

Supplementary Document for “VSD-MOEA: A Dominance-Based Multi-Objective Evolutionary Algorithm with Explicit Variable Space Diversity Management”

Joel Chacón Castillo, Carlos Segura, *Member, IEEE*, and Carlos A. Coello Coello, *Fellow, IEEE*,

I. MULTIMEDIA MATERIAL

hexz1

II. COMPARISON AGAINST STATE-OF-THE-ART MOEAS IN LONG-TERM

In this section the statistical and test results of the IGD+ are shown [1]. Particularly, the stopping criterion was set to 250,000 generations. Table I shows the attained IGD+ for the benchmark functions with two objectives. Specifically, the minimum, maximum, mean and standard deviation of the IGD+ for each tested method and function is shown.

[2]

REFERENCES

- [1] H. Ishibuchi, H. Masuda, Y. Tanigaki, and Y. Nojima, *Modified Distance Calculation in Generational Distance and Inverted Generational Distance*. Cham: Springer International Publishing, 2015, pp. 110–125. [Online]. Available: https://doi.org/10.1007/978-3-319-15892-1_8
- [2] S. Huband, L. Barone, L. While, and P. Hingston, *A Scalable Multi-objective Test Problem Toolkit*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005, pp. 280–295.

J. Chacón, and C. Segura are with the Center for Research in Mathematics (CIMAT), Computer Science Department, Callejón Jalisco s/n, Mineral de Valenciana, Guanajuato, Guanajuato 36240, Mexico (e-mail: joel.chacon@cimat.mx; carlos.segura@cimat.mx)

C. A. Coello Coello is with the Evolutionary Computation Group, Computer Science Department, CINVESTAV-IPN, Mexico City 07300, Mexico (e-mail: ccoello@cs.cinvestav.mx).

Digital Object Identifier xxx

Manuscript received XX, XX 2019; revised XX XX, XX.

TABLE I
SUMMARY OF THE IGD+ RESULTS ATTAINED FOR PROBLEMS WITH TWO OBJECTIVES

	MOEA/D				NSGA-II				R2-EMOA				VSD-MOEA			
	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std
WFG1	0.006	0.015	0.008	0.002	0.006	0.014	0.008	0.002	0.006	0.061	0.013	0.014	0.006	0.019	0.008	0.003
WFG2	0.006	0.055	0.052	0.011	0.003	0.053	0.040	0.022	0.053	0.055	0.054	0.000	0.003	0.003	0.003	0.000
WFG3	0.008	0.008	0.008	0.000	0.011	0.013	0.012	0.000	0.008	0.009	0.008	0.000	0.007	0.007	0.007	0.000
WFG4	0.007	0.007	0.007	0.000	0.007	0.010	0.008	0.001	0.005	0.005	0.005	0.000	0.006	0.006	0.006	0.000
WFG5	0.060	0.069	0.065	0.002	0.060	0.068	0.066	0.002	0.064	0.066	0.065	0.000	0.038	0.057	0.047	0.006
WFG6	0.034	0.073	0.050	0.010	0.034	0.064	0.051	0.007	0.034	0.076	0.053	0.010	0.068	0.088	0.081	0.004
WFG7	0.007	0.007	0.007	0.000	0.008	0.010	0.009	0.000	0.005	0.006	0.005	0.000	0.006	0.006	0.006	0.000
WFG8	0.103	0.120	0.112	0.005	0.116	0.139	0.125	0.005	0.103	0.120	0.110	0.004	0.026	0.099	0.043	0.025
WFG9	0.011	0.125	0.067	0.053	0.014	0.127	0.101	0.046	0.009	0.125	0.067	0.053	0.009	0.014	0.011	0.001
DTLZ1	0.001	0.001	0.001	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.001	0.001	0.001	0.000	0.001	0.001	0.001	0.000
DTLZ2	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ3	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.003	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ4	0.002	0.363	0.105	0.163	0.002	0.363	0.064	0.136	0.002	0.363	0.167	0.180	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ5	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ6	0.022	0.149	0.076	0.027	0.126	0.315	0.205	0.036	0.019	0.128	0.078	0.027	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ7	0.003	0.003	0.003	0.000	0.002	0.003	0.003	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.003	0.003	0.003	0.000
UF1	0.004	0.004	0.004	0.000	0.005	0.006	0.006	0.000	0.003	0.005	0.004	0.001	0.003	0.003	0.003	0.000
UF2	0.003	0.005	0.004	0.000	0.008	0.010	0.010	0.000	0.004	0.006	0.005	0.001	0.004	0.007	0.005	0.001
UF3	0.141	0.237	0.180	0.022	0.052	0.127	0.084	0.020	0.119	0.210	0.183	0.021	0.038	0.095	0.057	0.013
UF4	0.024	0.031	0.026	0.001	0.027	0.039	0.033	0.003	0.019	0.023	0.021	0.001	0.020	0.024	0.022	0.001
UF5	0.079	0.593	0.265	0.120	0.091	0.254	0.142	0.033	0.079	0.521	0.215	0.131	0.088	0.154	0.132	0.014
UF6	0.066	0.529	0.380	0.108	0.037	0.542	0.193	0.114	0.064	0.432	0.266	0.103	0.021	0.065	0.038	0.011
UF7	0.003	0.005	0.004	0.000	0.007	0.008	0.007	0.000	0.003	0.242	0.046	0.082	0.003	0.009	0.004	0.001
Mean	0.026	0.105	0.062	0.023	0.027	0.095	0.051	0.019	0.026	0.107	0.060	0.027	0.016	0.029	0.021	0.003

TABLE II
SUMMARY OF THE IGD+ RESULTS ATTAINED FOR PROBLEMS WITH THREE OBJECTIVES

	MOEA/D				NSGA-II				R2-EMOA				VSD-MOEA			
	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std	Min	Max	Mean	Std
WFG1	0.080	0.100	0.090	0.005	0.142	0.179	0.160	0.010	0.058	0.098	0.079	0.010	0.049	0.070	0.058	0.006
WFG2	0.057	0.068	0.063	0.002	0.073	0.133	0.097	0.014	0.102	0.104	0.103	0.000	0.031	0.048	0.037	0.004
WFG3	0.023	0.023	0.023	0.000	0.031	0.061	0.039	0.005	0.022	0.023	0.022	0.000	0.033	0.033	0.033	0.000
WFG4	0.127	0.127	0.127	0.000	0.121	0.144	0.132	0.005	0.095	0.098	0.097	0.001	0.090	0.094	0.093	0.001
WFG5	0.177	0.184	0.181	0.002	0.160	0.186	0.170	0.005	0.147	0.158	0.153	0.003	0.140	0.150	0.146	0.003
WFG6	0.155	0.205	0.175	0.012	0.159	0.196	0.177	0.009	0.122	0.151	0.140	0.007	0.156	0.173	0.166	0.005
WFG7	0.127	0.127	0.127	0.000	0.113	0.138	0.123	0.007	0.094	0.102	0.097	0.001	0.092	0.094	0.094	0.001
WFG8	0.189	0.194	0.192	0.001	0.244	0.274	0.256	0.008	0.161	0.166	0.163	0.001	0.099	0.154	0.109	0.015
WFG9	0.130	0.240	0.154	0.036	0.138	0.246	0.224	0.025	0.099	0.211	0.119	0.037	0.099	0.210	0.118	0.036
DTLZ1	0.014	0.014	0.014	0.000	0.017	0.020	0.018	0.001	0.013	0.014	0.014	0.000	0.014	0.014	0.014	0.000
DTLZ2	0.027	0.027	0.027	0.000	0.030	0.036	0.032	0.001	0.023	0.024	0.023	0.000	0.024	0.025	0.024	0.000
DTLZ3	0.027	0.027	0.027	0.000	0.027	0.032	0.030	0.001	0.023	0.023	0.023	0.000	0.024	0.025	0.024	0.000
DTLZ4	0.027	0.595	0.092	0.181	0.028	0.036	0.032	0.001	0.023	0.595	0.190	0.225	0.024	0.025	0.024	0.000
DTLZ5	0.003	0.003	0.003	0.000	0.003	0.003	0.003	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ6	0.022	0.163	0.087	0.032	0.126	0.224	0.187	0.027	0.003	0.136	0.069	0.033	0.002	0.002	0.002	0.000
DTLZ7	0.045	0.045	0.045	0.000	0.038	0.052	0.044	0.003	0.060	0.087	0.079	0.008	0.027	0.029	0.028	0.000
UF8	0.048	0.365	0.069	0.051	0.093	0.220	0.178	0.031	0.027	0.159	0.033	0.022	0.025	0.034	0.029	0.002
UF9	0.041	0.151	0.086	0.049	0.106	0.314	0.139	0.049	0.025	0.137	0.094	0.053	0.022	0.028	0.024	0.001
UF10	0.163	0.565	0.294	0.125	0.198	0.658	0.261	0.080	0.159	0.553	0.257	0.131	0.070	0.187	0.103	0.026
Mean	0.078	0.170	0.099	0.026	0.097	0.166	0.121	0.015	0.066	0.150	0.093	0.028	0.054	0.074	0.059	0.005

TABLE III
STATISTICAL TESTS AND DETERIORATION LEVEL OF THE IGD+ FOR TWO OBJECTIVES

	↑	↓	↔	Deterioration
MOEA/D	23	34	12	0.979
NSGA-II	11	49	9	0.725
R2-EMOA	34	22	13	0.922
VSD-MOEA	51	14	4	0.036

TABLE IV
STATISTICAL TESTS AND DETERIORATION LEVEL OF THE IGD+ FOR THREE OBJECTIVES

	↑	↓	↔	Deterioration
MOEA/D	15	37	5	0.787
NSGA-II	6	46	5	1.214
R2-EMOA	35	16	6	0.669
VSD-MOEA	49	6	2	0.039