

Traitement Numérique du Signal Département Sciences du Numérique - Première année TPs

1 Introduction

Les deux premières séances de TP seront consacrées à la mise en place des outils nécessaires à la réalisation du projet et à la bonne compréhension de leur utilisation. Aucun compte-rendu ne vous sera demandé sur ces parties là.

2 TP 1 : Génération et étude d'un signal numérique : le cosinus

2.1 Représentation temporelle

Un signal numérique, x , est représenté sous Matlab par un tableau contenant un nombre fini, N , de valeurs représentant des échantillons de signal prélevés toutes les T_e secondes (échantillonnage uniforme) : $[x(0) \ x(1) \dots \ x(N-1)]$, le $k^{\text{ième}}$ élément $x(k)$ représentant en réalité $x(kT_e)$.

1. Générer 90 échantillons d'un cosinus (fonction *cos.m* sous matlab), d'amplitude 1 (V), de fréquence $f_0 = 1100$ Hz et échantillonné à $F_e = 10000$ Hz.
2. En utilisant la fonction *plot.m* de Matlab, tracer le cosinus généré précédemment avec une échelle temporelle en secondes. On doit pouvoir retrouver, à partir du tracé, la fréquence et l'amplitude du cosinus. Pensez à ajouter des labels sur vos axes en utilisant les fonctions *xlabel.m* et *ylabel.m* de Matlab
3. Générer 90 échantillons d'un cosinus (fonction *cos.m* sous matlab), d'amplitude 1 (V), de fréquence $f_0 = 1100$ Hz et échantillonné à $F_e = 1000$ Hz.
4. En utilisant la fonction *plot.m* de Matlab, tracer le cosinus généré précédemment avec une échelle temporelle en secondes. La fréquence mesurée sur le cosinus tracé n'est pas $f_0 = 1100$ Hz. Vous devez être capables d'expliquer pourquoi et d'où vient la valeur de la fréquence observée.

2.2 Représentation fréquentielle

La transformée de Fourier numérique du signal x devra être estimée à partir du tableau de points représentant le signal numérique. Elle sera, elle même, représentée par un tableau, contenant un nombre fini de valeurs, représentant des échantillons de la TFD du signal calculés avec un certain pas. On obtient, en effet, sous Matlab, en utilisant la fonction *fft.m* sur le signal x , un tableau : $[X(0) \ X(1) \dots \ X(N-1)]$, le $n^{\text{ième}}$ élément $X(n)$ représentant en réalité $X(n\Delta f)$, si Δf désigne le pas de calcul de la TFD. En considérant que l'on calcule N points pour la TFD entre 0 et F_e , le $n^{\text{ième}}$ élément $X(n)$ du tableau représentant la TFD du signal x est alors $X\left(n\frac{F_e}{N}\right)$.

1. Vous devez être capable de répondre à la question suivante : qu'est-ce qui peut justifier que l'on calcule la transformée de Fourier numérique entre 0 et F_e ?
2. Pour chaque cosinus généré précédemment, estimez sa transformée de Fourier, en utilisant la fonction *fft.m* de Matlab, et tracez en le module (fonction *abs.m* de Matlab), en échelle log grâce à la fonction *semilogy.m*. L'échelle fréquentielle devra être en Hz. Vous devez être capables d'expliquer le tracé obtenu : retrouvez-vous les fréquences des cosinus générés ?
3. Choisissez un des cosinus générés précédemment et estimez sa transformée de Fourier sur un nombre de points, N' , supérieur au nombre de points de signal, en utilisant la technique du zero padding : $X = \text{fft}(x, N')$. Tracez le module de la transformée de Fourier obtenue (en échelle log avec une échelle fréquentielle en Hz) pour plusieurs valeurs de N' . En comparant les résultats obtenus, vous devez être capable d'en déduire l'intérêt de la technique dite du Zero Padding. Attention afin d'utiliser l'algorithme de calcul rapide de la TFD (FFT) on devra utiliser un nombre de points N' égal à une puissance de 2.
4. Un autre outil permet de visualiser la représentation fréquentielle d'un signal, notamment pour les signaux aléatoires. Il s'agit de la Densité Spectrale de Puissance (DSP). Choisissez un des cosinus générés précédemment, estimez, puis tracez, sa DSP. Vous devez pouvoir retrouver, sur le tracé effectué, la fréquence du cosinus généré.

3 TP 2 : Réalisation d'un filtrage de type passe-bas

3.1 Génération du signal à filtrer

1. Générez 100 échantillons d'une somme de deux cosinus d'amplitude 1 (V), de fréquences $f_1 = 1000$ Hz et $f_2 = 3000$ Hz, échantillonnés à $F_e = 10000$ Hz.
2. Tracez le signal obtenu avec une échelle temporelle en secondes.
3. Tracez une représentation fréquentielle du signal obtenu avec une échelle fréquentielle en Hz (module de la TFD ou DSP). Vous devez retrouver les fréquences des deux cosinus présents dans le signal somme.

3.2 Synthèse du filtre passe-bas

1. Déterminez la réponse impulsionnelle du filtre passe-bas permettant de ne conserver que le cosinus de fréquence $f_1 = 1000$ Hz.
2. Implantez cette réponse impulsionnelle sous Matlab et tracez là pour un ordre du filtre égal à 11 et pour un ordre du filtre égal à 61. Vous devez être capable d'expliquer la différence obtenue entre les deux tracés.
3. Estimez la réponse en fréquence du filtre passe-bas synthétisé avec un ordre de 11 et celle du filtre passe-bas synthétisé avec un ordre de 61. Tracez le module de ces deux réponses en fréquence. Vous devez être capable d'expliquer la différence obtenue entre les deux tracés.

3.3 Réalisation du filtrage

1. Superposez, sur une même figure :
 - le tracé de la représentation fréquentielle (module de la TFD ou DSP) du signal somme des deux cosinus,
 - le tracé du module de la réponse en fréquence du filtre passe-bas d'ordre 11 synthétisé auparavant
 - le tracé du module de la réponse en fréquence du filtre passe-bas d'ordre 61 synthétisé auparavant.Ces tracés doivent vous permettre de déterminer si les filtres que vous avez synthétisés vont correctement filtrer le cosinus souhaité.
Remarques :
 - Pour superposer plusieurs tracés sur une même figure vous pouvez utiliser *hold on* après le premier tracé.
 - Lorsque vous avez plusieurs tracés sur une même figure vous pouvez ajouter une légende permettant de les identifier en utilisant la fonction *legend.m* de Matlab.
 - Pensez à utiliser le zero padding afin d'obtenir des vecteurs de même taille à tracer sur la même figure.
2. En utilisant la fonction *filter.m* de Matlab, filtrez le signal somme des deux cosinus en utilisant chaque filtre passe-bas synthétisé auparavant (ordre égal à 11 et ordre égal à 61) et visualisez les deux signaux obtenus.
Vous devez être capables :
 - d'identifier les paramètres à envoyer à la fonction *filter.m* de Matlab afin de réaliser le filtrage.
 - de comprendre la différence entre les signaux obtenus et le signal somme des deux cosinus, ainsi que la différence entre les deux signaux obtenus.
 - de dire d'où provient le retard constaté entre le signal somme de deux cosinus (avant filtrage) et les signaux obtenus en sortie du filtre.
 - de déterminer la valeur de ce retard en nombre d'échantillons et en secondes, en utilisant les paramètres de la simulation.