Linear Discriminant Analysis PEDRO PATRÍCIO
PEDRO P

Tanto o PCA como o LDA são termicas lineares
para redutar de dinensar. O PCA pode ser encorado
Como rum metado não repersiónado, ja pue isnova a
classifiação que à priori se tuda dos amostras; apunas
procura as direcção de maior varianção.

O LDA e' supervisionado já pue calcula as direcções que maximizam a separação intre as classes.

No pue toca au reconheciments por imagues, o PCA

Trade a our fuperior ao LDA no como do ni de amostras

por classe ser reduzido.

Revole pue no PCA retandamos acs) directos (çõis)
que maximiza (m) a variancia, independantemente da
ceassificação que tenhamos dos objectos (amostros)

PCA perde a classificação original pretudenos algo como Prétudences efectuer una reduce da dinenser, de un espede dimensor d, para un de dimensor K, Com KLd. O valor de k e a reducal la dimensais, tal como no PCA, está associado à teoria espectral de matrizes de dispersos. Vuenos dons tous de matriges de dispersãos: as inter-classes e as intra-dasse. Se os valores proprios form todos da mesma evolum de grandiza, e' um inditador que timos joi num bom espaço. Classifically : Suponhamos que timos amostas, "classificadas"

Como estando em k classes disjuntas, Com, Ck cada uma vajia, e com CIU Cita=C 10 espeço das amostral =

Seja pi a media na clerre i Mi= 1 2 X orde Ni= #Ci,

e pra média amostrel, pr= 1 2 Xi xeGuCa

ade N = #C

Sija SB a matris de chisperson inter-classes SB = S - Ni (Mi-M) (Wi-M)T

e Sw a matry de dispersão intra-classe,

Sw = 2 2 (Xj-hi)(Xj-hi)T

(resp. between scatter matrix e within scatter matrix)

Podemos esorular Sw= Z1+ Z2+--- + Zx,

Orde Zi l'a matris de dispersar para a classe Ci.

O método de Fisher Consiste un maximizar J(W)= WTSBW

Maximizar J(w) e' equivalente a maximizar o unevador montredo o denominador constante.

max wTSB W sujuto a WTSWW = K

Que polmos resolver usonolo multiplicadores de Lagrange:

Definindo L(w,x) = wTSBW-A(wTSWW-k') = WT (SB- ASW)W + AK'

Caladando a gradiente a orden a w VwL = 2 (SB - ASW) W = 0

e portato SBW = ASW W que à un problème de volores proprios generalizado Se Sw (= Zo+-+Ze) for noi-ringular, entro Obtains SBW= ASWW => SwSBW= AW on sija, w e' victor pop. de Sw'SB arroc. valor rophico A. Como Sew = A SwW wh

WTSBW = 2 (WTSWW) Paximigan

Wi SBW e' equivalente à maximizer 2, ou sija encontrar o manter valor projeto de generalizado.

On seja, incontrar à maiximo to.

SBW = 25mW. A moiximo to.

[3.7] proprio generalizado (moze sentido) e à valor proprio generalizado (no 2º suntido). Ora SBW= ASWW => (ASW-SB)W=0 p/alm and wito dande det (15w-5B)=0. Os vietoris W serono soluçõe hão molas de (25w-SB) X = 0 On sign, WE Ker (25w-SB) 1901. Se SB, Su form do hijo uxu e se tiversonos WII- Wu l.i. Vectores popies seneralizados, pasa  $P = \begin{bmatrix} w_1 & w_n \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 \\ 0 & \lambda_{n_0} \end{bmatrix}$  into SB = SWPDP Prova-re pue 21, de ER e pue wi Sw wj = 0, se wi wj amoc. a

Isto e' possível porque SB e' similiano e Sw e' SPD (de factor SB the e' SPD)