Elektrische Ladung

Proton	Elektron
$Q = e_0$	$Q = -e_0$

Q Elektr. Ladung [As]

e_0 Ladung eines Protons $1.602 \cdot 10^{-19}$ As

Elektrische Stromstärke & Stromdichte

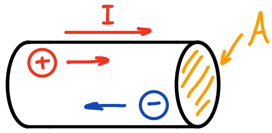
$$\boxed{I = \frac{Q}{t}}$$

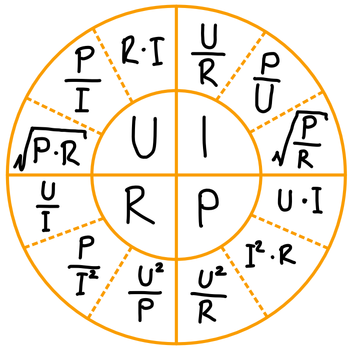
$$\boxed{J = \frac{I}{A}}$$

I Stromstärke [A]

J Stromdichte $[\frac{A}{m^2}]$

A Leiterfläche $[m^2]$





Elektrische Leistung & Energie

$$\boxed{P = U \cdot I}$$

$$\boxed{W = P \cdot t}$$

$$\boxed{P_{ab} = \eta \cdot P_{auf}}$$

P Leistung [W]

U Spannung [V]

W Energie [J]

η Wirkungsgrad [–]

Spezifischer Widerstand

$$\boxed{R = \rho \frac{l}{A}}$$

$$\boxed{R = \frac{l}{\gamma \cdot A}}$$

ρ spez. Widerstand [Ωm]

l Leiterlänge [m]

γ spez. Leitfähigkeit $[\frac{1}{\Omega m}]$

Leitwert

$$\boxed{G = R^{-1}}$$

$$\boxed{I = G \cdot U}$$

G Leitwert [S]

Lokales ohmsche Gesetz

nicht homogenen Widerstand

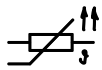
$$\boxed{\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}} \quad \boxed{\vec{J} = \gamma \cdot \vec{E}}$$

Temperaturabhängige Widerstände

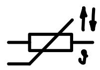
linear

$$\boxed{R(\vartheta) = R_{20}\left(1 + \alpha_{20}(\vartheta - 20K)\right)}$$

nicht linear



PTC $$\boxed{R(T) = R_N \cdot e^{\alpha(T - T_N)}}$$



NTC $$\boxed{R(T) = R_N \cdot e^{b\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_N}\right)}}$$

α Temperaturkoeffizient $[\frac{1}{K}]$

ϑ Betriebstemperatur [K]

α, b Materialkonstante

T_N Nenntemperatur [K]

T Betriebstemperatur [K]

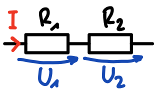
R_N Nennwiderstand [Ω]

Serie-/Reihenschaltung

$$\boxed{R_{GES} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N}$$

$$\boxed{U_{GES} = U_1 + U_2 + \cdots + U_N}$$

$$\boxed{I = I_N}$$

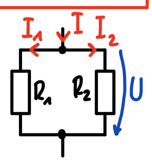


Parallelschaltung

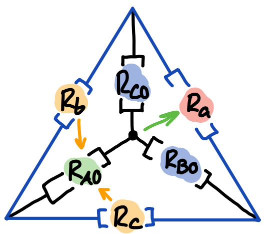
$$\boxed{G_{GES} = G_1 + G_2 + \cdots + G_N}$$

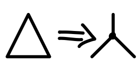
$$\boxed{I_{GES} = I_1 + I_2 + \cdots + I_N}$$

$$\boxed{U_{GES} = U_N}$$

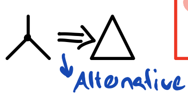


Transformation: Dreieck ⟷ Stern





$$\boxed{R_{A0} = \frac{R_b \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c}}$$

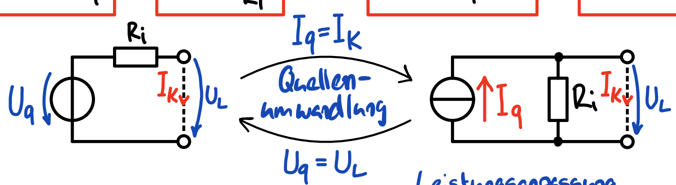


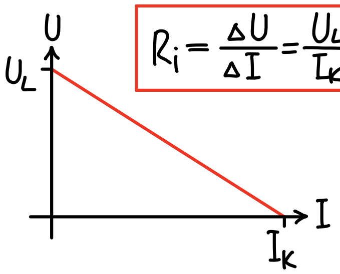
$$\boxed{G_a = \frac{G_{B0} \cdot G_{C0}}{G_{A0} + G_{B0} + G_{C0}}}$$

$$\boxed{R_a = \frac{R_{A0} \cdot R_{B0} + R_{A0} \cdot R_{C0} + R_{B0} \cdot R_{C0}}{R_{A0}}}$$

Reale Spannungsquellen & Stromquellen

Leerlauf	Kurzschluss	Leerlauf	Kurzschluss
$U_L = U_q$	$I_K = \frac{U_q}{R_i}$	$U_L = I_q \cdot R_i$	$I_K = I_q$



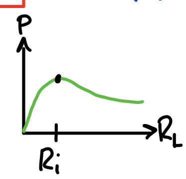


$$\boxed{R_i = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_L}{I_K}}$$

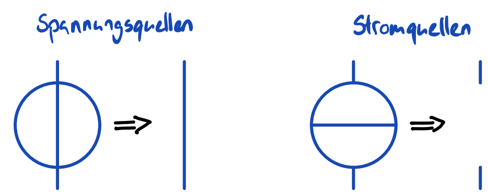
Leistungsanpassung

$$\boxed{P_{opt} = \frac{U_q^2}{4 \cdot R_i}} \quad P = U_q^2 \cdot \frac{R_V}{(R_V + R_i)^2}$$

$$\boxed{R_i = R_L}$$



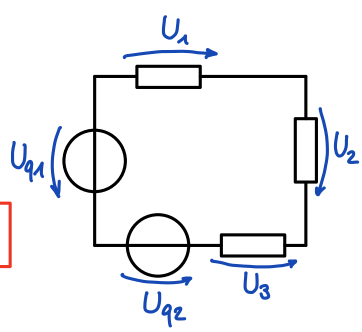
Superposition



Nur eine Quelle aktiv

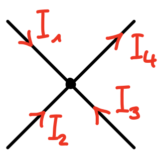
$$\boxed{U_L = U_{L,1} + U_{L,2} + U_{L,N}} \quad \boxed{I_K = I_{K,1} + I_{K,2} + I_{K,N}}$$

R_i berechnen: Alle Quellen inaktiv



Knotenpunktsatz

$$\boxed{I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_N = 0}$$



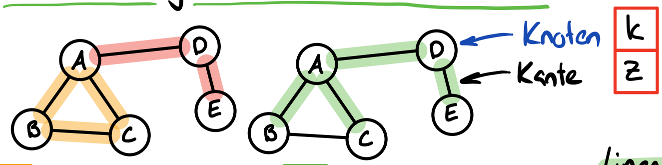
Maschensatz

$$\boxed{U_1 + U_2 + U_3 + \cdots + U_N = 0}$$

$\rightarrow + \rightarrow + \rightarrow + \rightarrow = 0$

$\rightarrow - \leftarrow + \rightarrow - \leftarrow = 0$

Darstellung elektrischer Netzwerke



Zyklus

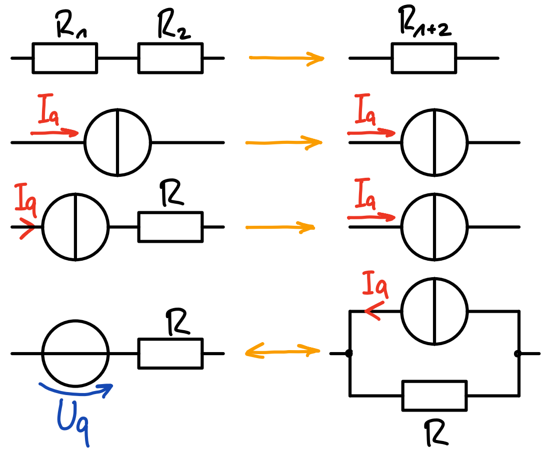
vollständiger Baum

Baum

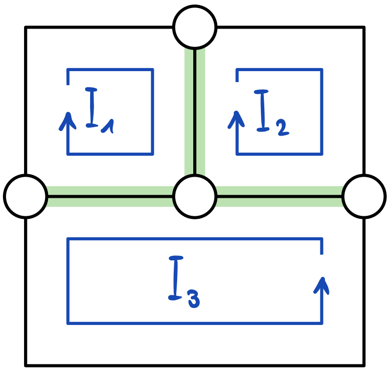
lineare Netzwerke

$U = R \cdot I$	z
$I = 0$	$k-1$
$U = 0$	$z-k+1$

Schaltung Vereinfachen



Maschenstrom-/Umlaufanalyse



vollständiger Baum

I_I	I_{II}	I_{III}	$=$
ΣR_I	$\pm \Sigma R_{I-II}$	$\pm \Sigma R_{I-III}$	$\Sigma \pm U_I$
$\pm \Sigma R_{I-II}$	ΣR_{II}	$\pm \Sigma R_{II-III}$	$\Sigma \pm U_{II}$
$\pm \Sigma R_{I-III}$	$\pm \Sigma R_{II-III}$	ΣR_{III}	$\Sigma \pm U_{III}$

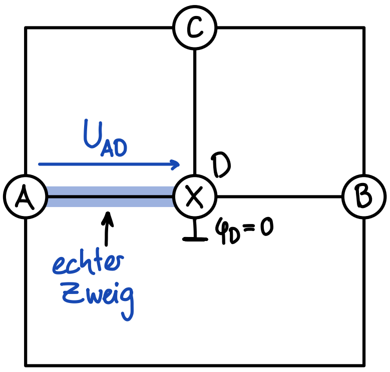
$\boxed{m = z - k + 1}$

Maschenverbindung
- max. 1 Verbindungskante
- rest mit Baumkanten

- Stromquellen bestimmen unbekannte Ströme → R·I Gleichungen auf Spannungsseite

$$\underbrace{R_1 \cdot I_1}_{} + R_2 \cdot I_2 = U_1 - R_1 \cdot I_1 \qquad | - R_1 \cdot I_1$$

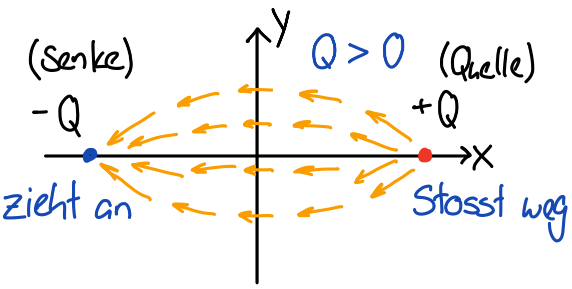
Knotenpotential-/Knotenanalyse



φ_A	φ_B	φ_C	$=$
ΣG_A	$-\Sigma G_{A-B}$	$-\Sigma G_{A-C}$	$\Sigma \pm I_A$
$-\Sigma G_{A-B}$	ΣG_B	$-\Sigma G_{B-C}$	$\Sigma \pm I_B$
$-\Sigma G_{A-C}$	$-\Sigma G_{B-C}$	ΣG_C	$\Sigma \pm I_C$

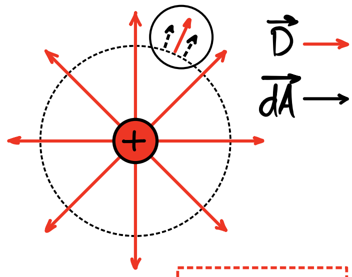
- Spannungsquellen bestimmen die Potentiale → Potentiale reduzieren

Elektronische Feld



Die Feldstärke nimmt mit der Distanz ab. Je weiter weg von der Ladung, desto schwächer die Feldstärke.

Der elektrische Fluss & Flussdichte



$\vec{D} \rightarrow$

$\vec{dA} \rightarrow$

$$\boxed{\vec{D} \cdot \vec{dA} = |\vec{D}| \cdot |\vec{dA}| \cdot \cos \sphericalangle(\vec{D}, \vec{dA})}$$

$$\boxed{\Psi = \oint_A \vec{D} \cdot \vec{dA}}$$

bei Homogenen Flussdichte

$$\boxed{Q = D \cdot A}$$

$$Q = \Psi$$

Ψ / Q	elektr. Fluss/Ladung	[As]
A	Plattenfläche	[m^2]
D	elektr. Flussdichte	[As/m^2]

elektr. Feldstärke

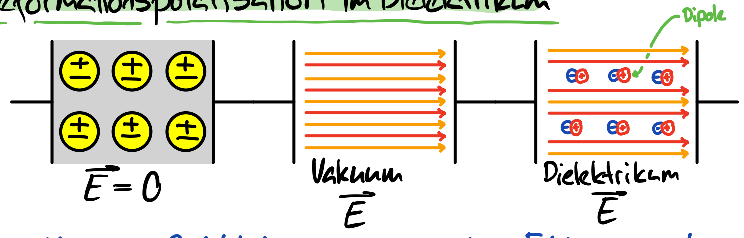
$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}} \qquad \boxed{\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0}$$

ε_0	elektr. Feldkonstante $8.854 \cdot 10^{-12}$	As/Vm
ε_r	relative Permittivität	[–]
ε	Permittivität	[As/Vm]
E	elektr. Feldstärke	[V/m]

Durchschlagsfestigkeit

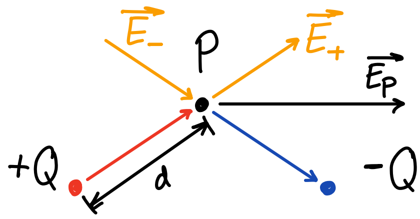
Ein nicht leitendes Material wird ab einer bestimmten Feldstärke leitend. Diese max. Feldstärke wird als Durchschlagsfestigkeit bezeichnet.

Deformationspolarisation im Dielektrikum



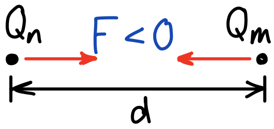
Wird über einem Dielektrikum ein elektrisches Feld angelegt, so fliesst unter normalen Bedingungen kein Strom. Je nach Material werden jedoch Moleküle und andere Elemente durch das Feld atomar polarisiert. Die daraus entstehenden Dipole wirken gegen die Feldstärke & schwächen die Feldstärken ab. Dies wird mit der Permittivität gekennzeichnet.

Punktladung & Superposition



$$\boxed{|\vec{E}| = \frac{|Q|}{4\pi \cdot d^2 \cdot \varepsilon}}$$

$$\boxed{\vec{F}_{nm} = Q_n \cdot \vec{E}_m}$$

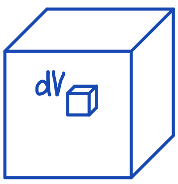


$$\boxed{\vec{E} = |\vec{E}| \cdot \hat{\vec{E}}}$$

$$\boxed{\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots \vec{E}_n}$$

$\lvert\vec{E}\rvert$	Feldstärke (Betrag)	[V/m]
$\hat{\vec{E}}$	Richtungsvektor	[–]
$\vec{F}_{nm}$	Kraft zwischen Q_n & Q_m	[N]
$\vec{E}_P$	Feldstärke bei Punkt P	[V/m]

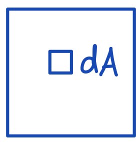
Raumladungsdichte



Raumladungsdichte

$$\boxed{\rho = \frac{dQ}{dV}} \quad \left[\frac{As}{m^3}\right] \qquad \boxed{Q = \int_V \rho \cdot dV}$$

Flächenladungsdichte



Flächenladungsdichte

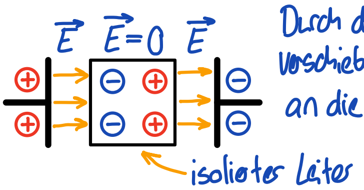
$$\boxed{\sigma = \frac{dQ}{dA}} \quad \left[\frac{As}{m^2}\right] \qquad \boxed{Q = \int_A \sigma \cdot dA}$$

Linienladungsdichte

Linienladungsdichte

$$\boxed{\lambda = \frac{dQ}{dl}} \quad \left[\frac{As}{m}\right] \qquad \boxed{Q = \int_l \lambda \cdot dl}$$

Influenz (faradayscher Käfig)



Durch das Anlegen eines Feldes verschieben sich die Ladungsträger an die Oberfläche des Leiters.

Gaussscher Satz der Elektrostatik

$$\boxed{\Psi = \oint_A \vec{D} \cdot \vec{dA} = \int_V \rho \cdot dV = Q}$$

Besagt, dass elektr. Ladungen die Quellen und Senken der elektr. Flussdichte sind. Die elektr. Flussdichtelinien beginnen und enden auf Ladungen unterschiedlicher Polarität (Wirbelfreiheit des elektr. Flusses.

Die Kapazität

$$C = \frac{Q}{U}$$

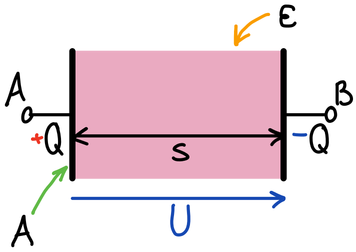
$$I \cdot t = U \cdot C$$

$$D = \frac{Q}{A}$$

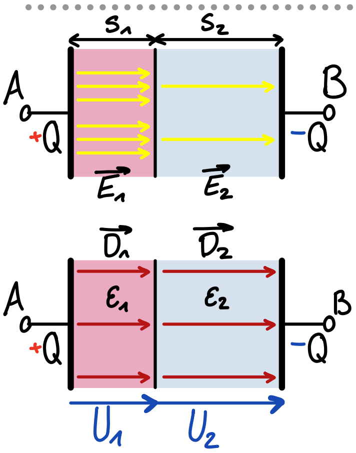
$$E = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon}$$

$$U = s \cdot E$$

Plattenkondensator



$$C_{PK} = \frac{A \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{s}$$



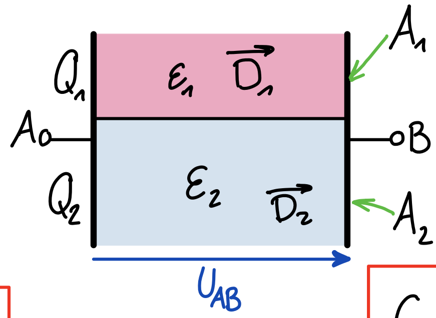
$$C_{PK} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1}$$

$$D_1 = D_2$$

$$A_1 = A_2$$

$$E_1 \neq E_2$$

$$E_n = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon_n}$$



$$S = S_1 = S_2$$

$$U_{AB} = s \cdot \vec{E}_1 = s \cdot \vec{E}_2$$

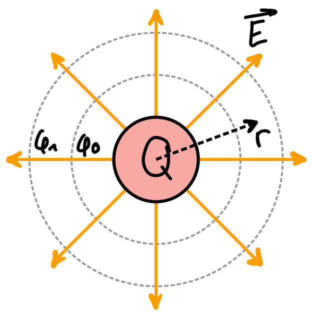
$$C_{PK} = \frac{A_1 \cdot \varepsilon_1}{s} + \frac{A_2 \cdot \varepsilon_2}{s}$$

$$E = E_1 = E_2$$

$$Q = A_1 \cdot D_1 + A_2 \cdot D_2 = Q_1 + Q_2$$

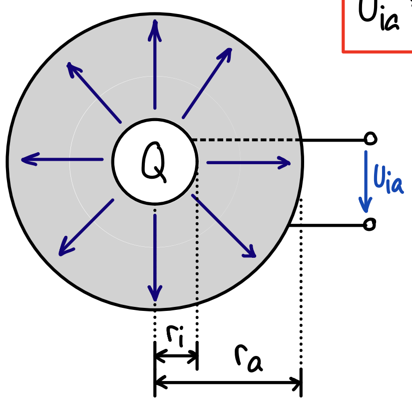
Kugelkondensator

Kugelsymmetrisches Feld



$$E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}$$

Kapazität



$$U_{ia} = \int_{r_i}^{r_a} E(r)\,dr = \frac{Q}{4\pi \cdot r_a \cdot \varepsilon} + \frac{Q}{4\pi \cdot r_i \cdot \varepsilon}$$

$$C_{KK} = \frac{4\pi r_a \cdot r_i \cdot \varepsilon}{r_a - r_i}$$

$$C_{KK} = \frac{Q}{U_{ia}}$$

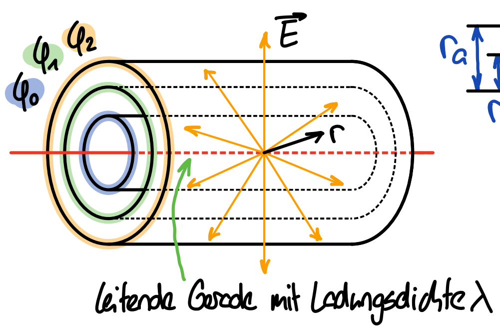
! Nicht Vergessen, im Leitermaterial besteht keine elektrische Feldstärke ($E=0$), nur im Dielektrikum!

$C_{KK} \rightarrow 0$ falls $r_i \rightarrow 0$

$C_{KK} \rightarrow \infty$ falls $r_i \rightarrow r_a$

Zylinderkondensator

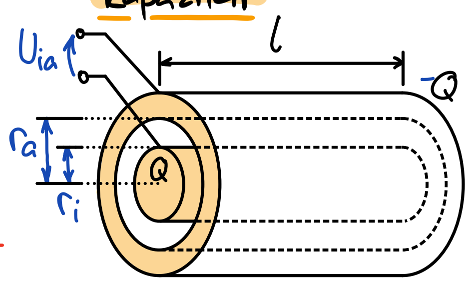
Zylindersymmetrisches Feld



$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi \cdot r \cdot \varepsilon}$$

$$Q = \lambda \cdot l$$

Kapazität

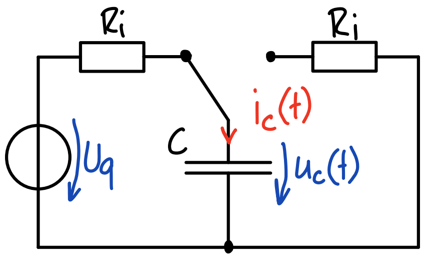


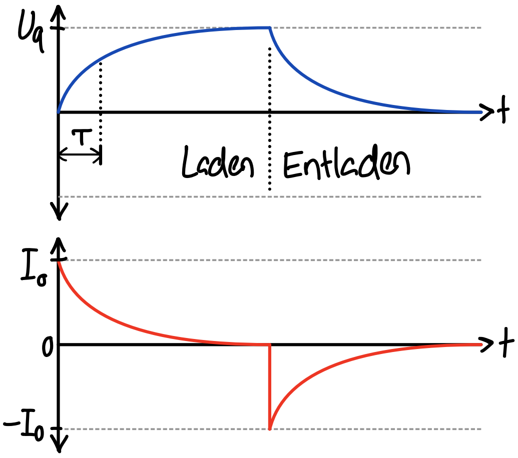
$$U_{ia} = \int_{r_i}^{r_a} E(r)\,dr = \frac{\lambda}{2\pi \cdot \varepsilon} \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)$$

$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

$$C_{ZK} = \frac{Q}{U_{ia}} = \frac{2\pi \cdot l \cdot \varepsilon}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$$

Auf- und Entladevorgang





$I \neq$ konstant

$$\boxed{u_c(t) = U_0 + \frac{1}{C}\int_0^\infty i_c(t)\,dt}\qquad \boxed{i_c(t) = C\cdot\frac{du_c(t)}{dt}}$$

$$\boxed{u_{R_i}(t) = R_i\cdot C\,\frac{du_c(t)}{dt}}\qquad \boxed{U_q = u_c(t) + R_i C\cdot\frac{du_c(t)}{dt}}$$

↳ Zu Beginn eines Ladevorganges eines entladenen Kondensator ist der Ladestrom sehr hoch und nimmt mit der Zeit ab, da der Kondensator sich lädt und Spannung vom Widerstand "wegnimmt" ($i_c \to 0$ wenn $t \to \infty$)

Aufladen

$$\boxed{u_c(t) = U_q\cdot\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)}$$

Entladen

$$\boxed{u_c(t) = U_c\cdot e^{-\frac{t}{T}}}$$

U_q Ladespannung, U_c geladene Kondensatorspannung [V]

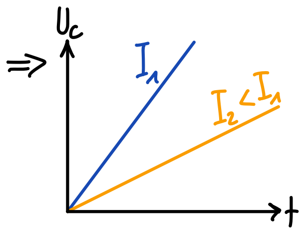
Zeitkonstante T

$$\boxed{T = R_i\cdot C}\qquad \boxed{u_c(5\cdot T)\approx U_q}$$

$$\boxed{q(t) = I\cdot t}$$

Wenn I konstant =>

$$\boxed{u_c(t) = \frac{I\cdot t}{C}}$$

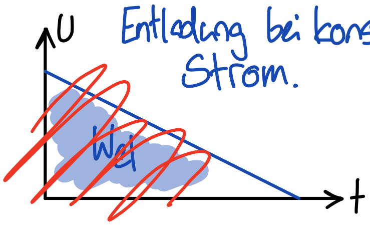


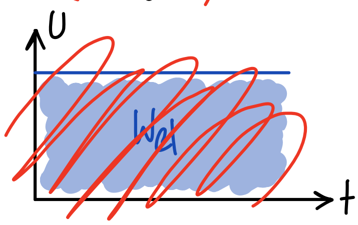
Energie & Kräfte in Kondensatoren

$$\boxed{W_{el} = \frac{Q\cdot U}{2} = \frac{C\cdot U^2}{2}}$$

Ideale Batterie besitzt die gleiche Spannung bis sie entladen ist. ($W = U\cdot Q$)

Entladung bei konstanten Strom.

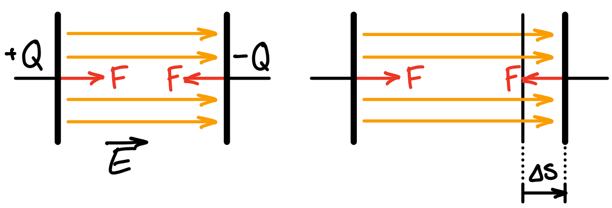




Kräfte im Plattenkondensator

bei E konstant & Q konstant

$$\boxed{\Delta W_{el} = \frac{Q\cdot\Delta s\cdot E}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2\cdot\Delta s}{A\cdot\varepsilon}}$$

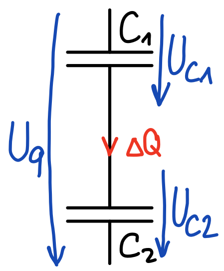


$$\boxed{\Delta W_{el} = \Delta s\cdot F}\qquad \boxed{F = \frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{A\cdot\varepsilon}}$$

Feldstärke bleibt gleich, da diese nur von der Fläche abhängig ist. Die Spannung ist distanzabhängig und passt sich somit an.

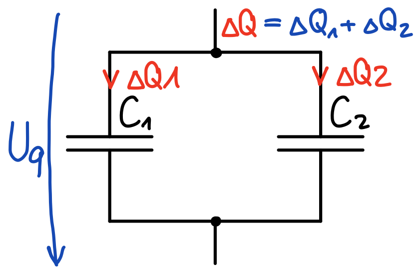
$$\boxed{E = \frac{Q}{A\cdot\varepsilon}}\qquad \boxed{\Delta U = \Delta s\cdot E}$$

Parallel- & Serienschaltung



$$\boxed{U_{1,\infty} + U_{2,\infty} = U_q}\qquad \boxed{\frac{U_{1,\infty}}{U_{2,\infty}} = \frac{C_2}{C_1}}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}\qquad \boxed{U_{n,\infty} = \frac{\Delta Q}{C_n}}$$



$$\boxed{\Delta Q_n = U_q\cdot C_n}$$

$$\boxed{C_{ges} = C_1 + C_2}$$

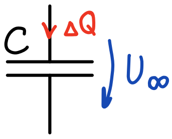
$$\boxed{\frac{\Delta Q_1}{\Delta Q_2} = \frac{C_1}{C_2}}$$

Ladungsausgleich

$U_C = 0$

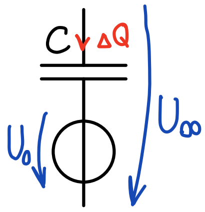
$$\boxed{U_\infty = \frac{1}{C} \cdot \Delta Q}$$

$U = R \cdot I$



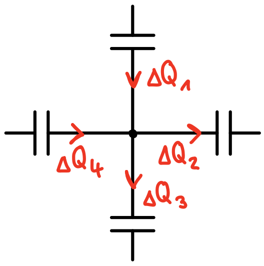
$U_C > 0$ / vorgeladen

$$\boxed{U_\infty = U_0 + \frac{1}{C} \cdot \Delta Q}$$



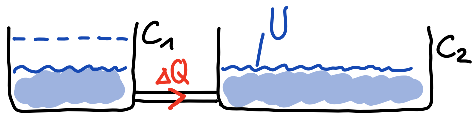
$$\boxed{U_0 = \frac{Q_0}{C}}$$

Q_0 Ursprüngliche Ladung [As]



$$\boxed{\Delta Q_1 - \Delta Q_2 - \Delta Q_3 + \Delta Q_4 = 0}$$

Wasserkübeldarstellung



Tipp Was sollten die Spannungen zum Zeitpunkt $t = \infty$ sein?