



Centro de Investigación en Matemáticas, A. C.

## **Protocolo de investigación**

Título de la tesis:

**Importancia de la diversidad y criterio de parada en el  
diseño de optimizadores estocásticos**

Para obtener el grado de:

**Doctorado en ciencias con orientación en ciencias  
de la computación**

Por:

Joel Chacón Castillo

Director de tesis

Dr. Carlos Segura González

Centro de Investigación en Matemáticas, A. C. (CIMAT),  
Guanajuato, Gto, México

Junio 2019

# Índice general

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Protocolo de investigación</b>   | <b>1</b>  |
| 1.1. Introducción y antecedentes . . . . .  | 1         |
| 1.1.1. Optimizadores estocásticos poblacionales . . . . .   | 1         |
| 1.1.2. Definición del problema . . . . .  | 3         |
| 1.1.3. Principios de diseño de un algoritmo estocástico po-<br>blacional . . . . .                                | 4         |
| 1.1.4. Importancia de la diversidad, criterio de parada y<br>tiempo transcurrido en optimización combinatoria . . | 5         |
| 1.2. Estado del arte . . . . .  | 5         |
| 1.2.1. Revisión de la literatura en relación a la diversidad . .  | 6         |
| 1.2.2. Algoritmos mono-objetivo que consideran la diversidad  | 11        |
| 1.2.3. Algoritmos multi-objetivo que consideran la diversi-<br>dad en el espacio de las variables . . . . .       | 12        |
| 1.3. Hipótesis . . . . .  | 14        |
| 1.4. Objetivos . . . . .  | 15        |
| 1.5. Propuestas iniciales . . . . .   | 15        |
| 1.5.1. Descripción de la propuesta basada en evolución dife-<br>rencial (mono-objetivo) . . . . .                 | 16        |
| 1.5.2. Descripción de la propuesta multi-objetivo . . . . .   | 17        |
| 1.5.3. Descripción de la propuesta aplicada . . . . .   | 17        |
| 1.5.4. Descripción propuesta del operador de cruce binario<br>simulado . . . . .                                  | 18        |
| 1.6. Líneas de trabajo . . . . .  | 18        |
| 1.7. Cronograma . . . . .   | 20        |
| <b>Bibliografía</b>   | <b>21</b> |

# Protocolo de investigación

## 1.1. Introducción y antecedentes

Los Algoritmos Evolutivos (Evolutionary Algorithms — eas) son considerados como uno de los enfoques con mayor eficacia para resolver distintas categorías de problemas de optimización. Se han desarrollado diversas variantes que han sido aplicadas en múltiples campos, como en transporte, economía o ingeniería. Particularmente, se han aplicado tanto en problemas del dominio continuo (Glover y Kochenberger, 2005) como del dominio discreto (Segredo, Carlos Segura y León, 2011). En general, los eas han sido especialmente exitosos en la resolución de problemas complejos en donde los enfoques exactos no son actualmente aplicables, como por ejemplo, en problemas NP-completos con espacios de búsqueda grandes (Chakraborty, 2008).

### 1.1.1. Optimizadores estocásticos poblacionales

De acuerdo a Voß y col., 2012, una meta-heurística es un proceso maestro iterativo que guía y modifica un conjunto de operaciones heurísticas con el fin de producir de forma eficiente soluciones de calidad. Las operaciones podrían manipular una solución completa o incompleta, o incluso un conjunto de soluciones por iteración. Las heurísticas subordinadas podrían ser procedimientos de alto o bajo nivel, como una búsqueda local simple, o un método constructivo. Además, algunas de las clasificaciones bastante utilizadas en la literatura distinguen entre (Beheshti y Shamsuddin, 2013):

- Inspirado en la naturaleza y no-inspirado en la naturaleza.
- En base a la población y en base a un simple punto.

La cantidad de metaheurísticas propuestas ha crecido enormemente en los últimos años. La figura 1.1 muestra algunas de las metaheurísticas más populares, clasificadas con base en varias categorías, destacando si son o no técnicas poblacionales. Este trabajo se enfoca principalmente en las meta-heurísticas poblacionales, es decir, aquellas que consideran múltiples soluciones en cada iteración. Algunas de las metaheurísticas poblacionales más populares son las siguientes:

- Algoritmos genéticos (Genetic algorithm).
- Programación genética (Genetic programming).
- Programación evolutiva (Evolutionary programming).
- Evolución diferencial (Differential evolution).
- Búsqueda dispersa (Scatter search).
- Estrategia evolutiva (Evolutionary strategy).
- Algoritmos de estimación de distribución (Estimation of distribution algorithm).
- Optimización por enjambre de partículas (Particle Swarm optimization).
- Algoritmos de optimización por colonias de hormigas (Ant colony optimization algorithms).

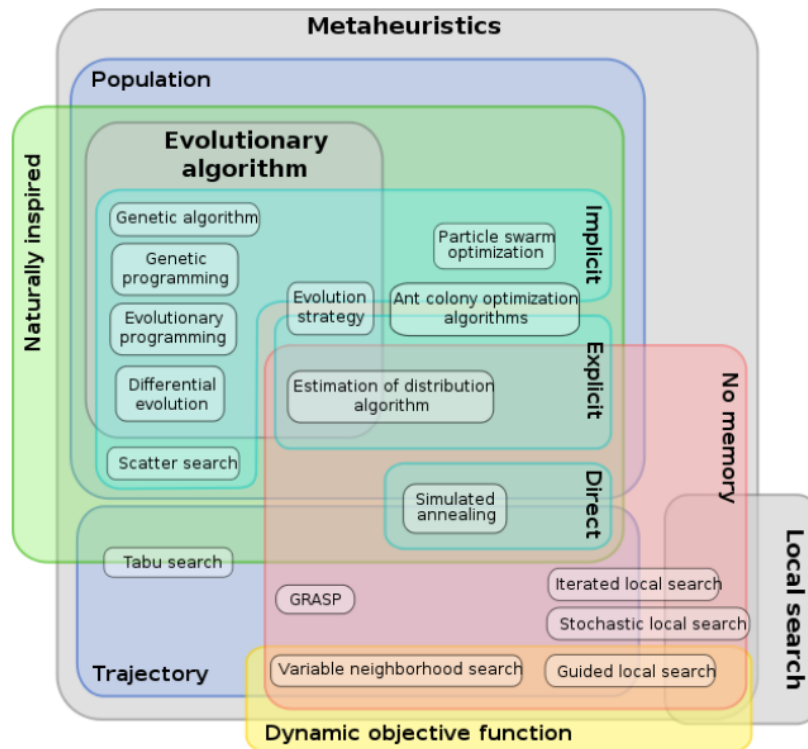


Figura 1.1: Metaheurísticas más populares con base en varios criterios de clasificación.  
Figura tomada de Beheshti y Shamsuddin, 2013.

### 1.1.2. Definición del problema

Actualmente, las metaheurísticas clasificadas como poblacionales son de las más utilizadas, especialmente al considerar ejecuciones de largo plazo (Glover y Kochenberger, 2005). Sin embargo, a pesar de su éxito la mayoría sufren bajo ciertas condiciones de uso problemas de convergencia acelerada y no es fácil controlar la velocidad a la que las mismas convergen. En consecuencia el proceso de búsqueda se puede estancar casi desde el inicio de su tiempo total de ejecución por lo que se desperdiciarían recursos valiosos durante el resto de su ejecución. Este problema es especialmente notorio al considerar ejecuciones de largo plazo.

### **1.1.3. Principios de diseño de un algoritmo estocástico poblacional**

La experiencia que se ha ganado a lo largo de los años permite concluir que a la hora de diseñar un algoritmo evolutivo — o de forma más general un algoritmo poblacional — es muy importante conseguir inducir un balanceo adecuado entre la exploración e intensificación del espacio de búsqueda (Herrera y Lozano, 1996). Nótese en este punto que, de manera informal, la exploración del espacio de búsqueda consiste en evaluar regiones del espacio de búsqueda que no han sido muestreadas con el fin de detectar regiones promisorias, mientras que la explotación consiste en muestrear en zonas ya evaluadas previamente para realizar una búsqueda más profunda con el fin de encontrar soluciones más refinadas y de mayor calidad. Cuando en los algoritmos poblacionales todas o casi todas las soluciones están en regiones distantes — alta diversidad — se produce habitualmente una búsqueda exploratoria, es decir, muchas de las nuevas soluciones evaluadas serán distantes a las ya evaluadas anteriormente. Sin embargo, cuando casi todas las soluciones están en una o en unas pocas regiones, se suele producir una búsqueda intensificadora. Uno de los problemas en el diseño de los algoritmos evolutivos y otros esquemas poblacionales es que en muchos casos no se comprenden todas las implicaciones que los diferentes componentes tienen sobre el mantenimiento de la diversidad de la población y en consecuencia sobre el balanceo entre exploración e intensificación (Črepinšek, S.-H. Liu y Mernik, 2013a). Por ello, analizar el comportamiento y rediseñar con base en lo que está ocurriendo en este aspecto, es parte del proceso de diseño de los algoritmos evolutivos.

Relacionado con lo anterior, aparece el concepto de convergencia prematura (Črepinšek, S.-H. Liu y Mernik, 2013a). Se dice que un algoritmo converge de forma prematura cuando mucho antes de alcanzar el criterio de paro, todas las soluciones están en una zona muy pequeña del espacio de búsqueda. En este sentido, a partir de ese momento es difícil seguir mejorando las soluciones de forma significativa ya que con alta probabilidad sólo se va a realizar un muestreo de soluciones en dicha región. Por ello, es importante detectar si esto ocurre y en tal caso rediseñar algunos aspectos del algoritmo para preservar una i mayor diversidad. Sin embargo, si la población es muy diversa durante todo el proceso de búsqueda, se podría no alcanzar un

grado adecuado de intensificación y por lo tanto se tendría una convergencia lenta que posiblemente también resultaría en soluciones de baja calidad.

#### **1.1.4. Importancia de la diversidad, criterio de parada y tiempo transcurrido en optimización combinatoria**

En los últimos años, algunos de los trabajos más exitosos en el área de optimización combinatoria mono-objetivo han incluido mecanismos para gestionar diversidad de forma explícita en el espacio de las variables considerando para ello el tiempo transcurrido y el criterio de parada. Este tipo de métodos han encontrado los mejores resultados en varios problemas de optimización combinatoria, como es el problema de asignación de frecuencias «A multiobjectivised memetic algorithm for the frequency assignment problem» (Segredo, Carlos Segura y León, 2011), el problema del Sudoku «The importance of diversity in the application of evolutionary algorithms to the Sudoku problem» (Carlos Segura, Peña y col., 2016), el problema del agente viajero «A Novel Diversity-based Evolutionary Algorithm for the Traveling Salesman Problem» (Carlos Segura, Botello Rionda y col., 2015), el problema de particionado de grafos «Memetic algorithm with hungarian matching based crossover and diversity preservation» (Romero Ruiz y Carlos Segura, 2018), o el problema de embalaje bidimensional «Memetic algorithms and hyperheuristics applied to a multiobjectivised two-dimensional packing problem» (Segredo, Carlos Segura y León, 2014). Por ello, se puede concluir que en dicha área, rediseñar las componentes de los algoritmos evolutivos tomando decisiones con base en la diversidad, criterio de parada y tiempo o generaciones transcurridos es de vital importancia.

## **1.2. Estado del arte**

En esta sección se presentan algunos de los algoritmos que implementan mecanismos para administrar la diversidad en el espacio de las variables. Particularmente, en el campo multi-objetivo no hay propuestas que explícitamente administre la diversidad en el espacio de las variables y que además

consideren el tiempo transcurrido y el criterio de parada. Sin embargo, se revisan las que sí toman en cuenta la diversidad, aunque sin relacionarla con criterio de parada o tiempo transcurrido.

### **1.2.1. Revisión de la literatura en relación a la diversidad**

En relación al diseño de los algoritmos evolutivos, se puede observar que en sus inicios la mayoría de enfoques fueron esquemas generacionales (Kenneth A De Jong, 2006) en los que las soluciones hijas reemplazaban a la población anterior sin importar su respectiva aptitud o grado de diversidad. En estos esquemas iniciales se usaba la selección de padres para promover que el proceso de muestreo se realizara con mayor probabilidad en las regiones más promisorias encontradas. Por ello, con el propósito de alcanzar un balanceo adecuado entre exploración e intensificación, se desarrollaron muchas estrategias de selección de padres que permitían centrarse con mayor o menor velocidad en las regiones promisorias. Además, se desarrollaron alternativas que modifican otros aspectos como la estrategia de variación (Herrera y Lozano, 2003) y/o el modelo poblacional (Alba, 2005). En la mayor parte de los algoritmos evolutivos más recientes, se introduce además una fase de reemplazamiento (Eiben, Smith y col., 2003) por lo que la nueva población no tiene que formarse exclusivamente con los hijos, más bien se usan mecanismos para combinar la población anterior con la población hija y determinar así los nuevos sobrevivientes. En este contexto, se suele introducir elitismo en los algoritmos, es decir, el mejor individuo encontrado sobrevivirá a la siguiente generación (Eshelman, 1991). De esta forma, ahora también se puede modificar esta última fase para conseguir el balanceo apropiado entre exploración e intensificación.

La convergencia prematura es una problemática muy conocida en el ámbito de los algoritmos evolutivos por lo que se han desarrollado gran cantidad de técnicas para lidiar con la misma (Pandey, Chaudhary y Mehrotra, 2014). Estas técnicas modifican de manera directa o indirecta la cantidad de diversidad mantenida por el algoritmo (Črepinšek, S.-H. Liu y Mernik, 2013b) y varían desde técnicas generales hasta mecanismos dependientes de un problema dado. En este apartado se revisan algunas de las técnicas generales más populares.



### **Clasificaciones de mecanismos para promover la diversidad**

Debido a la gran cantidad de métodos desarrollados en esta área, se han propuesto varias clasificaciones de los mismos. Liu et al. S.-H. Liu, Mernik y Bryant, 2009 propusieron diferenciar entre los enfoques uni-proceso y multi-proceso. En el enfoque uni-proceso se modifica la preservación de la diversidad actuando sobre un único componente del algoritmo. Es importante hacer énfasis que en los enfoques uni-proceso no se excluye el uso de otros componentes en el proceso de exploración y/o intensificación, pero sólo se modifica una componente para conseguir un balanceo adecuado. Por otra parte, en los enfoques multi-proceso se tienen en cuenta las implicaciones que varios componentes provocan sobre el balanceo, y se actúa modificando o rediseñando varios de ellos hasta conseguir el comportamiento adecuado. Los esquemas uni-proceso son mucho más habituales actualmente (Črepinšek, S.-H. Liu y Mernik, 2013a), y en particular las propuestas iniciales incluidas en este documento son mecanismos uni-proceso.

Extendiendo a lo anterior, se propuso una clasificación más específica (Črepinšek, S.-H. Liu y Mernik, 2013a), en la que se tiene en cuenta cuál es la componente que se cambia para categorizar a cada método. En este sentido, los más populares son los siguientes:

- **Enfoques basados en la selección:** son los más clásicos y se basan en cambiar la presión de selección que se produce hacia las zonas promisorias a la hora de realizar la selección de padres.
- **Enfoques basados en población:** se modifica el modelo poblacional utilizando algunas técnicas como variar el tamaño de la población de forma dinámica, eliminar individuos duplicados, utilizar técnicas de infusión o establecer un modelo basado en islas con migraciones.
- **Enfoques basados en la cruza y/o la mutación:** se basan en rediseñar los operadores de cruza y/o mutación, considerando en algunos casos información específica del problema. También se incluyen en este grupo opciones más generales como aplicar restricciones sobre el emparejamiento y/o incluir operadores disruptivos que podrían ser utilizados sólo en ciertos instantes del proceso de optimización.

### **Esquemas clásicos para administrar la diversidad**

Los primeros algoritmos evolutivos se basaron principalmente en esquemas generacionales que no incluían fase de reemplazo. En estos esquemas, la selección de padres era la principal responsable de que se muestrearan con mayor probabilidad las zonas más promisorias encontradas hasta el momento, y por tanto muchos de los primeros esquemas que trataron de evitar la convergencia prematura se basaron en modificar el proceso de selección de padres. Así, en los 90's se desarrollaron varios esquemas que alteraban la presión de selección (Eiben, Smith y col., 2003) de forma estática o dinámica. Sin embargo, con base en varios estudios teóricos y experimentales se observó que, generalmente, actuar exclusivamente sobre el operador de selección no es suficiente, especialmente cuando se quieren realizar ejecuciones a largo plazo, ya que se requerirían poblaciones excesivamente grandes para mantener un grado adecuado de diversidad.

Otra alternativa fue modificar los modelos poblacionales, encontrando en este grupo los esquemas basados en islas (Alba, 2005), los celulares o, más recientemente, los basados en *agrupaciones o clústeres* (Gao, Yen y S. Liu, 2014). La idea de introducir restricciones en el emparejamiento, principalmente con base en la ubicación de los individuos en el espacio de búsqueda también ha sido bastante exitosa aunque controlar los mismos para obtener el balanceo apropiado ante diferentes criterios de parada es bastante complejo. Por ejemplo, en algunos casos resultó ser más prometedor promover el emparejamiento entre individuos no similares (Eshelman, 1991), mientras que en otros escenarios se hace exactamente lo opuesto (Deb, 1989), siendo una muestra de la falta de generalidad de este tipo de técnicas. Otro problema común de muchas de las estrategias anteriores es que suelen introducir parámetros adicionales, por lo que el proceso de ajuste de parámetros, que ya de por sí es un problema importante en estos algoritmos, se vuelve aún más complejo. Es importante resaltar que todas estas estrategias clásicas no evitan por completo la convergencia sino que la idea es disponer de mecanismos para acelerarla o retrasarla.

Otra alternativa diferente ha sido adaptar la fase de variación. En este sentido se han desarrollado diversas técnicas para controlar los parámetros que se consideran en la variación con el propósito de adaptar el balanceo

entre exploración e intensificación. En algunos casos esto se consigue usando distintos valores en los parámetros para distintas etapas a lo largo del proceso de optimización (Yu y col., 2014), mientras que en otros casos se hacen cambios más drásticos y se consideran varios operadores con distintas propiedades (Lobo, Lima y Michalewicz, 2007). También existen mecanismos adaptativos que usan una memoria para almacenar información histórica sobre los efectos de la variación y con base en ello ir modificándola (Yuen y Chow, 2009). Cabe destacar que en la mayor parte de estos esquemas no se considera la diversidad de forma directa, sino que sólo se considera para analizar el comportamiento y con base en ello se procede a un rediseño.

Finalmente, un esquema muy sencillo pero no por ello menos importante es el basado en reinicios. En estos esquemas, en lugar de evitar la convergencia acelerada, se aplica un reinicio total o parcial de la población cada cierto número de generaciones o cuando se detecta que la población ha convergido. Con base en esto se han propuesto diversas estrategias para establecer los puntos de reinicio (Jansen, 2002). Estos esquemas se implementan de forma muy sencilla y en algunos casos han proporcionado mejoras significativas (V. K. Koumoussis y C. P. Katsaras, 2006) por lo que es un método a tener en cuenta, al menos como alternativa inicial. Es común combinar las estrategias basadas en reinicio con algunas de las técnicas anteriores, ya que dichas técnicas están basadas en mantener la diversidad, mientras que en esta última el objetivo es recuperar la diversidad.

### **Esquemas de reemplazamiento basados en diversidad**

Recientemente se han propuesto diversos mecanismos que modifican la fase de reemplazo para preservar la diversidad. La idea principal de estos esquemas es inducir un grado de exploración adecuado diversificando a los individuos sobrevivientes, de forma que los operadores de reproducción puedan generar nuevas soluciones en diferentes regiones en las siguientes generaciones. Para el caso de los evolutivos estos métodos están basados en el principio de que los operadores de cruce tienen un efecto de exploración al considerar individuos distantes y de intensificación al considerar individuos próximos (Eiben y Schippers, 1998).

El esquema de pre-selección propuesto por Cavicchio (Grefenstette, 1986) es uno de los primeros estudios en que utilizan la fase de reemplazamiento para controlar la diversidad. El esquema inicial de Cavicchio se extendió para generar el esquema denominado *amontonamiento o crowding* (Kenneth Alan De Jong, 1975), el cual ha sido muy popular en los últimos años (Mahfoud, 1992; Mengshoel, Galán y De Dios, 2014). El principio del crowding se basa en que los nuevos individuos que entren en la población sustituyan a individuos similares de generaciones anteriores, y con base en este principio, se han formulado diversas implementaciones.

En esta misma línea, se han propuesto otras estrategias de reemplazo con el propósito de promover la diversidad. Uno de los procedimientos más populares es la *Estrategia de Limpieza* (Clearing Strategy - CLR) Lozano, Herrera y Cano, 2008. En el procedimiento CLR se agrupan a los individuos en grupos denominados nichos, y los mejores individuos de cada nicho son preservados e incluidos en la población de la siguiente generación. Un inconveniente de este procedimiento es que los casos en que se detectan muchos nichos provocan una fuerte inmovilización de la población. Por ello, Petrowski (Pétrowski, 1996) propuso una variante para únicamente seleccionar a individuos cuya aptitud sea mejor que la media de la población.

Otros métodos de este grupo consideran funciones de aptitud que combinan la función objetivo original con la diversidad. Sin embargo, es complejo construir una función compuesta ya que las dos mediciones podrían no ser directamente compatibles, y por lo tanto, las funciones adecuadas suelen depender de cada problema. Una forma de suavizar este inconveniente fue propuesto en el algoritmo de combinación - COMB (Vidal y col., 2013) donde los individuos son ordenados y categorizados con base en su aptitud y contribución a la diversidad, y la función compuesta se diseña con base en el orden y no con base en los valores de función objetivo y contribución a diversidad. La principal desventaja del COMB es que requiere dos parámetros de usuario, aunque independientemente de esto, se ha usado con bastante éxito. Otra alternativa es el procedimiento *Reemplazamiento Basado en Contribución a la Diversidad y Sustitución del Peor* (Contribution of Diversity/Replace Worst - CD/RW - Lozano, Herrera y Cano, 2008). En el método CD/RW un nuevo individuo reemplaza a un miembro de la población cuyo rendimiento sea peor tanto en aptitud como en contribución a la diversidad. En caso de no encontrar un peor individuo bajo estos dos

criterios, se procede a reemplazar al peor individuo en la población considerando únicamente a la aptitud. Una última alternativa se basa en considerar a la contribución a la diversidad como un objetivo adicional y aplicar un esquema de optimización multi-objetivo Bui, Abbass y Branke, 2005 Mouret, 2011. Estos enfoques son identificados como algoritmos multi-objetivo basados en diversidad. Existen varias estrategias para calcular el objetivo auxiliar Carlos Segura, Coello, Miranda y col., 2013. Uno de los enfoques más populares consiste en calcular la contribución a la diversidad de cada individuo con base en la *Distancia al Vecino más Cercano* (Distance to the Closest Neighbor - DCN - Carlos Segura, Coello, Segredo y col., 2016) de entre los individuos que ya hayan sido seleccionados como supervivientes.

### **1.2.2. Algoritmos mono-objetivo que consideran la diversidad**

En optimización estocástica, específicamente en el caso mono-objetivo, se ha desarrollado una variedad de algoritmos evolutivos con el propósito de tratar aspectos relacionados con la falta de diversidad, específicamente la convergencia prematura (Črepinšek, S.-H. Liu y Mernik, 2013b). De hecho, la mayor parte de técnicas mencionadas en el apartado anterior han sido aplicadas en el ámbito de optimización mono-objetivo. Algunos de los algoritmos que toman en cuenta la diversidad para optimización mono-objetivo y que han tenido un rendimiento destacable son Saw-Tooth (V. Koumousis y C. Katsaras, 2006), CHC (Eshelman, 1991) y Multi-Dynamic (C. Segura y col., 2016). Este último esquema relaciona el manejo de diversidad en el espacio de las variables con el criterio de paro establecido. De esta forma, y dependiendo del criterio de paro, en las fases iniciales se promueve un mayor nivel de exploración y conforme van transcurriendo las generaciones se realiza un cambio gradual para obtener un mayor nivel de intensificación. Este control se puede realizar desde distintos enfoques, y se ha visto experimentalmente que actuar sobre varias fases puede ser beneficioso (Carlos Segura, Botello Rionda y col., 2015). Este tipo de métodos se han vuelto exitosos en optimización mono-objetivo, proporcionando el desarrollo de optimizadores que actualmente han encontrado los mejores resultados en varios problemas conocidos, como es el problema de ordenación lineal,

el problema de asignación de frecuencias «A multiobjectivised memetic algorithm for the frequency assignment problem» (Segredo, Carlos Segura y León, 2011), el problema del Sudoku «The importance of diversity in the application of evolutionary algorithms to the Sudoku problem» (Carlos Segura, Peña y col., 2016), el problema del agente viajero «A Novel Diversity-based Evolutionary Algorithm for the Traveling Salesman Problem» (Carlos Segura, Botello Rionda y col., 2015), entre otros.

### **1.2.3. Algoritmos multi-objetivo que consideran la diversidad en el espacio de las variables**

En optimización multi-objetivo es posible encontrar inconvenientes en cierta forma similares a los encontrados en problemas mono-objetivo. Sin embargo, al considerar varios objetivos que usualmente están en conflicto, los algoritmos del estado de arte mantienen diversidad de forma explícita en el espacio objetivo, lo que provoca que de forma indirecta se mantenga cierta diversidad en el espacio de las variables. De esta forma, en el caso multi-objetivo es importante distinguir entre lo que está ocurriendo en dos espacios, el primero consiste en el espacio de las variables, mientras que sus respectivas imágenes conforman el segundo espacio, es decir, el espacio objetivo. Dado que no existe una correspondencia directa entre la diversidad de los dos espacios (Shir y col., 2009), podemos concluir que un grado determinado de diversidad en el espacio objetivo no implica un grado determinado de diversidad en el espacio de las variables.

Dado que a la hora de hacer optimización multi-objetivo se quieren encontrar soluciones diversas en el espacio objetivo, los algoritmos evolutivos de optimización multi-objetivo están diseñados principalmente para mantener diversidad en el espacio objetivo y son muy pocos los que consideran la diversidad en el espacio de las variables.

Actualmente ya existen varios trabajos que consideran las implicaciones de la diversidad del espacio de las variables (Chacón y col., 2017). Una estrategia popular consiste en aplicar restricciones para realizar el emparejamiento de los individuos (Chiang y Lai, 2011). En varios estudios presentados en

«An Empirical Study on the Effect of Mating Restriction on the Search Ability of EMO Algorithms» por Ishibuchi y Shibata se define una restricción de emparejamiento teniendo en cuenta cercanía en el espacio de las variables. Estos mecanismos se basan en que emparejar individuos demasiado diferentes entre sí tiende a generar individuos distantes y no útiles en el espacio de búsqueda. Otra alternativa consiste en implementar esquemas de reinicios (Jaeggi y col., 2008; Piroonratana y Chaiyaratana, 2006). En el caso multi-objetivo no se ha establecido una propuesta en donde la diversidad sea administrada de forma explícita y que dependa del criterio de parada.

Con base en estudio de diversidad realizado por Chacón y col. en «A Novel MOEA/D Variant with Enhanced Variable Space Diversity Control: MOEA/D-EVSD» se ha comprobado que los algoritmos evolutivos multi-objetivo poseen problemas de diversidad muy similares a los que aparecen en el caso mono-objetivo.

Otros trabajos que tienen gran relevancia para la tesis son aquellos que tratan de resolver problemas mono-objetivo o multi-objetivo pero a la vez tratan de encontrar soluciones que sean diversas en el espacio de las variables Preuss, Naujoks y Rudolph, 2006. En especial, esta categoría de algoritmos pueden ser de interés en problemas de aplicación real en los que es necesario proporcionar soluciones bien distribuidas en el espacio de decisión (Deb y Tiwari, 2005; Rudolph, Naujoks y Preuss, 2007). Con base en las estrategias utilizadas para optimización mono-objetivo se han propuesto distintas técnicas de nichos en el campo de optimización multi-objetivo. De hecho uno de los primeros algoritmos evolutivos multi-objetivo que introducen este tipo de técnicas es el NPGA (Niche Pareto Genetic Algorithm - Horn, Nafpliotis y Goldberg, 1994). Este algoritmo es una variante del método de nichos con aptitud compartida (*fitness sharing niching method*). Posteriormente, Toffolo y Benini en el 2003 propusieron otro algoritmo para obtener soluciones diversas tanto en el espacio de las variables como en el espacio objetivo conocido como GDEA. Este algoritmo implementa dos criterios de selección, el primero por medio de una ordenación de soluciones no dominadas y el segundo consiste en una métrica para la diversidad en el espacio de las variables. En el 2005, Deb y Tiwari propusieron el “Omni-optimized” considerado como una generalización del NSGA-II. En este algoritmo se incorpora la diversidad en los dos espacios, además se propone un nuevo criterio de selección y se aplica la definición de dominancia- $\epsilon$ . Sin

## Hipótesis

embargo, en el proceso de selección únicamente se considera la diversidad de un espacio por cada generación.

En el 2005, Chan y Ray propusieron dos operadores de selección, para fomentar la diversidad en cada uno de los espacios. Particularmente, se implementaron estos operadores en los algoritmos KP<sub>1</sub> y KP<sub>2</sub>. Así, en cada generación se incorporan dos criterios para medir la diversidad de las soluciones en los espacios correspondientes. Estos son el hipervolumen de cada individuo para el espacio objetivo y un conteo de los vecinos para el espacio de las variables. En el 2009, Shir y col. propusieron una variante del NSGA-II conocido como “NSGA-II-agg”, donde se realiza la agregación de la diversidad presentada en los dos espacios. Uno de los primeros algoritmos basados en indicadores que considera la diversidad es el denominado DIVA (*Diversity Integrating Hypervolume-based Search Algorithm*) propuesto en el 2010 por Ulrich, Bader y Zitzler. En el mismo se combina la diversidad en el espacio de las variables y el indicador del hipervolumen. Un aspecto interesante de este algoritmo es que en el espacio de las variables se consideran vecindades en base a hiper-rectángulos.

Por otra parte, siendo parte de la familia de EDAs, se encuentra el MMEDA propuesto por Zhou, Zhang y Jin en el 2009. Este algoritmo implementa una fase donde la población se agrupa con base al espacio objetivo y posteriormente se genera un modelo probabilístico para la distribución de soluciones óptimas en el espacio de las variables. Este modelo trata de promover la diversidad en los dos espacios.

Como hemos destacado anteriormente, ninguno de estos trabajos anteriores considera de forma simultánea la diversidad y el tiempo transcurrido o criterio de parada establecida, por lo que consideramos que es muy difícil que estos esquemas de adapten correctamente al considerar diferentes criterios de parada.

### 1.3. Hipótesis

Como se ha discutido en los apartados anteriores, en la mayor parte de algoritmos poblacionales es muy difícil de controlar la velocidad de con-



## Objetivos

vergencia y por ello uno de los inconvenientes más comunes a la hora de aplicarlos es que aparezcan problemas de convergencia prematura, especialmente al realizar ejecuciones a largo plazo. La hipótesis de este trabajo es que se puede superar ampliamente el estado del arte, si a la hora de diseñar las diferentes componentes de los algoritmos poblacionales se tiene en cuenta tanto el tiempo transcurrido de ejecución como el criterio de parada para controlar de forma directa o indirecta la diversidad. Además, se hipotetiza que lo anterior es general, en el sentido de que aplica a diversos algoritmos poblacionales (no sólo los algoritmos evolutivos) y en diferentes áreas, como puede ser optimización mono-objetivo y multi-objetivo tanto para el caso continuo como para el caso discreto.

### 1.4. Objetivos

El objetivo general de esta tesis doctoral es analizar el comportamiento de la diversidad en las variables de decisión considerando ejecuciones a largo plazo en algoritmos estándar tanto mono-objetivo como multi-objetivo, y con base en dichos análisis, desarrollar algoritmos de optimización estocástica que, teniendo en cuenta el criterio de parada y el tiempo transcurrido, administren la diversidad en el espacio de las variables de decisión, y sean capaces de superar a los algoritmos más usados actualmente. De esta forma se desea estudiar y validar la hipótesis aplicando lo anteriores en los siguientes campos:

- Optimización mono-objetivo con funciones estándar.
- Optimización multi-objetivo con funciones estándar.
- Problemas aplicables a casos reales, tanto en mono-objetivo como en multi-objetivo.

### 1.5. Propuestas iniciales

Hasta este momento se han desarrollado varias propuestas iniciales para validar la hipótesis en varias áreas. En particular, se han concretado propuestas en mono-objetivo con una variante de Evolución Diferencial llamada

*"Differential Evolution with Enhanced Diversity Maintenance"*, en multi-objetivo con *"A Dominance-Based Multi-Objective Evolutionary Algorithm with Explicit Variable Space Diversity Management"*, en un problema aplicado con *"A Novel Memetic Algorithm with Explicit Control of Diversity for the Menu Planning Problem"* y un estudio que relaciona el criterio de parada con los componentes internos del operador de cruce SBX en *"Analysis and Enhancement of Simulated Binary Crossover"*. Las primeras tres propuestas se basan en la misma idea básica: incorporar un mecanismo de reemplazo en el cual se gestione la diversidad de forma explícita en el espacio de las variables de decisión considerando el criterio de parada y el tiempo transcurrido. En cada caso, se ha aplicado a un área diferente (mono-objetivo continuo, mono-objetivo combinatorio y multi-objetivo continuo) por lo que cada uno de ellos tiene diferencias importantes en cuanto a como adaptar dicho principio al caso específico. La última propuesta incorpora el criterio de parada y el tiempo transcurrido en los mecanismos internos del operador de cruce SBX *"Analysis and Enhancement of Simulated Binary Crossover"*. Para mayor detalle se incluye un documento anexo para cada una de estas alternativas y en este documento, se ofrece un resumen con las características principales.

### **1.5.1. Descripción de la propuesta basada en evolución diferencial (mono-objetivo)**

En el trabajo de evolución diferencial, principalmente se proponen dos mecanismos novedosos que se incluye en una evolución diferencial estándar. El primero consiste en una fase de reemplazo en la cual se gestiona la diversidad de los individuos de forma explícita. Esta estrategia relaciona el tiempo transcurrido con el criterio de parada de forma que se evita la convergencia acelerada a ciertas regiones del espacio de búsqueda. El segundo mecanismo involucra un archivo de vectores elite con el propósito de mantener a aquellos individuos que se encuentran en regiones promisorias, pero que en dicho momento no son suficiente distantes de los individuos actuales como para ser mantenidos en la población. Dichos soluciones podrían ser reconsideradas en el futuro, cuando los requerimientos de diversidad sean menores.

Los resultados obtenidos fueron notablemente mejor que el estado del arte inclusive considerando otros mecanismos de reemplazo para gestionar la diversidad. Una observación en la parte de la validación experimental es que el conjunto de vectores elite mantenían diversidad de forma implícita, es decir, que incluso sin forzar la diversidad en los mismos, se mantenían soluciones distantes entre sí.

### **1.5.2. Descripción de la propuesta multi-objetivo**

Aunque se han realizado varios trabajos relacionados con la diversidad en el espacio de las variables del ámbito multi-objetivo (ver sección 1.2) ningún trabajo ha alcanzado resultados significativamente superiores a otros algoritmos multi-objetivo que no consideran dicha diversidad. Consideramos que uno de los inconvenientes de los métodos en este sentido es que tratan de mantener diversidad todo el tiempo, lo que puede ser contraproducente. Por ello, se propone el primer método que considera un modelo de preservación de diversidad dinámico lineal donde se toma en cuenta el tiempo transcurrido y el criterio de parada. A grandes rasgos, en la propuesta se propone una fase de reemplazo similar a la utilizada en evolución diferencial pero al que se le incluye un estimador de densidad del espacio de los objetivos. Además, la fase de reemplazo en la propuesta multi-objetivo considera la típica ordenación por frentes usados en los algoritmos basados en dominancia. Por otra parte, el estimador de densidad se basa en la distancia entre el espacio dominado por la soluciones de referencia y la solución actual.

### **1.5.3. Descripción de la propuesta aplicada**

En esta propuesta se considera el problema de planeación de menú. Este problema consiste en seleccionar de forma automática un conjunto de platillos (previamente propuestos por expertos) para cafeterías escolares. Los platillos están conformados por el plato de entrada, plato fuerte y postre. Particularmente, este problema es un problema de optimización combinatoria con restricciones. Las restricciones están relacionadas con la cantidad de nutrientes que se deben tomar en las dietas. En este problema se

## Líneas de trabajo

consideran tres aportaciones: se incorpora una fase de reemplazo similar a la aplicada en evolución diferencial (*Best Non-Penalized Survivor Strategy* - BNP), se propone un operador de cruce (*Similarity Based Crossover* - SX) y se aplica una búsqueda local por escalada (*First-improvement hill climbing*). De estas tres aportaciones, la única esencial para analizar la hipótesis de este trabajo es la primera. Sin embargo, sin incorporar las otras dos modificaciones, sería necesario realizar ejecuciones a muy largo plazo para llegar a soluciones de alta calidad. En los resultados se observa que basta con realizar ejecuciones a mediano plazo (dos horas) para obtener resultados superiores al estado del arte.

### 1.5.4. Descripción propuesta del operador de cruce binario simulado

En esta parte se describen las modificaciones realizadas para el operador de cruce binario simulado "*Simulated Binary Crossover*", que permitieron generar el operador dinámico de cruce binario simulado "*Dynamic Simulated Binary Crossover* - DSXB". La idea principal de esta propuesta es utilizar el tiempo transcurrido y el criterio de parada para modificar la forma en que actúa el operador de cruce. Así, se modifican varios aspectos como son la apertura de la curva de distribución o la cantidad de información que se hereda de los individuos padre a los individuos hijo sin sufrir modificación. En este estudio no se preserva la diversidad de forma explícita, sin embargo se observa la importancia de considerar el criterio de parada y el tiempo transcurrido en los operadores de un algoritmo evolutivo.

## 1.6. Líneas de trabajo

En este apartado se exponen las distintas líneas que se deben trabajar para el término correcto de la tesis doctoral. En color azul están aquellas líneas de trabajo que ya están concluidas o casi concluidas. En color gris se presentan un conjunto de líneas no obligatorias. Estas son líneas de trabajo que podrían aportar conclusiones adicionales, pero que el director de tesis no considera

obligatorias para la validación adecuada de la hipótesis de estudio. En color negro aparecen las líneas de trabajo obligatorias que se deben desarrollar para concluir la tesis de forma exitosa. La línea CIANNA se refiere a un trabajo de vinculación que se realizará con el Centro Integral de Atención a Niñas, Niños y Adolescentes, el cual consiste en un trabajo similar al de planeación de menús. Dicho proyecto está en espera de ser aprobado por la SICES (Secretaría de Innovación, Ciencia y Educación Superior). En caso de ser aprobado pasaría a ser una línea obligatoria.

■ **Mono-objetivo**

- Evolución Diferencial - 99 %.
- Optimización de Partículas (PSO) - 0 %.
- Algoritmos de Estimación de Distribución (EDA).

■ **Multi-objetivo**

- Algoritmos basados en dominancia.
  - Dominancia básico (Carlos Coello) - 90 %.
  - Memético - 30 %.
- Algoritmos basados en descomposición - 50 %.
- Algoritmos basados en indicadores - 20 %.
- Nuevo paradigma (Oliver Schütze) - 40 %.

■ **Aplicaciones**

- Problema de Planeación de Menú.
  - Académico (Coromoto - Mono-objetivo) 100 %.
  - CIANNA<sup>1</sup> - 0 %
  - Académico (Coromoto - Multi-objetivo) - 0 %.

■ **Comunes**

- Operadores 100 %.
- Escalabilidad en las variables ( LSGO ) - 40 %.
- Análisis de mediciones de la dispersión.

---

<sup>1</sup>Centro Integral de Atención de Niños, Niñas y Adolescentes

## Cronograma

### 1.7. Cronograma

Las líneas de trabajo están ordenadas por prioridad en la tabla 1.1, por su parte el trabajo *Análisis de mediciones de dispersión* y *Algoritmos de Estimación de Distribución* tienen asignado como fecha inicio y fin un signo de interrogación ya que no son líneas obligatorias. Sólo se llevarían a cabo, si se consigue desarrollar alguna de las otras líneas en menos tiempo del asignado inicialmente. Nótese que se asignan los primeros dos meses de cada año para redacción de la tesis (además de un periodo final de escritura) con el fin de ir avanzando en la escritura durante el propio desarrollo de los trabajos.

Cuadro 1.1: Cronograma líneas de trabajo

| <b>Fechas inicio</b> | <b>Fecha fin</b> | <b>Tema a trabajar</b>                          |
|----------------------|------------------|---|
| <b>Enero 2018</b>    | Julio 2019       | Algoritmos basados en dominancia                |
| Agosto 2019          | Diciembre 2019   | Algoritmos basados en descomposición            |
| Diciembre 2019       | Marzo 2019       | Problema de planeación de menú - multi-objetivo |
| Enero 2020           | Diciembre 2020   | Algoritmos basados en indicadores               |
| Marzo 2020           | Agosto 2020      | Nuevo paradigma                                 |
| Agosto 2021          | Noviembre 2021   | Optimización de partículas                      |
| Septiembre 2019      | Diciembre 2019   | CIANNA  |
| Septiembre 2020      | Enero 2021       | Algoritmo multi-objetivo memético               |
| Febrero 2021         | Julio 2021       | Escalabilidad en las variables (LSGO)           |
|                      | ?                | Análisis de mediciones de dispersión            |
|                      | ?                | Algoritmos de Estimación de Distribución        |
| Enero 2020           | Febrero 2020     | Redacción                                       |
| Enero 2021           | Febrero 2021     | Redacción                                       |
| October 2021         | Febrero 2022     | Redacción                                       |

# Bibliografía

- Alba, Enrique (2005). *Parallel metaheuristics: a new class of algorithms*. Vol. 47. John Wiley & Sons (vid. págs. 6, 8).
- Beheshti, Zahra y Siti Mariyam Hj Shamsuddin (2013). «A review of population-based meta-heuristic algorithms». En: *Int. J. Adv. Soft Comput. Appl* 5.1, págs. 1-35 (vid. págs. 1, 3).
- Bui, Lam Thu, Hussein A Abbass y Jürgen Branke (2005). «Multiobjective optimization for dynamic environments». En: *Evolutionary Computation, 2005. The 2005 IEEE Congress on*. Vol. 3. IEEE, págs. 2349-2356 (vid. pág. 11).
- Chacón, Joel y col. (2017). «A Novel MOEA/D Variant with Enhanced Variable Space Diversity Control: MOEA/D-EVSD». En: *Proceedings of the 2017 on Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion. GECCO '17 Companion*. ACM, In Press (vid. págs. 12, 13).
- Chakraborty, Uday K (2008). *Advances in differential evolution*. Vol. 143. Springer (vid. pág. 1).
- Chan, KP y T Ray (2005). «An evolutionary algorithm to maintain diversity in the parametric and the objective space». En: *International Conference on Computational Robotics and Autonomous Systems (CIRAS), Centre for Intelligent Control, National University of Singapore* (vid. pág. 14).
- Chiang, T. C. e Y. P. Lai (2011). «MOEA/D-AMS: Improving MOEA/D by an adaptive mating selection mechanism». En: *2011 IEEE Congress of Evolutionary Computation (CEC)*, págs. 1473-1480 (vid. pág. 12).
- Črepinšek, Matej, Shih-Hsi Liu y Marjan Mernik (2013a). «Exploration and Exploitation in Evolutionary Algorithms: A Survey». En: *ACM Computing Surveys* 45.3, 35:1-35:33 (vid. págs. 4, 7).
- Črepinšek, Matej, Shih-Hsi Liu y Marjan Mernik (2013b). «Exploration and Exploitation in Evolutionary Algorithms: A Survey». En: *ACM Computing Surveys* 45.3, 35:1-35:33 (vid. págs. 6, 11).

## Bibliografía

- De Jong, Kenneth A (2006). *Evolutionary computation: a unified approach*. MIT press (vid. pág. 6).
- De Jong, Kenneth Alan (1975). «Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems». En: (vid. pág. 10).
- Deb, Kalyanmoy (1989). «An investigation of niche and species formation in genetic function optimization». En: *ICGA'89*, págs. 42-50 (vid. pág. 8).
- Deb, Kalyanmoy y Santosh Tiwari (2005). «Omni-optimizer: A Procedure for Single and Multi-objective Optimization.» En: *EMO*. Vol. 3410. Springer, págs. 47-61 (vid. pág. 13).
- Eiben, Agoston E y Cornelis A Schippers (1998). «On evolutionary exploration and exploitation». En: *Fundamenta Informaticae* 35.1-4, págs. 35-50 (vid. pág. 9).
- Eiben, Agoston E, James E Smith y col. (2003). *Introduction to evolutionary computing*. Vol. 53. Springer (vid. págs. 6, 8).
- Eshelman, Larry J. (1991). «The CHC Adaptive Search Algorithm: How to Have Safe Search When Engaging in Nontraditional Genetic Recombination». En: *Foundations of Genetic Algorithms*. Ed. por Gregory J.E. Rawlins. Vol. 1. Morgan Kaufmann Publishers, págs. 265-283 (vid. págs. 6, 8, 11).
- Gao, Weifeng, Gary G Yen y Sanyang Liu (2014). «A cluster-based differential evolution with self-adaptive strategy for multimodal optimization». En: *IEEE transactions on cybernetics* 44.8, págs. 1314-1327 (vid. pág. 8).
- Glover, FW y GA Kochenberger (2005). «Handbook of Metaheuristics (International Series in Operations Research and Management Science)». En: *JOURNAL-OPERATIONAL RESEARCH SOCIETY* 56.5, págs. 614-614 (vid. págs. 1, 3).
- Grefenstette, John J (1986). «Optimization of control parameters for genetic algorithms». En: *IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics* 16.1, págs. 122-128 (vid. pág. 10).
- Herrera, Francisco y Manuel Lozano (1996). «Adaptation of genetic algorithm parameters based on fuzzy logic controllers». En: *Genetic Algorithms and Soft Computing* 8, págs. 95-125 (vid. pág. 4).
- Herrera, Francisco y Manuel Lozano (2003). «Fuzzy adaptive genetic algorithms: design, taxonomy, and future directions». En: *Soft Computing* 7.8, págs. 545-562 (vid. pág. 6).
- Horn, J., N. Nafpliotis y D. E. Goldberg (1994). «A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization». En: *Proceedings of the First*



## Bibliografía

- IEEE Conference on Evolutionary Computation. IEEE World Congress on Computational Intelligence*, 82-87 vol.1 (vid. pág. 13).
- Ishibuchi, Hisao y Youhei Shibata (2003). «An Empirical Study on the Effect of Mating Restriction on the Search Ability of EMO Algorithms». En: *Evolutionary Multi-Criterion Optimization: Second International Conference, EMO 2003, Faro, Portugal, April 8–11, 2003. Proceedings*. Ed. por Carlos M. Fonseca y col. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, págs. 433-447. ISBN: 978-3-540-36970-7 (vid. pág. 13).
- Jaeggi, DM y col. (2008). «The development of a multi-objective Tabu Search algorithm for continuous optimisation problems». En: *European Journal of Operational Research* 185.3, págs. 1192-1212 (vid. pág. 13).
- Jansen, Thomas (2002). «On the analysis of dynamic restart strategies for evolutionary algorithms». En: *International conference on parallel problem solving from nature*. Springer, págs. 33-43 (vid. pág. 9).
- Koumousis, V.K. y C.P. Katsaras (2006). «A saw-tooth genetic algorithm combining the effects of variable population size and reinitialization to enhance performance». En: 10.1, págs. 19-28 (vid. pág. 11).
- Koumousis, Vlasios K y Christos P Katsaras (2006). «A saw-tooth genetic algorithm combining the effects of variable population size and reinitialization to enhance performance». En: *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* 10.1, págs. 19-28 (vid. pág. 9).
- Liu, Shih-Hsi, Marjan Mernik y Barrett R Bryant (2009). «To explore or to exploit: An entropy-driven approach for evolutionary algorithms». En: *International Journal of Knowledge-based and Intelligent Engineering Systems* 13.3-4, págs. 185-206 (vid. pág. 7).
- Lobo, FJ, Cláudio F Lima y Zbigniew Michalewicz (2007). *Parameter setting in evolutionary algorithms*. Vol. 54. Springer Science & Business Media (vid. pág. 9).
- Lozano, Manuel, Francisco Herrera y José Ramón Cano (2008). «Replacement strategies to preserve useful diversity in steady-state genetic algorithms». En: *Information Sciences* 178.23, págs. 4421-4433 (vid. pág. 10).
- Mahfoud, Samir W (1992). «Crowding and preselection revisited». En: *Urban* 51, pág. 61801 (vid. pág. 10).
- Mengshoel, Ole J, Severino F Galán y Antonio De Dios (2014). «Adaptive generalized crowding for genetic algorithms». En: *Information Sciences* 258, págs. 140-159 (vid. pág. 10).

## Bibliografía

- Mouret, Jean-Baptiste (2011). «Novelty-based multiobjectivization». En: *New horizons in evolutionary robotics*. Springer, págs. 139-154 (vid. pág. 11).
- Pandey, Hari Mohan, Ankit Chaudhary y Deepti Mehrotra (2014). «A comparative review of approaches to prevent premature convergence in GA». En: *Applied Soft Computing* 24, págs. 1047-1077 (vid. pág. 6).
- Pétrowski, Alain (1996). «A clearing procedure as a niching method for genetic algorithms». En: *Evolutionary Computation, 1996., Proceedings of IEEE International Conference on*. IEEE, págs. 798-803 (vid. pág. 10).
- Piroonratana, Theera y Nachol Chaiyaratana (2006). «Improved multi-objective diversity control oriented genetic algorithm». En: *Artificial Intelligence and Soft Computing-ICAISC 2006*, págs. 430-439 (vid. pág. 13).
- Preuss, Mike, Boris Naujoks y Günter Rudolph (2006). «Pareto set and EMOA behavior for simple multimodal multiobjective functions». En: *PPSN*. Springer, págs. 513-522 (vid. pág. 13).
- Romero Ruiz, Emmanuel y Carlos Segura (2018). «Memetic algorithm with hungarian matching based crossover and diversity preservation». En: *Computación y Sistemas* 22.2 (vid. pág. 5).
- Rudolph, Günter, Boris Naujoks y Mike Preuss (2007). «Capabilities of EMOA to detect and preserve equivalent Pareto subsets». En: *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Springer, págs. 36-50 (vid. pág. 13).
- Segredo, Eduardo, Carlos Segura y Coromoto León (2011). «A multiobjectivised memetic algorithm for the frequency assignment problem». En: *Evolutionary Computation (CEC), 2011 IEEE Congress on*. IEEE, págs. 1132-1139 (vid. págs. 1, 5, 12).
- Segredo, Eduardo, Carlos Segura y Coromoto León (2014). «Memetic algorithms and hyperheuristics applied to a multiobjectivised two-dimensional packing problem». En: *Journal of Global Optimization* 58.4, págs. 769-794 (vid. pág. 5).
- Segura, Carlos, Salvador Botello Rionda y col. (2015). «A Novel Diversity-based Evolutionary Algorithm for the Traveling Salesman Problem». En: *Proceedings of the 2015 Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation*. GECCO '15. Madrid, Spain: ACM, págs. 489-496. ISBN: 978-1-4503-3472-3. DOI: 10.1145/2739480.2754802. URL: <http://doi.acm.org/10.1145/2739480.2754802> (vid. págs. 5, 11, 12).
- Segura, Carlos, Carlos A Coello Coello, Gara Miranda y col. (2013). «Using multi-objective evolutionary algorithms for single-objective optimization». En: *4OR* 11.3, págs. 201-228 (vid. pág. 11).

## Bibliografía

- Segura, Carlos, Carlos A Coello Coello, Eduardo Segredo y col. (2016). «A novel diversity-based replacement strategy for evolutionary algorithms». En: *IEEE transactions on cybernetics* 46.12, págs. 3233-3246 (vid. pág. 11).
- Segura, Carlos, S Ivvan Valdez Peña y col. (2016). «The importance of diversity in the application of evolutionary algorithms to the Sudoku problem». En: *Evolutionary Computation (CEC), 2016 IEEE Congress on*. IEEE, págs. 919-926 (vid. págs. 5, 12).
- Segura, C. y col. (2016). «A Novel Diversity-Based Replacement Strategy for Evolutionary Algorithms». En: *IEEE Transactions on Cybernetics* 46.12, págs. 3233-3246. ISSN: 2168-2267 (vid. pág. 11).
- Shir, Ofer M y col. (2009). «Enhancing Decision Space Diversity in Evolutionary Multiobjective Algorithms.» En: *EMO*. Vol. 9. Springer, págs. 95-109 (vid. págs. 12, 14).
- Toffolo, Andrea y Ernesto Benini (2003). «Genetic diversity as an objective in multi-objective evolutionary algorithms». En: *Evolutionary computation* 11.2, págs. 151-167 (vid. pág. 13).
- Ulrich, Tamara, Johannes Bader y Eckart Zitzler (2010). «Integrating decision space diversity into hypervolume-based multiobjective search». En: *Proceedings of the 12th annual conference on Genetic and evolutionary computation*. ACM, págs. 455-462 (vid. pág. 14).
- Vidal, Thibaut y col. (2013). «A hybrid genetic algorithm with adaptive diversity management for a large class of vehicle routing problems with time-windows». En: *Computers & operations research* 40.1, págs. 475-489 (vid. pág. 10).
- Voß, Stefan y col. (2012). *Meta-heuristics: Advances and trends in local search paradigms for optimization*. Springer Science & Business Media (vid. pág. 1).
- Yu, Wei-Jie y col. (2014). «Differential evolution with two-level parameter adaptation». En: *IEEE Transactions on Cybernetics* 44.7, págs. 1080-1099 (vid. pág. 9).
- Yuen, Shiu Yin y Chi Kin Chow (2009). «A genetic algorithm that adaptively mutates and never revisits». En: *IEEE transactions on evolutionary computation* 13.2, págs. 454-472 (vid. pág. 9).
- Zhou, Aimin, Qingfu Zhang y Yaochu Jin (2009). «Approximating the set of Pareto-optimal solutions in both the decision and objective spaces by an estimation of distribution algorithm». En: *IEEE transactions on evolutionary computation* 13.5, págs. 1167-1189 (vid. pág. 14).