Obliczenia Naukowe lista 4 - Sprawozdanie

Joel Kojma

7 grudnia 2025

Zad 1

Obliczam ilorazy różnicowe, według wzorów podanych na wykładzie. W każdej iteracji trzymam tylko aktualy rząd ilorazów różnicowych -> Unikam tablicy dwuwymiarowej.
W iteracji k zapisuję do tablicy wynikowej wartość w pierwszej komórce tablicy ilorazów różnicowych -> $f[x_0, x_1, \ldots, x_k]$

Zad 2

Algorytm został zaimplementowany tak jak jest podany w Zadaniu 8 Listy 4 z ćwiczeń.

Zad 3

Mamy wielomian w postaci Newtona:

$$P(x) = c_0 + c_1(x - x_0) + c_2(x - x_0)(x - x_1) + \ldots + c_n(x - x_0)(x - x_1) \cdots (x - x_{n-1})$$

gdzie $c_i = f[x_0, x_1, \ldots, x_i]$ to ilorazy różnicowe.
Wiem, że algorytm na rozwiązanie bierze się z tej postaci Newtona i że możnaby ją przekształcić do postaci Hornera, ale nie udało mi się dokładnie zrozumieć skąd się to bierze.

Zad 4

Pierwiastki Czebyszewa stopnia n wyliczamy ze wzoru:

$$x_j = \cos\left(\frac{(2j+1)\pi}{2n}\right), \quad j = 0, 1, \ldots, n-1$$

A następnie przeskalowujemy je do przedziału $[a, b]$ ze wzoru:

$$x'_j = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2} x_j$$

Wykres interpolowanej funkcji rysujemy na 1000 równomiernie rozmieszczonych punktach w przedziale $[a, b]$. Licząc wartość funkcji w punkcie używając funkcji warNewton.

Testy funkcji 1-4

Funkcje zostały przetestowane dla funkcji $f(x) = x^2$ i zwracają prawidłowe wyniki.

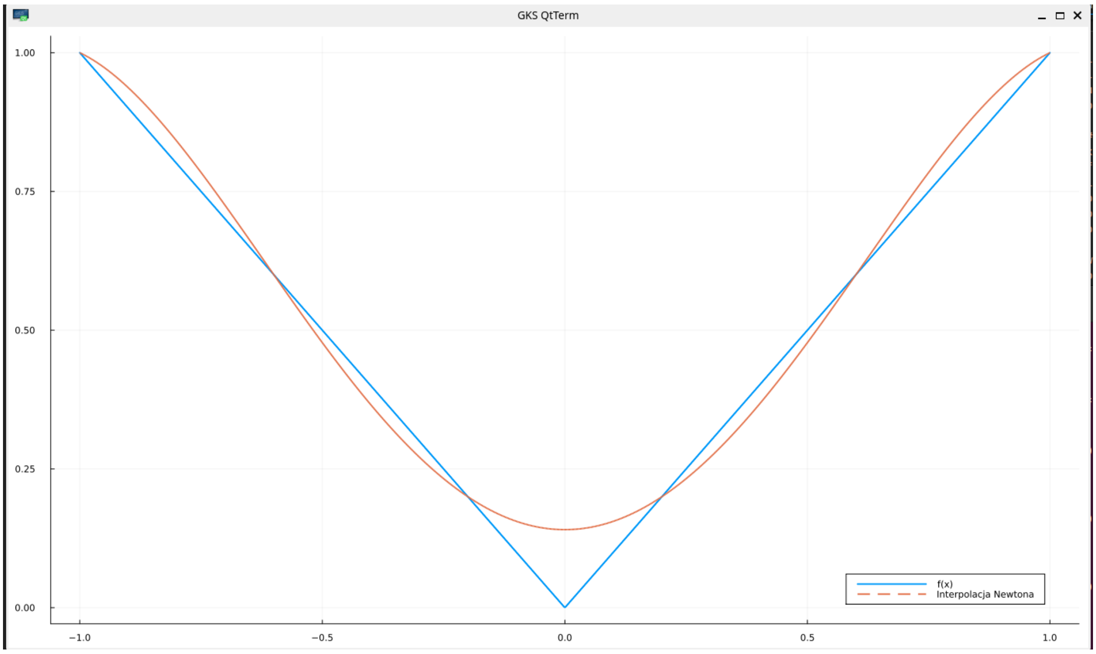
Zad 5

Obie interpolowane funkcje są bardzo dokładnie odwzorowane dla wszystkich $n = 5, 10, 15$

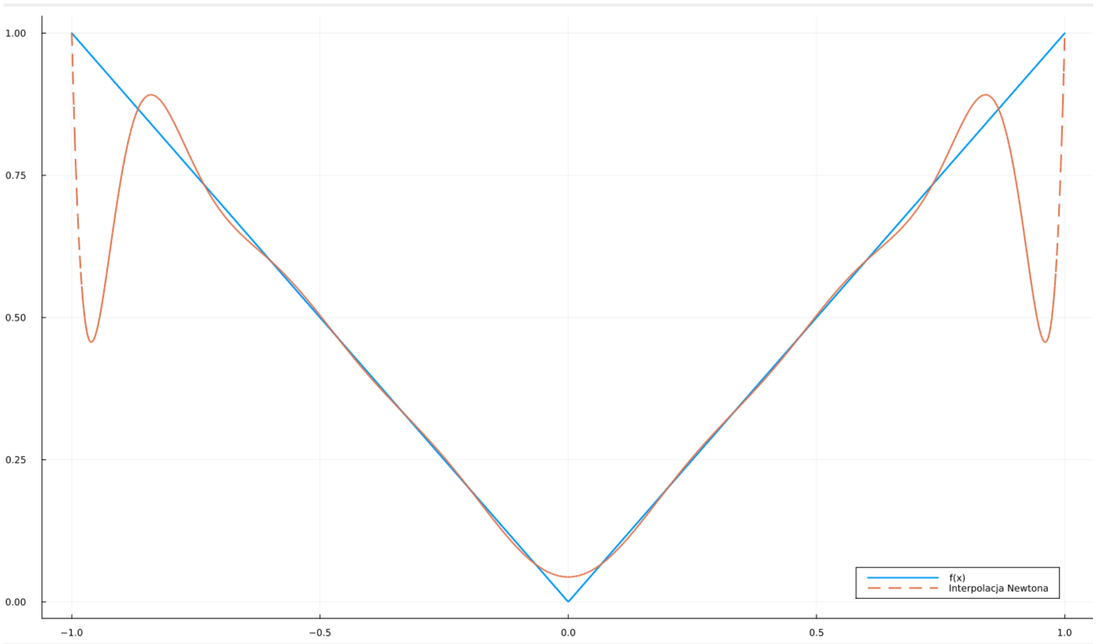
Zad 6

Zarówno dla funkcji $f(x) = |x|$ jak i $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$, gdy wybierzemy punkty równoodległe interpolacja działa poprawnie dla małych n, ale dla większych n pojawiają się duże oscylacje przy krańcach przedziału (efekt Rungego).

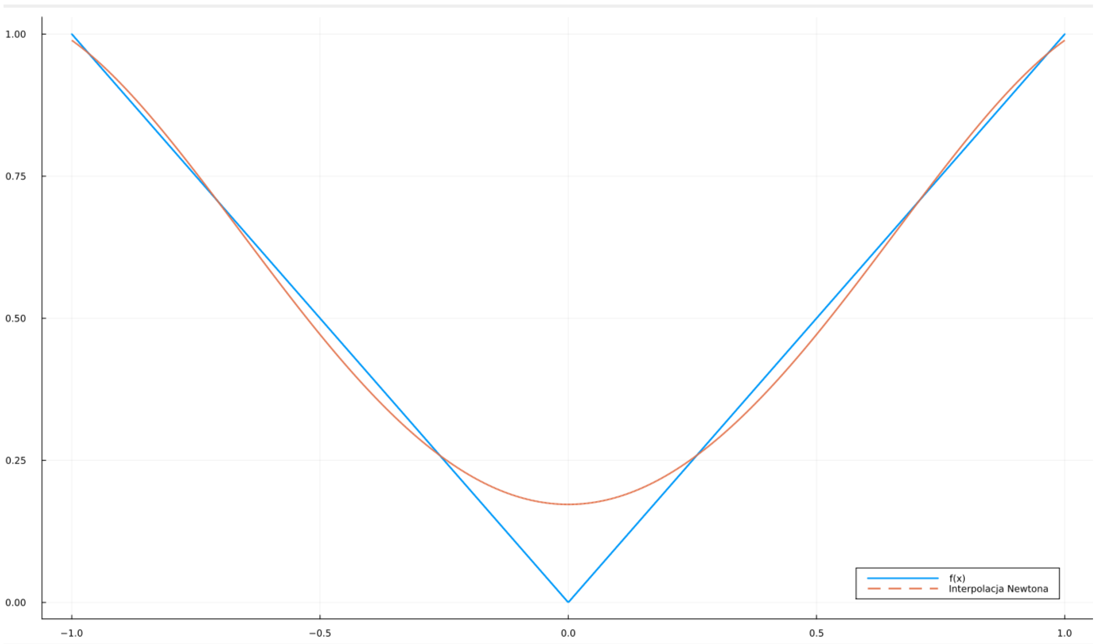
Natomiast gdy wybierzemy pierwiastki Czebyszewa jako punkty interpolacji, to nawet dla większych n interpolacja działa bardzo dobrze i nie pojawiają się oscylacje przy krańcach przedziału.Funkcja staje się coraz dokładniej odwzorowywana wraz ze wzrostem n.



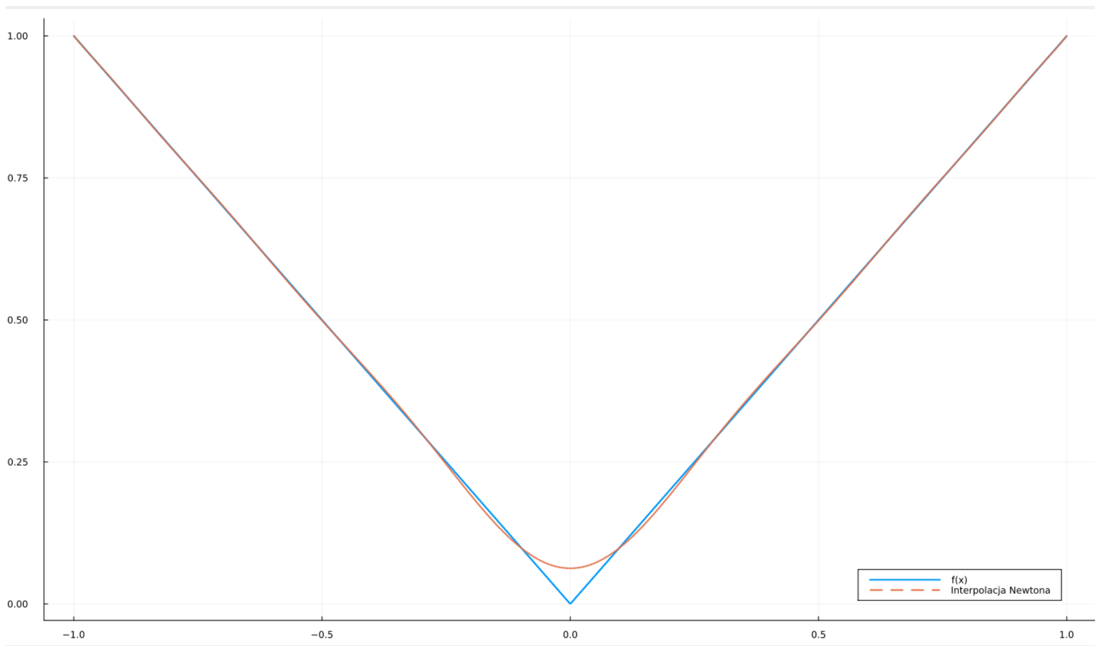
Rysunek 1: Interpolacja funkcji $f(x) = |x|$ z węzłami równoodległymi dla $n = 5$



Rysunek 2: Interpolacja funkcji $f(x) = |x|$ z węzłami równoodległymi dla $n = 15$



Rysunek 3: Interpolacja funkcji $f(x) = |x|$ z węzłami będącymi pierwiastkami Czebyszewa dla $n = 5$



Rysunek 4: Interpolacja funkcji $f(x) = |x|$ z węzłami będącymi pierwiastkami Czebyszewa dla $n = 15$