

Leistungselektronik & Elektrische Antriebe

Zusammenfassung

Joel von Rottz & Andreas Ming / [Quelldateien](#)

Table of contents

Grundlagen

Mechanik	3
Grundgrößen	3
Zentrifugalkraft	3
Trägheitsmoment J	3
Wirkungskette elektrischer Maschinen	3
Elektromechanische Energieumwandlung	4
Durchflutungsgesetz	4
Luftspalt	5
Kapazität & Induktivität	5
Kapazität C	5
Induktivität L	5
Periodische Signale	6
Fourierreihe	6
Amplitudenspektrum \hat{X}_n & Phasenspektrum φ_n	6
Gerade Funktion	6
Ungerade Funktion	6
(linearen) Mittelwert $X_{MW}/X_{AV}/\bar{X}$	6
Effektivwert	6
Leistungsberechnung	6
Einphasige Leistungen (allgemein)	6
Einphasige Leistungen (periodisch)	6
Einphasige Leistung (sinusförmige Spannung)	7
Dreiphasige Leistung	7
Klirrfaktor	7

Gleichstrommaschine

Aufbau	7
Nebenschluss / parallel	8
Reihenschluss	8
Grundgleichungen	8
Ersatzschaltung <i>Fremderregt</i>	8
Ersatzschaltung <i>Nebenschlussmaschine</i>	9
Ersatzschaltung <i>Seriemaschine</i>	10
Ankerrückwirkung	10
Universalmotor	11
Drehzahlsteuerung	11

Drehfeldmaschinen

Drehzeigertransformation	12
Dreiphasenebene → Drehzeiger	12
Drehzeiger → Zeiger	12
Zeiger → Drehzeiger	13
Drehzeiger → Phasengröße	13

Synchronmaschine (SM)

Aufbau	13
------------------	----

Wirkungsweise	13
Drehzahl & Polpaarzahl	13
Polradspannung & Ersatzschaltung	13
Drehmomentbildung	14
Betrieb am Netz	14
Inselbetrieb	15
Asynchronmaschine (ASM)	15
Rotorspannung	15
Betriebsarten	15
Frequenzen	16
Ströme	16
Leistungen	16
Verlustfrei	16
Verlustbehaftet	17
Wirkungsgrad	17
Motorbetrieb $0 < s < 1$	17
Generatorbetrieb $s < 0$	17
Ersatzschaltung	17
Läuferwiderstand R_S	17
Berücksichtigung der Streu- und Hauptimpedanzen	17
Drehmoment	18
Variation der Drehzahl	19
Variation von R_2	19
Variable Statorspannung U_1	19
Variable Statorfrequenz	19
Umschaltbare Polpaarzahl (<i>Dahlander Maschine</i>)	19
Stromortskurve	19
Leistungshalbleiter	20
Übersicht	20
Diode	20
Schottky Dioden	21
Bipolartransistor	21
(Einschalt-)Thyristoren	21
Triac	22
Abschaltthyristoren <i>GTO, IGCT</i>	22
Feldeffekttransistor <i>FET</i>	22
Insulated Gate Bipolar Transistor <i>IGBT</i>	22
Leitverluste	23
Schaltverluste	23
Kühlung	23
Gleichstromsteller	23
Abwärtsteller	24
Standard DC-Last	24
Nicht idealer Stromverlauf	25
Glättungskondensator	25
Arbeitspunkteinstellung	25
Lückbetrieb	25
Toleranzbandsteuerung	25
Aufwärtsteller	25
Vierquadrantensteller	26
Gleichstromsteller mit GTO	26
Transformatoren	26
Idealer Transformator	26
Realer Transformator	27
Magnetisierungsstrom	27
Streuung	27

T-Ersatzschaltung	27
Dreiphasiger Transformator	27
Parameterbestimmung	28
Leerlaufversuch	28
Kurzschlussversuch	28
Fremdgeführte Gleichrichter	28
Einphasiger Gleichrichter	30
Leistung bei L-Glättung	31
Netzrückwirkung L-Glättung	31
Belastung der Halbleiter bei L-Glättung	31
Dreiphasige Gleichrichter	31
$\alpha = 0^\circ$	32
$\alpha = 30^\circ$	32
$\alpha = 45^\circ$	32
$\alpha = 60^\circ$	32
$\alpha = 90^\circ$	32
Belastung der Halbleiter dreiphasig	33
Selbstgeführter Wechselrichter	33
Phasenmodul	33
Einphasige Brückenschaltung	33
Last mit Gegenspannung	34
Steuerverfahren	34
Grundfrequenztaktung	34
Gepulste Wechselrichter (fixe Pulsbreite)	34
Unterschwingungsverfahren (PWM)	35
Toleranzbandsteuerung	35
Dreiphasige Wechselrichter	36
Umrichter	36
Umrichter Typen	36
Umrichter mit Spannung zwischenkreis / U-Umrichter	36
Umrichter mit Strom zwischenkreis / I-Umrichter	36
Direkt Umrichter	36
Grundbegriffe	36
Frequenzumrichter	36
Rückspeisefähigkeit	37
Harmonische	37
Leistungsfaktor & $\cos \varphi$	37
Umrichter mit Spannung zwischenkreis	37
Diodengleichrichter (Netzseite)	38
Thyristorgleichrichter (Netzseite)	38
Umkehrgleichrichter	39
Netz- und maschinenseitigen Wechselrichter	39
Regelung	39
U/f-Kennlinien Verfahren	39
Feldorientierte Regelung / <i>Vector Control</i>	39
Direkte Drehmomentregelung	39

Grundlagen

Mechanik

Grundgrößen

				Translatorische Bewegung	Rotatorische Bewegung
Weg	$s \ h = \int \int a \cdot dt = 1/2 \cdot a \cdot t^2$	[m]	Winkel	$\varphi = 2\pi \cdot \frac{n[\frac{1}{min}]}{60[\frac{s}{min}]}$	[rad] / [1]
Geschwindigkeit	$v = \frac{ds}{dt} = r \cdot \omega$	[$\frac{m}{s}$]	Kreisfrequenz	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $= 2\pi \cdot \frac{n[\frac{1}{min}]}{60[\frac{s}{min}]}$	[$\frac{\text{rad}}{s}$] / [$\frac{1}{s}$]
Beschleunigung	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2}{dt^2}$	[$\frac{m}{s^2}$]	Winkelbeschl.	$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$	[$\frac{1}{s^2}$]
Kraft	$F = m \cdot a$	[N]	Drehmoment	$M = J \cdot \dot{\omega}$ $= F \cdot r_{\perp}$	[Nm]
Masse	m	[kg]	Trägheitsmoment	J	[kg · m ²]
Impuls	$B = m \cdot v$	[$\frac{kg \cdot m}{s}$]	Drall	$D = J \cdot \omega$	[$\frac{kg \cdot m^2}{s}$]
Leistung	$P = F \cdot v$	[W]	Leistung	$P = M \cdot \omega$	[W]
Energie	$W = \int p(t) \cdot dt$	[Ws]	Energie	$W = \int p(t) \cdot dt$	[Ws]
kin. Energie	$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	[Ws]	kin. Energie	$W_{kin} = \frac{J\omega^2}{2}$	[Ws]
pot. Energie	$W_{pot} = \int F(s) \cdot ds$ $= m \cdot g \cdot h$	[Ws]	pot. Energie	$W_{pot} = \int M(\varphi) \cdot d\varphi$	[Ws]

Zusammenhang Translatorisch & Rotatorisch:

$$J = \frac{2 \cdot m}{5} r^2 = \frac{8}{15} \pi \cdot \rho \cdot r^5$$

$$M = F \cdot r \quad \text{und} \quad v_{tang} = r \cdot \omega \quad (\text{resp. } a_{tang} = \dot{\omega} \cdot r)$$

Zentrifugalkraft

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2 [N]$$

Trägheitsmoment J

- Vollzylinder

$$J = \frac{m}{2} r^2 = \frac{\pi \cdot l \cdot \rho}{2} r^4$$

- Hohlzylinder

$$J = \frac{m}{2} (r_a^2 + r_i^2) = \frac{\pi \cdot l \cdot \rho}{2} (r_a^4 - r_i^4)$$

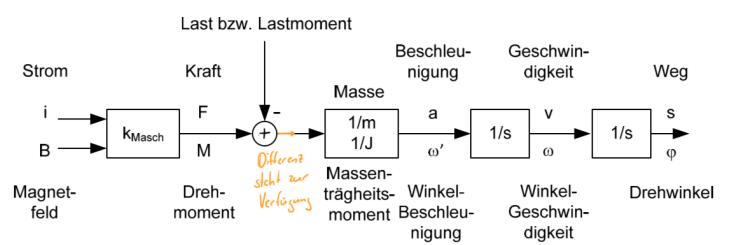
- Zylindermantel ($\delta \ll r$)

$$J = \frac{m}{4} (2 \cdot r - \delta)^2 = 2\pi \cdot l \cdot \rho r^3 \delta$$

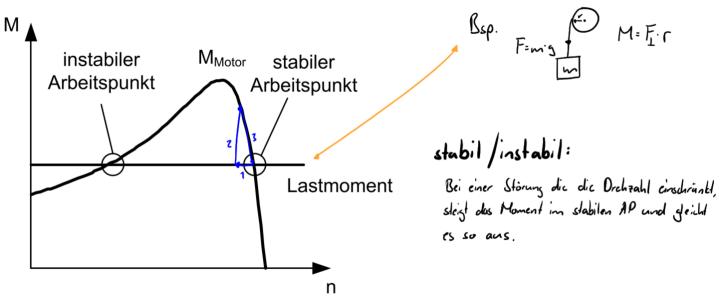
- Kugel

Wirkungskette elektrischer Maschinen

Bei rotatorischer Bewegung steht die Differenz zwischen *Drehmoment* M_{masch} , das die Maschine abgibt und das *Lastmoment* M_{last} zur *Winkelbeschleunigung* $\dot{\omega}$ zur Verfügung



Es kommen zudem *stabile* und *instabile* Arbeitspunkte vor. **Stabil** sind sie, wenn bei sinkender Drehzahl das Moment steigt und so wieder beschleunigen kann, sonst andersrum. So "regelt" sich das System ein Stück weit selbst



Die Kraft F die auf einen Leiter wirkt ist abhängig vom Längenelement l (länge des Leiters im Magnetfeld) des Stroms i .

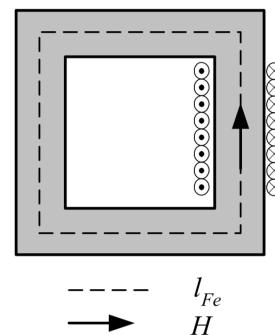
$$\vec{F} = l(\vec{i} \times \vec{B})$$

Steht der Leiter im Rotor senkrecht zum Magnetfeld so folgt

$$F = l \cdot i \cdot B$$

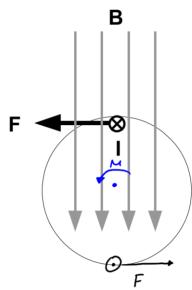
Durchflutungsgesetz

Das Durchflutungsgesetz verbindet die Ursache der Magnetfelds, die Durchflutung θ , mit deren Wirkung, der magnetischen Feldstärke H .



Elektromechanische Energieumwandlung

Wird ein stromdurchflossener Leiter in die Nähe eines Magneten gebracht, so wirkt auf jedes Längenelement des Leiters eine Kraft, die senkrecht auf dem Längenelement steht. Ihre Grösse ist dem Strom im Leiterproportional.



Durchflutung [A]

$$\theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot l_{Fe} = \sum I = N \cdot I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

$$H = \frac{N \cdot I}{l_{Fe}}$$

$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$ oder Magnetisierungskennlinie

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

μ_r ist Materialabhängig

$$\phi = B \cdot A_{Fe}$$

$$u = N \frac{d\phi}{dt} = \underbrace{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{A_{Fe}}{l_{Fe}} N^2}_{L} \frac{d}{dt} i = \frac{d}{dt} \Psi$$

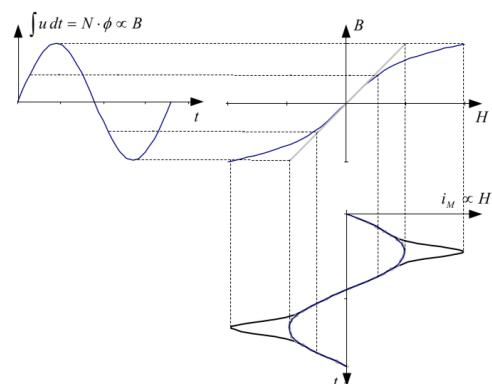
Flussverkettung [Vs]; [Wb]

$$\Psi = N\phi = Li$$

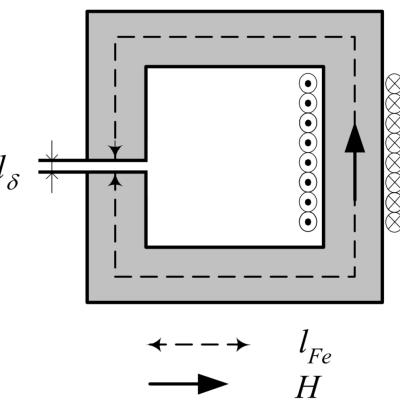
Induktivität [H]

$$L = \frac{N^2 \cdot A_{Fe} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{l_{Fe}}$$

Werden grosse Induktivitätswerte benötigt, wird mit ferromagnetischem Material gearbeitet. Dabei müssen Sättigungseffekte beachtet werden (B-H-Kennlinie)



Luftspalt



In Drosseln mit Luftspalt wird dabei die Feldstärke vornehmlich durch die Luftspaltlänge bestimmt. Bei sehr grossem μ_r kann der Anteil der Eisenweglänge am Umlaufintegral sogar vernachlässigt werden. Der **Fluss** ϕ ist im Luftspalt und im Eisen gleich, ebenso die Querschnittsfläche A .

$$\text{Durchflutung [A]} \quad \theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_\delta \cdot l_\delta = \sum I = N \cdot I$$

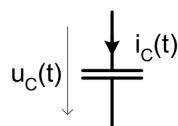
$$\text{magnetische Feldstärke } [\frac{A}{m}] \quad H_{Fe} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\phi}{\mu_0 \mu_r A} \quad H_\delta = \frac{B}{\mu_0} = \frac{\phi}{\mu_0 A}$$

$$\text{Magnetischer Fluss [Vs]; [Wb]} \quad \phi \approx \frac{N \cdot I \cdot \mu_0 \cdot A}{l_\delta}$$

$$H_{Fe} = \frac{N \cdot I}{\mu_r \cdot l_\delta} \quad H_\delta = \frac{N \cdot I}{l_\delta}$$

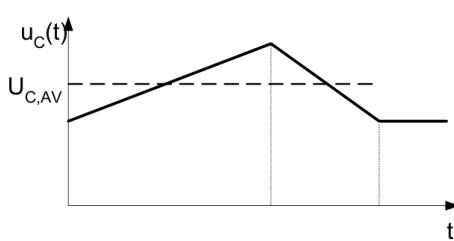
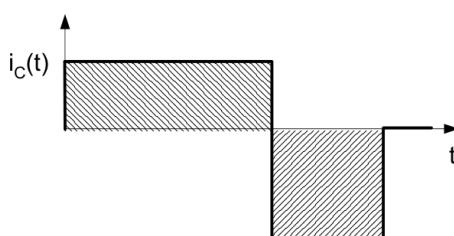
Kapazität & Induktivität

Kapazität C

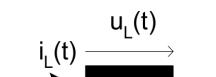


$$i_C = C \cdot \frac{du}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad u_C = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt = \frac{t}{C} I_C$$

Kurzschluss: $i_C \rightarrow \infty$

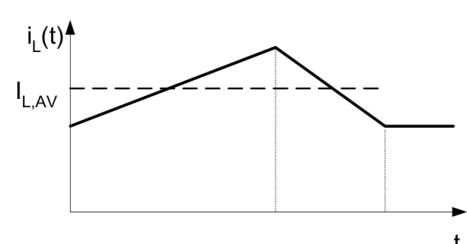
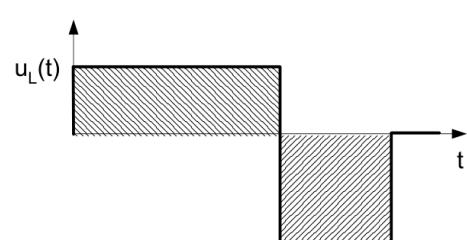


Induktivität L



$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad i_L = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt = \frac{t}{L} U_L$$

Leerlauf: $u_L \rightarrow \infty$



Periodische Signale

Fourierreihe

Ein periodisches Signal

$$s(t) = s(t \pm mT_0) \quad -\infty < t < +\infty \quad \text{mit } m = 1, 2, 3, \dots$$

lässt sich als reelle Fourier Reihe darstellen. Die Fourierreihe ist eine unendliche Summe von cos- und sin-Funktionen, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache von ω_1 sind.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)]$$

💡 Rechteckimpuls

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{4 \cdot h}{\pi} \left[\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \cdot \sin(3\omega t) + \dots \right] \\ &= \frac{4 \cdot h}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin((2k-1)\omega t)}{2k-1} \end{aligned}$$

h : Amplitude des **Rechteck**signals

Mit dem Zusammenhang $\omega_1 = 2\pi f_1 = \frac{2\pi}{T_1}$.

Koeffizient $\frac{a_0}{2}$ entspricht dem **Mittelwert** \bar{X} .

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [x(\omega_1 t) \cdot \cos(n \cdot \omega_1 t)] d(\omega_1 t) \\ b_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [x(\omega_1 t) \cdot \sin(n \cdot \omega_1 t)] d(\omega_1 t) \end{aligned}$$

Amplitudenspektrum \hat{X}_n & Phasenspektrum φ_n

$$\hat{X}_n = X_{n,p} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \varphi_n = \arctan \left(\frac{a_n}{b_n} \right)$$

$$\hat{X}_n [dB] = 20 \log_{10} \left(\frac{\hat{X}_n [V]}{X_B [V]} \right)$$

als Bezugswert X_B wird oft der Effektivwert des Signals oder die Amplitude der Grundschwingung verwendet.

Damit lässt sich das Signal $x(t)$ durch ein Summe von Sinusfunktionen mit Phasenverschiebung darstellen

$$x(t) = \bar{X} + \sum_{n=1}^{\infty} [\hat{X}_n \cdot \sin(n\omega_1 t + \varphi_n)]$$

Gerade Funktion

$$x(\omega_1 t) = x(-\omega_1 t)$$

Ist $x(\omega_1 t)$ eine *gerade Funktion* (Bsp. Kosinus) so gilt

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [x(\omega_1 t) \cdot \cos(n \cdot \omega_1 t)] d(\omega_1 t), \quad b_n = 0$$

Ungerade Funktion

$$x(\omega_1 t) = -x(-\omega_1 t)$$

Ist $x(\omega_1 t)$ eine *ungerade Funktion* (Bsp. Sinus) so gilt

$$a_n = 0, \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [x(\omega_1 t) \cdot \sin(n\omega_1 t)] d(\omega_1 t)$$

(linearen) Mittelwert $X_{MW}/X_{AV}/\bar{X}$

$$X_{AV} = \bar{X} = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(\omega_1 t) d(\omega_1 t)$$

Effektivwert

$$X_{eff} = X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x^2(\omega_1 t) d(\omega_1 t)}$$

Der Effektivwert lässt sich auch aus dem Mittelwert eines Signals und den Amplituden der Oberschwingungen berechnen

$$X_{eff} = X_{rms} = \sqrt{\bar{X}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{X}_n^2}{2}} = \sqrt{\bar{X}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} X_{n,rms}^2}$$

Rein Sinusförmig gilt

$$\hat{X} = \sqrt{2} X_{eff}$$

Leistungsberechnung

Einphasige Leistungen (allgemein)

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

❗ Wirkleistung P

Die Wirkleistung P entspricht dem Mittelwert von $p(t)$:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$$

Einphasige Leistungen (periodisch)

Wichtig: Folgend Annahme, dass $u(t)$ und $i(t)$ periodisch sind und mit gleicher Periodendauer T .

$$P = \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\hat{U}_v \cdot \hat{I}_v}{2} \cos(\varphi_v) = \sum_{v=0}^{\infty} \hat{U}_{v,eff} \cdot \hat{I}_{v,eff} \cdot \cos(\varphi_v)$$

❗ Important

Nur gleiche Frequenzanteile in U & I tragen zur Wirkleistung bei!

$$S = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

P : Wirkleistung

Q : Blindleistung

S : Scheinleistung

U_{eff}, I_{eff} : Effektivwerte Strom & Spannung

λ : Leistungsfaktor

$$\begin{aligned} S^2 &= P^2 + Q^2 \\ &= P_1^2 + \underbrace{P_2^2}_{\substack{P \text{ Oberschwingungen} \\ U_2 \cdot I_2}} + \underbrace{Q_1^2}_{\substack{\text{Qaus Oberschwingungen} \\ U_2=0, U_1 \cdot I_2}} + Q_D^2 \\ &= S_1^2 + Q_D^2 \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{I_{v=1,eff}}{I_{eff}} \cos(\varphi_1)$$

Q_1 : Grundschatzungsblindleistung

S_1 : Grundwellenscheinleistung

D : Verzerrungsblindleistung

Einphasige Leistung (sinusförmige Spannung)

Häufiger Fall: sinusförmigen Spannung und ein ebenfalls periodischer, nicht-sinusförmiger Strom.

Es gilt:

$$u(t) = U_{eff} \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \quad U_{v=1,eff} = U_{eff} \quad U_{v>1,eff} = 0$$

$$i(t) = I_{AV} + \sum_{v=1}^{\infty} \hat{I}_v \cdot \sin(v \cdot \omega t + \varphi_v)$$

! Important

Nur die Grundschatzung des Stromes zusammen mit der sinusförmigen Spannung erbringt **Wirkleistung**.

$$P = U_{eff} \cdot I_{v=1,eff} \cdot \cos(\varphi_1)$$

Ist $\varphi_1 \neq 0$, zusätzliche *Grundschatzungsblindleistung* Q_1 und folglich auch eine *Grundschatzungscheinleistung* S_1 :

$$Q_1 = U_{eff} \cdot I_{v=1,eff} \cdot \sin(\varphi_1)$$

$$S_1 = U_{v=1,eff} \cdot I_{v=1,eff}$$

Die übrigen Frequenzanteile des Stromes verursachen Verluste in den Leitungen (\rightarrow Blindleistung). Dies wird *Verzerrungsblindleistung* Q_D genannt.

$$Q_D = U_{eff} \cdot I_{v>1,eff} = U_{rms} \cdot \sqrt{I_{AV}^2 + I_{v=2,eff}^2 + I_{v=3,eff}^2 + \dots}$$

Die Scheinleistung ist das Produkt der Effektivwerte und zwischen den verschiedenen Leistungen besteht folgender Zusammenhang.

$$S = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

Dreiphasige Leistung

$$S = 3 \cdot U_{ph,RMS} \cdot I_{ph,RMS} = \sqrt{3} \cdot U_{vk,RMS} \cdot I_{ph,RMS}$$

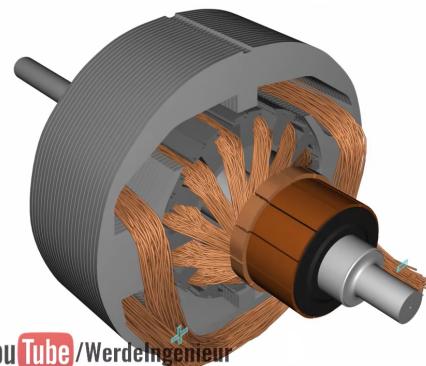
Klirrfaktor

Der Leistungsfaktor λ zeigt, wie optimal die Wirkleistung übertragen wird. Allgemein gilt $\lambda \leq \cos \varphi_1$ (=: kein Wirkleistungsverlust, $<$: Verlust).

Der Klirrfaktor k beschreibt die Qualität, mit $k \rightarrow 0$ sehr gut ist (keine Oberschwingungen).

$$k_i = \frac{I_{v>1,eff}}{I_{eff}} = \sqrt{\frac{I_{eff}^2 - I_{v=1,eff}^2}{I_{eff}^2}}$$

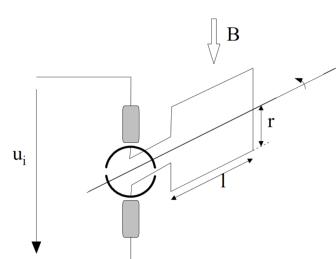
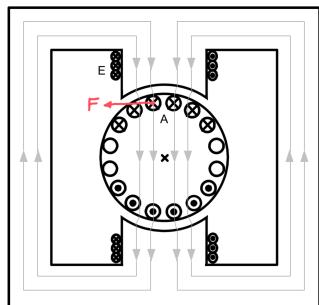
Gleichstrommaschine



YouTube /Werdegineur

Aufbau

Durch die *Erregerwicklung* fliesst der *Erregerstrom*, welcher ein magnetisches Feld erzeugt, das den Luftspalt und den Rotor durchdringt. Bei permanenterregten Gleichstrommaschinen wird das Feld mit einem Permanentmagnet erzeugt



$$U_a = R_a \cdot I_a + L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + U_i$$

Erregerkreis (Rotor)

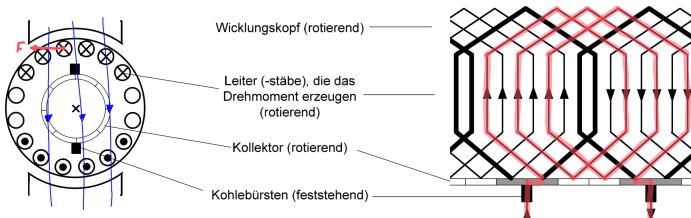
$$U_e = R_e \cdot I_e + L_e \cdot \frac{dI_e}{dt}$$

Mechanisch

$$M_{el} = M_{Last/Welle} + M_{Reibung} + J \frac{d\omega_m}{dt}$$

Elektr. \leftrightarrow Mech.

Die Wicklungen sind dabei so auf den Rotor gewickelt, dass ein kontinuierlicher Stromkreis über mehrere Windungen zustande kommt



Gegenspannung

Gleichstrommotoren erzeugen eine **Gegenspannung** durch die Rotation der Kupferwicklung im Magnetfeld (Selbstinduktion). Diese wirkt gegen die Ankerspeisung und regelt auch dadurch die Drehzahl von selbst.

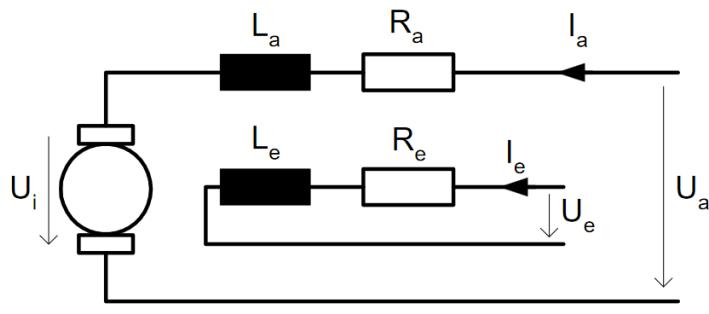
Nebenschluss / parallel

Der Anker und der Rotor wird parallel verbunden \rightarrow niedriges Anlaufmoment, dafür fast konstant unabhängig von der Belastung

Reihenschluss

Der Anker und der Rotor wird in Serie verbunden \rightarrow hohes Anlaufmoment, nimmt aber stark ab mit der Belastung.

Grundgleichungen



Die Hauptgleichungen (als Verbrauchersystem, d.h. im Motorbetrieb):

Ankerkreis (Stator)

$$U_i = c \cdot \phi \cdot \omega_m$$

$$\omega_m = 2\pi f_m = 2\pi \frac{n [\text{min}^{-1}]}{60 [\frac{\text{s}}{\text{min}}]}$$

$$M_{el} = c \cdot \phi \cdot I_a$$

i Maschinenkonstante c

Enthält unter anderem die Windungszahl. Sie ist bekannt oder kann messtechnisch ermittelt werden.

Erregerfluss

$$\phi = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_e$$

U_a : Ankerspannung

U_e : Erregerspannung

U_i : induzierte Spannung

ϕ :

Ersatzschaltung Fremderregt

Für den elektrischen Teil einer *fremderregten* Maschine ergibt sich das Ersatzschaltbild von vorher.

Stationär gilt

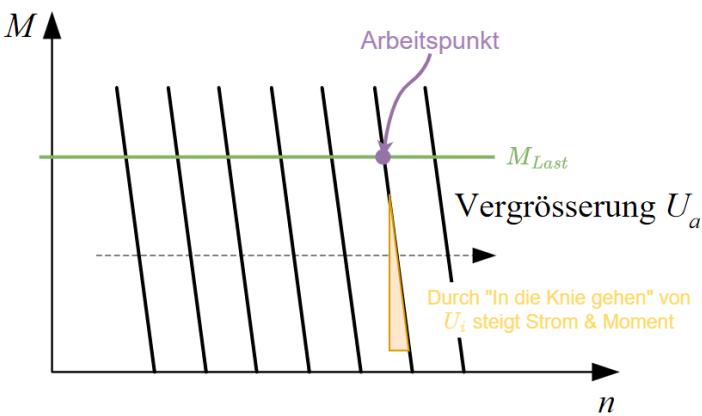
$$U_a = U_i + R_a \cdot I_a = c \cdot \phi \cdot \omega_m + R_a \cdot I_a \quad \phi \text{ konstant, wenn } I_e \text{ konst.}$$

Im **Leerlauf** ($M = 0, I_a = 0, U_a = U_i$) gilt

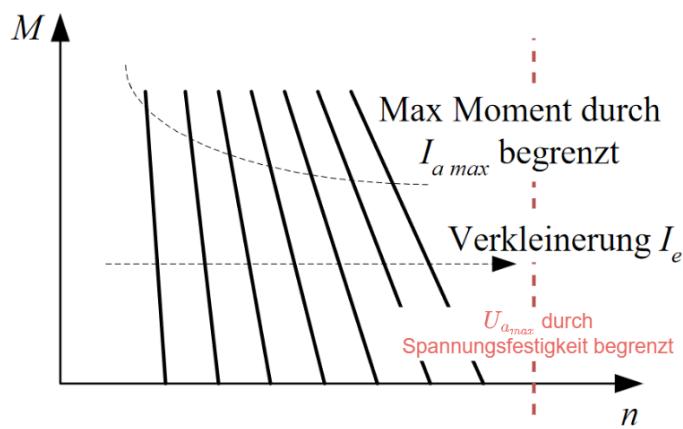
$$\omega_{m0} = \frac{U_a}{c\phi} \quad n_0 = \omega_{m0} \cdot 2\pi \frac{n [\frac{1}{\text{min}}]}{60 [\frac{\text{s}}{\text{min}}]}$$

Bei **konstantem Fluss** und **veränderlicher Ankerspannung** gilt

$$\omega_m = \frac{U_a}{c\phi} - \frac{R_a}{c^2\phi^2} \cdot M_{el}$$

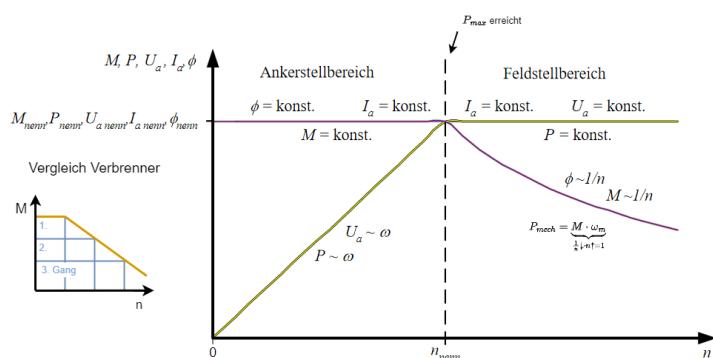


Bei **veränderlichem Fluss** und **konstanter** Ankerspannung erhält man folgende M-n-Kennlinie

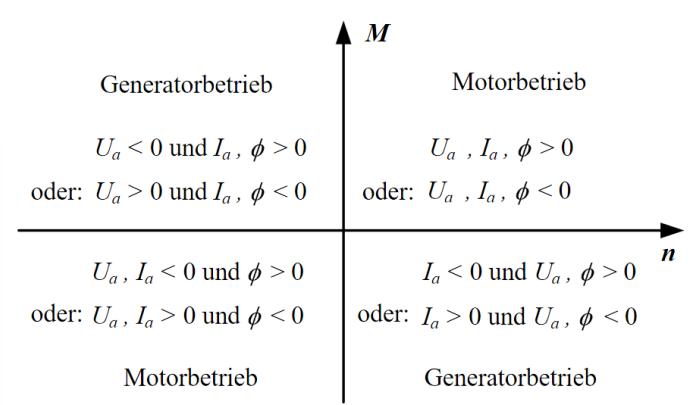


man erhält somit eine Drehzahlregelung über die Ankerspannung oder den Erregerfluss. Erfolgt eine Drehzahlerhöhung durch Verkleinerung des Erregerflusses, spricht man von **Feldschwächung**. Allgemein streben Gleichstrommaschinen eine **Gleichgewichtsposition** an, bei der gilt

$$U_a = U_i = c \cdot \underbrace{\phi \omega_m}_{\phi \uparrow \omega \downarrow | \phi \downarrow \omega \uparrow}$$

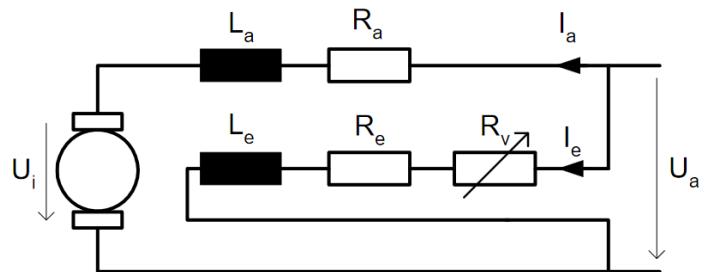


Zum umkehren der Drehrichtung muss entweder der Fluss oder der Ankerstrom umgekehrt werden. Unter **Vierquadrantebetrieb** versteht man den Betrieb in beide Drehrichtungen, wobei sowohl Motor- als auch Generatorbetrieb möglich ist



Ersatzschaltung Nebenschlussmaschine

Für den elektrischen Teil einer **Nebenschlussmaschine** gilt folgendes Ersatzschaltbild



Durch die Schaltungsart sind Erregerkreis und Ankerkreis parallel geschalten ($U_a = U_e$), so wird die Erregung über den Vorwiderstand R_V beeinflusst

$$\phi = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_e = \frac{L_e}{N_e} \cdot \frac{U_a}{R_e + R_V}$$

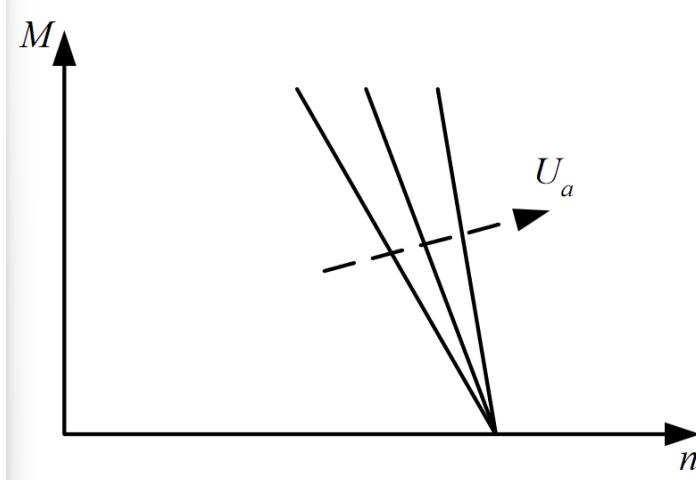
Im **Leerlauf** gilt

$$\omega_m = \frac{N_e(R_e + R_V)}{c \cdot L_e}$$

Für die Drehzahlabhängigkeit des Moments gilt

$$\omega_m = \frac{N_e(R_e + R_V)}{c \cdot L_e} - \frac{R_a \cdot (R_e + R_V)^2 \cdot N_e^2}{(c \cdot L_e \cdot U_a)^2} \cdot M_{el}$$

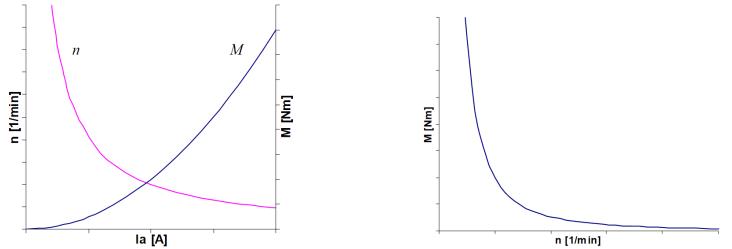
Eine höhere Klemmenspannung U_a bewirkt also eine flachere M-n-Charakteristik



Zudem gilt für die U_a und I_a , mit $U_i = c_1 \omega_m I_a$

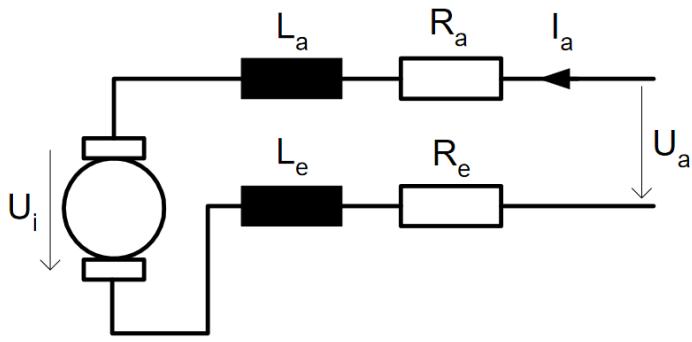
$$U_a = \begin{cases} \text{Allg.} & U_a = U_i + (R_a + R_e) \cdot I_a + (L_a + L_e) \frac{dI_a}{dt} \\ \text{DC:} & U_a = U_i + (R_a + R_e) \cdot I_a \\ \text{AC:} & U_a^2 = (U_i + (R_a + R_e) \cdot I_a)^2 + (\omega_e \cdot (L_a L_e) \frac{dI_a}{dt})^2 \end{cases}$$

Die Seriemaschine darf **nicht** im Leerlauf betrieben werden, da dort die Drehzahl sehr hoch ist ($\omega_m \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$). Siehe:



Ersatzschaltung Seriemaschine

Für den elektrischen Teil einer *Seriemaschine* gilt folgendes Ersatzschaltbild



Durch die Schaltungsart sind Erregerkreis und Ankerkreis in Serie geschalten ($I_a = I_e$)

$$\phi = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_e = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_a$$

$$\omega_m = \frac{U_a - (R_a + R_e) I_a}{c \cdot \frac{L_e}{N_e} \cdot I_a} = \frac{U_a}{c \cdot \phi} - \frac{(R_a + R_e) I_a}{c \cdot \phi} \quad \text{mit } \phi \propto I$$

Für das Drehmoment gilt:

$$M_{el} = c \cdot \frac{L_e}{N_e} \cdot I_a^2$$

Zur Vereinfachung schreibt man

$$c_1 = c \frac{L_e}{N_e}$$

und damit gilt

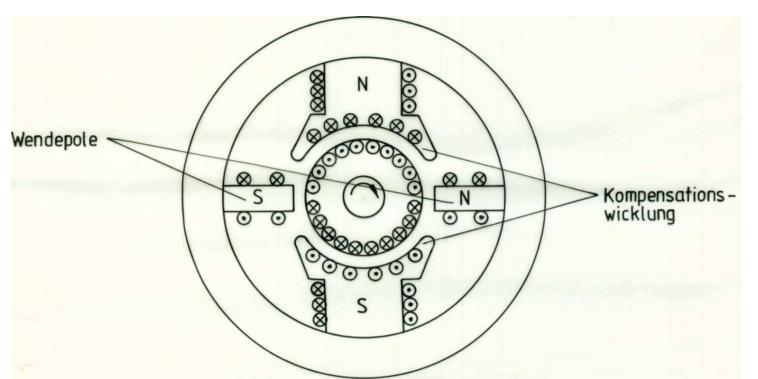
$$\omega_m = \frac{U_a}{\sqrt{c_1} \sqrt{M}} - \frac{R_a + R_e}{c_1} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$$

Ankerrückwirkung

Die **Ankerrückwirkung** entsteht durch die Überlagerung des Erregerfeldes mit dem Ankerfeld und beeinflusst das Luftspaltfeld im Motorbetrieb. Im ungesättigten Zustand heben sich Flussverstärkung und Fluss schwächung auf, wodurch die induzierte Spannung der Maschine unverändert bleibt. Im gesättigten Zustand führt die Ankerrückwirkung jedoch zu einer Verringerung der induzierten Spannung. Zudem können durch Feldverzerrungen große Spannungsdifferenzen zwischen benachbarten Kollektorlamellen entstehen, was zu einem Rundfeuer längs des Kollektors führen kann.

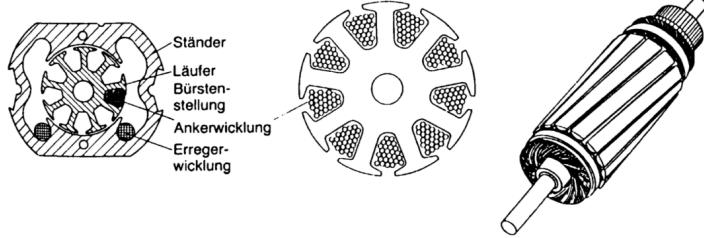
Bei großen Maschinen werden **Kompensationswicklungen** eingesetzt, um Feldverzerrungen unter den Hauptpolen auszugleichen. Sie befinden sich in den Polschuhen der Hauptpole und werden ebenfalls vom Ankerstrom durchflossen. Bei der Compoundmaschine wird ein ähnliches Verfahren angewendet, bei dem sowohl eine Serieerregerwicklung als auch eine fremderregte Nebenschlusswicklung vorhanden sind. Dadurch kann ein Gleichstromgenerator mit lastunabhängiger Ausgangsspannung realisiert werden.

Zur Verbesserung der Kommutierung werden **Wendepolwicklungen** in der geometrisch neutralen Zone angeordnet. Sie werden vom Ankerstrom durchflossen und induzieren eine Spannung in den Windungen, in denen der Strom das Vorzeichen wechselt, um die Stromwendung zu unterstützen. Bei kleineren, kostengünstigen Motoren werden diese Wicklungen jedoch oft weggelassen.

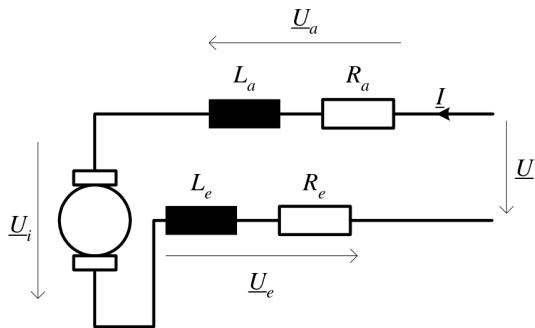


Universalmotor

Universalmotoren sind meist zweipolig aufgebaut, in der Regel mit symmetrischem Statorquerschnitt. Über die beiden Polkerne ist je eine Hälfte der Erregerwicklung gelegt. Zudem sind wegen der AC-Speisung sowohl Rotor als auch Stator geblecht ausgeführt



Wie für einen Serienmotor typisch, verfügt der Motor bei Leerlauf (oder niedrigem Moment) über eine sehr hohe Drehzahl da $\omega_m \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$ gilt.



$$\underline{U}_e = \underline{I} \cdot R_e + j\omega L_e \underline{I}$$

$$\underline{U}_a = \underline{I} \cdot R_a + j\omega L_e \underline{I}$$

$$\underline{U}_i = c \cdot \phi \cdot \omega_m = c \cdot \frac{L_e}{N_e} \cdot \underline{I} \cdot \omega_m \cdot L_e$$

$$\underline{U}_a + \underline{U}_e + \underline{U}_i = \underline{U}$$

$$\underline{U} = \underline{U}_i + \underline{I}(R_a + R_e) + j\omega \underline{I}(L_a + L_e)$$

Bei Vernachlässigung der Sättigung ist der Fluss proportional zum Strom und somit das Drehmoment proportional zum Strom im Quadrat.

$$M_{el} = c \cdot \Phi \cdot I = c \cdot \frac{L_e}{N_e} I^2$$

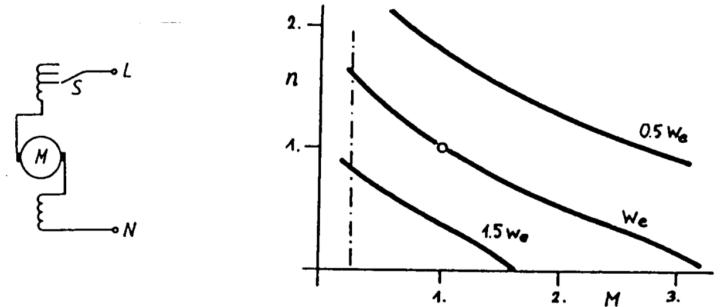
Und somit ergibt sich folgende Abhängigkeit der Drehzahl ($\sim =$ proportional)

$$\omega_m = \frac{|\underline{U} - \underline{I}(R_a + R_e) + j\omega \underline{I}(L_a + L_e)|}{\sqrt{c \frac{L_e}{N_e} M_{el}}} \quad \omega_m \sim \frac{U_i}{\sqrt{M_{el}}}$$

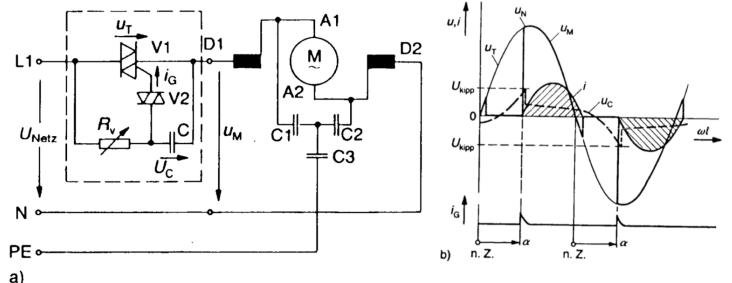
Drehzahlsteuerung

Die Drehzahl kann beim Universalmotor wie bei der Serieerregten Gleichstrommaschine durch **Variation der Speisespannung**, durch **Vorwiderstände** oder durch **Feldschwächung** eingestellt werden.

Des Weiteren kann für kleine und billige Anwendungen (z.B. Stabmixer) eine Anzapfung der Erregerwicklung über Stufenschalter erfolgen, die sogenannte **Feldumschaltung**

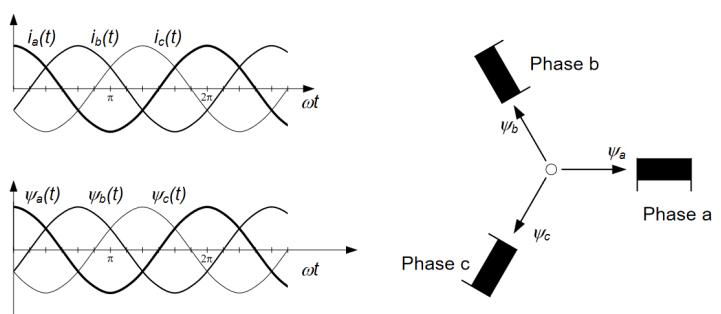


Für eine stufenlose Steuerung wird der **AC-Steller** verwendet. Als Stellglied bei kleinen Leistungen werden Triacs, die von Diacs gezündet werden verwendet



Drehfeldmaschinen

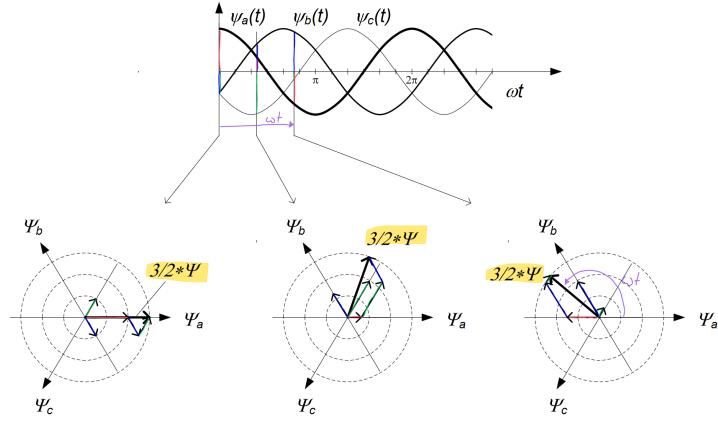
Durch Anordnen von drei Spulen, 120° zueinander versetzt, und speisen von Störmen die ebenfalls um 120° zueinander versetzt sind, entsteht ein resultierendes Feld mit konstanter Amplitude, das rotiert.



Jeder der drei Phasenströme erzeugt ein in der Achse der entsprechenden Wicklung liegendes Magnetfeld

$$\begin{aligned} i_a(t) &= \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i) & \Psi_a &= L_{ph} \cdot i_a \\ i_b(t) &= \hat{I} \cos(\omega t - 120^\circ + \varphi_i) & \Psi_b &= L_{ph} \cdot i_b \\ i_c(t) &= \hat{I} \cos(\omega t + 120^\circ + \varphi_i) & \Psi_c &= L_{ph} \cdot i_c \end{aligned}$$

Durch die Geometrische Addition der drei Felder ergibt sich ein drehender Zeiger (*Drehfeld*)



Durch die Verkettung ergibt sich

$$\vec{\Psi}_{gesamt} = [\Psi_a \cdot e^{j0^\circ} + \Psi_b \cdot e^{j120^\circ} + \Psi_c \cdot e^{-j120^\circ}]$$

Dies ergibt für den Resultierenden Fluss

$$\vec{\Psi} = \frac{3}{2} \hat{I} \cdot L_{ph} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

Nach üblicher Konvention (siehe Skript S.7) arbeitet man für die Drehzeigertransformation mit

$$\vec{\Psi} = \hat{I} \cdot L_{ph} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

Drehzeigertransformation

Die Drehzeigertransformation wird bei Drehfeldmaschinen verwendet, um die Analyse und Beschreibung ihres Verhaltens in einem komplexen Wechselstromsystem zu erleichtern. Sie wandelt dreiphasige Größen von einem dreiphasigen Koordinatensystem in ein rotorfestes Koordinatensystem um, wodurch die Komplexität reduziert wird. Die d- und q-Komponenten des rotorfesten Koordinatensystems sind direkt mit den magnetischen und mechanischen Zuständen der Maschine verbunden und ermöglichen eine vereinfachte Analyse.

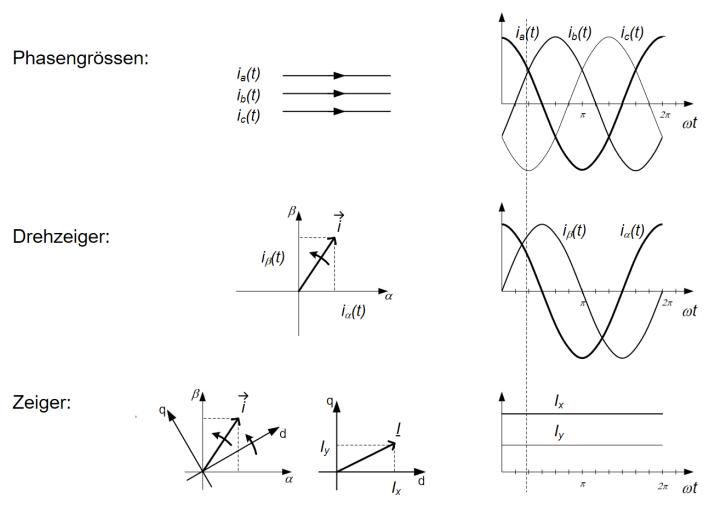


Figure 1: Darstellung von Dreiphasengrößen als Drehzeiger und als Zeiger im synchron mitlaufenden Koordinatensystem.

! Notation

Die Transformation kann mit allen Größen gerechnet werden (Spannung u , Strom i , Fluss Ψ). Nachfolgend wird der allgemeine Fall mit x gerechnet.

$$\vec{x}(t) = \frac{2}{3} [x_a(t) + x_b(t) \cdot e^{j120^\circ} + x_c(t) \cdot e^{-j120^\circ}]$$

Dreiphasenebene → Drehzeiger

Für die Darstellung auf der Komplexen Ebene mit $x(t) = x_\alpha + j \cdot x_\beta$ gilt für die Komponenten

$$x_\alpha = \frac{1}{3} (2x_a - x_b - x_c) \quad x_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}} (x_b - x_c)$$

Ist das Dreiphasensystem nicht stationär symmetrisch (bsp. Sternpunkt verschoben), so ergibt sich ein Nullsystem

$$x_0(t) = \frac{1}{3} [x_a + x_b + x_c]$$

Drehzeiger → Zeiger

Die Drehzeiger können von einem rotierenden Koordinatensystem aus betrachtet werden. Entspricht die Umlaufgeschwindigkeit des Koordinatensystems ω_k derjenigen des Drehzählers, erscheint er als stillstehender Zeiger \underline{X}

$$\underline{X}(t) = \vec{x}(t) \cdot e^{-j \int \omega_k dt} \quad \text{mit } \omega_k \text{ konstant: } \underline{X}(t) = \vec{x}(t) \cdot e^{-j \omega_k t}$$

Auch hier werden die Projektionen auf die Achse des imaginären Zeigers betrachtet. Dies mit den Indizes x und y , bzw. d und q bei Synchronmaschinen

$$\underline{X}(t) = X_x + j \cdot X_y$$

Zeiger → Drehzeiger

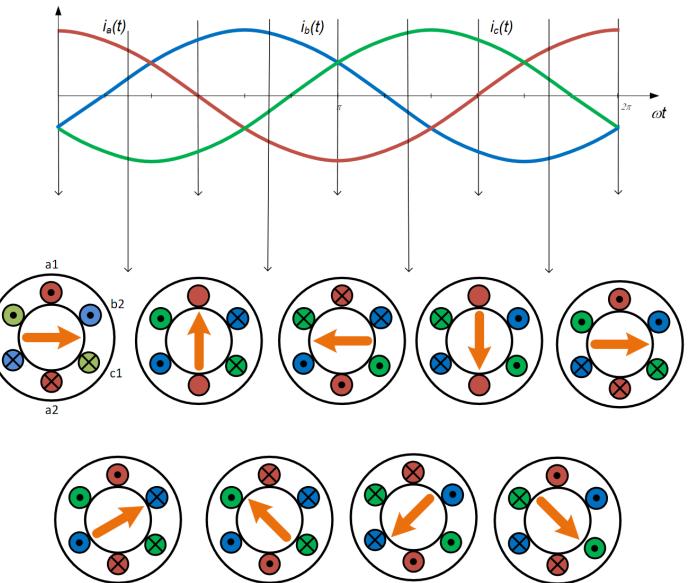
$$\vec{x}(t) = \underline{X}(t) \cdot e^{j \int \omega_k dt} \quad \text{mit } \omega_k \text{ konstant: } \vec{x}(t) = \underline{X}(t) \cdot e^{j \omega_k t}$$

Drehzeiger → Phasengröße

$$x_a = x_\alpha + x_0$$

$$x_b = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x_\beta - x_\alpha) + x_0$$

$$x_c = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}x_\beta - x_\alpha) + x_0$$



Synchronmaschine (SM)

Aufbau

Üblicherweise hat der Stator einer SM eine dreiphasige Wicklung. Der Rotor trägt eine Wicklung, die über einen Schleifring mit Gleichstrom magnetisiert wird, alternativ werden beim Rotor Permanentmagnete eingesetzt.

Die **Vollpolmaschine** besitzt einen langen Rotor mit kleinem Durchmesser, der deshalb für schnelllaufende Maschinen geeignet ist. Die **Schenkelpolmaschine** ist kürzer, hat aber einen grösseren Durchmesser.

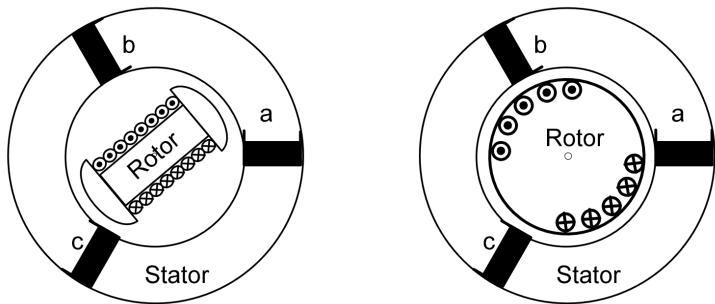


Figure 2: Schenkelpolmaschine links, Vollpolmaschine rechts

Wirkungsweise

Drehzahl & Polpaarzahl

Die Statorwicklung erzeugt ein Drehfeld, welches stationär mit

$$\omega_{mech} = \omega_{D1} = \frac{\omega_1}{p}$$

dreht. Der Index 1 steht für Stator. p steht für die Polpaarzahl. Das Drehfeld hat folgenden Ablauf

Über die Polpaarzahl p kann die Umdrehungszahl bei Betriebsfrequenz definiert werden.

Zum Beispiel für den Betrieb am 50Hz-Netz:

p	$n \left[\frac{U}{min} \right]$		
1	3000		
2	1500		
3	1000		
4	750		
	usw.		

Das Drehmoment ist der Drehzahl umgekehrt proportional

$$M_{mech} = p \cdot M_1$$

Polradspannung & Ersatzschaltung

Die rotierende Erregerwicklung (*Polrad*) erzeugt ein Drehfeld, welches in den Ständerwicklungen die Polradspannung U_p induziert. Die Polradspannung ist drehzahlproportional

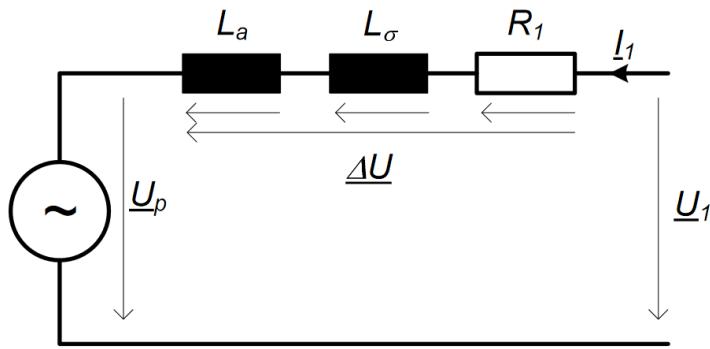
$$U_p = j \cdot \omega_1 \cdot \Psi_p \quad U_p = \omega_1 \cdot |\Psi_p|$$

Wenn kein Strom im Stator fliesst, also im **Leerlauf**, liegt die Spannung U_p an den Statorklemmen an. Durch Stromfluss in den Statorwicklungen entsteht ein Drehfeld, das sich mit dem Polradfeld überlagert und zusammen die induzierte Spannung im Stator erzeugt, wobei die Überlagerung der Drehfelder oder der von beiden Feldern induzierten Spannungen betrachtet werden kann,

wobei der durch den Statorstrom resultierende Spannungsanteil der Selbstinduktionsspannung in der Statorwicklung entspricht.

$$u_{Ld} = (L_a + L_\sigma) \frac{di_1}{dt}$$

Wobei L_a die Hauptinduktivität und L_σ die Streuinduktivität darstellen. Zudem wird mit R_1 der Wicklungswiderstand modelliert, wobei dieser bei grossen Maschinen oft weggelassen wird.



Zudem werden die Induktivitäten of zusammengefasst zu $L_d = L_\sigma + L_a$

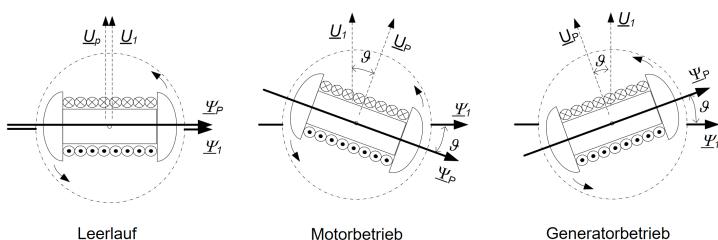
Die Spannung ΔU berechnet sich nach

$$\Delta U = j \cdot X_d \cdot I_1 + R \cdot I_1$$

$$X_d = \omega_1 L_d = \omega_1 (L_a + L_\sigma)$$

Drehmomentbildung

Durch die Verdrehung des Rotors im Statorfeld um den Polradwinkel ϑ erzeugt ein Drehmoment. Eilt das Statorfeld dem Polrad voraus, ist die Maschine im Motorbetrieb, eilt das Statorfeld nach, Generatorbetrieb



Das Drehmoment nimmt mit dem Sinus über den Polradwinkel ϑ zu, ist also bei $\vartheta = 90^\circ$ maximal. In diesem Punkt läuft die Maschine nicht mehr synchron, sie kippt → Kippmoment.

Die Mechanische Leistung P_{mech} berechnet sich wie folgt

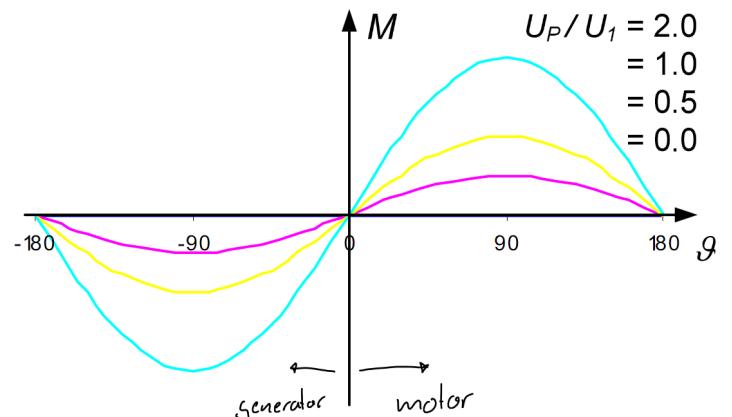
$$P_{mech} = M \cdot \omega_{mech} = \frac{3U_1 U_p}{X_d} \sin(\vartheta)$$

Wobei für die Drehzahl ω_{mech} gilt

$$\omega_{mech} = \frac{\omega_1}{p} = 2\pi f_{mech} = 2\pi \frac{n}{60}$$

Für das Drehmoment folgt daraus

$$M = \underbrace{\frac{3pU_1 U_p}{\omega_1 X_d}}_{\text{Kippmoment}} \sin(\vartheta)$$

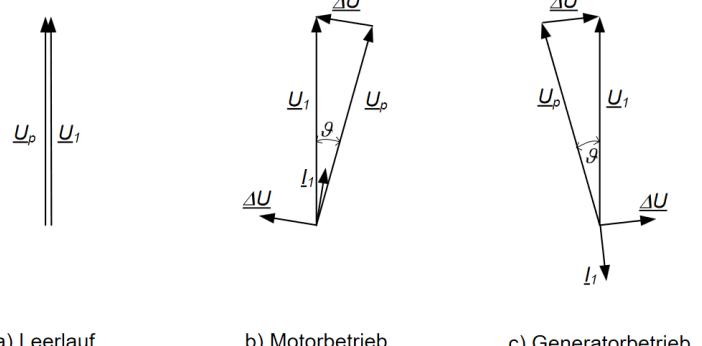


Betrieb am Netz

Im Netzbetrieb ist die Statorspannung $U_1 = U_N$ vorgegeben. Der Strom I_1 muss sich nun so einstellen, dass der Spannungsabfall ΔU über der Maschinenimpedanz gerade der Differenz zwischen $U_1 - U_p$ entspricht. Unter Vernachlässigung des Wirkwiderstands folgt

$$I_1 = -j \frac{\Delta U}{X_d} = -j \frac{U_1 - U_p}{X_d}$$

Entsprechend können die Zeigerdiagramme ausfallen

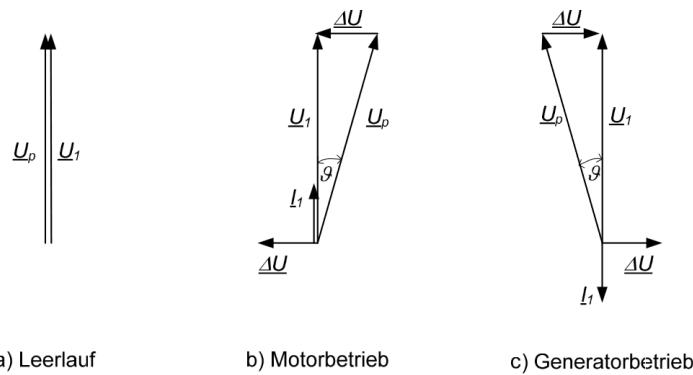


a) Leerlauf

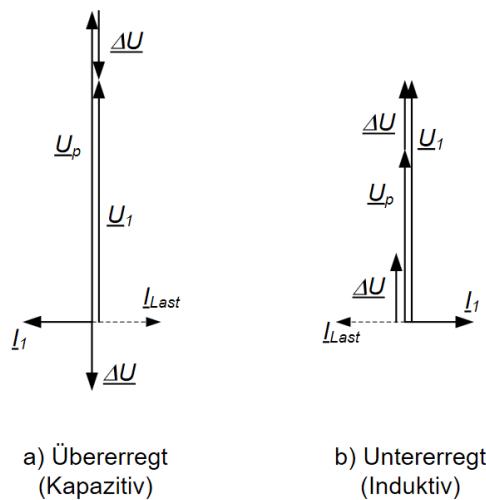
b) Motorbetrieb

c) Generatorbetrieb

Wird über den Erregerstrom der Betrag von U_p erhöht, können I_1 und U_1 wieder phasengleich ausgerichtet werden. So bezieht die Maschine keine Blindleistung und der Leistungsfaktor entspricht $\lambda = 1$

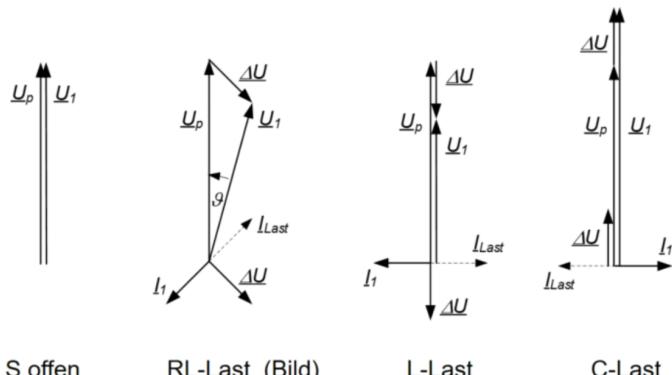
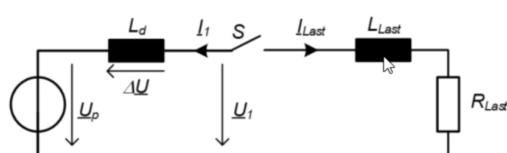


Sind I_1 und U_1 in Phase und die Maschine in mechanischem Leerlauf, so kann über den Erregerstrom ΔU_1 eingestellt werden. Die Maschine verhält sich dann Induktiv oder Kapazitiv, bzw. die Blindleistung kann eingestellt werden



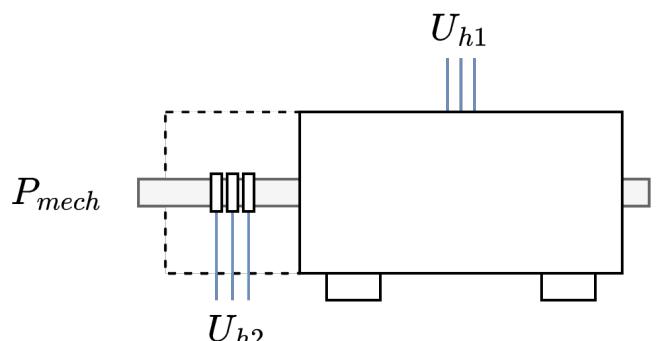
Inselbetrieb

Durch Vergrössern und Verkleinern des Betrages der Polradspannung U_p über den Erregerstrom kann der Betrag der Klemmenspannung U_1 auf den gewünschten Wert eingestellt werden.

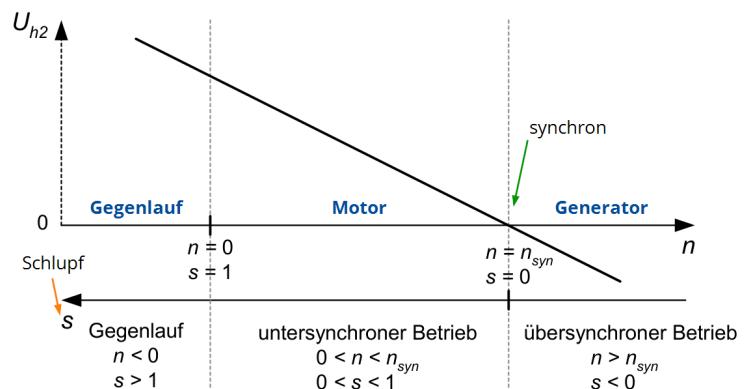


Asynchronmaschine (ASM)

Grundsätzlich besteht die ASM aus einem Rotor und einem Stator. Die Spannung des Rotors U_{h2} ist abgreifbar, oder bei einem Käfigläufer kurzgeschlossen



Rotorspannung



Stillstand: $n = 0$, $s = 1$, $\omega_2 = \omega_1$, $U_{h2} = \frac{U_{h1}}{i\dot{i}}$ Synchrondrehzahl: $n = n_{syn}$, $s = 0$, $\omega_2 = 0$, $U_{h2} = 0$

U_{h1} : Eingangsspannung

U_{h2} : Induzierte Spannung im Rotor

ω_1 : Netzfrequenz am Stator

ω_2 : Netzfrequenz am Rotor

s : Schlupf

Betriebsarten

Motorbetrieb

$$0 < s < 1 \quad 0 < n < n_{syn} \quad P_\delta > 0$$

$$0 < P_{mech} < P_\delta \quad 0 < P_2 < P_\delta$$

Generatorbetrieb

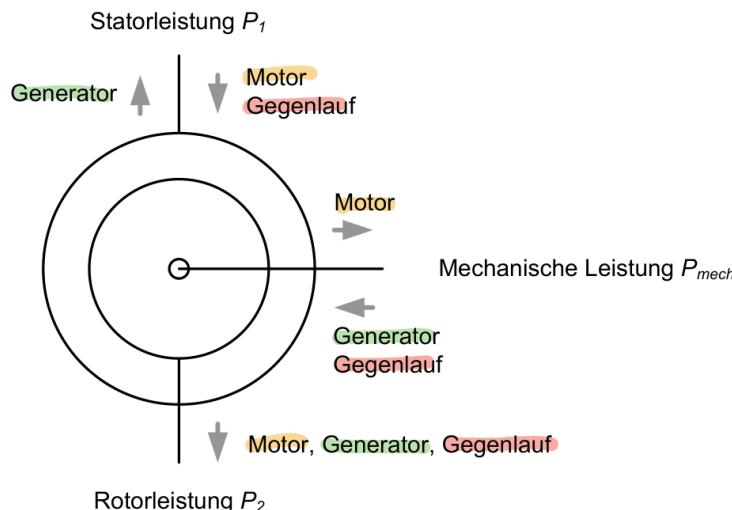
$$s < 0 \quad n > n_{syn} \quad P_\delta < 0$$

$$P_{mech} < 0 \quad P_2 > 0$$

Gegenlauf (Bremsbetrieb)

$$s > 1 \quad n < 0 \quad P_\delta > 0$$

$$P_{mech} < 0 \quad P_2 > 0$$



ω_1 : Netzfrequenz am Stator

ω_2 : Netzfrequenz am Rotor

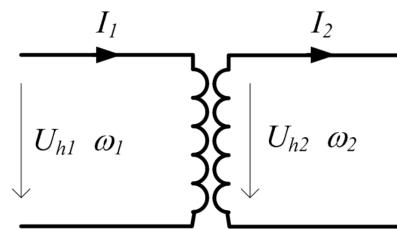
ω_{D1} : Drehfehlgrösse bezüglich Stator

ω_{D2} : Drehfehlgrösse bezüglich Rotor

s : Schlupf

Ströme

Die ASM verhält sich wie ein Transformator, bei dem sich Statorstrom I_1 und Rotorstrom I_2 kompensieren.



$$I_1 = \frac{1}{\dot{u}} I_2 \quad I_2 = \dot{u} I_1$$

Leistungen

Für die Leistung wird angenommen, dass der Rotor mit einem ohm'schen Widerstand abgeschlossen ist. Dies gilt auch für den Kurzschlussläufer, bei dem nur der Wicklungswiderstand der Rotorwicklung vorhanden ist.

$$\omega_{D1} = \frac{\omega_1}{p} \quad \omega_{D2} = \omega_{D1} - \omega_{mech}$$

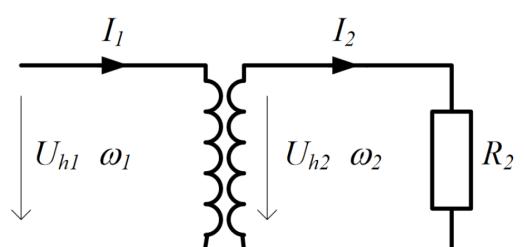
Frequenzen

Winkelfrequenzen der Drehfelder

$$\omega_{mech} = 2\pi \cdot f_{mech} = 2\pi \frac{n}{60}$$

$$\omega_2 = p \cdot \omega_{D2} = \omega_1 - p \cdot \omega_{mech}$$

Schlupf



Verlustfrei

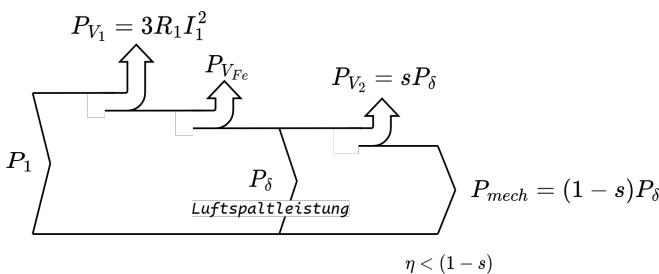
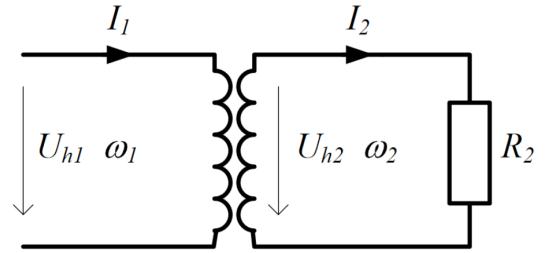
Belastung mit R_2 , I_2 und U_{h2} in Phase

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} = \frac{\omega_{syn} - \omega_{mech}}{\omega_{syn}} = \frac{\omega_1 - p \cdot \omega_{mech}}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$P_2 = 3 \cdot U_{h2} \cdot I_2$$

$$\omega_2 = s \cdot \omega_1$$

$$P_1 = 3 \cdot U_{h2} \cdot I_2$$

Verlustbehaftet**Ersatzschaltung**

Es gilt mit \dot{u} das Übersetzungsverhältnis

$$U_{h2} = s \frac{U_{h1}}{\dot{u}} = sU_{h20}$$

wobei U_{h20} die Rotorspannung im Stillstand bei $s = 1$ ist

$$I_1 = \frac{1}{\dot{u}} I_2 = \frac{1}{\dot{u}} \frac{U_{h2}}{R_2}$$

- P_1 : Elektrische Eingangsleistung
- P_{V1} : Verlustleistung Stator
- P_{Vfe} : Magnetisierungsverluste
- P_{V2} : Verlustleistung Rotor
- P_δ : Luftspaltleistung
- P_{mech} : Mechanische Leistung

Die Luftspaltleistung ist definiert über

$$P_\delta = P_1 - 3R_1I_1^2 - P_{Fe}$$

Läuferwiderstand R_S

Statt mit einer schlupfabhängigen Sekundärspannung und -frequenz zu arbeiten, kann im Ersatzschema ein Laufwiderstand $R_S = R_2 \frac{1-s}{s}$ eingeführt werden, der von s abhängig ist. So ergibt sich der Ausgangswiderstand

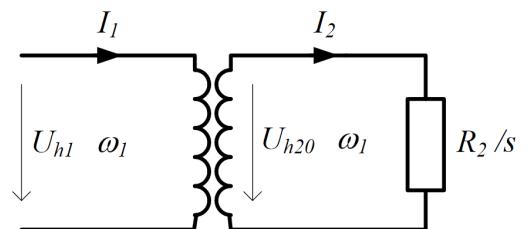
$$R_2 + R_S = \frac{R_2}{s}$$

Die Rotorleistung entspricht

$$P_2 = 3U_{h2}I_2 = 3sU_{h1}I_1 = sP_\delta$$

Die Mechanische Leistung entspricht

$$P_{mech} = P_\delta - P_2 = (1-s)P_\delta$$



So ergibt sich

Wirkungsgrad

Motorbetrieb $0 < s < 1$

$$\eta = \frac{P_{mech}}{P_1} < \frac{P_{mech}}{P_\delta} = 1 - s$$

$$U_{h20} = \frac{U_1}{\dot{u}}$$

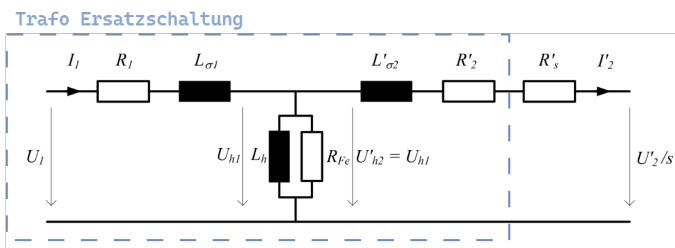
$$I_2 = \frac{U_1}{\dot{u}R_s} = \frac{U_1s}{\dot{u}R_2}$$

Generatorbetrieb $s < 0$

$$\eta = \frac{P_1}{P_{mech}} < \frac{P_\delta}{P_{mech}} = \frac{1}{1 - s}$$

Berücksichtigung der Streu- und Hauptimpedanzen

Unter Berücksichtigung aller Impedanzen ergibt sich das Ersatzschaltbild des Trafos



Drehmoment

$$M_{el} = \frac{P_{mech}}{\omega_{mech}} = \frac{P_\delta}{\omega_{D1}} = \frac{P_\delta \cdot p}{\omega_1}$$

! Verfügbares Drehmoment

Um das Stationär an der Welle verfügbare Drehmoment M_{mech} zu erhalten, müssen noch die mechanischen Reibungsverluste M_{Vreib} abgezogen werden.

Mit

$$\underline{U}'_2 = \dot{u} \underline{U}_2 \quad R'_2 = \dot{u}^2 R_2 \quad L'_\sigma 2 = \dot{u}^2 L_\sigma 2$$

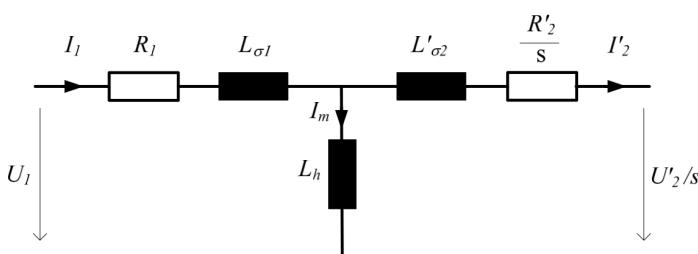
$$I'_2 = \frac{I_2}{\dot{u}} \quad R'_s = \dot{u} R_s$$

Bei der Kurzschlussläufer ASM wird der Apastroph als Markierung oft weggelassen, da der Rotor nicht zugänglich ist und so zur Auslegung des Antriebs unwesentlich ist, welches Übersetzungsverhältnis vorliegt.

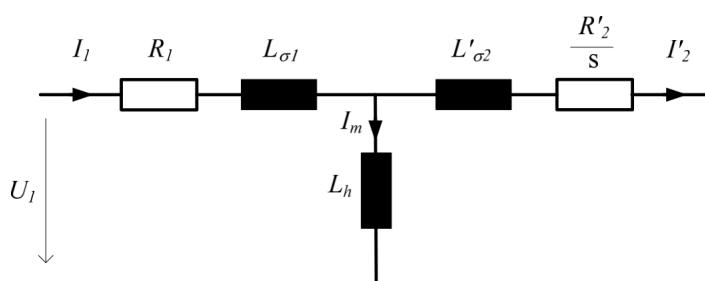
Die Spannung $U_2 = \frac{\underline{U}'_2}{\dot{u}}$ ist die an den Rotorklemmen anliegende Spannung. Beim kurzgeschlossenen Rotor ist sie 0. Gegebenenfalls wird hier ein externer Rotorwiderstand angeschlossen. Zur Berechnung von R_s muss für R_2 die Summe von sekundären Wicklungswiderstand und externem Rotorwiderstand eingesetzt werden.

Bei kurzgeschlossenem Rotor, kann die Maschine als Transistor betrachtet werden, der durch einen ohm'schen Widerstand belastet ist. Dieser Laufwiderstand entspricht gerade dem Ersatzwiderstand für die mechanische Leistung an der Welle. Ein externer Rotorwiderstand wird zum Wicklungswiderstand der Sekundärwicklung dazugerechnet.

So präsentiert sich das typische Ersatzschaltbild als einphasiges T-Ersatzschaltbild



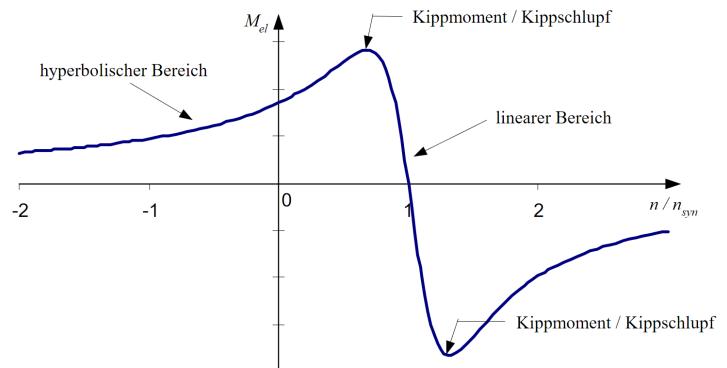
Beim Kurzschlussläufer ist die Spannung U_2 natürlich null



Unter Berücksichtigung der Statordaten ergibt sich

$$M_{el} = \frac{3p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (\omega_1 L_{1\sigma} + \omega_1 L'_{2\sigma})^2} \cdot \frac{R'_2}{s}$$

Es ergibt sich folgender Verlauf des Drehmoments



Im linearen Bereich (s klein) ist der Verlauf annähernd linear

$$M_{el} \cong \frac{3p}{\omega_1} \frac{U_1^2}{R'_2} s$$

Der **Kippschlupf** ist definiert durch

$$s_k = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (\omega_1 L_{1\sigma} + \omega_1 L'_{2\sigma})^2}}$$

Unter Vernachlässigung des Statorwiderstandes R_1 wird der Kippschlupf zu

$$s_k = \frac{R'_2}{\omega_1 (L_{1\sigma} + L'_{2\sigma})}$$

Das **Kippmoment** erhält man mit

$$M_k = \frac{3p}{2\omega_1} \frac{U_1^2}{R_1 + \omega_1 L_{1\sigma} + \omega_1 L'_{2\sigma}}$$

Unter Vernachlässigung des Statorwiderstandes R_1 erhält man

$$M_k = \frac{3p}{2(L_{1\sigma} + L'_{2\sigma})} \frac{U_1^2}{\omega_1^2}$$

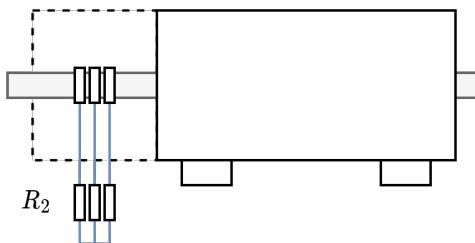
Kloss'sche Gleichung

Durch Kippmoment und Kippschlupf lässt sich das Drehmoment für jeden Schlupf berechnen

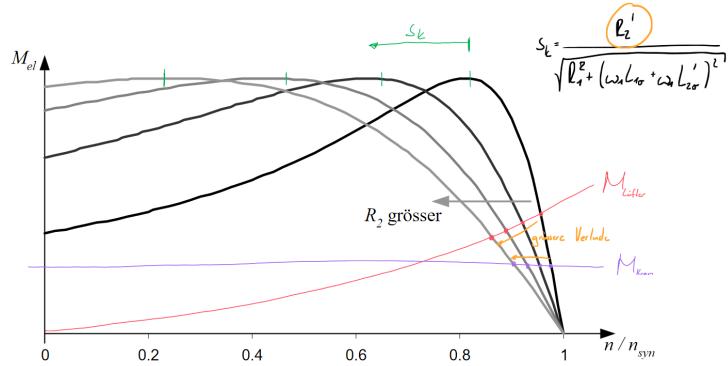
$$\frac{M_{el}}{M_k} = \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}$$

Variation der Drehzahl

Variation von R_2

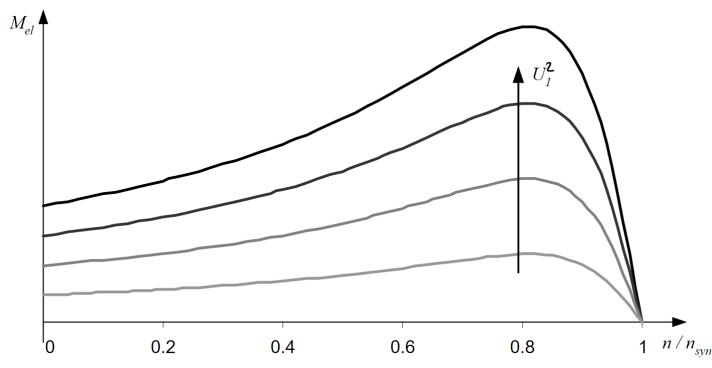


Aus der Formel für den Kippschlupf ist ersichtlich, dass R_2 einen erheblichen Einfluss hat



Variable Statorspannung U_1

Die Synchrongeschwindigkeit und der Kippschlupf bleiben dabei unverändert. Lediglich das Moment ändert mit U_1^2 . Diese Variante eignet sich demzufolge nur zum Hochfahren der Maschine bei wenig Last oder für kleine Drehzahlanpassungen im Bereich der Nenngeschwindigkeit, aber nicht zum Betrieb in einem weiteren Drehzahlbereich.



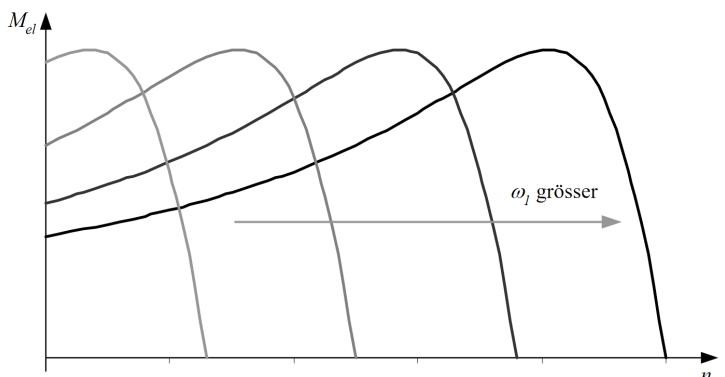
Verringelter Anlaufstrom

Zur Verringerung des Anlaufstromes ist es möglich, den Motor in Sternschaltung anlaufen zu lassen und danach auf Dreieck umzuschalten. Dabei werden beim Anfahren die Leistung und das Drehmoment auf $\frac{1}{3}$ verringert.

Variable Statorfrequenz

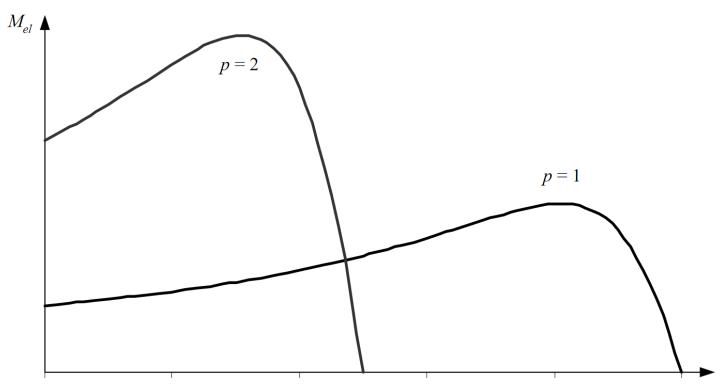
Wird die Statorfrequenz verändert, variiert die Synchrongeschwindigkeit. Die Maschine kann mit kleinem R_2 und kleinem Schlupf, das heißt mit gutem Wirkungsgrad betrieben werden.

Um die Maschine im Nennfluss zu betreiben, muss die Spannung der Frequenz angepasst werden: $\frac{U_1}{\omega_1} = \text{konstant}$



Umschaltbare Polpaarzahl (Dahlander Maschine)

Wird heute kaum angewendet. Es ist jedoch die einzige Möglichkeit um bei kleiner Drehzahl die volle Maschinenleistung, das heißt ein entsprechend größeres Moment zu erhalten.

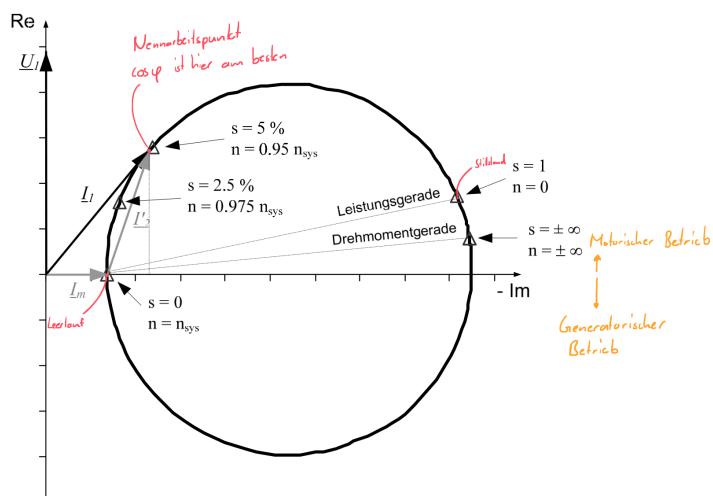


Stromortskurve

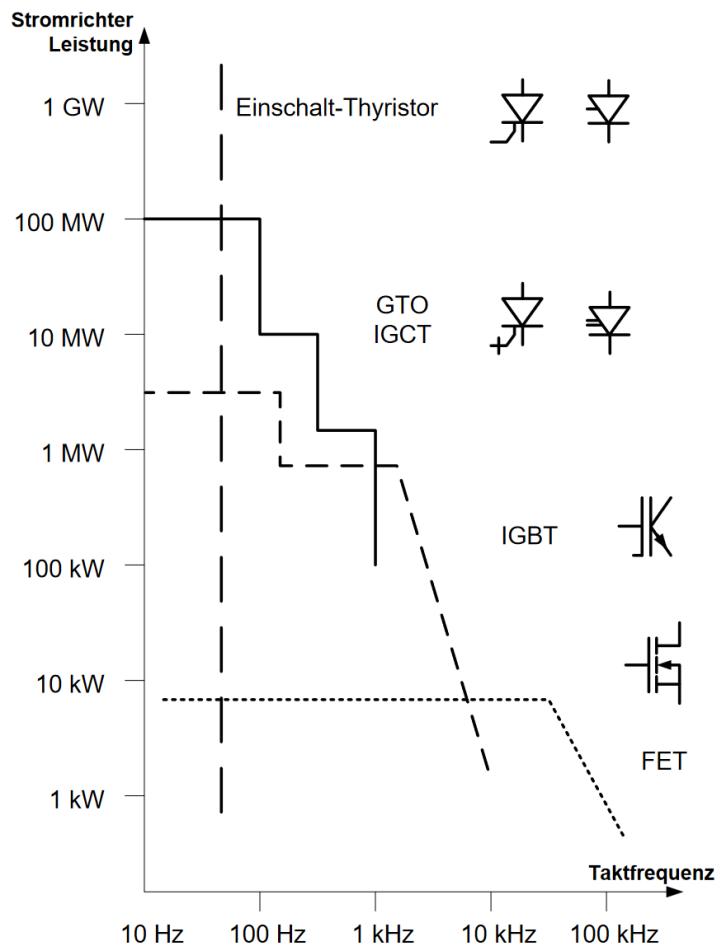
Nach der Ersatzschaltung der Kurzschlussläufer-ASM ist der Statorstrom I_1 bei konstanter Statorspannung U_1 eine Funktion des Schlupfes s . Für den komplexen Statorstromzeiger gilt:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1 + j\omega_1 L_{1\sigma} + \frac{1}{j\omega_1 L_h} + \frac{1}{\frac{R_2}{s} + j\omega_1 L'_{\sigma 2}}}$$

Geplottet ergibt sich



Im Stillstand ist die Wirkleistungsaufnahme grösser als im Nennarbeitspunkt. Trotzdem wird die Maschine im Stillstand (*blockiert*) heiss, da $P_{mech} = M \cdot \omega_{mech}$. Es geht also keine Wirkleistung in mechanische Leistung über.



Leistungshalbleiter

Übersicht

In der Leistungselektronik werden folgende Halbleiter eingesetzt:

Fremdgeführt:

- Diode

Einschaltbar:

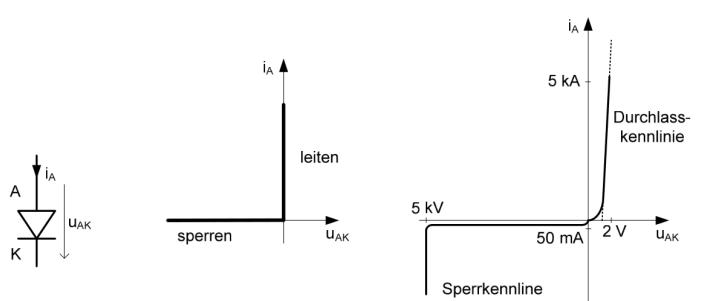
- Thyristor

Ein- und Ausschaltbar:

- GTO (*Gate Turn Off Thyristor*)
- IGCT (*Insulated Gate Commutated Thyristor*)
- IGBT (*Insulated Gate Bipolar Transistor*)
- FET (*Feld Effekt Transistor*)
- Bipolartransistor

Diode

Zweischicht-Element mit einem pn-Übergang



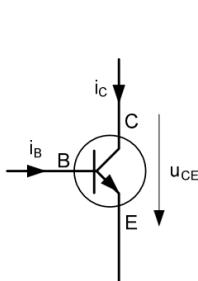
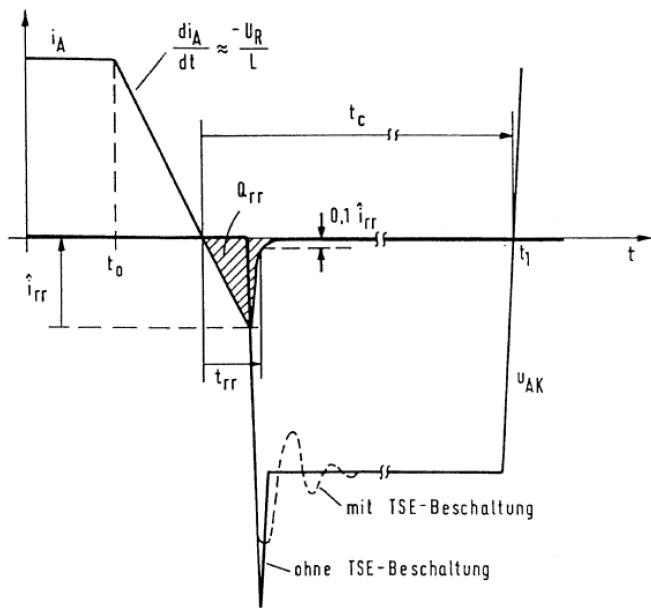
Der maximale Durchgangsstrom ist durch die Erwärmung der Diode bestimmt. Die typische maximale Junction-Temperatur beträgt $T_{jmax} = 150^\circ\text{C}$. Die Erwärmung der Diode wird durch die Kühlung und die Verluste bestimmt

$$P_V = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = U_D I_{avg} + r_d I_{rms}^2$$

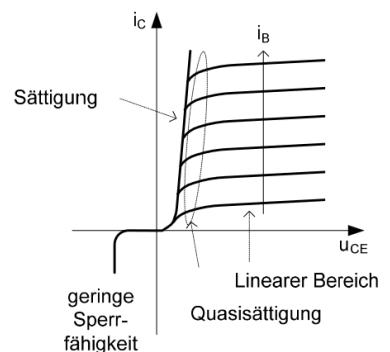
! Trägerstaueffekt TSE

Der Übergang von einem sperrenden zu einem leitenden Zustand bei einer Diode erfordert Zeit, um die pn-Schicht mit Ladungsträgern zu überschwemmen. Bei einem hohen $\frac{di}{dt}$ beim Einschalten kann die Diode zerstört werden, da sie noch nicht vollständig leitend ist. Ähnlich erfolgt der Übergang vom leitenden zum sperrenden Zustand, bei dem die pn-Schicht von Ladungsträgern befreit werden muss, was zu Überspannungen führen kann.

Der Trägerstaueffekt kann mit der Ausschaltentlastung aus Section

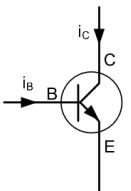


Symbol

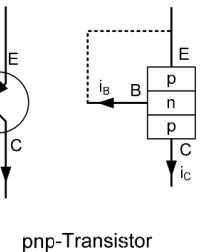
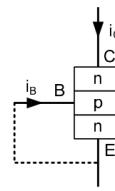


Kennlinienfeld

Die Struktur ist wie folgt aufgebaut



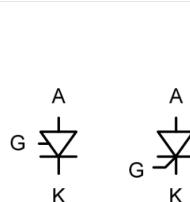
npn-Transistor



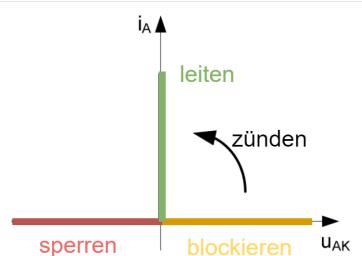
pnp-Transistor

(Einschalt-)Thyristoren

Hochleistungs-Einschaltthyristoren haben typische maximale Ströme von 2 bis $5kA$ und Spannungen bis zu $8.5kV$. Durch Serie- oder Parallelschaltung lassen sich auch Stromrichter bis zu $1500kA$ oder $500kV$ realisieren.



Symbol



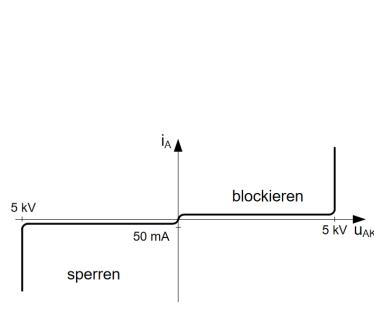
idealisierte Kennlinie

Schottky Dioden

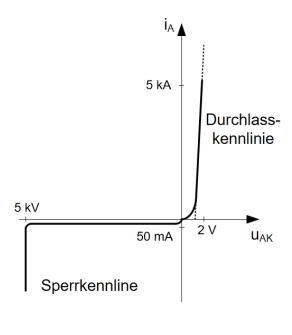
Schottky-Dioden zeichnen sich durch eine deutlich geringere Durchlassspannung, einen geringeren Rückwärtsstrom und eine geringere Spannungszeitfläche Q_{rr} beim Ausschalten aus, sind jedoch nur für Sperrspannungen bis etwa 100 V geeignet.

Bipolartransistor

In der Leistungselektronik werden BJTs zur Minimierung der Verlustleistung nur im Zustand voll leitend oder voll sperrend eingesetzt. Sie können nur in einer Richtung Strom führen, Spannung jedoch in beiden Richtungen aufnehmen.



ausgeschalteter Zustand



eingeschalteter Zustand

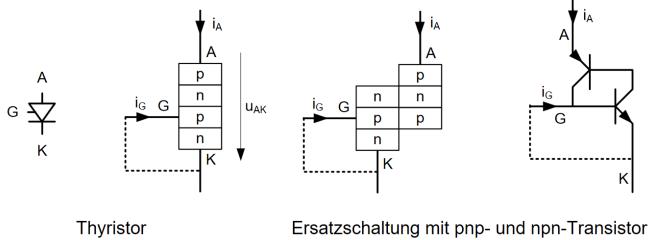
Verluste treten nur in eingeschaltetem Zustand auf, wobei sie in diesem Bereich wie bei der Diode verhalten

$$P_V = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = U_D I_{avg} + r_d I_{rms}^2$$

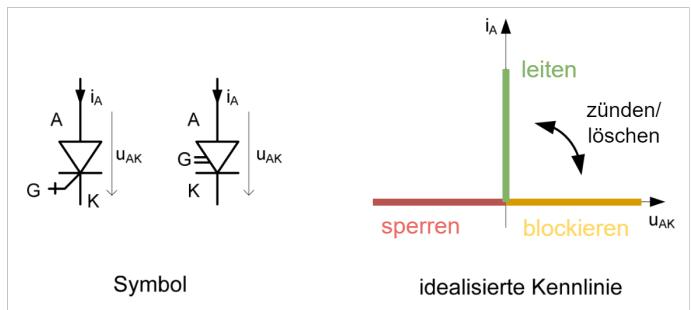
i Dynmamsches Verhalten

Mit einem kurzen Gatestromimpuls aus einer elektronischen Gatestromquelle kleiner Leistung, können Thyristoren bei positiver Anoden-Kathoden-Spannung u_{AK} vom blockierten

in den leitenden Zustand gekippt werden.



Dieser besteht bis der Anodenstrom $i_a \leq 0$ gebracht wird.



Der Gatestrom zum Ausschalten beträgt...

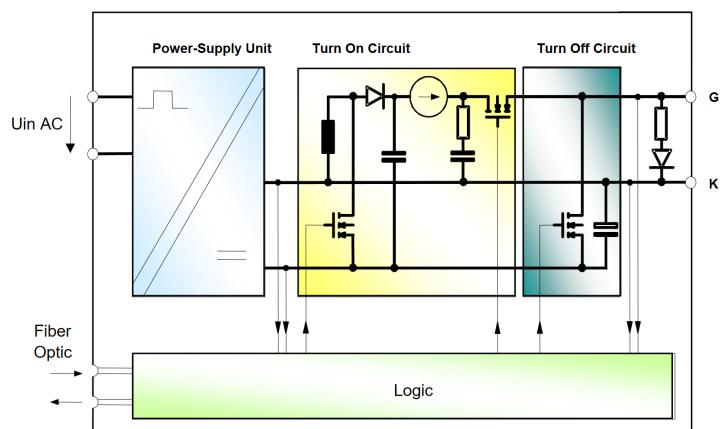
- ... beim **GTO**

$$I_G \approx \frac{1}{3} i_A$$

- ... beim **IGCT**

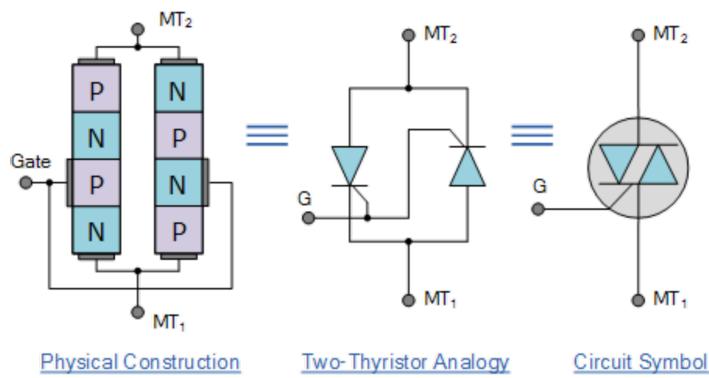
$$I_G \approx i_A$$

Für die Ansteuerung von GTOs wird eine *Turn-On*- und eine *Turn-Off*-Schaltung verwendet. Beim *Turn-On* muss ein genügend grosser positiver Gatestromimpuls generiert werden. Zum Ausschalten muss der Gatestrom "aus dem Gate gezogen" werden (ungefähr $-\frac{1}{3}$ des Laststroms). Dies geschieht mit Kondensatoren, die zwischen Kathode und Gate geschalten werden



Triac

Der Triac entspricht der Antiparallelschaltung zweier Einschaltthyristoren und kann in beiden Richtungen Strom führen und Spannung aufnehmen. Triacs haben zum Zünden in beide Stromrichtungen ein gemeinsames Gate.

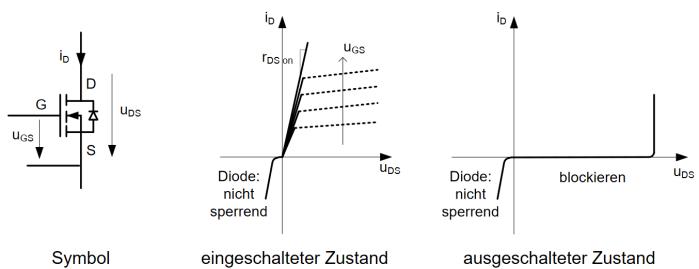


Abschaltthyristoren GTO, IGCT

Gate Turn Off Thyristors können im Vergleich zum Thyristor auch ausgeschalten werden. **Integrated Gate Commutated Thyristor** ist eine Weiterentwicklung des GTOs und sind schneller.

Feldeffekttransistor FET

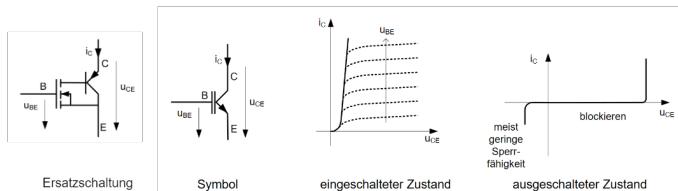
Ein FET ist ein spannungsgesteuerter, verstellbarer Widerstand. Meist wird dieser als Schalter verwendet, da dieser im volleitenden Zustand fast verlustfrei ist.



Insulated Gate Bipolar Transistor IGBT

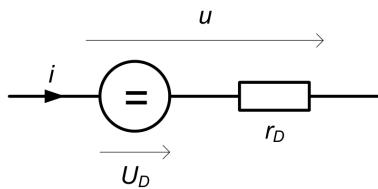
Für den IGBT wird ein Bipolar Transistor mit einem FET kombiniert. Es handelt sich also um einen spannungsgesteuerten Bipo-

Iartransistor.



Damit können grosse Ströme fast leistungslos gesteuert werden.

Leitverluste

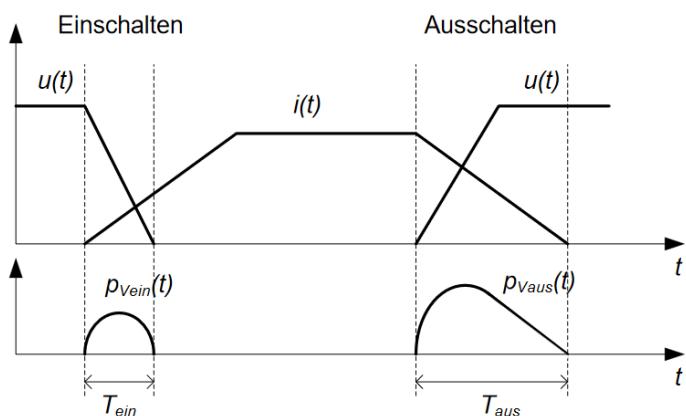


$$P_{V(Leit)} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = U_D \cdot I_{avg} + r_D \cdot I_{rms}^2$$

Bei **FET**: Spannung = 0 & $r_D \equiv r_{DS}$

Schaltverluste

Bei Dioden und Thyristoren können die Schaltverluste in der Regel vernachlässigt werden. Bei abschaltbaren Elementen entstehen Schaltverluste, die in der Regel proportional zur sperrenden Spannung, zum Strom im eingeschalteten Zustand und zur Schaltfrequenz f sind.



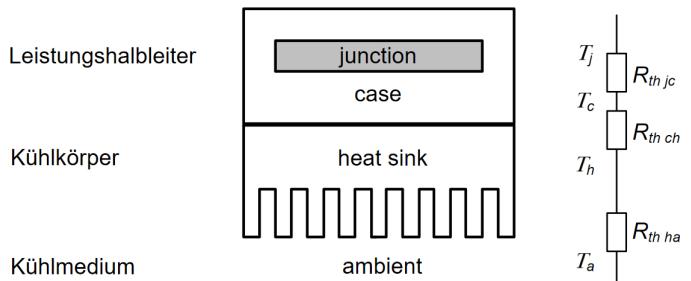
$$E_{ein} = \int_0^{T_{ein}} u(t) \cdot i(t) dt \quad E_{aus} = \int_0^{T_{aus}} u(t) \cdot i(t) dt$$

$$P_{V_{schalt}} = (E_{ein} + E_{aus}) \cdot f$$

Diese Schaltverluste kommen zu den Leitverlusten dazu, je nach Schaltfrequenz verändert sich das Verhältnis.

Kühlung

Jeder Halbleiter hat eine maximal zulässige Temperatur der Sperrsicht T_{jmax} . Bei schaltbaren Elementen liegt diese typischerweise bei 125°C , bei Dioden können es 150°C oder noch mehr sein. Oberhalb dieser Temperatur verliert der Halbleiter an Sperrfähigkeit und wird beim anlegen einer Spannung durch den grossen Rückwärtsstrom zerstört.



Berechnungen analog zum ohmschen Gesetz mit $P_{V_{tot}} = P_{V_{leit}} + P_{V_{schalt}}$

$$\Delta T_{jc} = T_j - T_c = P_{V_{tot}} \cdot R_{th_{jc}}$$

$$\Delta T_{ch} = T_c - T_h = P_{V_{tot}} \cdot R_{th_{ch}}$$

$$\Delta T_{ha} = T_h - T_a = P_{V_{tot}} \cdot R_{th_{ha}}$$

$$\text{oder mit } R_{th_{ja}} = R_{th_{jc}} + R_{th_{ch}} + R_{th_{ha}}$$

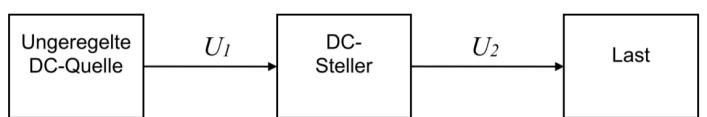
$$\Delta T_{ja} = T_j - T_a = P_{V_{tot}} \cdot R_{th_{ja}}$$

Die Temperatur der Sperrsicht des Halbleiters berechnet sich zu

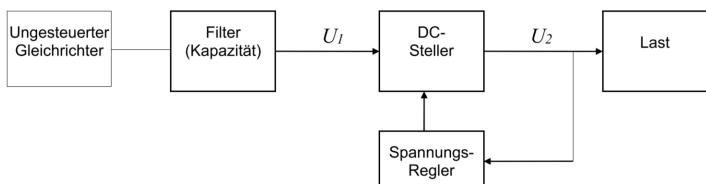
$$T_j = T_a + \Delta T_{ja}$$

Gleichstromsteller

Gleichstromsteller haben die Aufgabe, eine Gleichspannung U_1 in eine gegenüber U_1 höhere oder tiefere Gleichspannung U_2 umzuwandeln



Die Eingangsspannung U_1 wird oft mit einem ungesteuerten Gleichrichter erzeugt, folgt also alfällig Netzspannungsschwankungen. Die Ausgangsspannung U_2 kann durch einen Regelkreis auf den gewünschten Wert eingestellt werden



Folgende Gleichstromsteller sind hauptsächlich im Einsatz

Tiefsetz- oder Abwärtssteller

step-down (**buck**) converter

$$U_2 < U_1$$

Hochsetz- oder Aufwärtssteller

step-up (**boost**) converter

$$U_2 > U_1$$

Hochsetz-Tiefsetz-Steller /
Vierquadrantensteller

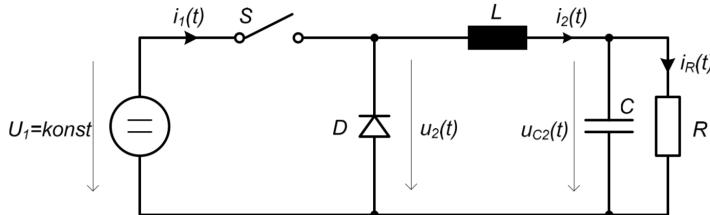
buck-boost converter /
full bridge converter

$$U_2 < U_1 \text{ oder } U_2 > U_1$$

Durchfluss- und Sperrwandler

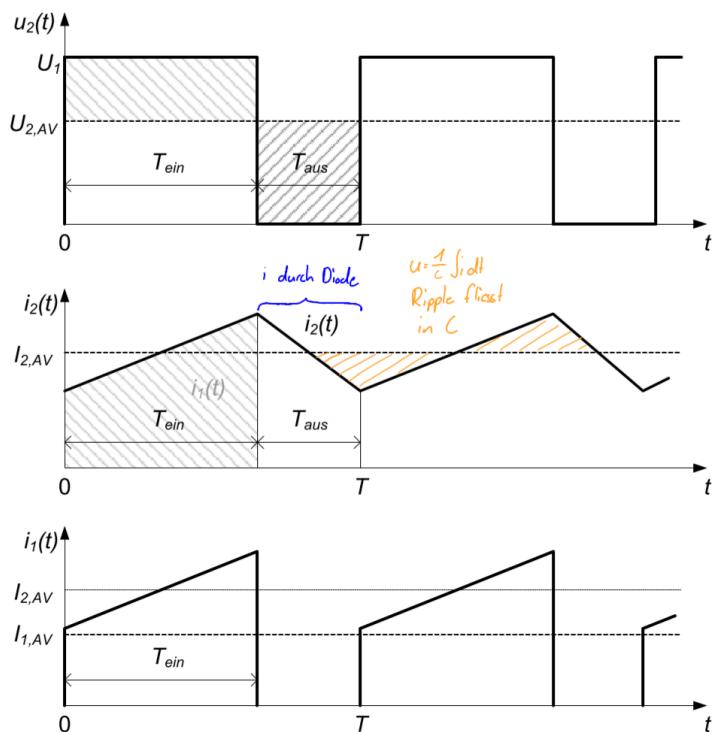
integrierter Trafo

Abwärtsteller



Durch Regelmässiges ein- und ausschalten von S , lässt sich über die Impulsdauer der Mittelwert ($AV = \text{average}$) der Ausgangsspannung U_2 einstellen

$$U_{2AV} = \frac{1}{T} \int_0^{T_{ein}} u_2(t) dt = \frac{T_{ein}}{T} U_1 = aU_1 \quad \text{mit } a = \frac{T_{ein}}{T}$$



Unter der Annahme, dass der Steller verlustfrei arbeitet, gilt

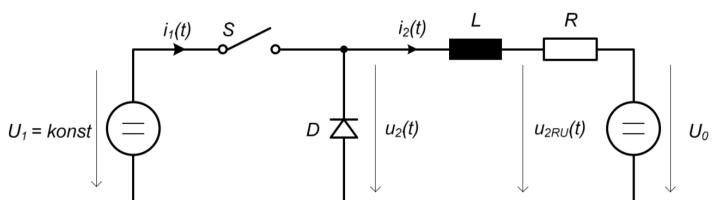
Standard DC-Last

$$P_1 = U_1 I_{1AV}$$

$$P_2 = U_{2AV} I_{2AV} = aU_1 I_{2AV}$$

Und damit

$$I_{1AV} = aI_{2AV}$$



Da der Mittelwert der Spannung über L im stationären Betrieb null sein muss, gilt

$$U_{2AV} = R \cdot I_{2AV} + U_0 \quad \text{bzw.} \quad I_{2AV} = \frac{U_{2AV} - U_0}{R}$$

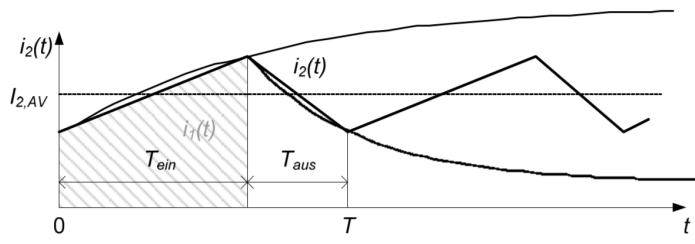
Allgemein gilt

Wir erhalten also folgende Strom- / Spannungsverläufe im stationären Betrieb

$$u_2 = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i + U_0$$

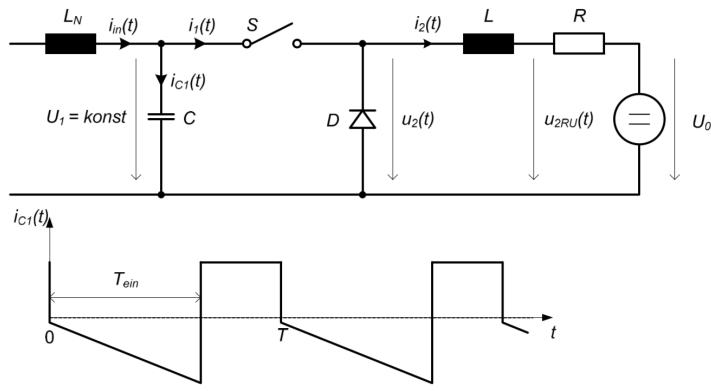
Nicht idealer Stromverlauf

Bei einer hohen Induktivität, wird der Strom $i_2(t)$ gut geglättet. Ist die Induktivität jedoch nicht sehr hoch oder die Taktfrequenz nicht deutlich kleiner als die Zeitkonstante $\tau = \frac{L}{R}$, setzt sich der Stromverlauf aus Auschnitten von e -Funktionen zusammen



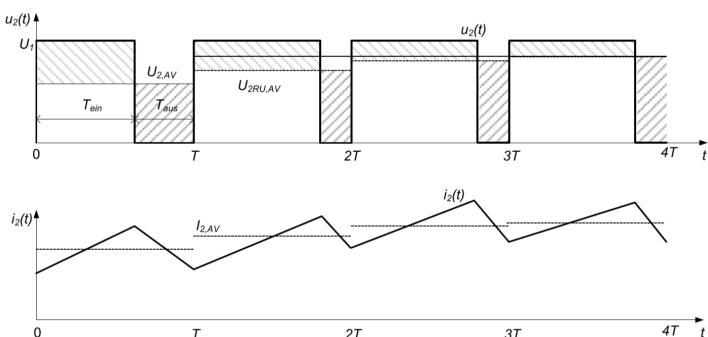
Glättungskondensator

Wird die Quelle mit einem Glättungskondensator ausgestattet, wird dieser mit unten dargestelltem Strom belastet



Arbeitspunkteinstellung

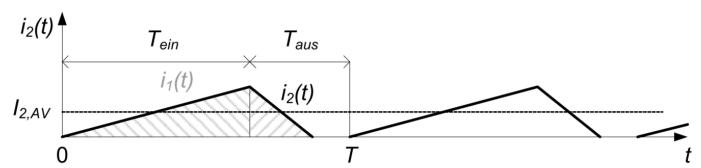
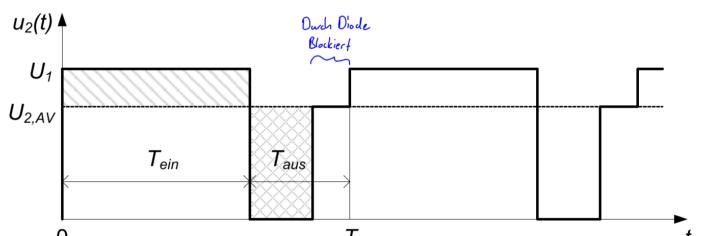
Bei Erhöhung des Aussteuerungsgrades a , stellt sich ein neuer stabiler Arbeitspunkt ein



Lückbetrieb

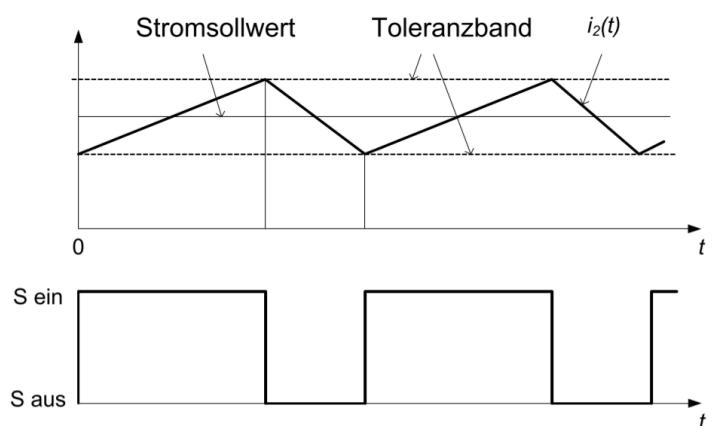
Im Lückbetrieb wird $i_2(t)$ periodisch null. Das ist der Fall, wenn der **Strommittelwert kleiner als der halbe Stromrippel** ist. Die Ausgangsspannung wird bei Vorhandensein einer genügend grossen

Kapazität parallel zum Lastwiderstand höher und abhängig vom Laststrom

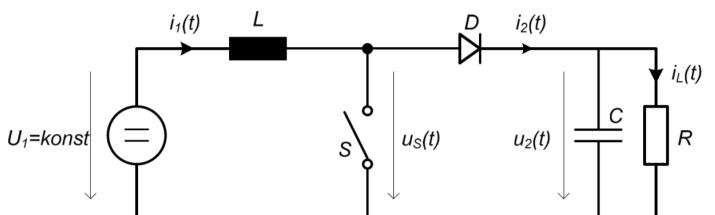


Toleranzbandsteuerung

Die Toleranzbandsteuerung beschreibt ein Prinzip, das ohne Pulsdauer- und Pulsfrequenzsteuerung auskommt. Der Schalter S wird dann geschlossen, wenn der Strom nach unten aus dem Toleranzband läuft und geöffnet, wenn der Strom die obere Grenze des Toleranzbandes überschreitet.



Aufwärtssteller

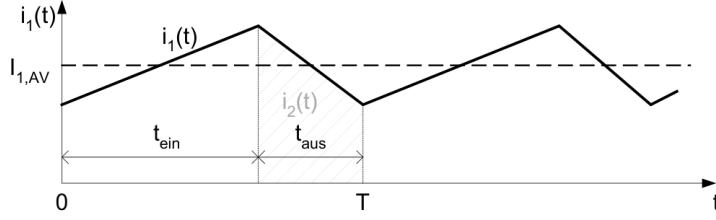
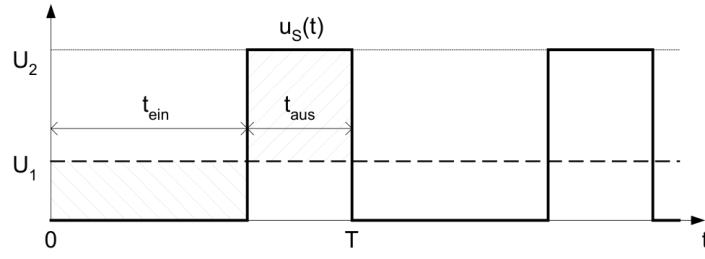


Durch Regelmässiges ein- und ausschalten von S, lässt sich über die Impulsdauer der Mittelwert (*AV* = average) der Ausgangsspannung U_2 einstellen

$$U_{2AV} = U_1 \frac{1}{1-a} \quad \text{mit} \quad a = \frac{T_{ein}}{T}$$

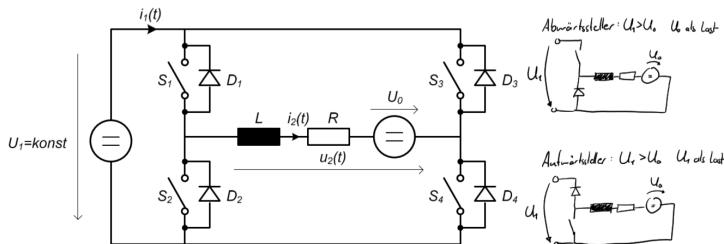
Unter der Annahme, dass der Steller verlustfrei arbeitet, gilt

$$I_{2AV} = I_{1AV}(1-a)$$



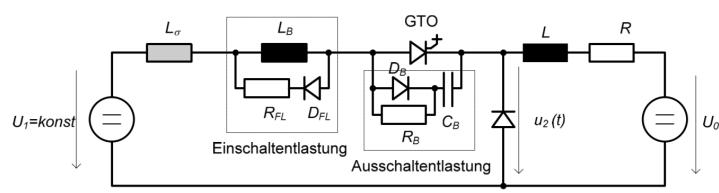
Vierquadrantensteller

Der Vierquadrantensteller (engl. Full Bridge DC-DC Converter) ist ein selbstgeführter Wechselrichter, kann aber auch als DC-Steller eingesetzt werden



Gleichstromsteller mit GTO

Bei gebrauch realer Halbleiter, müssen diese geschützt werden. Wird Ein GTO (Gate Turn Off Thyristor) eingesetzt, so müssen Strom- und Spannungssteilheit durch Entlastungsnetzwerke begrenzt werden



Stromsteilheitsbegrenzung beim Einschalten

Zur Begrenzung des Einschaltstroms wird manchmal eine zusätzliche Induktivität L_B benötigt, wenn die vorhandene Leitungsinduktivität L_o nicht ausreicht. L_B muss jedoch mit einem Freilaufkreis (D_{FL} , R_{FL}) versehen werden, um Probleme beim Abschalten zu vermeiden. Zusammen bilden L_B , D_{FL} und R_{FL} das Einschaltentlastungsnetzwerk.

Spannungssteilheitsbegrenzung beim Abschalten

Die Spannungssteilheit beim Abschalten muss begrenzt werden, um Abschaltverluste zu minimieren und ungewolltes Wiedereinschalten zu vermeiden. Dazu wird ein Ausschaltentlastungsnetzwerk verwendet, bestehend aus einem Kondensator C_B , einem Widerstand R_B und einem Bypass-Widerstand D_B . Die Komponenten sollten nah am GTO platziert werden und eine schnell schaltende Diode sowie einen induktivitätsarmen Kondensator enthalten. Der "Snubber" genannte Vorgang reduziert auch schädliche Überspannungen für den Halbleiter. C_B sollte jedoch nicht zu gross sein, um den Schaltvorgang nicht unnötig zu verlangsamen.

Transformatoren

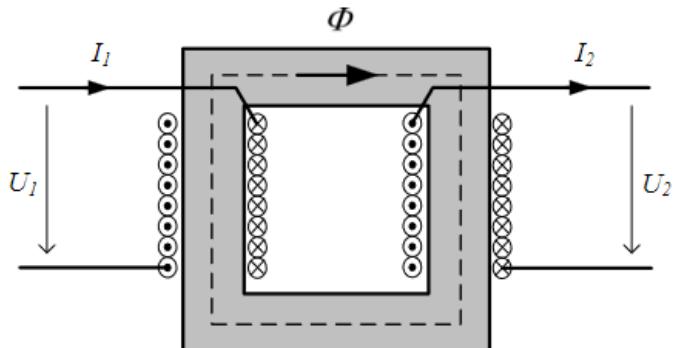


Figure 3: Einphasiger Transformator: Schnittbild mit Eisenkern und Wicklungen

Idealer Transformator

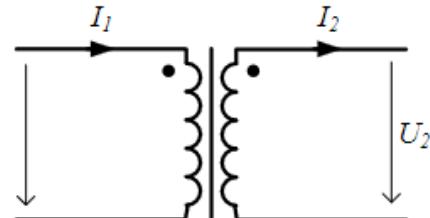


Figure 4: Ersatzschaltung eines idealen Trafos

Bei Wechselspannungsansteuerung u_1 auf der Primärseite ergibt sich im Kern dein Wechselfluss ϕ

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad \text{bzw.} \quad \phi = \frac{1}{N_1} \int u_1 dt$$

Der Wechselfluss ϕ induziert in der Sekundärspule eine Spannung u_2

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} = \frac{N_2}{N_1} u_1 = \frac{u_1}{i}$$

Es gilt also

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = i$$

Sättigung

Je tiefer die Betriebsfrequenz, je grösser der Fluss ϕ . Um nicht in *Sättigung* zu gehen, muss also entsprechend der Querschnitt A_{Fe} des Eisenkerns grösser werden.

Der idealisierte Transformator besitzt keine Verluste, so gilt

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\bar{u}}$$

Realer Transformer

Magnetisierungsstrom

Bei einem nicht idealen Transformator fliesst ein sehr kleiner *Magnetisierungsstrom* i_{m1} durch die *primärseitige Hauptinduktivität* L_{h1}

$$L_{h1} = \mu_0 \mu_r \frac{A_{Fe}}{l_{Fe}} N_1^2$$

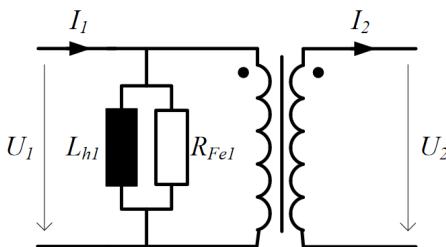
$$i_{m1} = \left(i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2 \right)$$

Primär- und Sekundärseite

Die Primär- und Sekundärseite sind von der Funktion her vertauschbar. Magnetisierungsstrom und die Hauptinduktivität können auch auf die Sekundärseite bezogen werden

$$L_{h2} = L_{h1} \frac{1}{\bar{u}^2}$$

Desweiteren entstehen durch das Ummagnetisieren des Kernmaterials Verluste, welche mit dem Ersatzwiderstand R_{Fel} modelliert werden

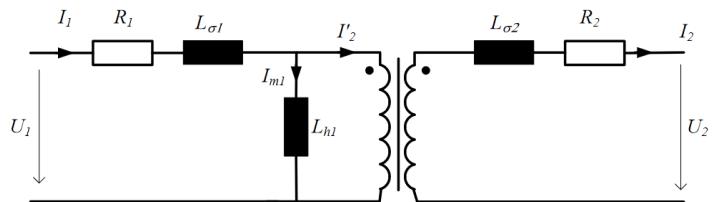


Streuung

Durch nicht idealen Verlauf der Feldlinien durch die Primär- und Sekundärwicklung, bilden sich *Streuflüsse* die wiederum zur Spannung in der entsprechenden Wicklung beitragen

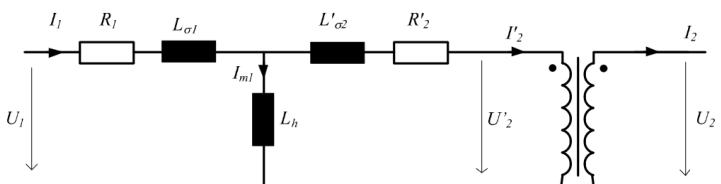
$$u_1 = N_1 \frac{d}{dt} (\phi_h + \phi_{\sigma 1}) \quad \text{bzw.} \quad u_2 = N_2 \frac{d}{dt} (\phi_h - \phi_{\sigma 2})$$

Diese Streuinduktivitäten $L_{\sigma 1}$ und $L_{\sigma 2}$ werden zusätzlich mit den ohm'schen Verlusten R_1 und R_2 der Wicklungen in der Ersatzschaltung modelliert.



T-Ersatzschaltung

Werden die Größen von der Sekundärseite auf die Primärseite verschoben, ergibt sich folgende Ersatzschaltung



Mit

$$U'_2 = U_2 \bar{u} \quad I'_2 = \frac{I_2}{\bar{u}}$$

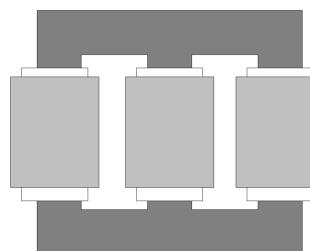
$$R'_2 = R_2 \bar{u}^2 \quad L'_{\sigma 2} = L_{\sigma 2} \bar{u}^2$$

Desweiteren können zum bestimmen der Werte folgende Formeln hilfreich sein

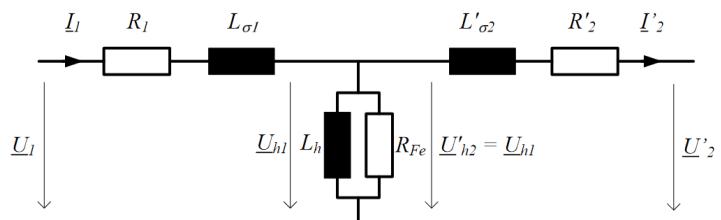
$$L_1 = L_h + L_{\sigma 1} \quad L'_2 = L_h + L'_{\sigma 2}$$

$$L_{h2} = L_{h1} \frac{1}{\bar{u}^2}$$

Dreiphasiger Transformer



Auch für den dreiphasigen Transformator wird das T-Ersatzschaltbild verwendet, es werden die Ströme und Spannungen jedoch als komplexe Zeiger angegeben.

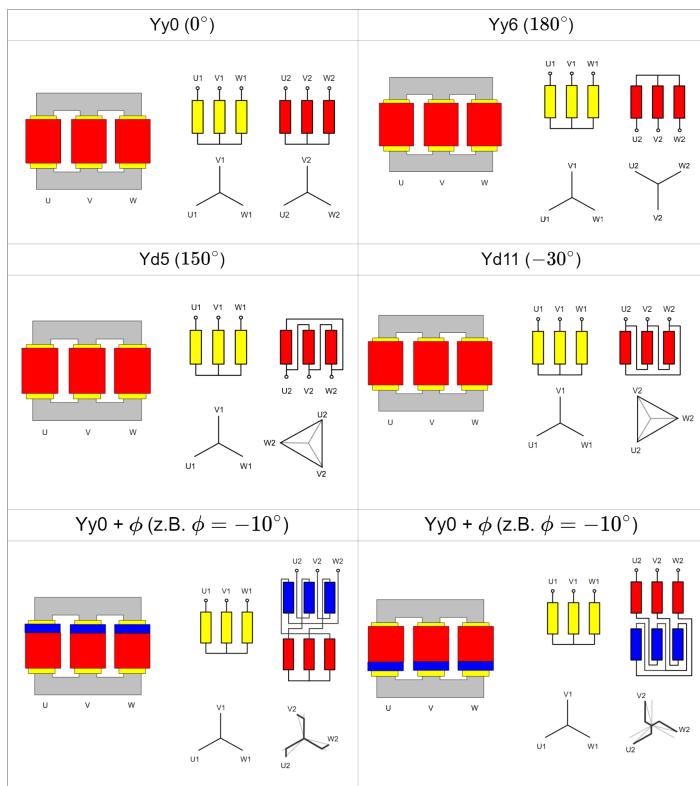


Die Zeigerlängen müssen den Effektivwerten der Phasengrößen entsprechen. Für die Verlustleistung gilt so

$$P_{V1} = 3R_1|\underline{I}_1|^2$$

$$P_{V2} = 3R_2|\underline{I}_2|^2 = 3R'_2|\underline{I}'_2|^2$$

Dreiphasige Transformatoren können je nach Aufbau unterschiedliche Phasenverschiebungen aufweisen

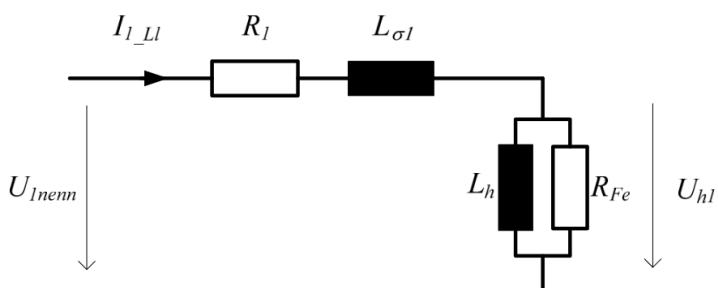


Parameterbestimmung

Zur Bestimmung der Parameter eines Realen Trafos.

Leerlaufversuch

Trafo wird *primärseitig* gespiesen und *sekundärseitig* offen gelassen



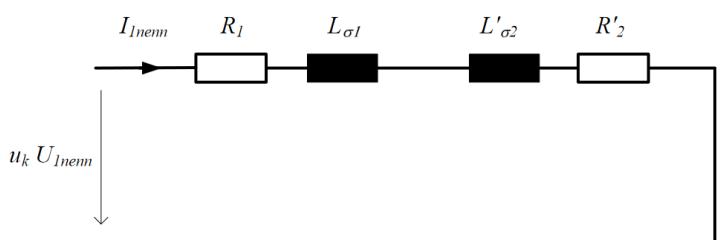
Aus der Wirk- und Blindleistung lassen sich im Leerlauf die einzelnen Komponenten der Ersatzschaltung bestimmen. Bei einer **DC-Messung** ergibt sich

$$R_1 = \frac{U_{Inenn}}{I_{Lll}}$$

Aus Spannung und Strom oder einer Leistungsmessung lassen sich R_{Fe} sowie $L_h = L_h + L_{\sigma 1}$ bestimmen.

Kurzschlussversuch

Beim Kurzschlussversuch wird die Sekundärwicklung kurzgeschlossen. Primärseitig wird die Spannung U_1 so lange erhöht, bis Nennstrom fließt. Diese Spannung wird auch Kurzschlussspannung u_k kennzeichnet und wird oft in Prozent der Nennspannung angegeben.



Aus Spannung und Strom oder aus einer Leistungsmessung lassen sich $L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2}$ bestimmen. Es gilt die Annahme

$$L_{\sigma 1} = L'_{\sigma 2} = \frac{1}{2}(L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2})$$

Zusammen mit dem Leerlaufversuch lässt sich so $L_h = L_1 - L_{\sigma 1}$ bestimmen.

Der Wicklungswiderstand R'_2 kann wieder mit einer DC-Messung $R_2 = \frac{U_{2test}}{I_{2test}}$ bestimmt werden.

Fremdgeführte Gleichrichter

Fremdgeführte Gleichrichter benötigen eine Führungsspannung, welche die Kommutierung ermöglicht. Beim fremdgeführten Gleichrichter erfolgt diese Kommutierung natürlich, die Halbleiter löschen also, weil der Strom im Halbleiter bedingt durch äußere Einflüsse null wird. Die Führungsspannung kann vom Netz kommen (*netzgeführt*), oder es kann die induzierte Spannung einer Maschine sein (*maschinen- oder lastgeführt*).

Schaltungsart

M Einwegschaltung: Sekundärstrom im Transformator bzw. der Netzstrom ist ein Gleichstrom. Der Mittelpunkt der Sekundärwicklung (Sternpunkt bei dreiphasig) muss zugänglich sein (*Mittelpunktschaltung*).

B Zweiwegschaltung: Sekundärstrom im Transformator bzw. der Netzstrom ist ein Wechselstrom. Aufgrund des Gleichrichters wird diese Schaltung als *Brückenschaltung* bezeichnet.

Phasenzahl

Aufgrund der Sekundärphasenzahl oft ein-, zwei-, drei-, oder mehrphasige Schaltung.

Pulszahl

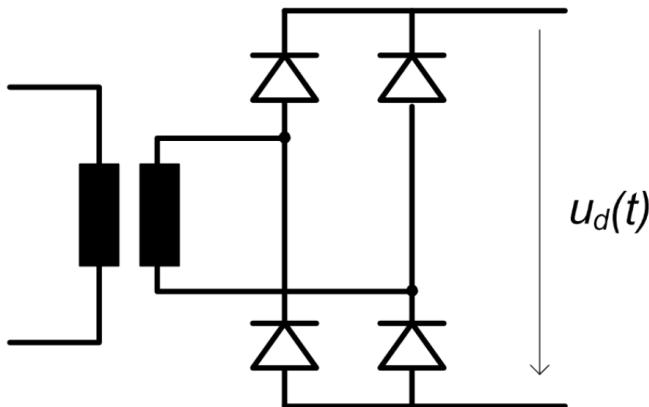
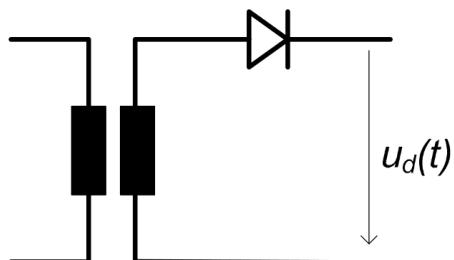
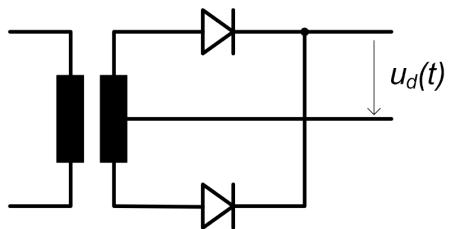
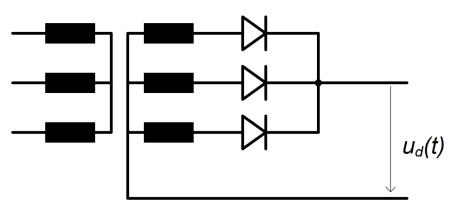
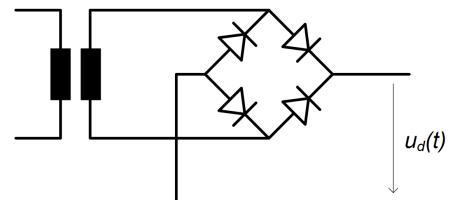
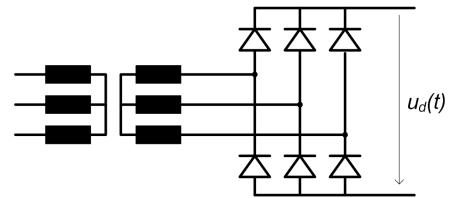
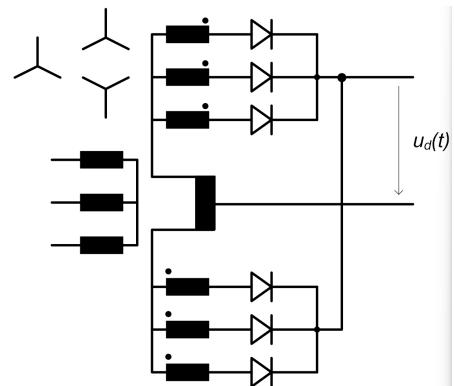
Die Pulszahl entspricht der Welligkeit der erzeugten Gleichspannung.

Steuerungsart

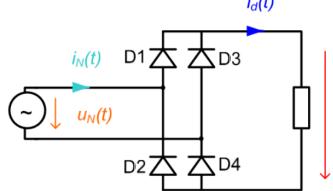
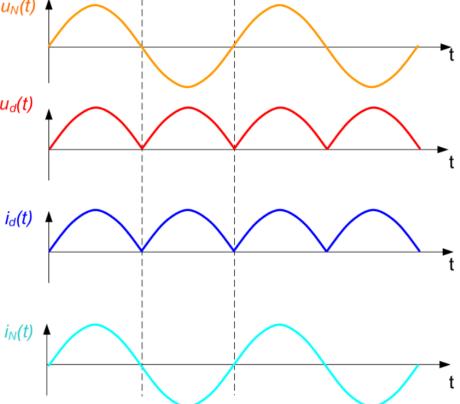
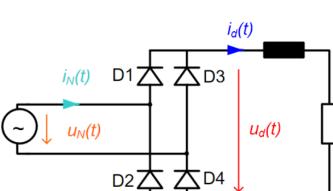
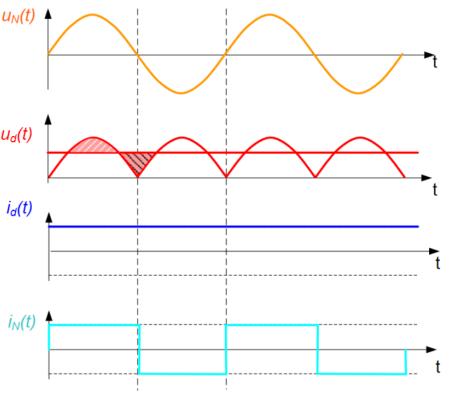
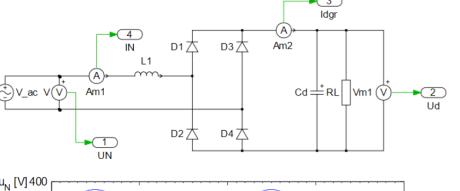
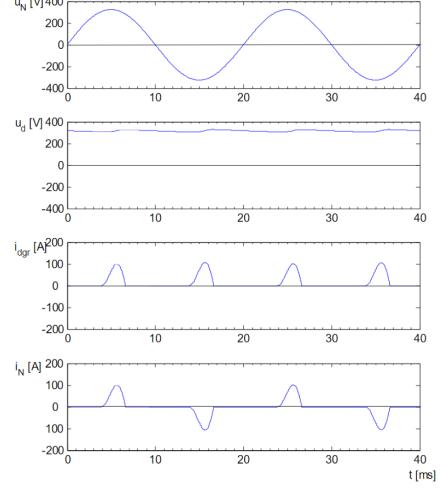
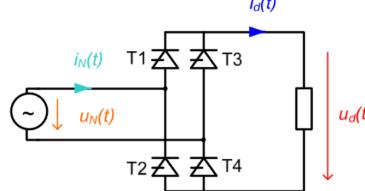
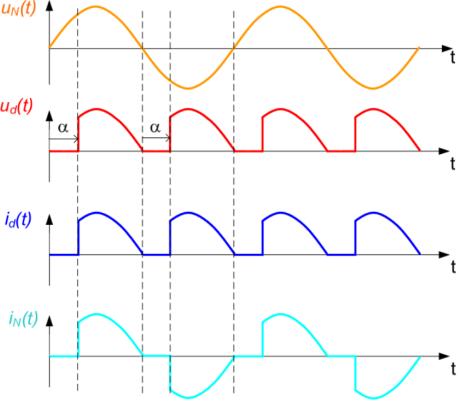
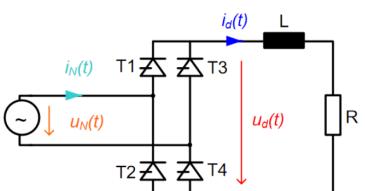
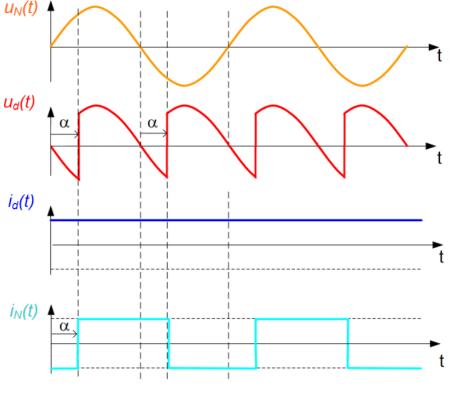
Ungesteuert (Diodengleichrichter) oder gesteuert (Thyristorgleichrichter).

i Bsp. B2

Brückenschaltung mit zweipulsiger Gleichspannung (zwei "Buckel" pro Netzperiode)

**M1: Mittelpunktschaltung 1 Diode****M2****M3****B2: Brückenschaltung 2 Buckel pro Netzperiode****B6****DSS6**

Einphasiger Gleichrichter

Ohm'sche Last	L-Glättung	C-Glättung
 	 	 
$U_{di0} = \frac{1}{T} \int_0^T u_d dt = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi u_d d\omega$ $= \frac{2}{\pi} \hat{U} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_N \approx 0.9 \cdot U_N$	$U_{di0} \approx 0.9 \cdot U_N$	$U_{dia} = \begin{cases} \sqrt{2} \cdot U_N & 0^\circ < \alpha < 90^\circ \\ \sqrt{2} \cdot U_N \cdot \sin(\alpha) & 90^\circ < \alpha < 180^\circ \end{cases}$
 	 	
$U_{dia} = \frac{1}{\pi} \int_\alpha^\pi u_d d\omega$ $= U_{di0} \frac{1 + \cos(\alpha)}{2}$	$U_{dia} = \frac{1}{\pi} \int_\alpha^{\pi+\alpha} u_d d\omega$ $= U_{di0} \cos(\alpha) = 0.9 U_N \cos(\alpha)$	

d : Gleichspannung ("direct")

i : idealisiert (Spannungsabfall durch Kommutierung und Verluste vernachlässigt)

0 : Zündwinkel $\alpha = 0^\circ$, was bei Dioden immer der Fall ist.

! L-Glättung Stromverlauf

Die Thyristoren werden nie deaktiviert ($u_d(t)$ -Verlauf geht ins negative), da der Strom nie $0A$ erreicht.

Leistung bei L-Glättung

! Im Fall der idealen Glättung des Gleichstroms I_d

$$I_{N_{eff}} = I_d$$

Für die Wirkleistung gilt

$$P_N = P_{dia} = I_d \cdot U_{dia} = I_d \cdot U_{di0} \cdot \cos(\alpha) = P_{di0} \cos(\alpha)$$

Für die Scheinleistung gilt

$$S_N = U_{N_{eff}} \cdot I_{N_{eff}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{di0} \cdot I_d = 1.11 \cdot P_{di0}$$

💡 Transformator Dimensionierung

Bei $\alpha = 0$ muss der Transformator auf das 1.11-fache der übertragenen Wirkleistung ausgelegt werden. Bei grösserem α sinkt die Wirkleistung bei gleichbleibender Scheinleistung weiter ab.

Der Leistungsfaktor beträgt

$$\lambda = \frac{P_N}{S_N} = \frac{P_{dia}}{1.11 \cdot P_{di0}} = 0.9 \cos(\alpha)$$

Netzrückwirkung L-Glättung

Die Fourieranalyse des rechteckförmigen Netzstroms ergibt

$$i_N(t) = \frac{4}{\pi} I_d \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right)$$

⚠️ EMV

Die eingeführten Oberschwingungen verzerren auch die Netzspannung und führen so unweigerlich zu Störungen.

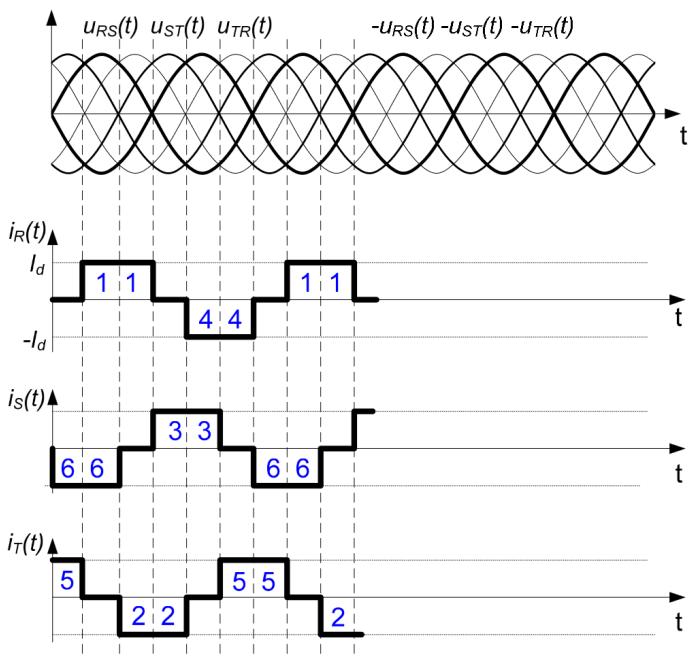
Belastung der Halbleiter bei L-Glättung

Der Strom durch die Halbleiter beträgt

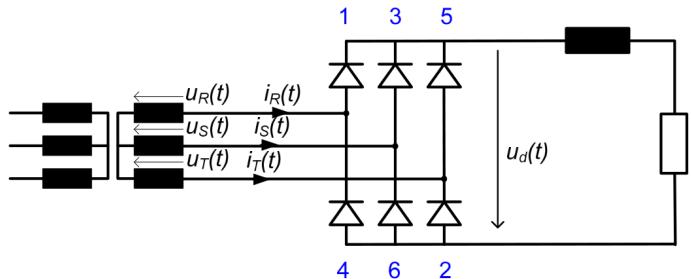
$$i_{HL_{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2}} I_d \quad i_{HL_{avg}} = \frac{1}{2} I_d$$

Dreiphasige Gleichrichter

Durch hinzufügen eines weiteren Phasenmodul an einen Brückengleichrichter, kann der Gleichrichter B2 dreiphasig ans Netz angeschlossen werden.



!! Nicht vergessen, der Stromverlauf ist geglättet durch die Induktivität !!



Für den Netzstrom gilt

$$i_{N_{eff}} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d$$

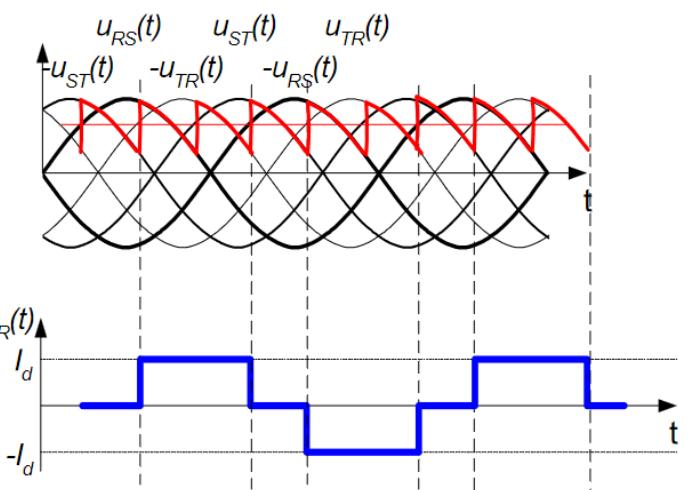
Für die Ausgangsspannung gilt analog zum zwei-phasischen Brückengleichrichter

$$U_{di0} = U_{N_{eff}} \frac{3\sqrt{2}}{\pi} = 1.35 \cdot U_{N_{eff}}$$

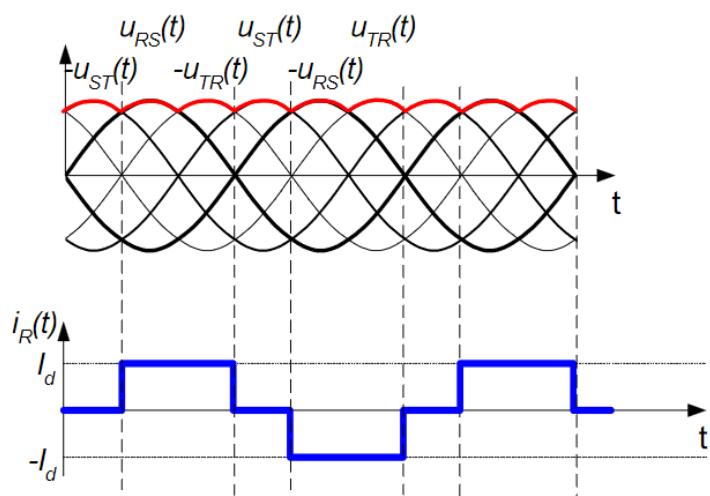
$$\alpha = 45^\circ$$

Desweiteren kann auch hier mit dem Zündwinkel die Ausgangsspannung beeinflusst werden

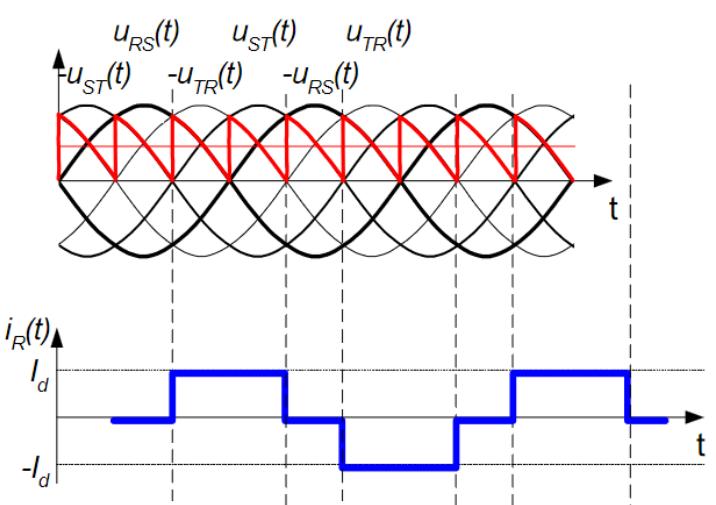
$$U_d = U_{di0} \cos(\alpha) = 1.35 \cdot U_{N_{eff}} \cdot \cos(\alpha)$$



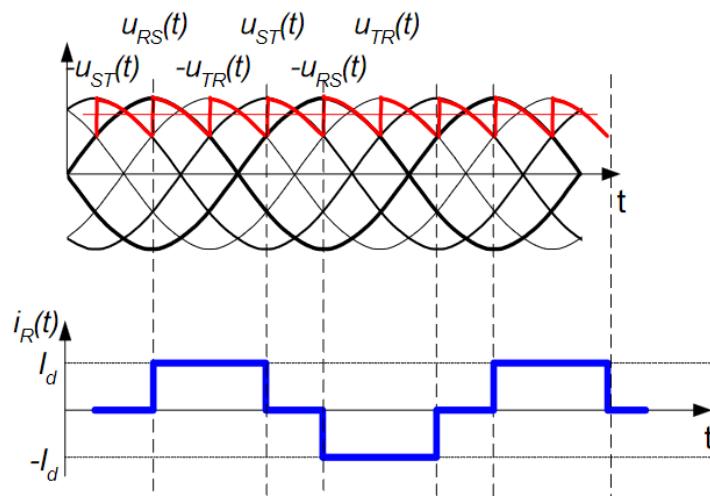
$$\alpha = 0^\circ$$



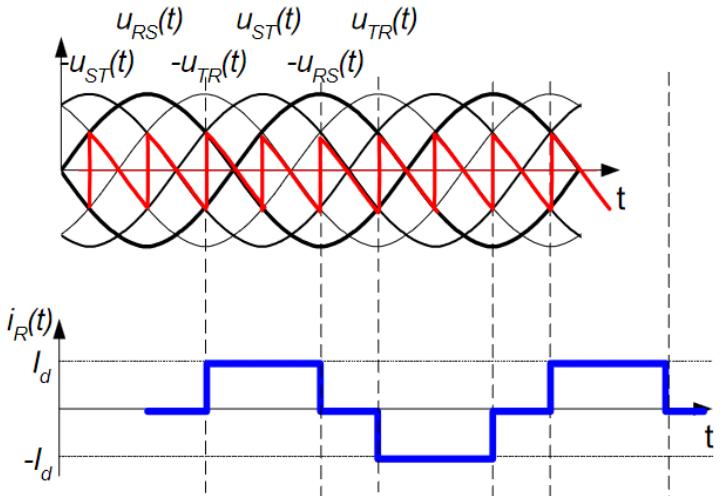
$$\alpha = 60^\circ$$



$$\alpha = 30^\circ$$



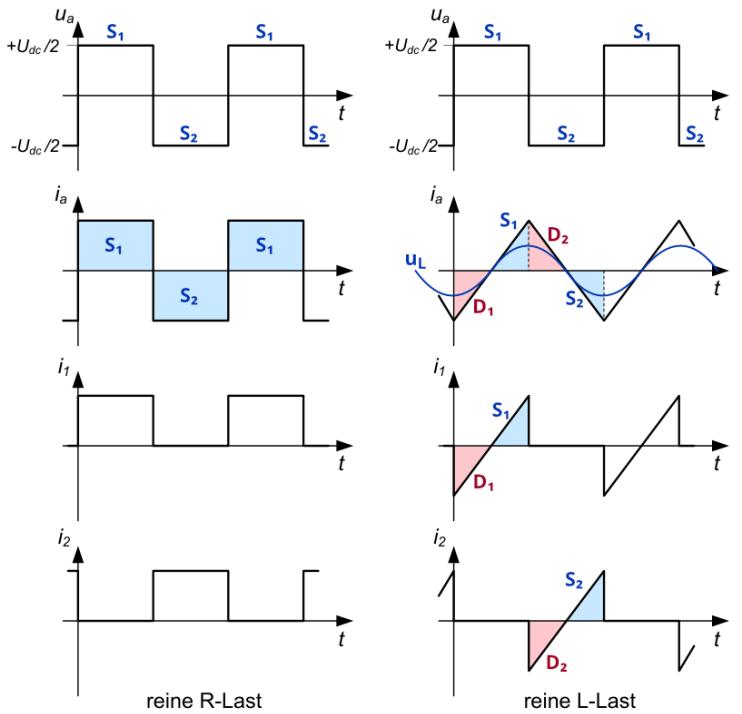
$$\alpha = 90^\circ$$



Belastung der Halbleiter dreiphasig

Der Strom durch die Halbleiter beträgt

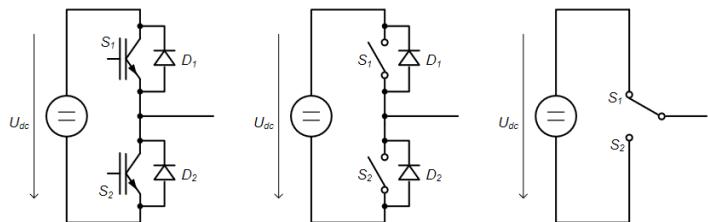
$$i_{HL_{rms}} = \sqrt{\frac{1}{3}} I_d \quad i_{HL_{avg}} = \frac{1}{3} I_d$$



Selbstgeführter Wechselrichter

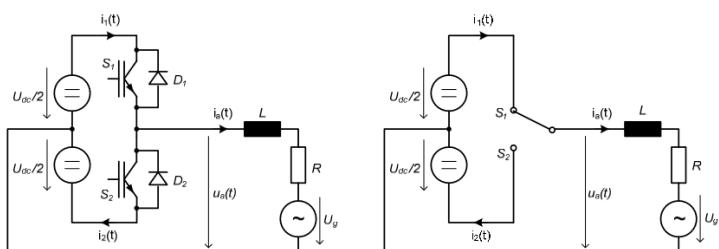
Phasenmodul

Grundlage eines jeden Wechselrichters ist das Phasenmodul.



Grundsätzlich kann mit einem einzelnen Phasenmodul bereits ein Wechselrichter aufgebaut werden. Dazu ist ein Mittelabgriff an der speisenden Gleichspannungsquelle notwendig (z.B. Trafo mit Mittelabgriff AC-Seitig).

Ist S_1 eingeschaltet, gilt $u_a = +U_{dc}/2$. Ist S_2 eingeschaltet, gilt $u_a = -U_{dc}/2 \rightarrow$ Die Last sieht eine rechteckige Spannung u_a .

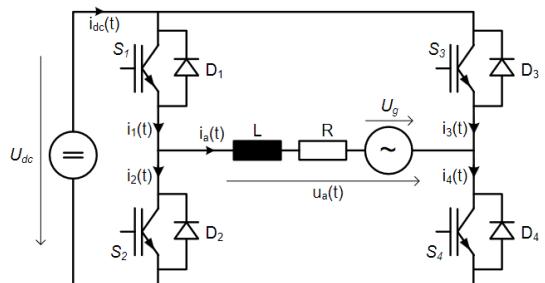


Dies führt zu folgenden Kurvenverläufen:

- Zu beachten! → Sinusförmiger Verlauf von u_L kommt von R-L Kombination.

Einphasige Brückenschaltung

Die einphasige Brückenschaltung hat die grösste praktische Bedeutung. Mit der Anordnung von zwei Phasenmodulen ist kein Mittelabgriff mehr nötig.



Des Weiteren ist es möglich die Brückenschaltung im Dreipunktbetrieb zu betreiben, wenn nur S_1 und S_3 oder nur S_2 und S_4 eingeschaltet sind. Mit α kann zudem die Amplitude der Grundschwingung angepasst werden.

i Zwei- & Dreipunktbetrieb

Der **Dreipunktbetrieb** ist eine Erweiterung des **Zweipunktbetriebes**. Bei Zwei sind jeweils nur einer der diagonalen Schalter-Paare aktiv ($S_1 \& S_4$ oder $S_2 \& S_3$). Bei Drei existiert zusätzlich der geschlossene Kreis bei $S_1, S_3 \& S_2, S_4$.
 $\rightarrow u_a = 0$ falls S_1, S_3 oder S_2, S_4

Im **Zweipunktbetrieb** $\alpha = 0$ beträgt die Amplitude \hat{U}_{a1} der Grundschwingung

$$\hat{U}_{a1} = \frac{4}{\pi} U_{dc}$$

Im **Dreipunktbetrieb** gilt

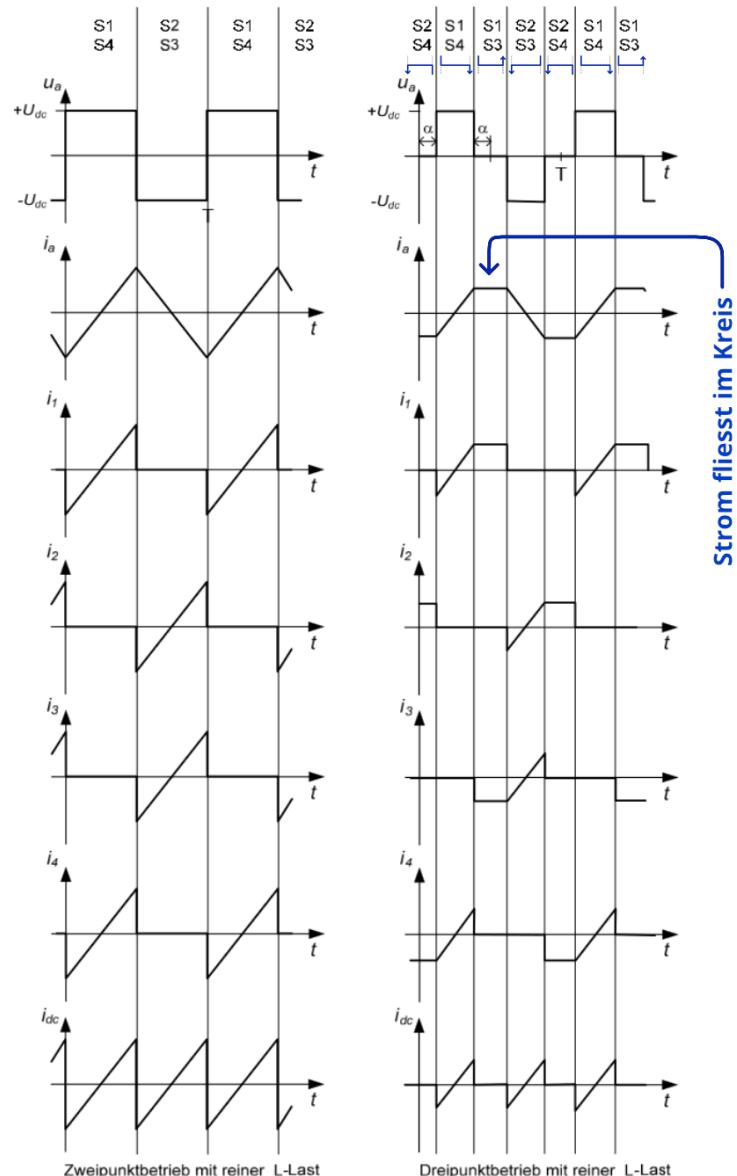
$$\hat{U}_{av} = \frac{4}{\pi} U_{dc} \cos \alpha$$

In der Ausgangsspannung treten alle ungeradzahligen Oberwellen (wegen Rechteck) auf. Im **Zweipunktbetrieb** gilt für die v -te Oberwelle ($1/v$ kleiner als Grundschwingung).

$$\hat{U}_{av} = \frac{4}{\pi} U_{dc} \cdot \frac{1}{v} \quad \text{mit } v = 3, 5, 7, \dots$$

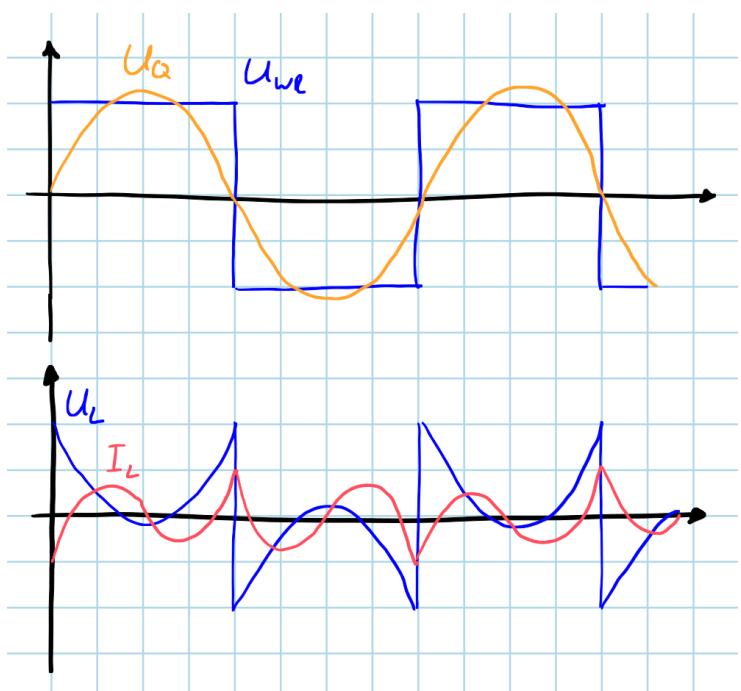
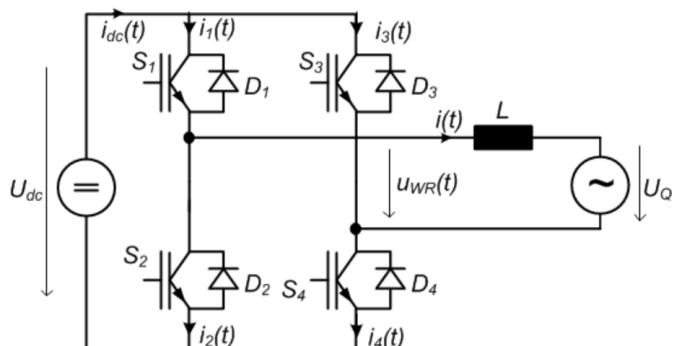
Im **Dreipunktbetrieb** gilt für die v -te Oberwelle

$$\hat{U}_{av} = \frac{4}{\pi} U_{dc} \cdot \frac{1}{v} \cos(v \cdot \alpha) \quad \text{mit } v = 3, 5, 7, \dots$$



Last mit Gegenspannung

Verfügt die Last über eine Gegenspannung (z.B. SM), so verändert sich der Laststrom

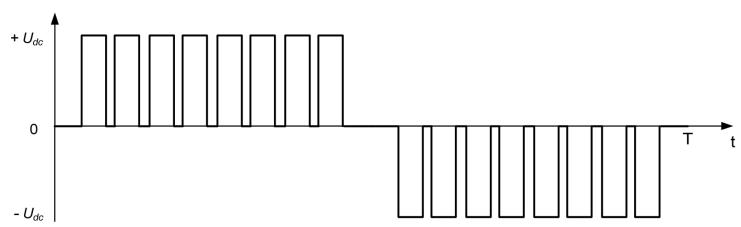


Steuerverfahren

Grundfrequenztaktung

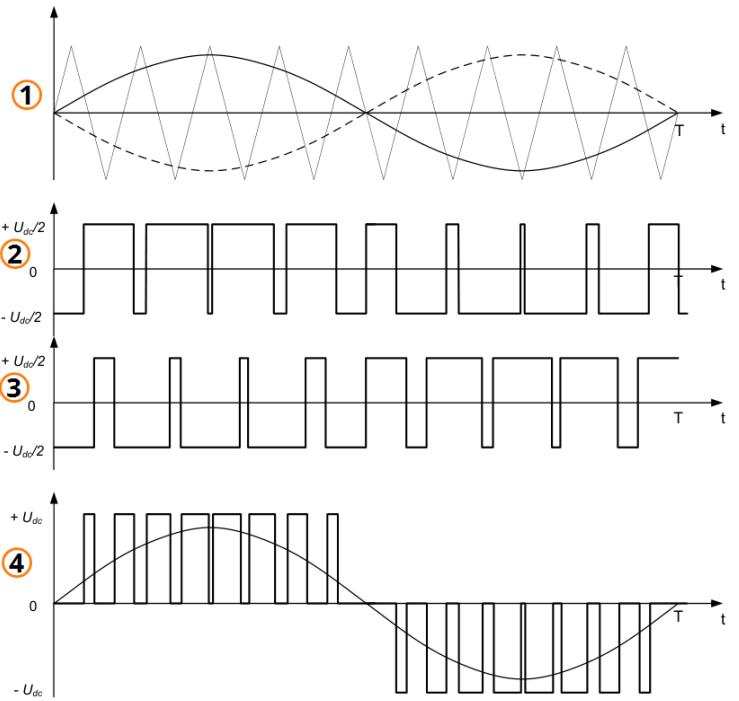
Entspricht die Grundfrequenz der Wechselrichter-Ausgangsspannung der Schaltfrequenz der Halbleiter \rightarrow **Grundfrequenztaktung**

Gepulste Wechselrichter (fixe Pulsbreite)



Halbleiter werden während einer Ausgangsperiode mehrmals geschaltet.

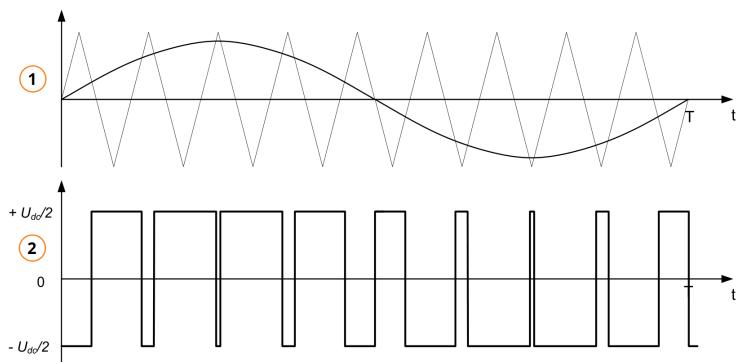
- + Entstehende Oberschwingungen verschieben sich zu höheren Frequenzen
- + Amplitude der Grundschwingungen der Ausgangsspannung lässt sich einstellen
- mehrmaliges Pulsen in jeder Halbwelle erhöht Schaltverluste in Halbleitern



Unterschwingungsverfahren (PWM)

ein Phasenmodul

Die Pulsbreiten für das Schalten der Halbleiter werden anhand eines Sollwertes und eines Trägersignals generiert.



① dreieckförmiges Trägersignal & sinusförmiger Sollwert

② Ausgangsspannung u_a eines Phasenmoduls

Brückenschaltung/Zweipunktbetrieb

Eine Brückenschaltung im Zweipunktbetrieb hat den gleichen zeitlichen Verlauf wie bei einem einzelnen Phasenmodul, **ausser** dass der Scheitelwert $\pm U_{dc}$ statt $\pm \frac{U_{dc}}{2}$ beträgt.

- ① dreieckförmiges Trägersignal & sinusförmiger Sollwert
- ② Mit S_1 & S_2 (Phasenmodul #1) erzeugte Ausgangsspannung
- ③ Mit S_3 & S_4 (Phasenmodul #2) erzeugte Ausgangsspannung
- ④ Ausgangsspannung an der Last

Das Verhältnis zwischen der sinusförmigen Referenz-**Amplitude** (Sollwert für Ausgang) zur dreieckförmigen Trägersignal-**Amplitude** wird Aussteuerungs- oder Modulationsgrad m genannt.

Brückenschaltung

$$\hat{U}_{a1} = m \cdot U_{dc} \quad \text{mit} \quad m = \frac{\hat{U}_{\text{sinusförmige Referenz}}}{\hat{U}_{\text{Trägersignal}}}$$

Mittelpunktschaltung (Phasenmodul $\pm \frac{U_{dc}}{2}$)

$$\hat{U}_{a1} = m \cdot \frac{U_{dc}}{2} \quad \text{mit} \quad m = \frac{\hat{U}_{\text{sinusförmige Referenz}}}{\hat{U}_{\text{Trägersignal}}}$$

\hat{U}_{a1} : Amplitude der Grundschwingung der Wechselrichter-Ausgang

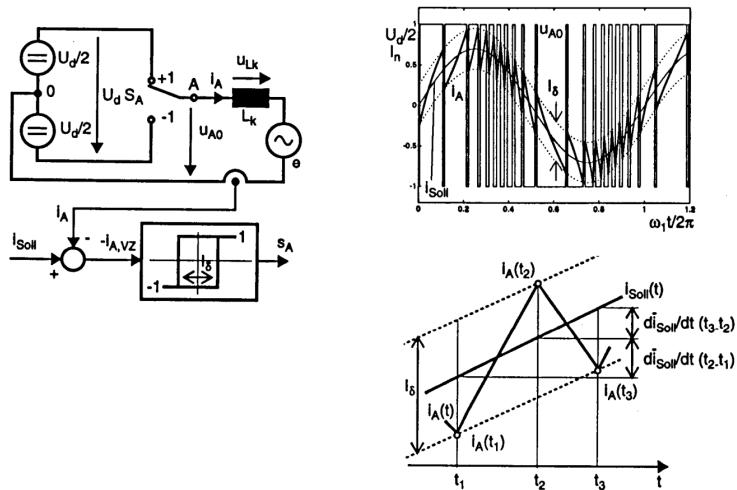
Toleranzbandsteuerung

Neben der Grundfrequenztaktung und PWM ebenfalls eine Möglichkeit.

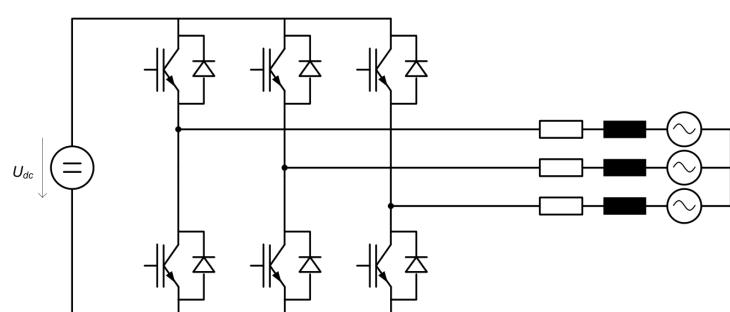
- Strom i_a wird mit einem Toleranzband um I_{soll} verglichen
 - Beim Verlassen des Toleranzbandes, aufgestellt um I_{soll} , wird die Ausgangsspannung umgeschaltet
 - $i_a > I_{up} \rightarrow$ negative Ausgangsspannung
 - $i_a < I_{bottom} \rightarrow$ positive Ausgangsspannung

Dreipunktbetrieb

Beide Module können das gleiche Trägersignal verwenden. Ein Phasenmodul verwendet ein invertiertes Sollwert-Signal (\rightarrow damit kein Kurzschluss).



Dreiphasige Wechselrichter



Grundsätzlich können gleiche Verfahren wie bei einphasigem Wechselrichter verwendet werden.

Verwendung: bei drehzahlvariablen Antrieben eingesetzten Asynchronmaschinen.

Umrichter

Umrichter Typen

Umrichter mit Spannung zwischenkreis / U-Umrichter

NUR FÜR LEA RELEVANT, andere Umrichter nicht so wichtig

Zwischen beiden Seiten wird zur Entkopplung ein Kondensator eingesetzt, welcher die Gleichspannung glättet.

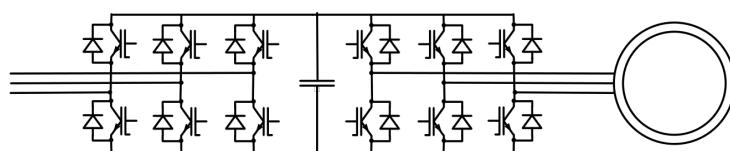


Figure 5: Umkehrgleichrichter

Mit Thyristoren kann die Zwischenspannung eingestellt werden – Dioden geben eine fixe Spannung vor. Die Verwendung einer antiparallelen Thyristorbrückenschaltung (Bild oben links) erlaubt die Rückspeisung ins Netz.

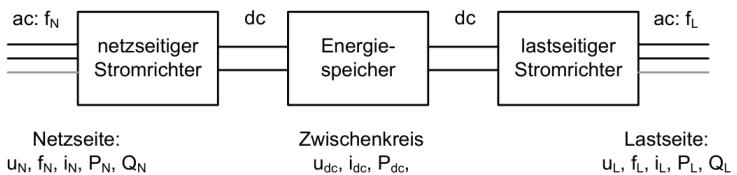


Figure 6: Blockdiagramm eines U-Umrichters

Umrichter mit Stromzwischenkreis / I-Umrichter

I-Umrichter werden meist in Kombination mit zwei Thyristorstromrichtern zur Speisung eines Synchronmotors eingesetzt.

⇒ sehr hohe Leistungsgrenze → Schalten von hohen Leistungen möglich

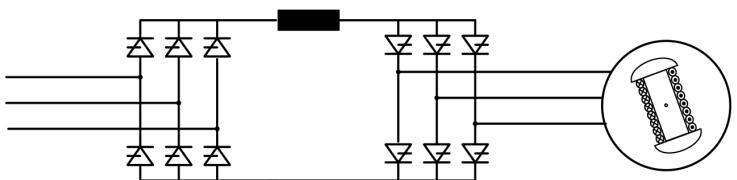


Figure 7: I-Umrichter mit SM (Stromrichter-Synchronmotor)

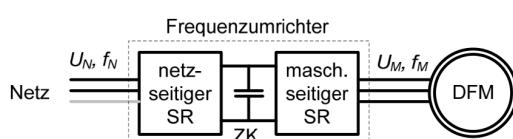
Direkt Umrichter

Haben keinen Energiespeicher für die Entkopplung → diese Art von Umrichter werden weniger eingesetzt.

Grundbegriffe

Frequenzumrichter

Ein Frequenzumrichter (FU) besteht aus drei Hauptbaugruppen:
① maschinenseitiger Stromrichter (SR), ② netzseitiger Stromrichter und ③ Zwischenkreis (ZK ; hauptsächlich ein Kondensator).

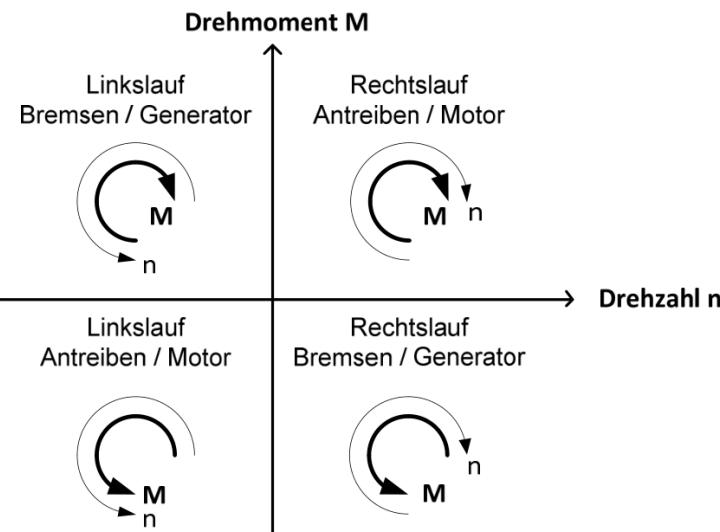


U_N : Netzspannung, ein- oder dreiphasig, mit konstanter Frequenz f_N
 U_M : Maschinenspannung mit einstellbarer Frequenz f_M
SR: Stromrichter
DFM: Drehfeldmaschine: Asynchron- oder Synchronmaschine
ZK: Zwischenkreis

! Wahl der Technologie

Die Wahl der Technologie des **netzseitigen Stromrichters** bestimmt der schlussendliche Funktionsumfang (z.B. Rückspeisefähigkeit) und Eigenschaften (Harmonische, $\cos \varphi$).

Rückspeisefähigkeit



Nutzung wo viel gebremst wird: Fahrzeuge (Strasse & Bahn), Seilbahnen, Kranen (Senken der Last), Aufzügen, schnell abgebremsten Zentrifugen, Prüfstände (bremsende Belastungsmaschine)

🔥 Nachteile

Rückspeisefähige Umrichter **kosten mehr** und haben **geringfügig höhere Verluste**. Nur in bestimmten Nutzgebieten lohnenswert.

Harmonische

Nebst den gewünschten Grundschwingung, sind auch Harmonische in den Ein- und Ausgangsströme eines FUs vorhanden. Welche harmonische diese sind, ist vom netzseitigen Umrichter abhängig!

💡 Reduktion

Zur Reduktion von Harmonischen ist der Einsatz von Filtern möglich

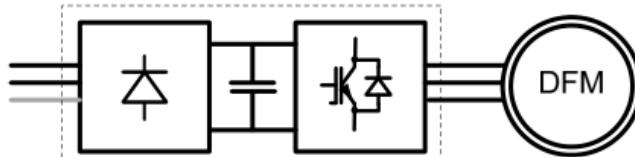
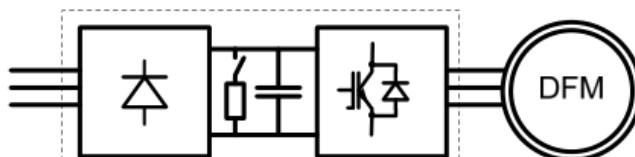
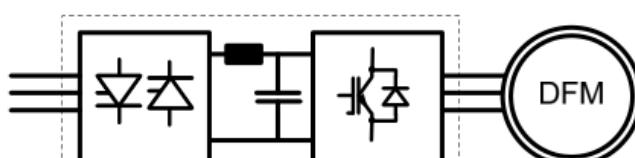
Leistungsfaktor & $\cos \varphi$

- Leistungsfaktor λ : Verhältnis zwischen Wirk- und Scheinleistung
- \cos' : Verhältnis zwischen Wirk- und Scheinleistung der Grundschwingung des Netzstromes.

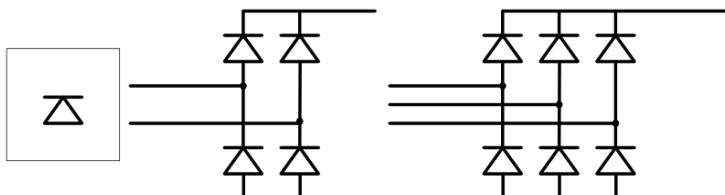
❗ Important

Harmonische führen dazu, dass $\cos \varphi < 1$ wird

Umrichter mit Spannungszwischenkreis

FU mit	Elektrisches Bremsen	$\cos\phi$	Harmonische im Netzstrom
Diodengleichrichter 	Nein	Sehr gut	Alle Ungeraden. Dreiphasig fehlen die Vielfachen von drei.
Diodengleichrichter mit Brems-Chopper 	Ja, Bremsenergie wird im Brems- widerstand des Brems-Choppers verheizt	Sehr gut	Wie oben
Umkehrgleichrichter 	Ja, mit Rückspeisen der Bremsenergie ins Netz	Gut	Ähnlich wie oben. Bedingt durch die Glättungs- induktivität im ZK etwas kleiner
Aktiver Netzseite mit Wechselrichter 	Ja, mit Rückspeisen der Bremsenergie ins Netz	Sehr gut, einstellbar, sogar Kompen- sation möglich	Je höher die Taktfrequenz, desto kleiner

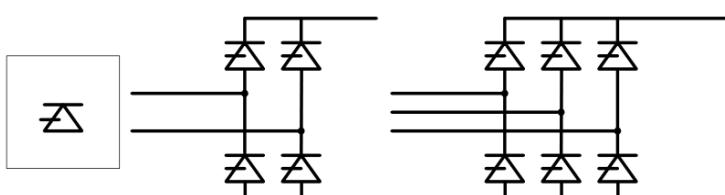
Diodengleichrichter (Netzseite)



- Die Gleichspannung kann über den Steuerwinkel eingestellt werden.
- Blindleistungsbezug.
- Zwei Energierichtungen, aber nur eine Stromrichtung.
- Kostengünstig und robust.
- Kommutierungsfehler bei Netztörungen möglich.

- Die Gleichspannung ist durch die Eingangsspannung gegeben.
- Nur eine Energierichtung.
- Kostengünstig und robust.

Thyristorgleichrichter (Netzseite)



Leistungsfluss

$\alpha < 90^\circ$: Fluss positiv
 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$: Fluss negativ

Umkehrgleichrichter

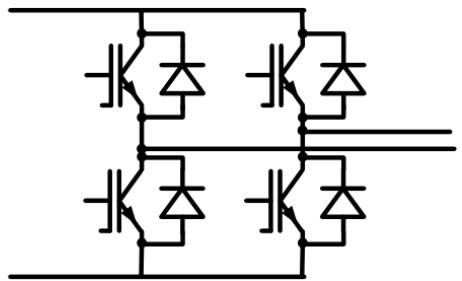
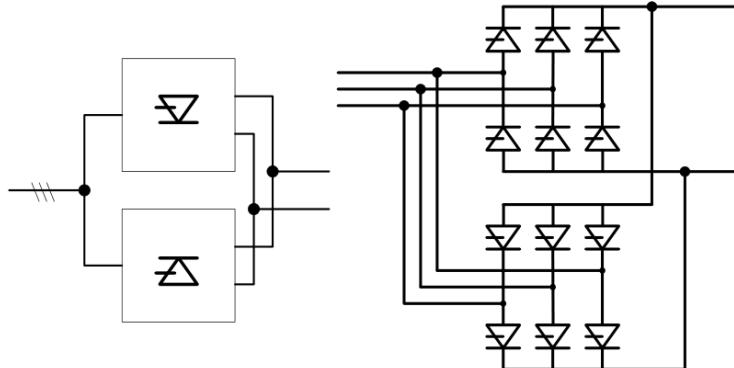


Figure 9: ebenfalls dreiphasig möglich :)

- Die Gleichspannung kann über den Steuerwinkel eingestellt werden.
- Blindleistungsbezug
- Zwei Energierichtungen ohne Änderung der ZK-Spannung
- Kostengünstig und robust
- Kommutierungsfehler bei Netzstörungen möglich

Netz- und maschinenseitigen Wechselrichter

WR (als GR) auf der Netzseite

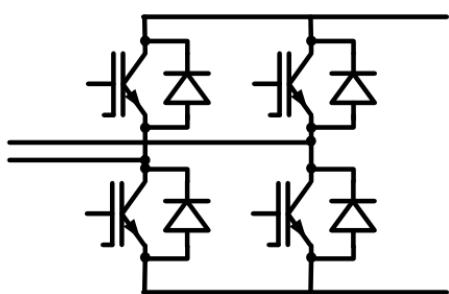


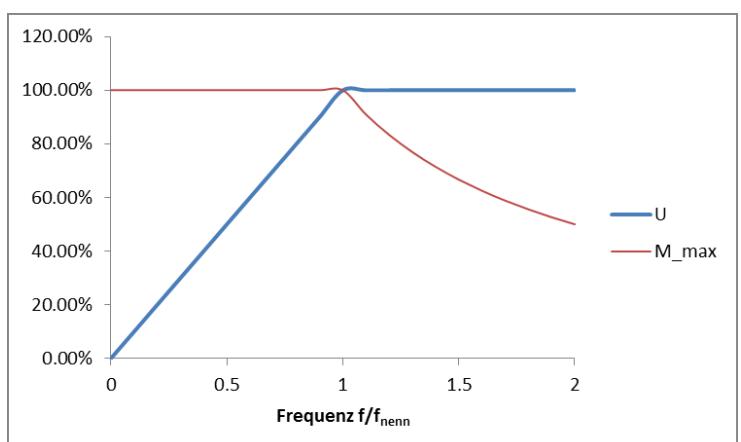
Figure 8: auch dreiphasig möglich!

- Hier mit IGBTs, für grössere Leistungen mit GTOs oder IGCTs
- Die Gleichspannung limitiert veränderbar
- Wirkleistungsbezug und -abgabe einstellbar → Gleichspannung über C auf gewünschten Wert
- Oberschwingungen durch die Taktfrequenz beeinflussbar
- Relativ teuer; löst aber Umkehrgleichrichter immer mehr ab

Selbstgeführter WR (Lastseite)

Regelung

U/f-Kennlinien Verfahren



Die Ausgangsfrequenz des Wechselrichters wird mit der gewünschten Drehzahl verglichen und angepasst. **Diese Regelung** ist **eigentlich eine Steuerung**, da gar keine Drehzahlmessung gemacht wird (kann aber erweitert werden).

Feldorientierte Regelung / Vector Control

Das Koordinatensystem für die Zeiger werden auf das rotierende magnetische Feld der Maschine ausgerichtet → feldorientierte Regelung.

Über den Strom wird Fluss & Drehmoment der Maschine geregelt. Mit dem **d-Anteil des Stromes** lässt sich der Fluss regeln, mit dem **q-Anteil des Drehmoment**.

Direkte Drehmomentregelung

Soll-Istwert-Abweichung vom Drehmoment & Fluss steuert direkt die Schaltsignale des Wechselrichters an.