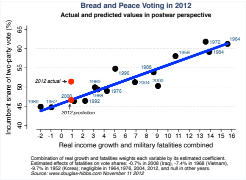
Modélisation généralisée

1. Modèles linéaires et modèles généralisés
2. Estimer des modèles linéaires généralisés dans R
3. La modélisation multiniveau, une généralisation du modèle linéaire
4. Utiliser la commande `lmer`



Modèles linéaires et modèles généralisés

La régression classique repose sur l'hypothèse de linéarité. Or, les processus étudiés peuvent obéir à bien d'autres formes fonctionnelles. Pour les modéliser, on recourt – dans certains cas – à des modèles linéaires généralisés, qui reposent sur :

- des transformations du vecteur des prédicteurs
- une fonction lien
- une distribution de la variable dépendante.

Un cas particulier : la régression logistique

La régression linéaire nécessite que la variable dépendante soit continue.
Lorsque la variable dépendante est binaire, on recourt à la régression logistique. Il s'agit d'une régression linéaire, dans laquelle on modélise non pas Y mais la probabilité que Y soit égale à 1. Pour faciliter l'estimation, on estime en réalité le logit de cette probabilité :

$$p = Pr(Y = 1)$$

$$\log(\frac{p}{1-p}) = \alpha + \beta x_i + \epsilon$$

Un cas particulier : la régression logistique

Les coefficients des régressions logistiques sont non linéaires et sont de ce fait difficiles à interpréter.
On regarde en général la pente autour de la moyenne de la variable indépendante, qu'on peut approximer en divisant par 4 le coefficient.
Une autre manière d'interpréter le coefficient est de le transformer en odd ratio.

Quelques classes de modèles linéaires généralisés

- Le modèle de Poisson : pour les données de décompte (et notamment les événements rares). Utilise la transformation logarithmique et une distribution de Poisson.
- Le modèle binomial-logistique porte également sur des données de décompte binaire (succès/échec). La transformation est une transformation de type logit, et la distribution est binomiale.
- Le modèle probit est un modèle comparable au modèle logit ; on substitue simplement une distribution normale à une distribution logistique. Les résultats sont très comparables.

Quelques classes de modèles linéaires généralisés

- Les modèles multinomiaux, ordonnés ou non ordonnés, logit ou probit, généralisent la régression logistique à une variable dépendante polytomique. Ils reposent sur la distribution multinomiale.
- Les modèles robustes sont des modèles de régression (linéaires ou logistiques) qui donnent aux erreurs une distribution permettant des valeurs extrêmes – habituellement une distribution t. Les coefficients sont ainsi moins sensibles aux *outliers*.

Estimer les modèles linéaires généralisés

Les modèles généralisés ne sont pas estimés au moyen des MCO mais de la méthode du maximum de vraisemblance (maximum likelihood). Il s'agit d'une méthode itérative, qui peut donc être gourmande en ressources.

Plusieurs indicateurs de goodness of fit sont employés : l'AIC, le BIC, le log de la vraisemblance (log-likelihood), la déviance. Tous dénotent un meilleur modèle lorsqu'ils s'approchent de zéro.

Estimer des modèles linéaires généralisés dans R

Généralement, `glm` permet d'estimer des modèles linéaires généralisés. Il faut ensuite spécifier le type de modèle et la nature du lien.

```
glm(y ~ x, family=binomial(link="logit"), data=data)
```

La famille peut être notamment :

- `binomial`
- `gaussian`
- `poisson`

Voir `?family`.

Un exemple de régression logistique

Utiliser le script `regBES.R`. On veut éudier la probabilité de voter travailliste (plutôt que conservateur) au Royaume-Uni en 2010.

```
regBES <- glm(vote ~ gender + age + income + ethnicity, data=BES,
                family = binomial(link="logit"))
```

```r
library(texreg)
screenreg(regBES, single.row=TRUE)
```

```
##
## =========================================
##                          Model 1
## -----------------------------------------
## (Intercept)                2.85 (0.53) ***
## genderFemale               0.07 (0.12)
## age                       -0.02 (0.00) ***
## income5001-10000          -0.82 (0.47)
## income10001-15000         -0.93 (0.46) *
## income15001-20000         -1.18 (0.46) *
## income20001-25000         -1.25 (0.47) **
## income25001-30000         -1.72 (0.48) ***
## income30001-35000         -2.18 (0.49) ***
## income35001-40000         -1.36 (0.49) **
## income40001-45000         -1.83 (0.51) ***
## income45001-50000         -1.58 (0.50) **
## income50001-60000         -1.91 (0.50) ***
## income60001-70000         -1.91 (0.52) ***
## income70001-80000         -1.35 (0.55) *
## income80001-90000         -2.07 (0.62) ***
## income90001 & over        -2.44 (0.51) ***
## ethnicityWhite British    -0.58 (0.22) **
## -----------------------------------------
## AIC                     1619.60
## BIC                     1711.31
## Log Likelihood          -791.80
## Deviance                1583.60
## Num. obs.               1206
## =========================================
## *** p < 0.001, ** p < 0.01, * p < 0.05
```

Utiliser la modélisation multiniveau ?

Utiliser la modélisation multiniveau ?

- Modélisation

Utiliser la modélisation multiniveau ?

- Modélisation
- Multiscalaire

Utiliser la modélisation multiniveau ?

- Modélisation
- Multiscalaire
- Variabilité spatiale des relations

Utiliser la modélisation multiniveau ?

- Modélisation
- Multiscalaire
- Variabilité spatiale des relations
- Contextes

La modélisation multiniveau

La modélisation multiniveau

- Multiniveau

La modélisation multiniveau

- Multiniveau
- Hiérarchique

La modélisation multiniveau

- Multiniveau
- Hiérarchique
- Mixtes

La modélisation multiniveau

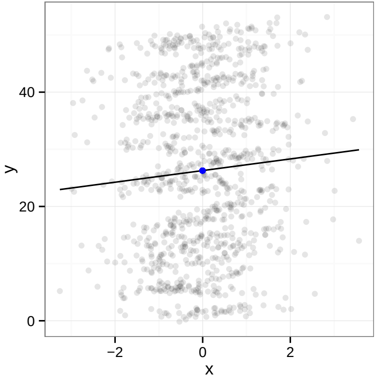
- Multiniveau
- Hiérarchique
- Mixtes
- À coefficients aléatoires

Une généralisation du modèle linéaire

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$$

avec

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$



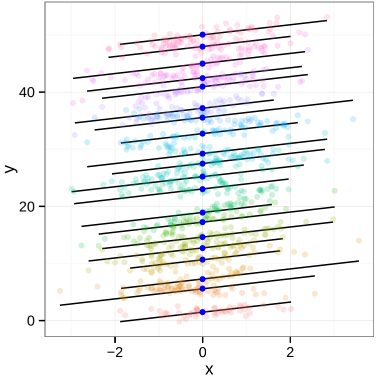
Une généralisation du modèle linéaire

$$y_i = \alpha_{j[i]} + \beta x_i + \epsilon_i$$

avec

$$\alpha_{j[i]} \sim N(\mu, \sigma_\alpha^2)$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$

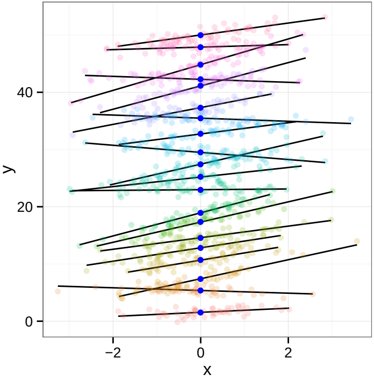


Une généralisation du modèle linéaire

$$y_i = \alpha_{j[i]} + \beta_{j[i]} x_i + \epsilon_i$$

avec

$$\alpha_{j[i]} \sim N(\mu_\alpha, \sigma_\alpha^2)$$
$$\beta_{j[i]} \sim N(\mu_\beta, \sigma_\beta^2)$$
$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$



Une généralisation du modèle linéaire

Modèle linéaire : hypothèse de constance des coefficients dans toutes les unités

Une généralisation du modèle linéaire

Modèle multiniveau : hypothèse sur la distribution (usuellement normale) de la distribution des coefficients

Une généralisation du modèle linéaire

$$y_i = \alpha_{j[i]} + \beta_{j[i]} x_i + \epsilon_i$$

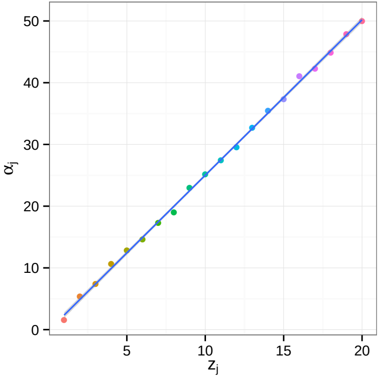
avec

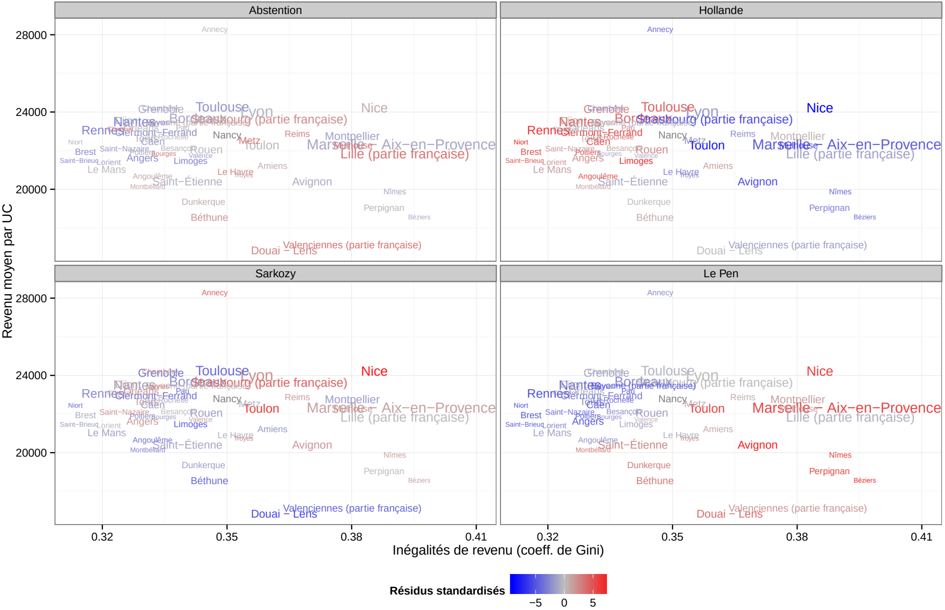
$$\alpha_{j[i]} = \mu_\alpha + \theta z_j + \gamma_j$$

$$\beta_{j[i]} \sim N(\mu_\beta, \sigma_\beta^2)$$

$$\epsilon_i \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$

$$\gamma_j \sim N(0, \sigma_\gamma^2)$$





Abstention
Hollande
Sarkozy
Le Pen
Revenu moyen par UC
28000
24000
20000
0.32
0.35
0.38
0.41
Inégalités de revenu (coeff. de Gini)
Résidus standardisés
−5
0
5

Utiliser la commande `lmer`

Le package `lme4` offre la commande `lmer` qui permet, sur le modèle de `lm`, d'estimer des modèles multiniveaux.

```
lmer(y ~ x + (1 + x | groupe), data = data)
```

Utiliser la commande `lmer`

Voir le script `regMarseille.R` pour une utilisation de `lmer` : les structures du vote FN à Marseille varient-elles d'un arrondissement à l'autre ?