

Remplir vos réponses directement sur le sujet. Merci d'indiquer votre nom. Un barème est donné à titre indicatif. Aucun document ni appareil électronique n'est autorisé.

Nom : Prénom :

1. (5 points) Calculer les dérivées par rapport à x des fonctions suivantes

$$f_1(x) = x^2 + \tan(3x), \quad f'_1(x) =$$

$$f_2(x) = e^{3x^2}, \quad f'_2(x) =$$

$$f_3(x) = \frac{1-x}{1+x}, \quad f'_3(x) =$$

$$f_4(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x}, \quad f'_4(x) =$$

$$f_5(x) = \cos(\cos(x)), \quad f'_5(x) =$$

2. (5 points) Calculer les valeurs des dérivées suivantes aux points indiqués :

(a) $f_1(x) = 5x^2 - 3x + 7$

$$f'_1(0) = \quad f'_1(1) =$$

(b) $f_2(x) = 2(x-2)^5 + 3(x-3)^4 + 11$

$$f'_2(2) = \quad f'_2(3) =$$

(c) $f_3(x) = \frac{\cos(3x)}{\sqrt{2}}$

$$f'_3(0) = \quad f'_3(\pi/6) =$$

(d) $f_4(x) = 5 \sin(6 - 2x) + x$

$$f'_4(3) = \quad f'_4(3 + \pi/3) =$$

(e) $f_5(x) = (2x - 5)^{10} - 1$

$$f'_5(1) = \quad f'_5(3) =$$

3. (a) **(4 points)** Donner les primitives des fonctions usuelles suivantes

$$f_1(x) = x^{101}, \quad F_1(x) =$$

$$f_2(x) = \sin(x), \quad F_2(x) =$$

$$f_3(x) = \sqrt[3]{x}, \quad F_3(x) =$$

$$f_4(x) = \frac{1}{x}, \quad F_4(x) =$$

(b) **(1 point)** Si f est une fonction, rappelez l'expression de la dérivée de $t \mapsto \ln(f(t))$ en fonction de $f(t)$ et $f'(t)$:

$$(\ln(f))'(t) =$$

(c) **(2 points)** En déduire l'expression d'une primitive $G(t)$ de $g(t) = \frac{\sin(\omega t)}{3 + \cos(\omega t)}$ où $\omega > 0$ est une constante.

$$G(t) =$$

4. **(3 points)** Calculer les intégrales suivantes :

$$\int_2^5 \frac{x-5}{3} dx =$$

$$\int_0^{t_0} A \exp\left(\frac{t-t_0}{\tau}\right) dt =$$

(où $A \in \mathbb{R}, t_0 > 0$ et $\tau > 0$ sont des constantes)

$$\int_0^\pi \cos\left(\frac{u}{2}\right) du =$$

$$\int_0^1 \frac{3}{2v+1} dv =$$