# **Ficha nº 3**

OBJETIVO: Verificar experimentalmente qual o Estimador de Máxima Verosimilhança para o parâmetro λ de uma Poisson.

NOTA: Esta ficha tem duas questões para resolver analiticamente (ou seja, “papel e lápis”, resolução matemática): a 4 e a 7. A cotação considerada para a dedução da função de verosimilhança em 4 é de 1.5 valores em 20. A cotação considerada para a pergunta 7 é de 2 valores em 20.

No ficheiro .cvs “amostrasPoisson2” tem informação sobre três amostras recolhidas de uma população Poisson, da qual desconhece o parâmetro caracterizador. A amostra em am1 é de dimensão 10, am2 e am3 têm, respetivamente, 20 e 30 observações.

1. Ler o ficheiro para um dataframe e retirar vetores a1, a2 e a3 correspondentes a cada uma das amostras. Elimine nestes vetores os valores omissos (NA).
2. Para cada amostra, calcular as medidas básicas caracterizadoras (média, desvio-padrão, variância, mínimo e máximo)
3. Apresente gráficos de cada uma das respetivas funções de probabilidade empíricas
4. Apresente a dedução – analítica – da função de verosimilhança para o parâmetro de uma Poisson, com base numa amostra genérica de tamanho . (Se quiser, pode fazê-lo em folha manuscrita identificada e enviar uma foto da mesma juntamente com o resto do trabalho. Nesse caso, coloque no trabalho apenas a fórmula final. Ou pode usar o editor de fórmulas do Word). Esta dedução corresponderá a 7.5% da cotação da ficha (1.5 numa escala 0-20).   
   **CASO Não consiga deduzir a função de verosimilhança, utilize a seguinte (que é a função de log-verosimilhança para o exemplo) na resolução dos restantes pontos da ficha:**   
     
   ff=function(lb,n,x){ -n\*lb+sum(x)\*log(lb)-sum(log(factorial(x))) }  
     
   onde  
   lb representa o parâmetro a estimar (**e tem de ser o primeiro da lista**)  
   x é a amostra a usar para a estimação  
   n é a dimensão da amostra utilizada, ou seja, n=length(x)
5. O que se pretende é maximizar a função definida, pelo que se utilizará a função *optimize* do R (veja help(optimize) no R).   
   **Obtenha** então o ótimo para cada uma das **três** amostras disponíveis.   
   Tenha em atenção o seguinte: em termos de parametrização, teremos de definir
   * a função a optimizar (no exemplo acima, seria *ff*)
   * o intervalo de procura do extremo (estão a usar um modelo Poisson, têm com certeza ideia do que esperam encontrar, podem dar um intervalo de procura “conservador” – i.e. grande – mas não disparatado), sob a forma de vetor c(a,b)
   * o tipo de extremo a procurar, maximum=FALSE se mínimo, maximum=TRUE se máximo
   * Se, como eu, passou a dimensão da amostra (n) e os dados observados (x) como parâmetros da função, tem ainda de definir os valores de input no call da função optimize, ou seja definir n= <dimensão da amostra> e x= <nome do vetor onde tem a amostra a usar>
6. Compare os resultados obtidos nas otimizações acima com as medidas básicas obtidas em 3. O que observa/conclui?
7. Usando as técnicas analíticas tradicionais de procura de extremos de uma função real de variável real, determine o estimador de máxima verosimilhança para o parâmetro λ de uma Poisson. Confira que os extremos encontrados anteriormente vão de encontro à fórmula aqui deduzida.