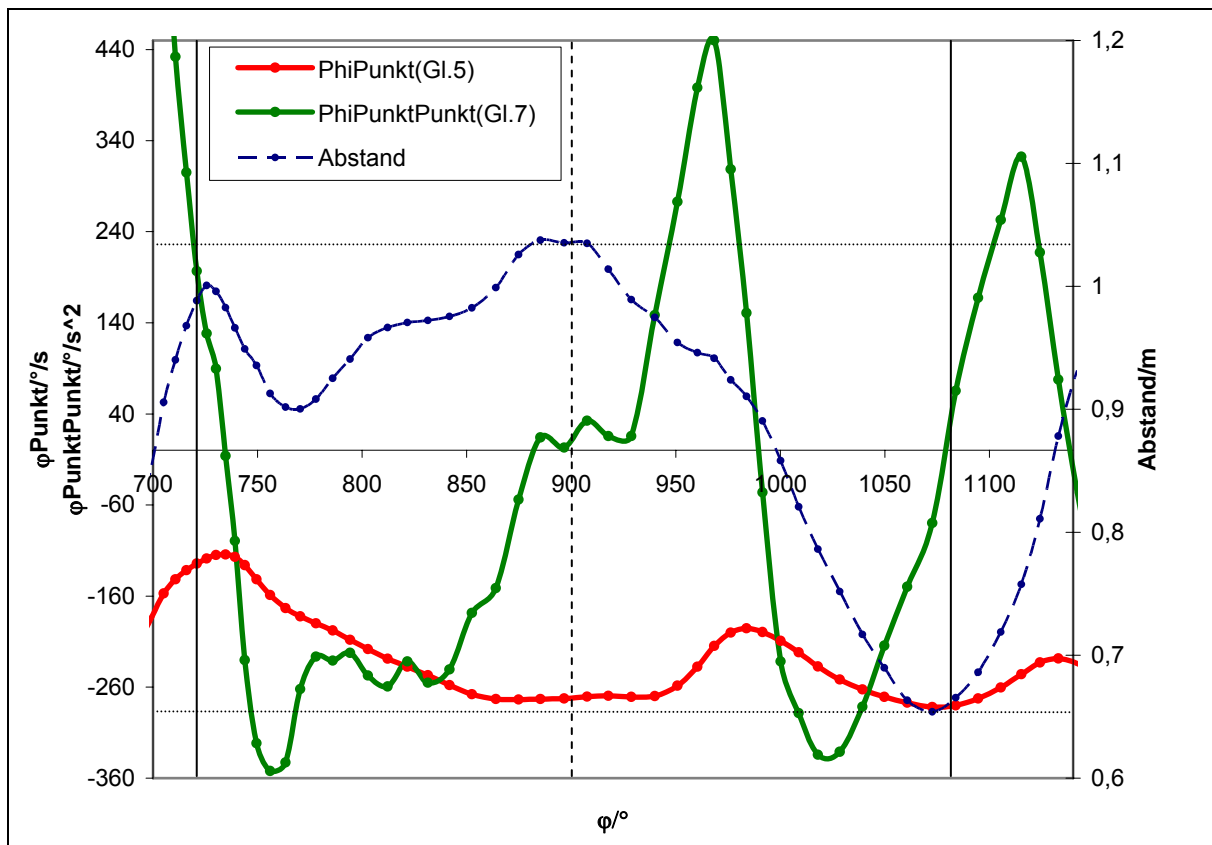


Abb. 89: Der Abstand, ϕ und $\dot{\phi}$ während einer beschleunigenden Riesenfelge (Tkachew-Video)

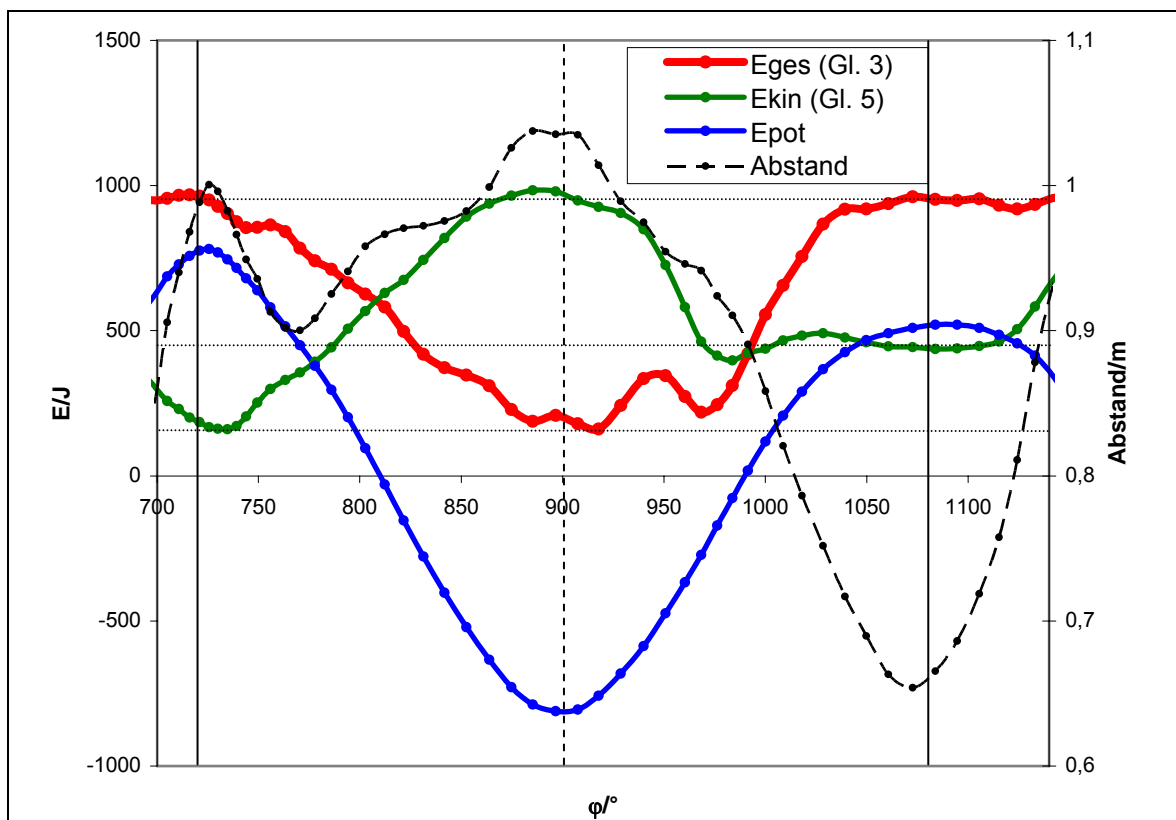


Abb.90: Die Energetik während einer beschleunigenden Riesenfelge (Tkachew-Video).

Durch die beschleunigende Riesenfelge ist nach einer Schwingung vom flüchtigen Stütz aus ein deutlicher Anstieg in der kinetischen Energie im Bereich von 300J erkennbar, welcher jedoch von einem Einbruch der potentiellen Energie begleitet wird. Die Gesamtenergie nach einer beschleunigenden Riesenfelge verändert sich nicht signifikant.

7.4 Diskussion

Bewegungen am Reck sind trotz sauberer Ausführung stets durch einen sehr unsauberen Energieverlust durch Reibung geprägt. Zusätzlich zur Luftreibung tritt Reibung an den Händen des Turners auf. Außerdem ist die Auslenkung der Reckstange im Hinterkopf zu behalten, die zwar auch genutzt werden kann (siehe [3, 22]), deren Deformation indes immer zur Energieentwertung beiträgt. Der Turner muss deshalb nicht nur Muskelarbeit verrichten, um auf ein höheres Energieniveau aufzuschwingen, sondern gleichzeitig Energieverluste kompensieren.

Der Haupteffekt, der bei den Riesenfelgen genutzt wird, ist sicherlich die parametrische Verstärkung über die Variation des Abstandes zum Drehzentrum.

7.4.1 Die Riesenfelge rückwärts

Der Abstand wurde bei den Riesenfelgen rückwärts bis zu 30cm variiert. Dies konnte der Turner durch die Verkleinerung der Arm-Rumpf und Bein-Rumpf-Winkels bewerkstelligen. (Die hauptsächlich beanspruchten Muskeln sind die Bauch-Beuge-Muskulatur, der Deltamuskel, Rücken- und Brustmuskeln [26].) Das Heranführen des KSP an die Reckstange überlagert sich zeitlich mit der maximalen Winkelbeschleunigung, daher kann man den Maximalausschlag der Winkelgeschwindigkeit kurz nach Durchlaufen der Senkrechten auf den Energiegewinn dieses Heranbringens des KSP zurückzuführen (siehe Abb.79). Für das enorme Maß an Energie, das für das Umgreifen vom Hang in die Stützposition kurz vorm Handstand auf der Reckstange notwendig ist, wirkt noch ein zweiter Effekt unterstützend. Unmittelbar nach Passieren der Horizontalen wird der Beinschwung abrupt abgebremst und von einer Hüftstreckung überlagert. Dieser Effekt gleicht dem bei Schaukelbewegungen im Sitzen in der Nähe der Umkehrpunkte (vgl. 5.2.4). Das nach hinten schlagen der Beine aus der Beugung kommt einer beschleunigten Vorwärtsrotation des Turners (in Blickrichtung) gleich. Diese Drehimpulsänderung

muss mit einer dieser entgegenwirkenden kompensiert werden. Der Turner wird weiter in Bewegungsrichtung beschleunigt.

Der Einbruch von $\dot{\varphi}$ und $\ddot{\varphi}$ kurz hinter der stabilen Gleichgewichtslage kann auf den Beginn des Aufschwungs und mithin dem Beginn der Bremsung der Bewegung durch die Gewichtskraft zurückgeführt werden. Damit einher geht aber auch eine einsetzende Rückwärtsrotation des Turners, die aus der Beugung im Hüftgelenk resultiert. Das entgegengesetzte Drehmoment, welches folglich auf den Turner ausgeübt wird, würde den Turner diesmal bremsen. Die Einbuchtung in der Winkelgeschwindigkeit schlägt sich im Verlauf der kinetischen und der Gesamt-Energie nieder. Bei den hier analysierten Felgen kommt der Turner nicht nur auf den gleichen energetischen Zustand zurück, sondern er gewinnt noch an Energie, die er in Geschwindigkeit umsetzen kann. Ab der Spitze der Gesamtenergie ist um die labile Gleichgewichtslage herum ein leichter Abfall zu erkennen. Im Gegensatz zum Rest der Bewegung wird der Griff hier locker geöffnet. Die Reibung sollte daher eher gering sein, da die Geschwindigkeit und die Angriffsfläche der Hände relativ klein sind. Beim Abstand zum Drehzentrum fällt in diesem Bereich auf, dass sich ein charakteristisches lokales Minimum in den Diagrammen abzeichnet (siehe Abb.77). Bei genauerer Betrachtung des Videos erkennt man, dass der Turner im Bereich der Senkrechten (-360°) die Stange kurzzeitig nach unten hin durchdrückt (flüchtiger Stütz) und anschließend, mit dem nächsten Abschwung durch die gespeicherte Spannenergie der Reckstange wieder herauskatapultiert wird. Der Abfall in der Gesamtenergie kann daher zwar auch auf die Reibung an den Händen, aber ebenfalls auf die Deformation der Stange zurückgeführt werden. Außerdem ist eine leichte Annäherung des KSP unabhängig von der Federung durch die Stange zu vermerken. Dabei sollte klar gestellt werden, dass der Turner die Riesenfelgen absichtlich über den flüchtigen Stütz geturnt hat und der Energieabfall teilweise beabsichtigt war. Die Energieentwertung wird wahrscheinlich durch ein Lösen der Körperspannung unterstützt, welches sich im Abfall der potentiellen Energie bemerkbar macht. Die kinetische Energie bleibt hingegen relativ konstant. Betrachten wir nun die Riesenfelge vorwärts mit Kammgriff.

7.4.2 Die Riesenfelge vorwärts

Im Turnsport ist der Bewegungsablauf dieses Elements in der Regel, da es anatomisch recht ungünstig ist, die Beine im Hüftgelenk stark nach hinten zu beugen, von der Technik der Riesenfelge rückwärts zu unterscheiden [26]. (In Ausnahmefälle

kann man das Analogon zur Rückwärts Felge – lediglich mit entgegen gesetztem Drehsinn – auf Wettkämpfen sehen, fest steht jedoch, dass diese Technik äußerst belastend für die Wirbelsäule ist.)

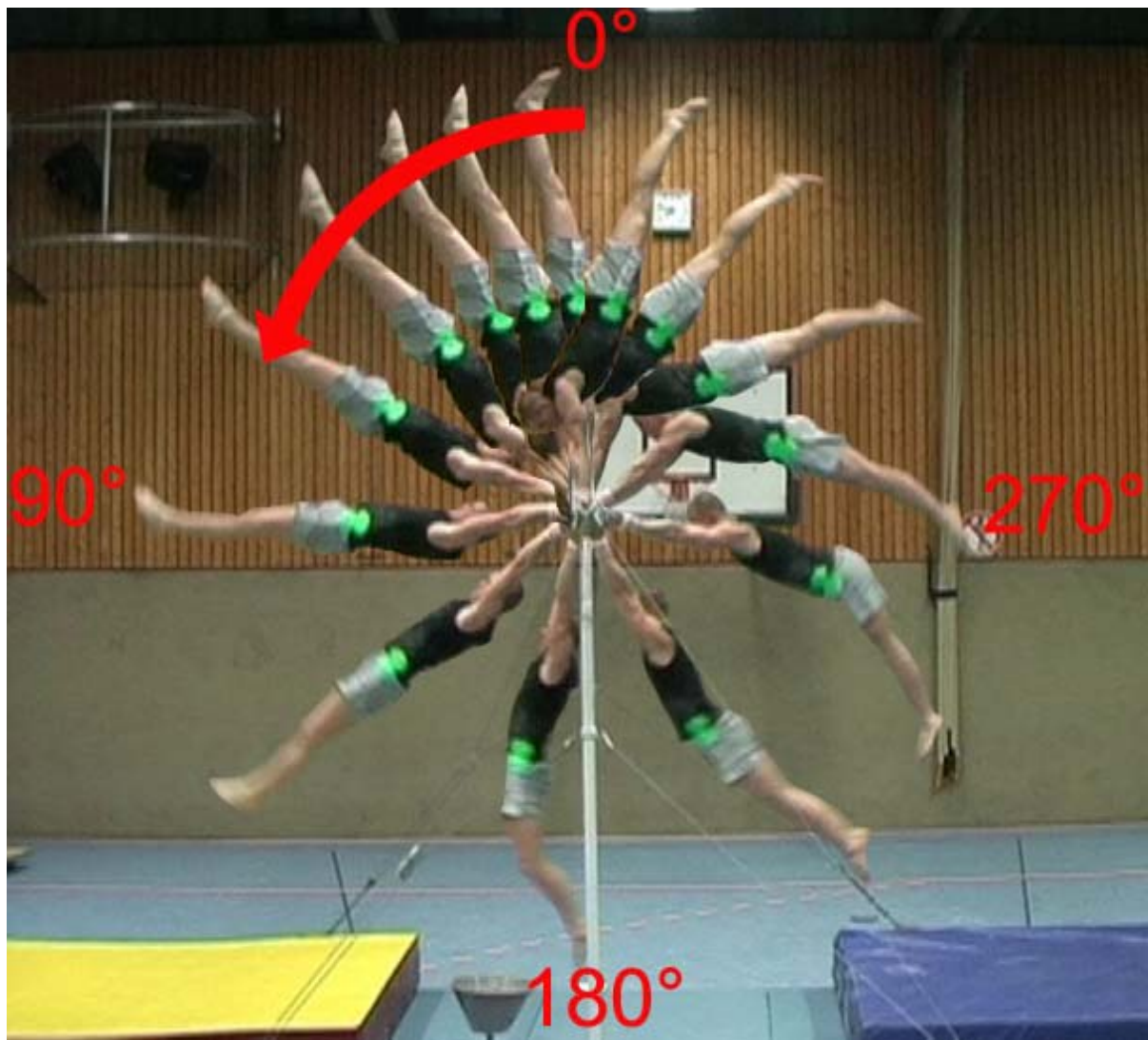


Abb. 91: Stroboskopaufnahme einer Riesenfelge vorwärts (Bildintervall $\Delta t=0,16s$)

Der Bewegungsablauf gleicht vorerst der Rückwärtsfelge, außer dass die Winkelgeschwindigkeit einen umgekehrten Drehsinn aufweist. Beim Abschwingen beginnt der Turner erst etwa 45° vor Durchlaufen der Senkrechten mit der Aktivüberstreckung. Der Einbruch im Verlauf der Winkelgeschwindigkeit kurz vor Passieren der Senkrechten könnte auf diese Aktivüberstreckung zurückgeführt werden. Diese kommt einer Rückwärtsrotation gleich und hätte eine negative Beschleunigung des Turners zur Folge. Wenn der KSP die Senkrechte durch die Drehachse passiert, wird der Beinschwing abrupt abgebremst und von einer aktiven Hüftbeugung überlagert. Diese Aktion hat erneut zwei Effekte. Erstens bewirkt sie

eine geschwindigkeitsvergrößernde Pendelverkürzung und zweitens eine Rückwärtsrotation des Turners, diese hat hier eine zusätzliche Beschleunigung in Bewegungsrichtung zur Folge. Bis zur Waagerechten durch den Drehpunkt verkleinert sich der Bein-Rumpf-Winkel, wobei der Arm-Rumpf-Winkel völlig gestreckt bleibt. Die folgende Verkleinerung im Bein-Rumpf-Winkel sollte nun prinzipiell wegen der Drehimpulsänderung eine negative Beschleunigung zur Folge haben. Diese Streckung wird diesmal jedoch von einer Verkleinerung des Arm-Rumpf-Winkels überlagert. Durch Stemmarbeit der Arme zieht sich der Turner mit den Schultern bis knapp über die Drehachse. Der Arm-Rumpf-Winkel verkleinert sich dabei bis auf 90° . Dadurch wird noch einmal eine maximale Annäherung ans Drehzentrum bewirkt, die sich auch deutlich in den x-y-Diagrammen ablesbar ist (siehe Abb. 81). In der Darstellung des Abstandes zum Auslenkwinkel ist recht gut zu erkennen, dass die extremale Verkürzung erst 40° vor dem senkrechten Handstand erreicht wird (Abb. 82). Die Energien (Abb. 80) scheinen schon auf dem ersten Blick nicht so starken Schwankungen zu unterliegen, wie bei der Felge rückwärts (Abb. 85). Die maximalen Differenzen in den Gesamtenergien reichen bis zu 1000J bei dem „Rückwärts-Riesen“ und um 800J beim „Vorwärts-Riesen“. Bei den Riesenfelgen vorwärts existiert genau genommen keine Stützphase, daher könnte man diese auch beschleunigende Riesenfelgen nennen, obwohl die Bewegungsenergie im Umkehrpunkt lediglich 50J beträgt. In der Literatur wird unter beschleunigender Riesenfelge jedoch eher eine schon visuell viel brachialer wirkende Technik bezeichnet, die auf dem Tkatchew Video im Anschluss an zwei Riesenfelgen rückwärts zu sehen ist.

7.4.3 Die beschleunigende Riesenfelge

Die Technik dieser „schwungverstärkenden“ Riesenfelge ist stark geprägt vom daran anschließenden Element. Hier bereitete sie auf die „Tkatchew-Grätsche“ vor, die Technik wird aber auch für den „Kovac-Salto“ und Abgänge wie Doppelsalto gestreckt genutzt[26]. Abweichend von den normalen großen Felgbewegungen findet hier die Annäherung an das Drehzentrum während des gesamten Aufschwungs statt. Wie bei der Riesenfelge rückwärts beginnt der Turner 45° vor Durchlaufen der Senkrechten Vorspannung aufzubauen. Diesmal hat der Turner hierfür jedoch doppelt soviel Zeit, bis 45° nach der Senkrechten, um die optimale Überstreckung zu erreichen. Ab hier beginnt die schnellkräftige Kontraktion der Hüftbeugemuskulatur. Die Erhöhung der Winkelgeschwindigkeit resultierend aus der Annäherung des KSP

an das Drehzentrum wird durch die Bremsung des Turners in vertikaler Richtung aufgrund der Gravitationskraft der Erde während der Aufschwungphase kompensiert.

Die aktive, schnellkräftige Hüftbeugung hat aber ein der Bewegung entgegen gerichtetes Drehmoment zur Konsequenz. Die hieraus resultierende, betragsmäßige Winkelgeschwindigkeitsverringering kann man auch in Abb. 89 erkennen. Beim Passieren des KSP durch die Waagerechte bewirkt die Verkürzung eine Erhöhung der kinetischen Energie. Bis kurz vor der labilen Gleichgewichtslage wird der KSP auf maximale Annäherung an die Stange gebracht, hier befindet sich auch der Punkt maximaler Winkelgeschwindigkeit. 360° zuvor betrug die Winkelgeschwindigkeit lediglich $130^\circ/\text{s}$, das entspricht einem Geschwindigkeitsgewinn von $150^\circ/\text{s}$. Da der Turner sehr eng über die Reckstange schwingt, ist die Vergrößerung in der Momentangeschwindigkeit erwartungsgemäß geringer, die beschleunigende Riesenfelge bewirkt eine Geschwindigkeitserhöhung von 2 auf 3m/s . Es lässt sich aber nicht nur die gesteigerte Bewegungsenergie des Turners vorteilhafter für das Folgeelement nutzen. Die daran anknüpfende extreme Aktivüberstreckung und die enorme Spannung der Reckstange können ebenfalls effektiver für die Folgeaktion genutzt werden.

Alternative Bewegungen am Reck, wie das Schwingen im Langhang oder Kippbewegungen, stellen weitere interessante Themenbereiche für Videoanalysen dar, deren prinzipielle qualitative Untersuchung im Rahmen der hier genutzten Möglichkeiten als durchaus fruchtbar angenommen werden.

8 Resümee

Es ist die wichtigste Kunst des Lehrers, die Freude am Schaffen und am Erkennen zu wecken [1]. Albert Einstein

Die vorliegende Arbeit setzte sich mit der Analyse von Schwungbewegungen aus verschiedenen Bereichen des Lebens auseinander. Ziel war es, diese allgemein bekannten Bewegungsabläufe mit der Unterstützung von Programmen zur Messwertefassung und Modellbildung anschaulich zu erklären und auf physikalische Grundgesetze zurückzuführen. Insbesondere wurde viel Wert darauf gelegt, dass die Analysen auch für Schülerinnen und Schüler einerseits verständlich, andererseits

spannend aufbereitet und dargestellt wurden, um die „Freude am Schauen und Begreifen“ zu wecken. Vor diesem Hintergrund wurden vor allem Schwungbewegungen aus dem Bereich des Sports, der zweifellos bei den meisten Jugendlichen einen großen Teil der Freizeitbeschäftigung ausfüllt, als Untersuchungsgegenstände ausgewählt und vergleichend zur Bewegung eines Fadenpendels, welche als Ausgangspunkt und Referenzschwingung diente, analysiert.

Zu den zentralen Aspekten der Ergebnisse zählen der Nachweis und die Erkenntnis, dass sowohl die Schwungbewegungen des „Schaukelns“, des „Pushens“ als auch der „Riesenfelgen am Reck“ auf zwei wesentliche Phänomene zurückzuführen sind, die ebenfalls anhand des (leicht variierten) Fadenpendels demonstrierbar sind:

1. Die parametrische Verstärkung durch die Veränderung des Abstands zum Drehzentrum und
2. die parametrische Verstärkung durch das Aufbringen eines inneren Drehmoments.

Das Grundphänomen, durch welches das Hubpendel an Energie gewinnt, konnte direkt auf das „Schaukeln im Stehen“ und das „Pushen in der Halfpipe“ transferiert werden. Das „Schwung-Holen“ resultierte dabei ausschließlich aus dem Heben und Senken des Körperschwerpunktes. Zum qualitativen Verständnis trugen weitere Hubpendel-Simulationen bei. Beim „Schaukeln im Sitzen“ und den „Riesenfelgen“ wirkte zusätzlich der zweite Effekt schwungverstärkend, nämlich das Aufbringen eines inneren Drehmoments.

Die Effekte konnten erfolgreich und visuell sehr anschaulich unter dem Einsatz des Modellbildungsprogramms Stella modelliert werden, nachdem die essentiellen Bewegungselemente in den mit einer Digital Videokamera aufgenommenen Experimenten mit Hilfe des Videoanalyseprogramms Viana einfach und schnell herausgearbeitet wurden. Primär wurde Stella zur Vertiefung der qualitativ physikalischen Beschreibung der physikalischen Systeme genutzt. Die Komplexität der hier behandelten Phänomene ließ leider nur bedingt die Angleichung der Parameterwerte an Messdaten zu. Trotzdem bleibt festzuhalten, dass sich der Einsatz beider technischen Programme im Rahmen dieser Arbeit als sehr sinnvoll und (erkenntnis)gewinnbringend erwies, was für eine verstärkte Nutzung im schulischen Physik- bzw. Sportunterricht plädiert.

Die gefundenen Ergebnisse zeugen davon, wie fruchtbar eine physikalische Betrachtungsweise von biomechanischen Abläufen sein kann, obwohl bei den alltäglichen, unbereinigten Bewegungen eine Reihe unerwarteter Probleme auftrat. Den vielen Komplikationen zum Trotz konnten die Videoanalyse-Auswertungen und Stella-Modelle indes bei allen hier behandelten Schwingungen helfen, der eingangs erwähnten „Freude am Schauen und Begreifen“ einen gewaltigen Schritt näher zu kommen.

Die Bewegungen können meines Erachtens durchaus sinnvoll als Themenkomplex „Schwungbewegungen“ in dem Kontextvorschlag „Physik und Sport“ thematisiert werden [30]. Das Anforderungsniveau der aufgegriffenen Inhalte setzt jedoch ein gutes qualitatives Verständnis der Newtonschen Mechanik voraus, weshalb die Behandlung dieses Themenkomplexes erst für die Sekundarstufe II empfohlen wird. Den Schülerinnen und Schülern bietet sich eine gute Möglichkeit zur Vertiefung der fachlichen Kompetenz am Beispiel der Bewegungen (primär im Bereich der Mechanik). Außerdem wird das Kennenlernen, Vertiefen und Weiterführen fachspezifischer Methoden und Arbeitsweisen auf recht hohem Niveau gefördert. Schließlich werden sie des Weiteren bei den Bewegungsuntersuchungen mit dem Rüstzeug und den Instrumenten aus der aktuell wissenschaftlich betriebenen Forschung konfrontiert.

In dieser Arbeit konnte leider nicht mehr untersucht werden, mit welcher Methodik und in welcher Tiefe die Bewegungen in der Schule behandelt werden sollen oder können. Daraus ergibt sich als interessante Fragestellungen für weitere Untersuchungen, welche weiteren Bewegungen sich für eine Analyse im Unterricht eignen und wie sich der Stoff in der Schule vermitteln lässt?

Im Hinblick auf die Genesis von „Freude am Schaffen und am Erkennen“ bei Schülern stellen die in dieser Arbeit betrachteten Bewegungen sicherlich einen viel versprechenden Ansatzpunkt und motivational äußerst günstigen Anreiz dar [1].

Zu dieser Arbeit gehört eine DVD, deren Ordner-Verzeichnis auf Seite XVIII einzusehen ist. Die Diagramme und Abbildungen in dieser Arbeit stammen größtenteils aus den Video-, Stella- und Excel-Dateien dieser DVD. Als Literaturverweis wird bei diesen Abbildungen auf die jeweilige Datei verwiesen, aus der sie stammen. Die Namen der mit Videoanalysen generierten Excel Dateien stimmen dabei mit den Namen der Videos überein. Sind die Abbildungen ohne Bemerkung, wurden diese vom Autor selbst erstellt.

Literaturverzeichnis

- [1] Backhaus, U., Schlichting, H.-J.: *Physikunterricht: 5-10*, München, Wien, Baltimore (1981)
- [2] Backhaus, U.: *Die schnellste Verbindung. Zwangskräfte bei krummlinigen Bewegungen*. In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* 53/2, 89 (2000) oder <http://www.didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/publicat/Schnellst.pdf>.
- [3] Backhaus, U.: *Dynamische Systeme 1 WS 1997/98*, Koblenz, (1998)
<http://www.didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/lectures/DYNSWS97.pdf>
- [4] Bächle, F.: *Optimierungsanalysen sportlicher Bewegungen*, Dissertation an der Universität Tübingen: (2004)
- [5] Ballreich, R., Baumann, W. (Hrsg.): *Grundlagen der Biomechanik des Sports*. Enke, Stuttgart 1988.
- [6] Bartlett, R.: *Introduction to Sports Biomechanics*, London (1999)
- [7] Böhm, H.: *Dynamik der Riesenfelge am Reck im Rahmen von Mehrkörpersystemen*, Diplomarbeit an der Universität Tübingen: (1997)
- [8] Brüggemann, P.: *Biomechanik des Sports*. In: CARL, K./KAYSER, D./MECHLING, H./PREISING, W. (Hrsg.): *Handbuch Sport, Band 1*, Düsseldorf (1984), S. 259 – 302.
- [9] Canal, M., Brochot, J.-J., Coffignal, G.: *Modelisation of excercises at the horizontal bar*. In Brüggemann, G.-P., Rühl,.: *The first international biomechanics in Gymnastics Conference*, Köln, S.281-289(1993)
- [10] Dorfmueller, T., Hering, W. T. u. a.: *Lehrbuch der Experimentalphysik / Bergmann; Schäfer*, Berlin (1998)
- [11] Einstein, A.: *Mein Weltbild*. Frankfurt/M., Berlin (1965)
- [12] Feynman, R.P.: *Band 1 Mechanik Strahlung Wärme*, München (1974)
- [13] Fischer, G.: *Lineare Algebra*, Düsseldorf (1997)
- [14] Fleck, B.: *Technische Optik*, Vorlesung FH Jena (2003)
http://www.fh-jena.de/fh/fb/pt/Downloads/Fleck/VL-TO/TO_Handout_4.pdf

- [15] Göhner, U.: *Einführung in die Bewegungslehre des Sports Teil 2: Bewegungslehre des Sports*, Schorndorf (1999)
- [16] Göhner, U.: *Bewegungslehre und Biomechanik des Sports*, Tübingen (1999)
- [17] Göth, T.: *Biomechanische Bewegungsanalyse des Kippaufschwungs am Hochreck von Turnern unterschiedlichen Leistungsniveaus*, Staatsexamensarbeit an der Universität Koblenz-Landau in Koblenz bei Prof. Dr. Karin Gruber: (2003)
- [18] Günther, M.: *Computersimulationen zur Synthetisierung des muskulär erzeugten menschlichen Gehens unter Verwendung eines biomechanischen Mehrkörpermodells*, Dissertation an der Universität Tübingen (1997)
- [19] Haberkamp, D.: *Computerunterstützte Bewegungsanalyse einer Riesenfelge am Hochreck anhand selbsterstellter Videosequenzen*, Staatsexamensarbeit an der Universität Koblenz-Landau in Koblenz bei Prof. Dr. Karin Gruber: (2003)
- [20] Hochmuth, G.: *Biomechanik sportlicher Bewegungen*. Sportverlag, Berlin 1981
- [21] Hraski, Z.: *Kinematics in different overgrip giant swings*. In Brüggemann, G.-P., Rühl,,: *The first international biomechanics in Gymnastics Conference*, Köln, S.16-25 (1993)
- [22] Hilscher, H. u. a.: *Wie schaukelt man richtig?*, Physik in der Schule 37 (1999) 2
- [23] Jank, W., Meyer, H.: *Didaktische Modelle*, Berlin (1994)
- [24] Kaufmann, K.: *Vorwärtssimulation der Riesenfelge am Hochreck mittels Jerk-Optimierung?* Diplomarbeit an der Universität Tübingen: (1999)
- [25] Kersting, T.: *Computergestützte Analyse digitaler Videosequenzen*, Examensarbeit Didaktik der Physik, Essen (1997)
- [26] Knirsch, K.: *Lehrbuch des Gerät- und Kunstturnens 1&2*, Kirchentellinsfurt (2003) spz. Band 2, S.265-320
- [27] Meadows, D., Zahn, E., Melling, P.: *Die Grenzen des Wachstums*, Reinbeck (1973)
- [28] Ossimitz, G.: *Ausführliche Sammlung an Schriften, Vorlesungen und Programmen im Zusammenhang mit Systemdynamik*, Klagenfurt (2004)
<http://www.uni-klu.ac.at/~gossimit/home.php>

- [29] Oerter, R., Montada, L.: *Entwicklungspsychologie*, 3. Auflage. Weinheim, (1995) spz. Kapitel 10
- [30] *Richtlinien und Lehrpläne, Sekundarstufe II, Gymnasium/Gesamtschule, Physik*; Herausgegeben vom Ministerium für Schule und Weiterbildung, Wissenschaft und Forschung des Landes Nordrhein-Westfalen; Frechen: Ritterbach Verlag (1999)
- [31] Roth, K., Willimczik, K.: *Bewegungswissenschaft*. Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek bei Hamburg (1999).
- [32] Schecker, H.: *Physik modellieren*, Stuttgart, Klett-Verlag (1998)
- [33] Serck, K.: *HDTV-Special - HDTV-Technik und HDTV-Praxis*, (2005)
http://www.areadvd.de/hardware/hdtv_technik_praxis.shtml
- [34] Tipler, P.: *Physik*, Berlin u. a. (2000)
- [35] Tittel, K., Wutscherk, H.: *Sportanthropometrie*, Leipzig (1972)
- [36] Vogel, H.: *Gerthsen Physik*, Berlin u. a. (1995)
- [37] Walter, W.: *Analysis 1*, Berlin (1997)
- [38] Warren, J., W.: *Understanding Force*, London (1979), aus dem englischen übersetzt von Backhaus, U., Schneider, T.: *Verständnisprobleme beim Kraftbegriff*, Universität Koblenz. (1998)
- [39] Wiemann, K.: *Die mechanische Wirkung von Bewegungsakten bei Turnübungen im Hang am Reck*. Die Leibeserziehung, Jg. 18, Nr. 6, S. 181-186. (1969)
- [40] Wiemann, K.: *Die mechanische Wirkung der Bewegungsakte im Verlauf der Kernphase der Kippe vorlings vorwärts am Reck*. Die Leibeserziehung, Jg. 18, Nr. 11, S. 368-375. (1969)
- [41] Wiemann, K.: *Zur Biomechanik des Schwingens*. In: KRAINHÖFFNER, G.G. und THIELECKE, K. (Hrsg.): Kongreßbericht/ BTV Kongreß. Gerätturnen in Schule und Verein vom 15.-17. 10. 1987 Regensburg. S. 168-175. (1990)
- [42] Wiemann, K.: *Biomechanik des Schwingens - Erfahren und interpretieren*. Sportunterricht Jahrg. 42, H. 4, S.161-170. (1993)
- [43] Zenner, H. -P.: *Physiologie der Sinne*. Heidelberg (1994)

Anhang

I. FAZ Artikel

08. September 2004: Kinder nutzen verstärkt Computer und das Internet. Eine Studie ergab, daß 80 Prozent zu Hause Zugang zu einem Computer haben. Erstmals gaben die Kinder an, sich lieber mit dem Internet als mit dem Fernsehen zu beschäftigen(...). Beliebt war auch der Sport mit 15,2 Prozent. Es folgten Computerspiele mit 14,4 Prozent und Internet-Surfen mit 8,4 Prozent(...). Mehr als fünf Stunden pro Woche surfen Kinder durchschnittlich im weltweiten Computernetz, wie die von der Universität Mainz im Auftrag des Frankfurter Kinderbüros und der Agentur „Neue Digitale“ betreute Studie zeigt. Befragt wurden 277 Frankfurter Schüler im Alter von 6 bis 16 Jahren. Die unter 13jährigen kommen auf dreieinhalb Stunden, die 13- bis 16jährigen auf knapp acht Stunden pro Woche. Nach der Studie nutzt jedes dritte Kind den Computer der Eltern, mehr als die Hälfte der befragten Schüler hat einen eigenen Rechner. Zur Standardausstattung gehören Drucker, Soundkarte, Internetanschluß und ein Brenner. Eine eigene E-Mail-Adresse ist für die Teenager unter den Befragten selbstverständlich: Fast drei Viertel der über 13jährigen haben ein elektronisches Postfach, von allen befragten Kindern ist es mittlerweile knapp die Hälfte. Die Kinder gaben an, im Internet zu spielen oder Informationen für die Schule zu suchen. Außerdem nutzen sie das Web zum Chatten und Mailen.

Text: FAZ mit Material von AP.

<http://www.faz.net/s/Rub21DD40806F8345FAA42A456821D3EDFF/Doc~E54F23292A2EA42D9974D2CC7672A6051~ATpl~Ecommon~Scontent.html>

II. Näherung 2 zum Hubpendel

In Anlehnung an Hilscher [22] kann man zusätzlich einen anderen Ansatz für einen Näherung zum Hubpendel verfolgen.

Damit die Fadenlänge l eine schleifenförmige Bahn durchläuft mache man den Ansatz:

$$l(t) = l + \frac{1}{2} \Delta l \sin(2\omega t) \quad (98)$$

mit $\Delta l \ll l$

$$\frac{dl}{dt} = \omega \Delta l \cos(2\omega t) \quad (99)$$

Δr sei dabei so klein, dass die Schwingung näherungsweise harmonisch bleibt gemäß Formel ...

$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t) \quad (100)$$

Der Betrag $|\vec{v}(t)|$ ergibt sich hieraus zu

$$v(t) = \dot{\varphi}(t)r(t) = \varphi_0 \omega l(t) \cos(\omega t) \quad (101)$$

Für die Kraft in Schnurrichtung gilt im allgemeinen Fall:

$$F(t) = m \frac{v^2(t)}{l(t)} + mg \cos(\varphi(t)) \quad (102)$$

Hiermit lässt sich die Energieänderung in der Zeit dt berechnen

$$dE = F(t)dl \quad (103)$$

Nach Einsetzen von Gl. 99, Gl. 101 und Gl. 102 in Gl. 103 erhält man nach Berechnung des Integrals über eine halbe Periode mit den Näherungen aus Gl. 54 bzw. 55,

$$\cos(\varphi_0 \sin(\omega t)) \approx 1 - \frac{1}{2} \varphi_0^2 \sin^2(\omega t) \text{ und} \quad (104)$$

$$\frac{1}{2} \varphi_0^2 \approx \frac{h}{l_0}$$

den Energiezuwachs pro halber Periode:

$$dE_{\text{ges}} = \frac{3}{4} \pi E_{\text{ges}} \frac{\Delta l}{l} \quad (105)$$

Die Gesamtenergieänderung über eine Periode aus Näherung 2 kann bei Excel also berechnet werden, indem man die Näherung mit $\frac{1}{4} \pi$ multipliziert.

III. Normierungsprobleme bei der Auswertung der Tetraeder-Aufnahmen

Der erste Auswertungsversuch ließ schon vermuten, dass die Pendelbewegung an sich nicht auf einer optimal kreisförmigen Bahn von statten ging oder die Kamera leicht verkippt justiert wurde. Koordinatentransformationen wie Drehungen und Neigungen der erfassten Aufnahmeebene, um einen möglichen Fehler bei der Justierung des Versuchsaufbaus auszugleichen, brächten jedoch eine gewisse Beliebigkeit in die Messwerte und wären im Sinne von wissenschaftlichem Arbeiten nicht tragbar. Bei den zweiten Aufnahmen wurde deshalb wesentlich mehr Mühe in die Justierung gesteckt. Da die Breite der Schaukel im Vergleich zur Seillänge recht klein war, konnten sehr geringe Seitenkräfte große Auswirkungen auf die Bewegungsebene der Schwingung haben. So wurden an dem sonnigen Aufnahmetag einige Bewegungen von dem zeitweise recht starken Wind beeinträchtigt. Von der Vielzahl an Aufnahmen wurden dann mittels der Aufnahmen von Kamera zwei die idealsten Aufnahmen ausgelotet. Um bei dem zweiten Versuch zu überprüfen, ob die Trajektorie der Schaukel selber eine Kreisbahn beschreibt, betrachte man vorerst die erfassten Messdaten der gelben Markierung am Knöchel über eine Schwingungsperiode ohne parametrische Verstärkung und vergleiche sie mit einem Fit, der über die Kreisgleichung berechnet wurde. Für den Radius nehmen wir den gemessenen Wert des Seils in Ruhe mit 80kg Belastung.

$$y = \sqrt{r^2 - x^2} - r = \sqrt{7,21^2 - x^2} - 7,21$$

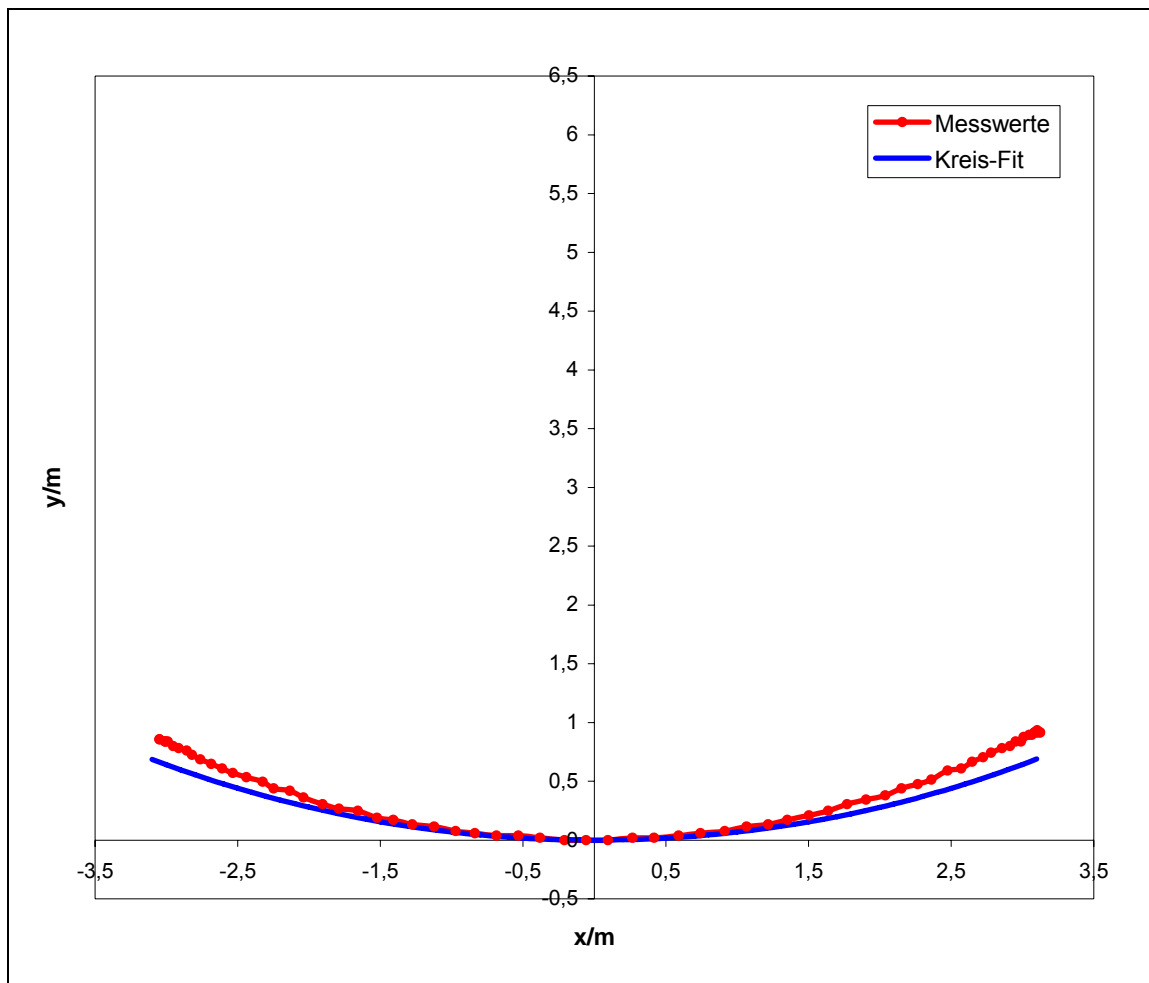


Abb. 43: Messwerte aus der Erfassung des gelben Markerpunkts beim Pendeln im Stehen bei einer Auslenkung um 25° (Take2gelb+++Dehnung.xls)

Die Messdaten liegen auffällig neben dem Fit! Schon bei der Messung der Seillänge war deutlich, wie flexibel das Seil auf Belastung reagierte, obgleich das Seil ein relativ unelastisches „Statisches Kletterseil“ war. Der Abstand zum Boden veränderte sich unter Belastung mit 80 kg von 1,27m Abstand zum Boden zu 1,06m. Es galt nun also die Vermutung zu überprüfen, dass das Seil sich in der Nähe der Gleichgewichtslage aufgrund der höheren Kräfte stärker dehnt. Der erste Fit gibt die Trajektorie des Pendels bei einer konstanten Kraft von 800N, die dem Körpergewicht des Schwingers entspricht. Beim Schwingen wirken jedoch fast immer höhere Kräfte, die auf die Zentripetalbeschleunigung zurückzuführen sind (Gl. 84). Betrachten wir den Umkehrpunkt (Gl. 85). Hier ist die Kraft auf den Faden minimal, bei einer Auslenkung um 25° entspricht die Kraft auf das Seil ungefähr 0,9mal der Gewichtskraft. Schätzen wir vorerst die Dehnungskonstante des Seils grob ab, bei einer Belastung von 800N änderte sich die Länge des Seils um $s=21\text{cm}$, nehmen wir die Dehnung als proportional zur Kraft an, gilt:

$$D = \frac{\Delta \vec{F}}{\Delta s} \approx \frac{800 \text{ N}}{0,21 \text{ m}} \approx 4000 \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad (106)$$

Wirkt auf das Seil nun also nur die 0,9fache Gewichtskraft, ergibt sich für die Seillängenänderung x :

$$x = \frac{800}{4000} \cdot 0,9 \text{ m} \approx 0,18 \text{ m}$$

Die 3cm Längenänderung des Seils zwischen Belastung mit 80kg in Ruhe und Belastung mit 80kg im Umkehrpunkt bei einer Auslenkung um 25° muss mit $\cos \varphi$ multipliziert werden, um die Höhenabweichung zu erhalten, die die gemessenen Daten theoretisch im Umkehrpunkt vom Kreis-Fit haben sollten. Somit erhält man die normierte Trajektorie der Schaukelstange.

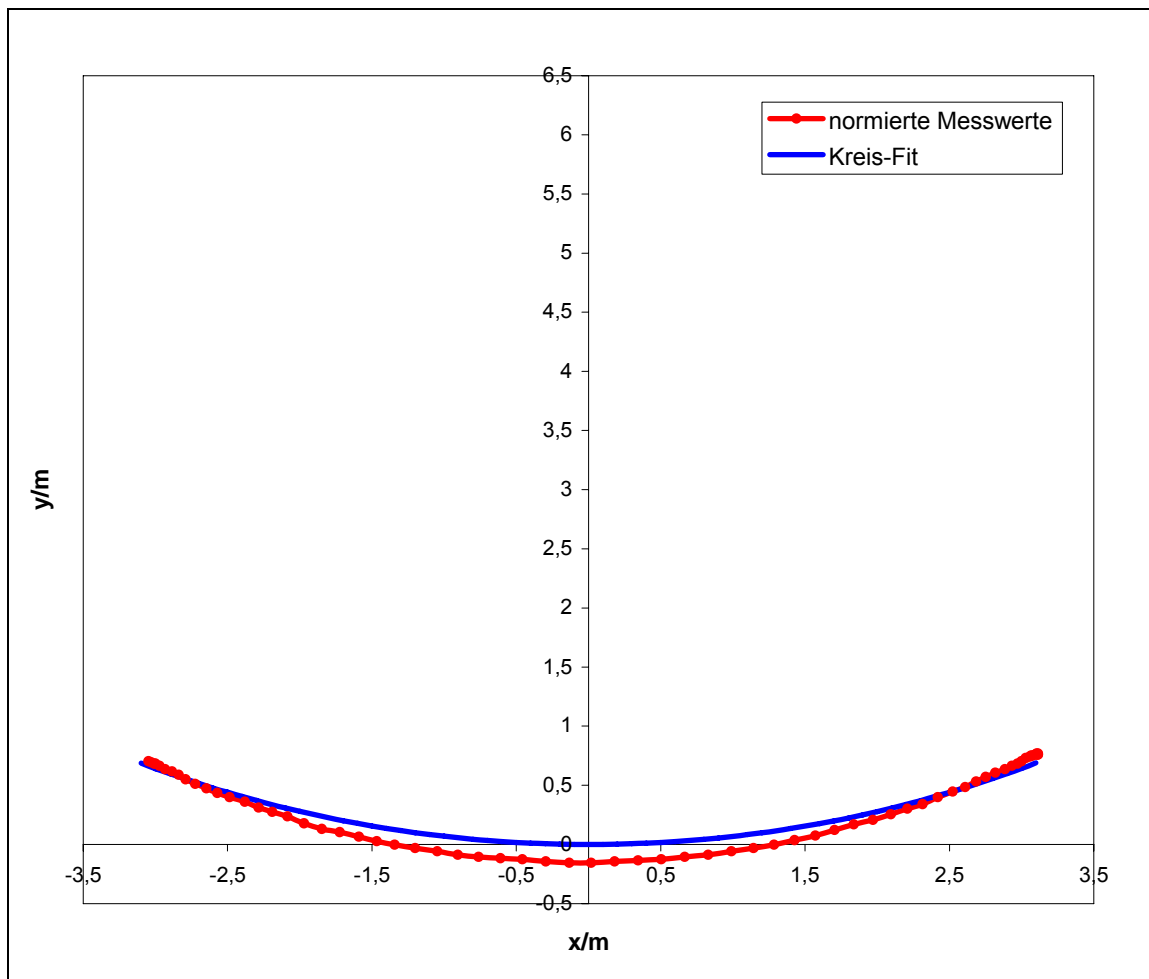


Abb. 43: Normierte Darstellung der Messwerte (Take2gelb+++Dehnung.xls)

Nun sollten die normierten Werte und der Kreis-Fit denselben Drehpunkt bei D(0/7,21) haben. Überprüfen wir diesen Fit, indem wir die Seillängenänderung theoretisch berechnen und mit den Messwerten (siehe Take2gelb+++Dehnung.xls)vergleichen:

Die Änderung der Seillänge ergibt sich mit dem Hookeschen Gesetz aus (vgl. Gl.106):

$$\Delta s = \frac{\Delta F}{D}$$

In der Gleichgewichtslage wirkt die maximale Kraft (Gl. 84). Im Umkehrpunkt wirkt hingegen nach Gl. 85 nur die Gewichtskraft in radialer Richtung (Gl. 85). Somit erhält man:

$$D\Delta s = F_{r\max} - F_{r\min} = m \left(g(1 - \cos \varphi) + \frac{v^2}{l} \right)$$

Den Wert für v in der Gleichgewichtslage kann man über die Energieerhaltung berechnen oder aus einem Diagramm in Excel ablesen. Setzt man nun für $\varphi=25^\circ$, $l=7,21\text{m}$ und $m=80\text{kg}$ ein erhält man eine theoretische Verlängerung des Seils von 6cm.

Dieser Wert liegt leider wieder deutlich daneben. Aus den Excel Diagrammen erhält man eine Seillängenänderung Δs von 17cm. Der Grund hierfür könnte einerseits eine nicht dem Hookeschen Gesetz folgende Dehnung des Seils sein. Ein anderer Grund ist, dass sich beim Schaukeln schon bei leichten Kräften, die seitlich angriffen, die Schaukel aus der Bewegungsebene heraus bewegte. Um dem entgegen zu wirken nahm der Schaukler eine Gewichtsverlagerung vor. So konnte es passieren, dass nahezu die gesamte Kraft an einem Seil angriff. So würde im Extremfall die Verlängerung des Seils doppelt so groß, wie erwartet. Da die anderen Pendelbewegungen leider nicht in einer Bewegungsebene parallel zur Bildebene der Kamera gefilmt wurden, konnten die Überlegungen nicht weiter verifiziert werden.

IV. Verlauf der Trajektorien des KSP beim Schaukeln im Sitzen

Abb. 55 verdeutlicht sehr gut, dass die automatische Messwerterfassung mit Viana einen Fehler mit sich bringt. Bei den Trajektorien des automatisch erfassten roten

Markerpunkts fällt auf, dass der Schaukelnde auf der rechten Seite deutlich höher schwingt, als auf der linken. Da die Parametrische Verstärkung nur einmal durchgeführt wird – und zwar von links nach rechts – war dies zwar zu erwarten, zu hinterfragen bleibt jedoch, warum die Diagramme beim Zurück-Schwingen durch einen so großen Höhenverlust gekennzeichnet sind. Liegt die Höheneinbuße beim freien Pendeln bei ca. 5cm pro Schwingung (im Bereich zwischen 15-25°), so liegen bei den Schaukeln-im-Sitzen-Aufnahmen pro halber Periode die Höhenunterschiede im Bereich von 10-15cm. Um zu überprüfen, ob diese Diskrepanz mit der automatischen Erfassung zusammenhängt, sollen im Folgenden die Messreihen zur automatischen Erfassung beim Schaukeln im Sitzen mit den manuell geschätzten verglichen werden, hierfür können folgende Überlegungen hilfreich sein. Bei einer Auslenkung von $\varphi < 90^\circ$ wirkt die Schwerkraft auf den Pendelkörper immer in der Form, dass die Schnur gespannt wird. Da sich der Körper auf einem Kreisabschnitt bewegt, muss der Körper mit einer Zentripetalkraft beschleunigt werden (diese greift am Schwerpunkt an). Nach Newton 2 zieht dann aber auch eine gleich große Gegenkraft am Seil, welche es spannt. Beide Kräfte müssen auf einer Wirklinie liegen. Das Seil kann nur Kräften in radialer Richtung standhalten (in dem hier verwendeten Bereich seien die Seile und Ketten in alle anderen Richtungen absolut flexibel), deshalb muss der Schwerpunkt auf derselben Wirklinie liegen, auf der auch die Kraft am Aufhängepunkt wirkt. Hierdurch kann man die manuelle Analyse wesentlich vereinfachen. Man braucht den Schwerpunkt lediglich auf dieser Linie zu suchen. Wenn der Schaukelnde sich nach hinten oder vorne lehnt kann ein Knick an der Haltestelle der Hände entstehen. Hier kann der Schwerpunkt ebenso auf der Wirklinie –der verlängerten Linie des Seils vom Aufhängepunkt über den Knick an der Griffstelle hinaus- geschätzt werden. Zusätzlich sollte man hier die Tabelle mit berücksichtigen und sich die prozentualen Anteile der Körperteile am Körpergewicht bewusst machen. Bei einer Elevation³¹ der Arme wird der KSP demnach um lediglich 5cm nach oben verschoben [vgl. 5, S.36]

³¹ Nach oben Führen der Arme

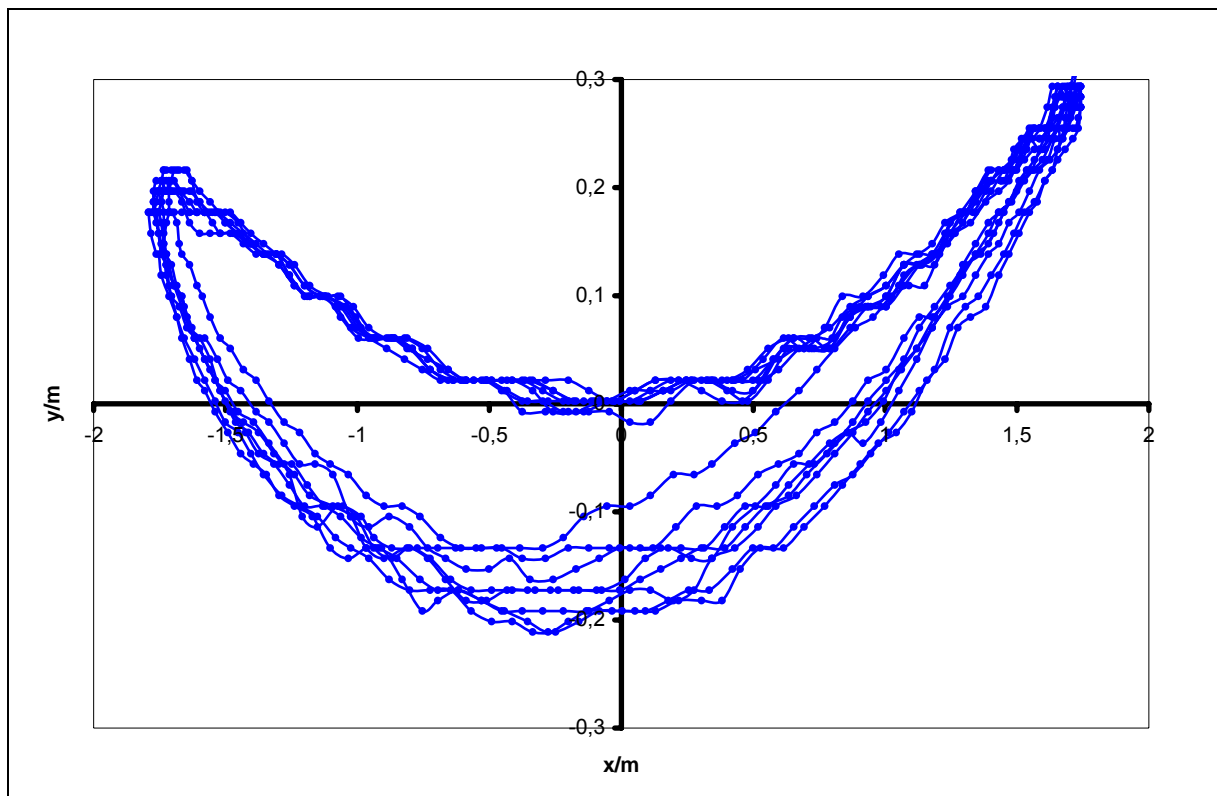


Abb. 43: Automatisch erfasste Analyse von mehreren Schwingungen im Sitzen(Take2sitzend)

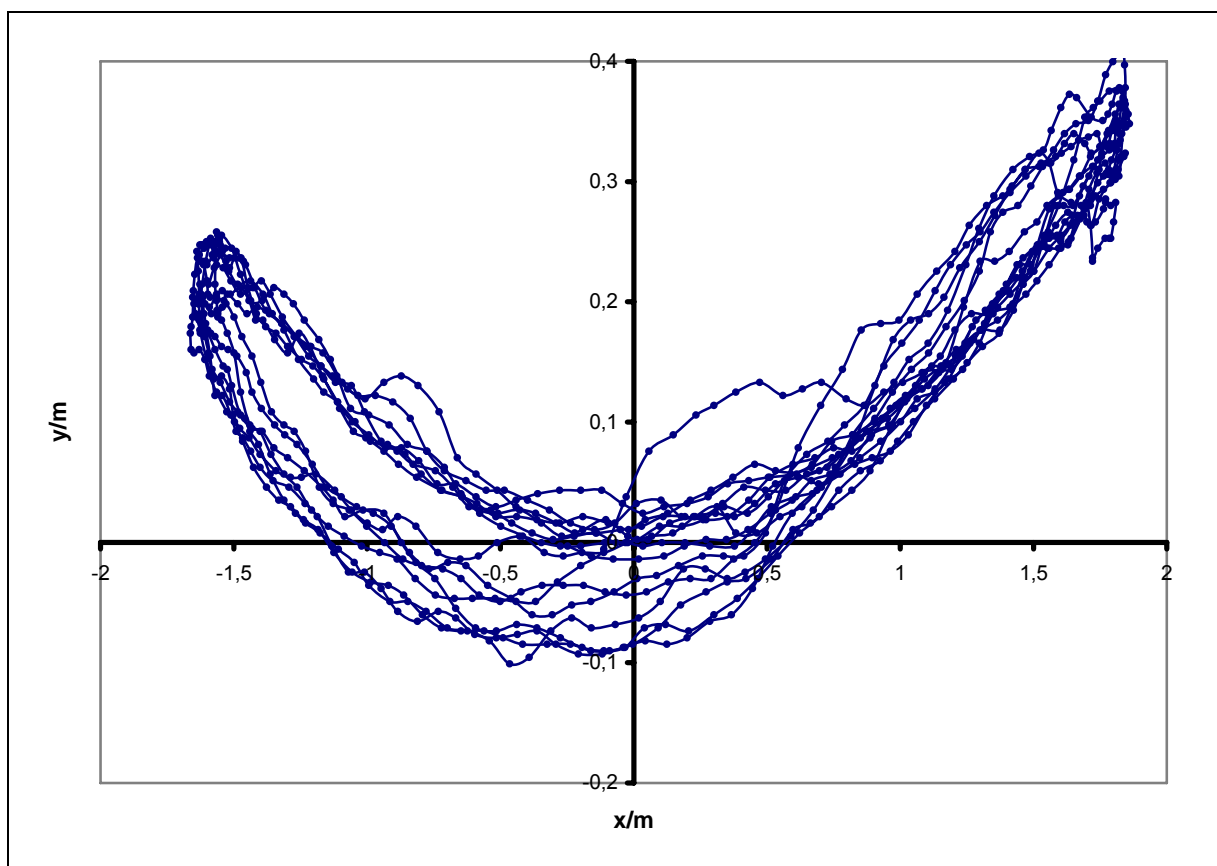


Abb. 44: Manuell geschätzte Analyse von derselben Videosequenz (Take2sitzendmanuell.xls)

Der Vergleich zwischen automatisch erfassten und geschätzten KSP-Koordinaten bringt eine Verringerung der Hubhöhe mit sich, jedoch ist ebenfalls bei der manuellen Erfassung die Asymmetrie in den erreichten Höhen im Umkehrpunkt wiederzufinden. Das Problem scheint folglich nicht auf dem Fehler der automatischen Erfassung zu basieren. Betrachten wir diesbezüglich die Situation im ersten Umkehrpunkt genauer.

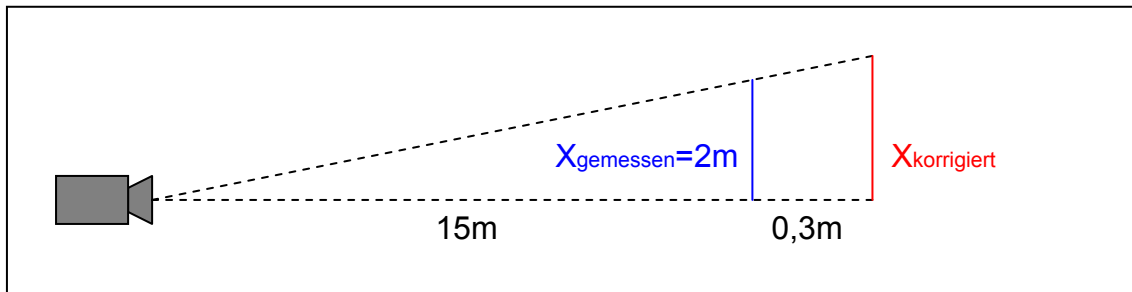
Das Anwinkeln im Kniegelenk und das nach vorne Beugen des Oberkörpers bewirken eine Absenkung des KSP. Über die Phase des Zurückschwingens ändert sich die Körperhaltung kaum. Der Zweck dieser Haltung könnte der Versuch sein, den Reibungskräften eine möglichst geringe Angriffsfläche zu bieten. Zu der Schaukelbewegung allgemein ist zu sagen, dass diese primär Spaß machen soll und nicht ausschließlich dem Höhengewinn unterworfen ist, daher kann die Haltung beim Zurück-Schwingen auch lediglich als Entspannungsphase gedeutet werden. Um die nächste Schwungphase einzuleiten wird vor dem nächsten Umkehrpunkt schon damit begonnen, den KSP wieder abzusenken, indem die Beine zunächst im Kniegelenk gestreckt werden, wobei der Oberkörper sich langsam durch Streckung im Hüftgelenk nach Hinten verlagert. Im hinteren Umkehrpunkt wird der KSP also von einer relativ niedrigen Bahn (resultierend aus der Körperhaltung) in die niedrigst mögliche Bahn des KSP überführt. Im anderen Umkehrpunkt wird der KSP von seiner maximalen Kreisbahn in die relativ niedrige gebracht, dies könnte ein Grund für die Asymmetrie sein. Eine andere Begründung geht auf das falsche „Gefühl“ für Schwingung im hinteren Umkehrpunkt zurück (siehe 5.2.4). Der falsche Einsatz der Rückwärtsrotation hätte Energieverluste zur Folge, welche sich auf die Trajektorien auswirken würden.

Ein klares Statement zum Vergleich in der Genauigkeit zwischen automatischer und manueller Erfassung kann auf dem in dieser Arbeit entstandenen Datenmaterial nicht formuliert werden. Für die hier behandelten Phänomene ergab sich jedoch, dass die wesentlichen Effekte auch mit der automatischen Analyse erfassbar sind. Solange dies möglich ist, sollte von der manuellen Analyse im schulischen Bereich abgesehen werden.

V. Eich-Probleme

Liegt der Eichmaßstab außerhalb der Bewegungsebene, kann man unter bestimmten Voraussetzungen trotzdem die Daten in den korrekten Maßstab bringen. Bei den

Tetraeder-Schaukel Aufnahmen liegt beispielsweise der Maßstab 30cm vor der Ebene, in der sich der KSP bewegen sollte, nämlich genau zwischen den beiden Seilen. Da die Kamera näherungsweise auf Höhe der Schaukel stand, kann der Fehler korrigiert werden.



Über den Strahlensatz erhält man:

$$\frac{15}{2} = \frac{15,3}{x_{\text{korrigiert}}} \quad (100)$$

und somit

$$x_{\text{korrigiert}} = 2,04$$

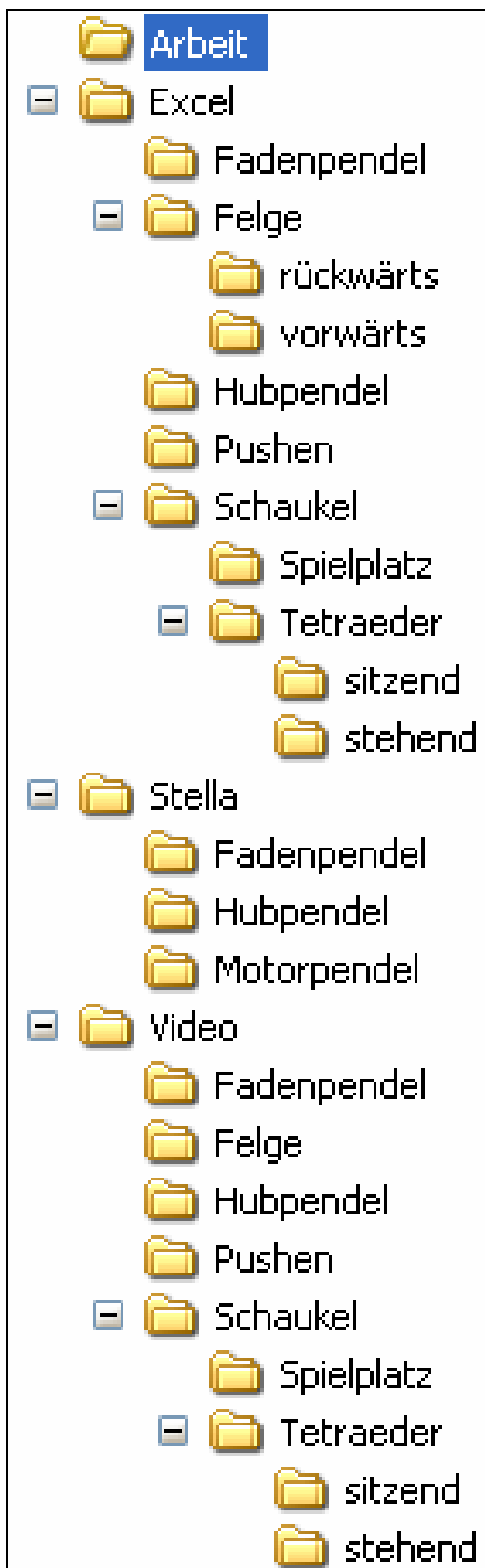
VI. Merkblatt zur Aufnahme von Videos

- **Optimale Orientierung der Kamera**
- **Markanter Maßstab auf dem Bild**
- **Auffallende Farbigkeit des Objekts**
- **Angemessene Belichtungszeit der Kamera (Shutter-Einstellung)**
- **Bewegungsebene fokussieren und Autofokus aus**
- **Gleichmäßige Ausleuchtung des gesamten Bildes**
- **Vorsicht bei reflektierenden Oberflächen**
- **Besser weiter weg und anschließendes heranzoomen**
- **Besser mehr als zu wenig filmen**

VII. Generelle Herangehensweise zur Modellierung mit Stella

- **Was ist das Ziel der Modellierung und wo liegen die Grenzen?**
- **Was sind die wesentlichen physikalischen Größen und welche Bedeutung haben diese in der Sprache der Systemdynamik? (Zustand, Änderungsrate, Einflußgröße)**
- **Wie sind die funktionalen Zusammenhänge? (Verbindungen über Flüsse und Einflusspfeile)**
- **Wie sind die quantitativen Zusammenhänge zwischen den Größen auf der Gleichungsebene?(wie ist der mathematisch-formale Zusammenhang)**
- **Was sind die Startwerte für die Zustandsgrößen?**
- **Wie kann ich die Simulation am besten darstellen und überprüfen? (Art der Datenausgabe)**
- **In wie fern kann die Simulation dem Experiment angepasst werden? (Parameterabgleich oder strukturelle Änderungen)**

VIII. Ordner-Verzeichnis der beiliegenden DVD



Auf der DVD sind auf der ersten Ebene die Ordner **Arbeit** (pdf- und doc-Datei der schriftlichen Arbeit), **Excel** (enthält alle in der Arbeit verwendeten Excel Dateien (Endung .xls)), **Stella** (beinhaltet einige sta-Dateien, die in der Arbeit thematisiert wurden) und **Video** (hier sind sämtliche Videos der Bewegungen, die in dieser Arbeit analysiert wurden (Endung .avi)). Die Unterordner orientieren sich an der inhaltlichen Gliederung.

Ich versichere, dass ich die schriftliche Hausarbeit einschließlich evtl. beigefügter Zeichnungen, Kartenskizzen, Darstellungen u.ä.m. selbständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt habe. Alle Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinn nach anderen Werken entnommen sind, habe ich in jedem einzelnen Fall unter genauer Angabe der Quelle deutlich als Entlehnung kenntlich gemacht.

Essen, 02.11.2005 _____

Ich bin damit einverstanden, dass diese Hausarbeit nach Abschluss meiner Ersten Staatsprüfung wissenschaftlich interessierten Personen oder Institutionen zur Einsichtnahme zur Verfügung gestellt wird und dass zu diesem Zweck Ablichtungen dieser Hausarbeit hergestellt werden, sofern diese keine Korrektur- oder Bewertungsvermerke enthalten.

Essen, 02.11.2005 _____