

Supplementary Document for “VSD-MOEA: A Dominance-Based Multi-Objective Evolutionary Algorithm with Explicit Variable Space Diversity Management”

Joel Chacón Castillo, Carlos Segura, *Member, IEEE*, and Carlos A. Coello Coello, *Fellow, IEEE*,

I. MULTIMEDIA MATERIAL

hexz1

II. EXPERIMENTAL VALIDATION

[1]

REFERENCES

- [1] S. Huband, L. Barone, L. While, and P. Hingston, *A Scalable Multi-objective Test Problem Toolkit*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005, pp. 280–295.

J. Chacón, and C. Segura are with the Center for Research in Mathematics (CIMAT), Computer Science Department, Callejón Jalisco s/n, Mineral de Valenciana, Guanajuato, Guanajuato 36240, Mexico (e-mail: joel.chacon@cimat.mx; carlos.segura@cimat.mx)

C. A. Coello Coello is with the Evolutionary Computation Group, Computer Science Department, CINVETAV-IPN, Mexico City 07300, Mexico (e-mail: ccoello@cs.cinvestav.mx).

Digital Object Identifier xxx

Manuscript received XX, XX 2019; revised XX XX, XX.

TABLE I
STATISTICS IGD+ WITH TWO OBJECTIVES

	MOEA/D				NSGA-II				R2-EMOA				VSD-MOEA			
	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std
WFG1	0.006	0.015	0.008	0.002	0.006	0.014	0.008	0.002	0.006	0.061	0.013	0.014	0.006	0.019	0.008	0.003
WFG2	0.006	0.055	0.052	0.011	0.003	0.053	0.040	0.022	0.053	0.055	0.054	0.000	0.003	0.003	0.003	0.000
WFG3	0.008	0.008	0.008	0.000	0.011	0.013	0.012	0.000	0.008	0.009	0.008	0.000	0.007	0.007	0.007	0.000
WFG4	0.007	0.007	0.007	0.000	0.007	0.010	0.008	0.001	0.005	0.005	0.005	0.000	0.006	0.006	0.006	0.000
WFG5	0.060	0.069	0.065	0.002	0.060	0.068	0.066	0.002	0.064	0.066	0.065	0.000	0.038	0.057	0.047	0.006
WFG6	0.034	0.073	0.050	0.010	0.034	0.064	0.051	0.007	0.034	0.076	0.053	0.010	0.068	0.088	0.081	0.004
WFG7	0.007	0.007	0.007	0.000	0.008	0.010	0.009	0.000	0.005	0.006	0.005	0.000	0.006	0.006	0.006	0.000
WFG8	0.103	0.120	0.112	0.005	0.116	0.139	0.125	0.005	0.103	0.120	0.110	0.004	0.026	0.099	0.043	0.025
WFG9	0.011	0.125	0.067	0.053	0.014	0.127	0.101	0.046	0.009	0.125	0.067	0.053	0.009	0.014	0.011	0.001
DTLZ1	0.001	0.001	0.001	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.001	0.001	0.001	0.000	0.001	0.001	0.001	0.000
DTLZ2	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ3	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.003	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ4	0.002	0.363	0.105	0.163	0.002	0.363	0.064	0.136	0.002	0.363	0.167	0.180	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ5	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ6	0.022	0.149	0.076	0.027	0.126	0.315	0.205	0.036	0.019	0.128	0.078	0.027	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ7	0.003	0.003	0.003	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.003	0.003	0.003	0.000
UF1	0.004	0.004	0.004	0.000	0.005	0.006	0.006	0.000	0.003	0.005	0.004	0.001	0.003	0.003	0.003	0.000
UF2	0.003	0.005	0.004	0.000	0.008	0.010	0.010	0.000	0.004	0.006	0.005	0.001	0.004	0.007	0.005	0.001
UF3	0.141	0.237	0.180	0.022	0.052	0.127	0.084	0.020	0.119	0.210	0.183	0.021	0.038	0.095	0.057	0.013
UF4	0.024	0.031	0.026	0.001	0.027	0.039	0.033	0.003	0.019	0.023	0.021	0.001	0.020	0.024	0.022	0.001
UF5	0.079	0.593	0.265	0.120	0.091	0.254	0.142	0.033	0.079	0.521	0.215	0.131	0.088	0.154	0.132	0.014
UF6	0.066	0.529	0.380	0.108	0.037	0.542	0.193	0.114	0.064	0.432	0.266	0.103	0.021	0.065	0.038	0.011
UF7	0.003	0.005	0.004	0.000	0.007	0.008	0.007	0.000	0.003	0.242	0.046	0.082	0.003	0.009	0.004	0.001
Mean	0.026	0.105	0.062	0.023	0.027	0.095	0.051	0.019	0.026	0.107	0.060	0.027	0.016	0.029	0.021	0.003

TABLE II
STATISTICS IGD+ WITH THREE OBJECTIVES

	MOEA/D				NSGA-II				R2-EMOA				VSD-MOEA			
	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std
WFG1	0.080	0.100	0.090	0.005	0.142	0.179	0.160	0.010	0.058	0.098	0.079	0.010	0.049	0.070	0.058	0.006
WFG2	0.057	0.068	0.063	0.002	0.073	0.133	0.097	0.014	0.102	0.104	0.103	0.000	0.031	0.048	0.037	0.004
WFG3	0.023	0.023	0.023	0.000	0.031	0.061	0.039	0.005	0.022	0.023	0.022	0.000	0.033	0.033	0.033	0.000
WFG4	0.127	0.127	0.127	0.000	0.121	0.144	0.132	0.005	0.095	0.098	0.097	0.001	0.090	0.094	0.093	0.001
WFG5	0.177	0.184	0.181	0.002	0.160	0.186	0.170	0.005	0.147	0.158	0.153	0.003	0.140	0.150	0.146	0.003
WFG6	0.155	0.205	0.175	0.012	0.159	0.196	0.177	0.009	0.122	0.151	0.140	0.007	0.156	0.173	0.166	0.005
WFG7	0.127	0.127	0.127	0.000	0.113	0.138	0.123	0.007	0.094	0.102	0.097	0.001	0.092	0.094	0.094	0.001
WFG8	0.189	0.194	0.192	0.001	0.244	0.274	0.256	0.008	0.161	0.166	0.163	0.001	0.099	0.154	0.109	0.015
WFG9	0.130	0.240	0.154	0.036	0.138	0.246	0.224	0.025	0.099	0.211	0.119	0.037	0.099	0.210	0.118	0.036
DTLZ1	0.014	0.014	0.014	0.000	0.017	0.020	0.018	0.001	0.013	0.014	0.014	0.000	0.014	0.014	0.014	0.000
DTLZ2	0.027	0.027	0.027	0.000	0.030	0.036	0.032	0.001	0.023	0.024	0.023	0.000	0.024	0.025	0.024	0.000
DTLZ3	0.027	0.027	0.027	0.000	0.027	0.032	0.030	0.001	0.023	0.023	0.023	0.000	0.024	0.025	0.024	0.000
DTLZ4	0.027	0.595	0.092	0.181	0.028	0.036	0.032	0.001	0.023	0.595	0.190	0.225	0.024	0.025	0.024	0.000
DTLZ5	0.003	0.003	0.003	0.000	0.003	0.003	0.003	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ6	0.022	0.163	0.087	0.032	0.126	0.224	0.187	0.027	0.003	0.136	0.069	0.033	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ7	0.045	0.045	0.045	0.000	0.038	0.052	0.044	0.003	0.060	0.087	0.079	0.008	0.027	0.029	0.028	0.000
UF8	0.048	0.365	0.069	0.051	0.093	0.220	0.178	0.031	0.027	0.159	0.033	0.022	0.025	0.034	0.029	0.002
UF9	0.041	0.151	0.086	0.049	0.106	0.314	0.139	0.049	0.025	0.137	0.094	0.053	0.022	0.028	0.024	0.001
UF10	0.163	0.565	0.294	0.125	0.198	0.658	0.261	0.080	0.159	0.553	0.257	0.131	0.070	0.187	0.103	0.026
Mean	0.078	0.170	0.099	0.026	0.097	0.166	0.121	0.015	0.066	0.150	0.093	0.028	0.054	0.074	0.059	0.005

TABLE III
STATISTICAL TESTS OF IGD+ WITH TWO OBJECTIVES

	MOEA/D				NSGA-II				R2-EMOA				VSD-MOEA			
	↑	↓	↔	Diff	↑	↓	↔	Diff	↑	↓	↔	Diff	↑	↓	↔	Diff
WFG1	1	1	1	0.000	0	1	2	0.001	0	2	1	0.006	3	0	0	0.000
WFG2	1	2	0	0.049	2	1	0	0.037	0	3	0	0.051	3	0	0	0.000
WFG3	2	1	0	0.000	0	3	0	0.005	1	2	0	0.001	3	0	0	0.000
WFG4	1	2	0	0.001	0	3	0	0.003	3	0	0	0.000	2	1	0	0.001
WFG5	0	1	2	0.019	0	2	1	0.019	1	1	1	0.018	3	0	0	0.000
WFG6	1	0	2	0.000	1	0	2	0.001	1	0	2	0.002	0	3	0	0.030
WFG7	1	2	0	0.001	0	3	0	0.003	3	0	0	0.000	2	1	0	0.001
WFG8	1	1	1	0.068	0	3	0	0.082	1	1	1	0.067	3	0	0	0.000
WFG9	1	1	1	0.057	0	3	0	0.090	1	1	1	0.056	3	0	0	0.000
DTLZ1	3	0	0	0.000	0	3	0	0.000	2	1	0	0.000	1	2	0	0.000
DTLZ2	1	2	0	0.000	0	3	0	0.001	3	0	0	0.000	2	1	0	0.000
DTLZ3	1	2	0	0.000	0	3	0	0.001	3	0	0	0.000	2	1	0	0.000
DTLZ4	0	2	1	0.103	1	1	1	0.062	0	0	3	0.165	2	0	1	0.000
DTLZ5	1	2	0	0.000	0	3	0	0.001	3	0	0	0.000	2	1	0	0.000
DTLZ6	1	1	1	0.073	0	3	0	0.203	1	1	1	0.076	3	0	0	0.000
DTLZ7	0	3	0	0.001	1	1	1	0.001	3	0	0	0.000	1	1	1	0.001
UF1	1	1	1	0.001	0	3	0	0.003	1	1	1	0.001	3	0	0	0.000
UF2	3	0	0	0.000	0	3	0	0.006	2	1	0	0.001	1	2	0	0.002
UF3	0	2	1	0.123	2	1	0	0.027	0	2	1	0.126	3	0	0	0.000
UF4	1	2	0	0.004	0	3	0	0.012	3	0	0	0.000	2	1	0	0.001
UF5	0	3	0	0.133	1	0	2	0.010	1	1	1	0.082	2	0	1	0.000
UF6	0	3	0	0.342	2	1	0	0.155	1	2	0	0.228	3	0	0	0.000
UF7	2	0	1	0.000	1	2	0	0.003	0	3	0	0.042	2	0	1	0.000
Total	23	34	12	0.979	11	49	9	0.725	34	22	13	0.922	51	14	4	0.036

TABLE IV
STATISTICAL TESTS OF IGD+ WITH THREE OBJECTIVES

	MOEA/D				NSGA-II				R2-MOEA				VSD-MOEA			
	↑	↓	↔	Diff	↑	↓	↔	Diff	↑	↓	↔	Diff	↑	↓	↔	Diff
WFG1	1	2	0	0.033	0	3	0	0.103	2	1	0	0.021	3	0	0	0.000
WFG2	2	1	0	0.026	1	2	0	0.061	0	3	0	0.066	3	0	0	0.000
WFG3	2	1	0	0.000	0	3	0	0.017	3	0	0	0.000	1	2	0	0.010
WFG4	1	2	0	0.034	0	3	0	0.039	2	1	0	0.004	3	0	0	0.000
WFG5	0	3	0	0.035	1	2	0	0.024	2	1	0	0.007	3	0	0	0.000
WFG6	0	2	1	0.034	0	2	1	0.037	3	0	0	0.000	2	1	0	0.026
WFG7	0	3	0	0.033	1	2	0	0.030	2	1	0	0.004	3	0	0	0.000
WFG8	1	2	0	0.083	0	3	0	0.147	2	1	0	0.055	3	0	0	0.000
WFG9	1	2	0	0.036	0	3	0	0.106	2	1	0	0.002	3	0	0	0.000
DTLZ1	1	2	0	0.001	0	3	0	0.004	3	0	0	0.000	2	1	0	0.000
DTLZ2	1	2	0	0.004	0	3	0	0.009	3	0	0	0.000	2	1	0	0.001
DTLZ3	1	2	0	0.004	0	3	0	0.007	3	0	0	0.000	2	1	0	0.001
DTLZ4	0	2	1	0.068	1	1	1	0.007	0	0	3	0.165	2	0	1	0.000
DTLZ5	0	3	0	0.001	1	2	0	0.001	2	1	0	0.000	3	0	0	0.000
DTLZ6	1	2	0	0.085	0	3	0	0.185	2	1	0	0.067	3	0	0	0.000
DTLZ7	1	1	1	0.017	1	1	1	0.016	0	3	0	0.051	3	0	0	0.000
UF8	1	2	0	0.040	0	3	0	0.149	2	0	1	0.004	2	0	1	0.000
UF9	1	1	1	0.062	0	2	1	0.115	0	1	2	0.070	3	0	0	0.000
UF10	0	2	1	0.191	0	2	1	0.158	2	1	0	0.154	3	0	0	0.000
Total	15	37	5	0.787	6	46	5	1.214	35	16	6	0.669	49	6	2	0.039