

# Nachrichtentechnik

Zusammenfassung

Joel von Rotz & Andreas Ming

 [Quelldateien](#)

## Inhaltsverzeichnis

---

<b>1 Einführung</b>	<b>2</b>
1.1 Struktur von Kommunikationssystemen . . . . .	2
1.1.1 Punkt-Punkt Verbindung . . . . .	2
1.1.2 Kommunikationsnetz . . . . .	3
1.1.3 Übertragungskapazität . . . . .	3
1.2 Informationen . . . . .	4
1.2.1 Qualität eines Übertragungssystems . . . . .	5
<b>2 Signalanalyse</b>	<b>7</b>
2.1 Deterministische und Zufallssignale . . . . .	7
2.1.1 Harmonische Schwingung . . . . .	8
2.1.2 Rechteckpuls . . . . .	8
2.1.3 Zufallssignal . . . . .	8
2.2 Komplexe Zeigernotation . . . . .	9
2.2.1 Zweiseitige Spektrumsdarstellung . . . . .	10
2.3 Periodische Signale . . . . .	10
2.3.1 Mittlere Leistung . . . . .	10
2.4 <i>sinc</i> -Funktion . . . . .	11
2.5 Komplexe Fourier Reihe ( <i>periodisch</i> ) . . . . .	11
2.5.1 Parseval'sches Leistungstheorem . . . . .	12
2.6 Nichtperiodische Energiesignale . . . . .	12
2.7 Fourier Transformation ( <i>nicht periodisch</i> ) . . . . .	13
2.7.1 Parseval'sches Energietheorem . . . . .	13
2.8 Logarithmische Darstellung . . . . .	13
2.9 Korrelation . . . . .	13
2.9.1 Autokorrelation . . . . .	13
2.9.2 Kreuzkorrelation . . . . .	15
2.10 Signalabtastung und Rekonstruktion . . . . .	16
2.10.1 Idealer Abtastprozess . . . . .	16
2.10.2 Analoge Vorfilter . . . . .	17
2.10.3 Reale Abtastung - PAM Signal . . . . .	18
2.10.4 Abtastung von Bandpasssignalen . . . . .	19
<b>3 Leitergebundene Signalübertragung &amp; -Filterung</b>	<b>20</b>
3.1 Pegelberechnung . . . . .	21
3.2 Filtersysteme . . . . .	22
3.2.1 Reale Filter - Spezifikation . . . . .	23
3.3 Leitergebundene Übertragung . . . . .	24
3.3.1 Charakteristische Leitungsimpedanz $Z_0$ . . . . .	27
3.3.2 Leistungsfluss . . . . .	27
3.3.3 Leitergeometrien . . . . .	27
3.3.4 Reflexionen an der Last . . . . .	28
3.3.5 Welligkeitsfaktor . . . . .	29

3.3.6 Ausgleichsvorgang an einer Stossstelle . . . . .	30
<b>4 Drahtlose Signalübertragung &amp; -Filterung</b>	<b>32</b>
4.1 Linkbudget . . . . .	33
4.2 Antenne . . . . .	34
4.2.1 Fernfeld Kriterien . . . . .	34
4.2.2 Antennenimpedanz . . . . .	35
4.2.3 Richtcharakteristik . . . . .	37
4.2.4 Effektiv abgestrahlte Leistung . . . . .	38
4.2.5 Feldpolarisation . . . . .	38
4.3 Verfügbare Leistung am Empfangsort . . . . .	40
4.4 Ausbreitungsverluste einer Funkstrecke . . . . .	41
4.4.1 Freiraummodell . . . . .	41
4.4.2 Empirisches Kanalmodell . . . . .	41
4.4.3 Zeitvarianter Mehrwegkanal . . . . .	42
<b>5 Modulation</b>	<b>42</b>
5.1 Blockdiagramm eines Kommunikationssystems . . . . .	42
5.2 Klassische binäre Leitungscodes . . . . .	43
5.3 Basisbandmodulation . . . . .	43
5.3.1 Bandbreitenbegrenzung . . . . .	44
5.4 Angepasste Pulsformen . . . . .	45
<b>6 EMV Aspekte</b>	<b>46</b>

## 1. Einführung

---

### 1.1 Struktur von Kommunikationssystemen

#### 1.1.1 Punkt-Punkt Verbindung

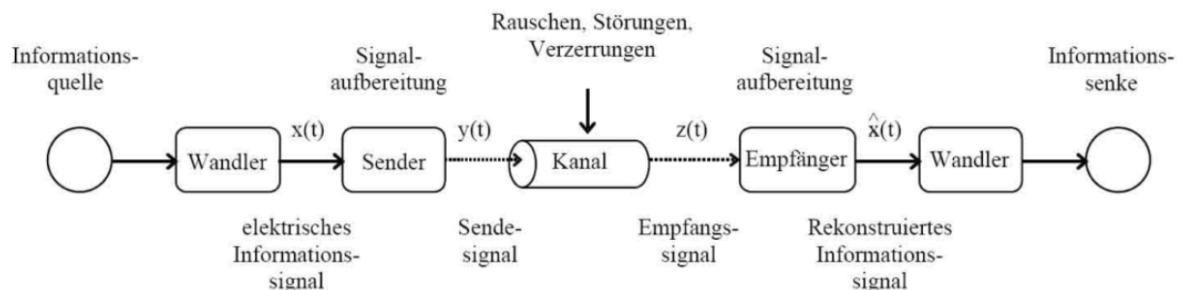


Abbildung 1: Funktionsblöcke einer Punkt-zu-Punkt-Verbindung

- *Simplex-Verbindung*: Die Information fliesst nur von A nach B.
- *Halbduplex-Verbindung*: Es kann nur die eine oder andere Seite Informationen senden.
- *Voll duplex-Verbindung*: Informationen können einander unabhängig voneinander übermittelt werden.

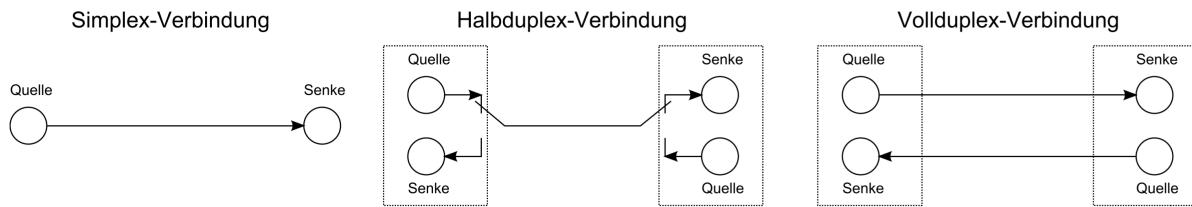


Abbildung 2: Mögliche Verbindungsarten

### 1.1.2 Kommunikationsnetz

Durch Zusammenführen mehrerer Grundelemente entsteht ein Kommunikationsnetz, an das eine Vielzahl von Teilnehmern angeschlossen werden können.

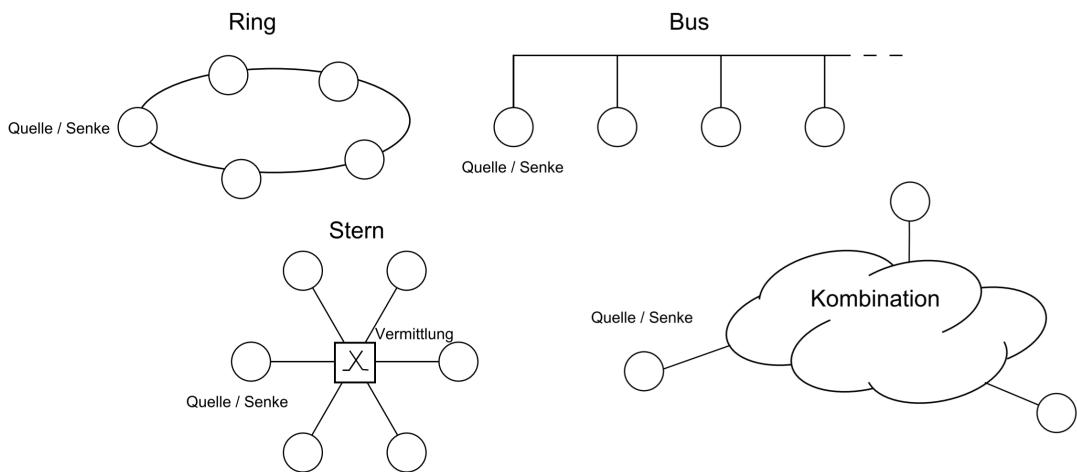


Abbildung 3: Gebräuchliche Netzstrukturen

### 1.1.3 Übertragungskapazität

Infolge physikalischer Eigenenschaften (endliche Bandbreite, Rauschen/Störungen) hat jeder Übertragungskanal eine begrenzte Kapazität für Informationsübertragung. Die Kapazität  $C$  hängt von der verfügbaren *Bandbreite*  $B$  und dem Verhältnis zwischen *Signalleistung*  $S$  und *Rauschleistung*  $N$  (externer Einfluss) ab.

$$C = B \cdot \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right) \quad [bps]$$

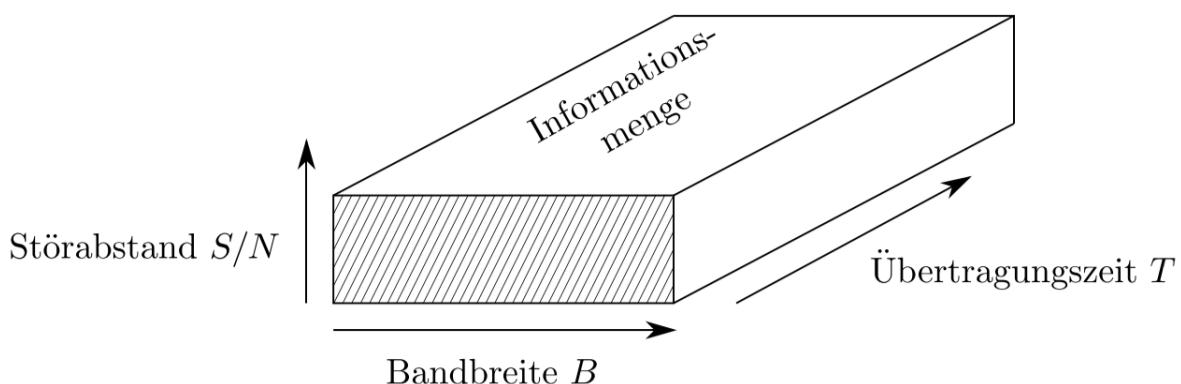


Abbildung 4: Informationsquader

Bei einer Fehlerrate von  $10^{-12}$  ergibt sich 1 -\*Bitfehler\* in  $10^{12}$  Bits.

Zur mehrfachnutzung eines zur verfüigung stehenden Kanals werden verschiedene Verfahren zur Aufbereitung elektrischer Signale verwendet.

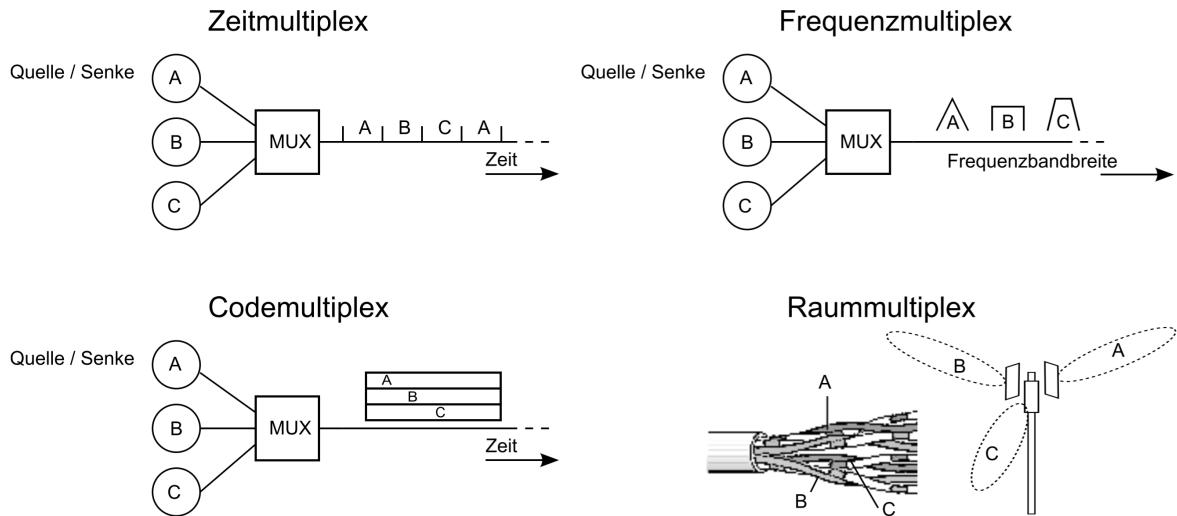
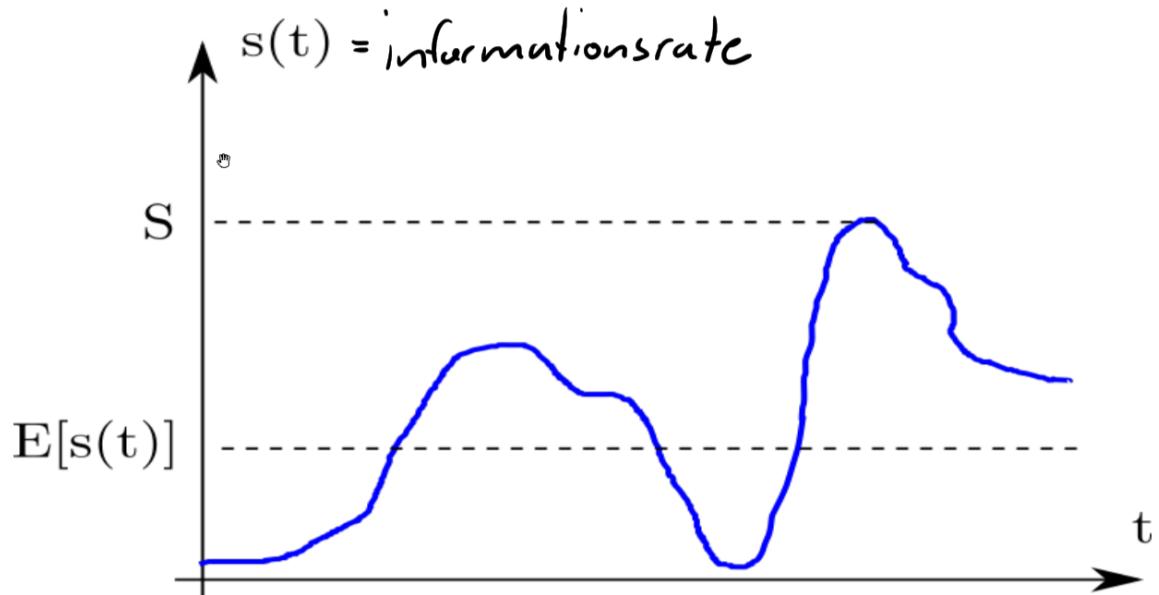


Abbildung 5: Mehrfachausnutzung mittels Modulation

## 1.2 Informationen

Die Informationsrate einer Quelle ist in der Regel **nicht konstant** (Zufallsprozess).



Spitzenwert

$$S = \max s(t)$$

Erwartungswert

$$E[s(t)] = \frac{1}{T} \int s(t) dt$$

### 1.2.1 Qualität eines Übertragungssystems

#### Störfestigkeit der Übertragung

Störungen dringen zu einem grossen Teil auf dem Übertragungsweg ein.

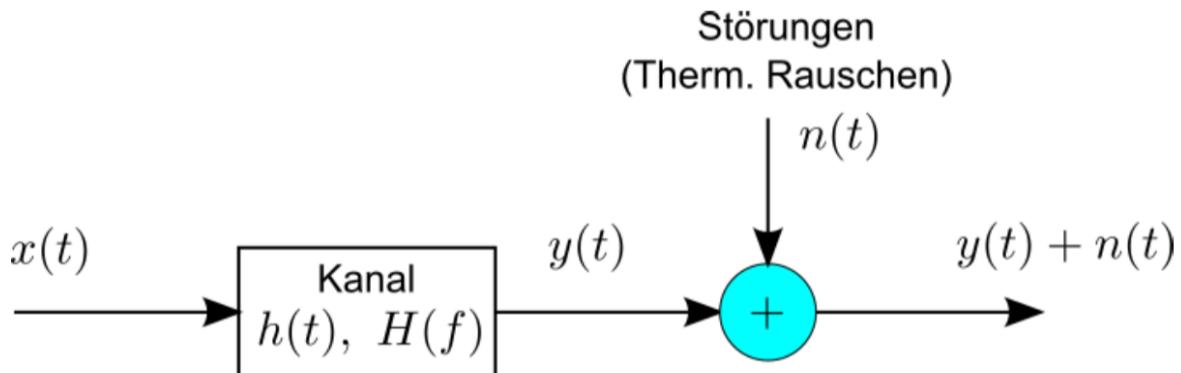


Abbildung 6: Störquellen

Um die Qualität einer Übertragung zu quantifizieren wird der sogenannte *Störabstand* (**S**ignal to **N**oise **R**ation) berechnet

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{S[W]}{N[W]} \right) \quad [dB]$$

Bei digitaler Übertragung wird die *Bitfehlerrate* (**B**it **E**rror **R**atio) oder die *Bitfehlerwarscheinlichkeit*  $P_e$  angegeben, welche die Wahrscheinlichkeit angibt, dass ein Zustand falsch detektiert wird.

$$P_e = f \left( \frac{S}{N} \right)$$

#### Bandbreitenbedarf

Um möglichst viele *Systeme*  $M$  in einem Kanal mit *Bandbreite*  $B_K$  unterzubringen, sollte der *Bandbreitenbedarf*  $B_X$  eines Systems möglichst klein gehalten werden

$$M = \frac{B_K}{B_X}$$

#### Wiedergabetreue

Die Verzerrung ist bei einem ungestörten Übertragungskanal die Differenz der Signapegel am Ein- und Ausgang

$$\varepsilon(t) = y(t) - x(t)$$

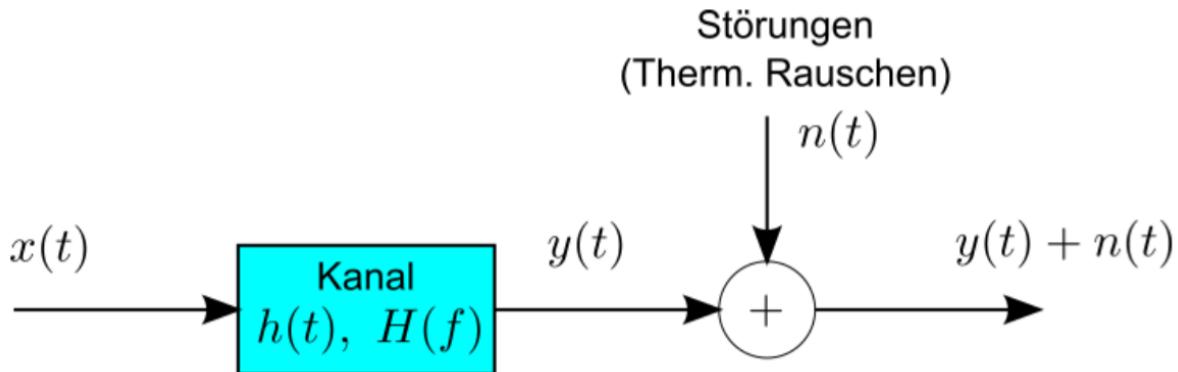


Abbildung 7: Linearer Übertragungskanal

Die Wiedergabe eines Übertragungssystems ist umso besser, je geringer die Signalverzerrung ist. Eine Verzerrungsfreie Übertragung hat die Bedingungen **konstante Verstärkung** und **linearer Phasengang**

Eine *Lineare Verzerrung* liegt vor wenn das Ausgangssignal **keine zusätzlichen Frequenzkomponenten** enthält.

Um die Wiedergabetreue zu messen wird die *Eintonmessung* angewendet, bei welcher das Testsignal  $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$  eingespielen wird und man das Ausgangssignal  $y(t) = a_1 \cos(\omega_0 t) + a_2 \cos^2(\omega_0 t) + \dots$  erhält. Mit der Trigonometrischen Umformung

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

den Therm

$$y(t) = \underbrace{\left( \frac{a_2}{2} + \frac{3a_4}{8} + \dots \right)}_{A_0[\text{DC-Anteil}]} + \underbrace{\left( a_1 + \frac{3a_3}{4} + \dots \right)}_{A_1} \cos(\omega_0 t) + \underbrace{\left( \frac{a_2}{2} + \frac{a_4}{4} + \dots \right)}_{A_2} \cos(2\omega_0 t) + \dots$$

Zur Beschreibung der Nichtlinearität wird der **Klirrfaktor**  $k$  benutzt

$$k = \sqrt{\frac{\text{OberwellenAmplituden}}{\text{GesamtAmplituden(ohne DC)}}} = \sqrt{\frac{(A_2)^2 + (A_3)^2 + \dots}{(A_1)^2 + (A_2)^2 + (A_3)^2 + \dots}}$$

Wird die *Zweitonmessung*  $x(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$  gemacht, so enthält das Ausgangssignal eines nichtlinearen Systems neben den Oberwellen auch die Terme der Form  $(\omega_2 - \omega_1), (\omega_2 + \omega_1), (\omega_2 - 2\omega_1) + \dots$ , was man als **Inetrmodulationsprodukte** bezeichnet.

### Zeittransparenz Latenz

Die *Latenz* beschreibt in einem Kommunikationsnetz die Einflüsse einer *Übertragungsverzögerung* und *Verarbeitungsverzögerung*, wichtige Parameter für Echtzeitdienste.

Die gesamte Verzögerungszeit  $T_{\text{delay}}$  besteht aus drei Anteilen

$$T_{\text{delay}} = T_a + T_{\ddot{u}} + T_v$$

$T_a$  : Ausbreitungsverzögerung (*propagation delay*)

$T_{\ddot{u}}$  : Übertragungsverzögerung (*transmission delay*)

$T_v$  : Verarbeitungsverzögerung (*process delay*)

Ausbreitungsverzögerung *propagation delay*

$$T_a = \frac{\text{Entfernung}[m]}{\text{Ausbreitungsgeschwindigkeit}[\frac{m}{s}]} \quad [s]$$

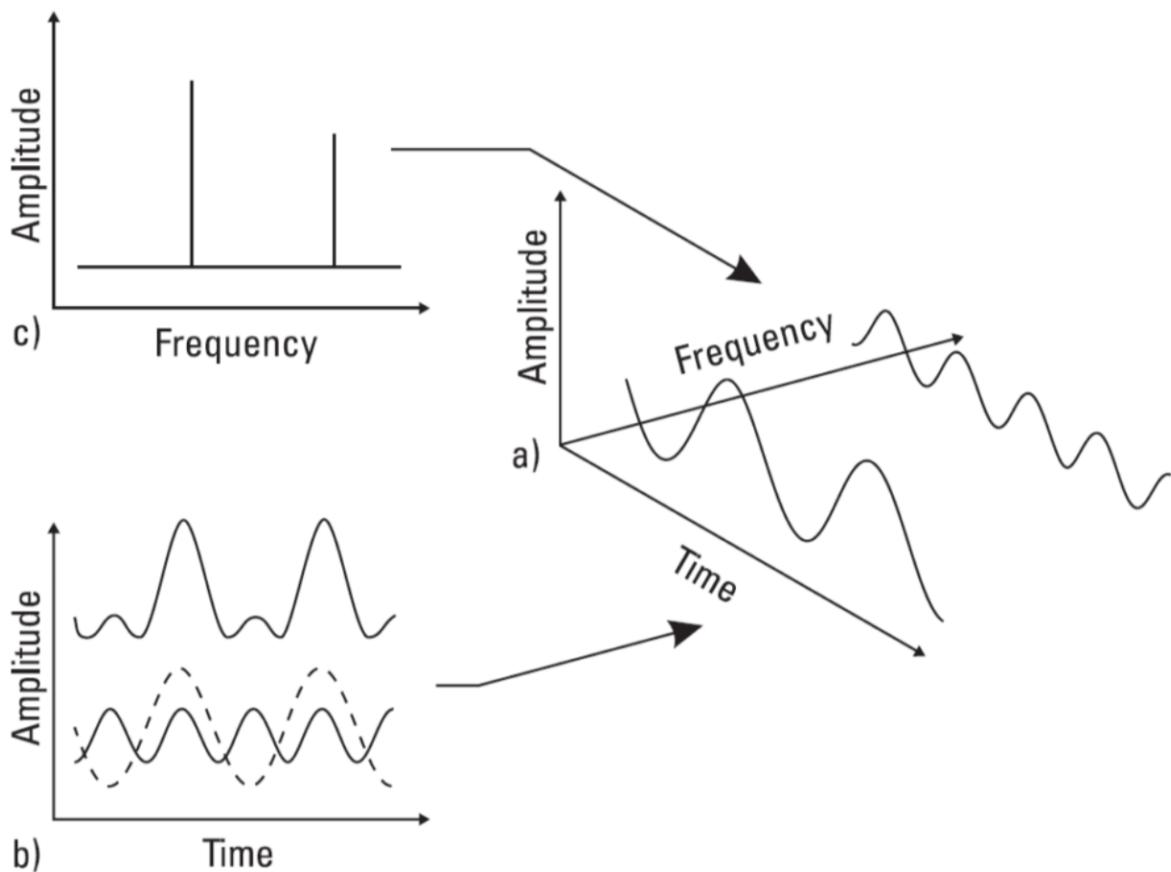
Übertragungsverzögerung *transmission delay*

$$T_u = \frac{\text{Paketgrösse}[byte]}{\text{Datenrate}[\frac{bytes}{s}]} \quad [s]$$

Die Verarbeitungsverzögerung *process delay*  $T_v$  ist vom Verarbeitungssystem abhängig und beschreibt z. B. eine Prozesszeit.

## 2. Signalanalyse

Die Spektralanalyse ist einer der wichtigsten Methoden der Signalanalyse in der Kommunikationstechnik und basiert auf der Fourier Reihenentwicklung und der Fourier Transformation. Sie erlaubt im Frequenzbereich die Behandlung von ganzen Signalklassen mit ähnlichen Eigenschaften gegenüber der individuellen Analyse jedes einzelnen Signals im Zeitbereich.



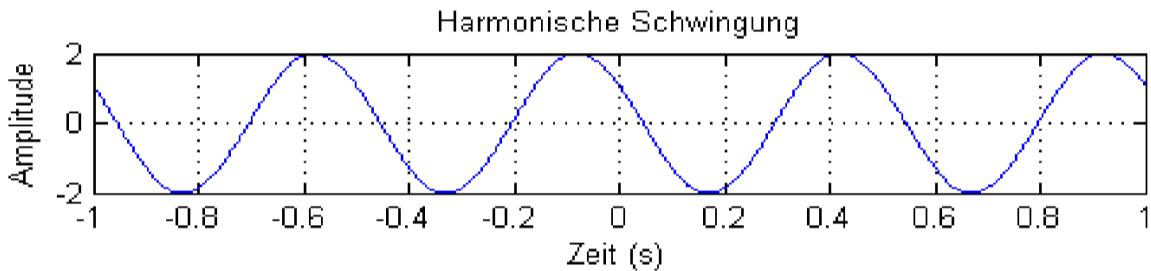
### 2.1 Deterministische und Zufallssignale

Signale können entweder *deterministisch* mit mathematischen Funktionen beschrieben werden oder sie liegen als *Zufallssignale* vor und nehmen zu jedem Zeitpunkt einen zufälligen Wert an, der einer Gauss-verteilung folgt.

### 2.1.1 Harmonische Schwingung

Kosinusschwingung als reelle Zeitfunktion

$$s(t) = A \cos(2\pi f t + \varphi)$$

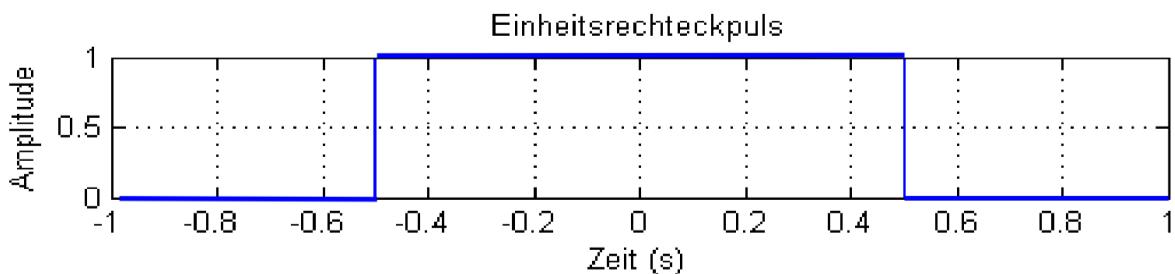


$$+A \sin(\omega t) = +A \cos(\omega t - 90^\circ) = +A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-A \cos(\omega t) = +A \cos(\omega t \pm 180^\circ) = +A \cos(\omega t \pm \pi)$$

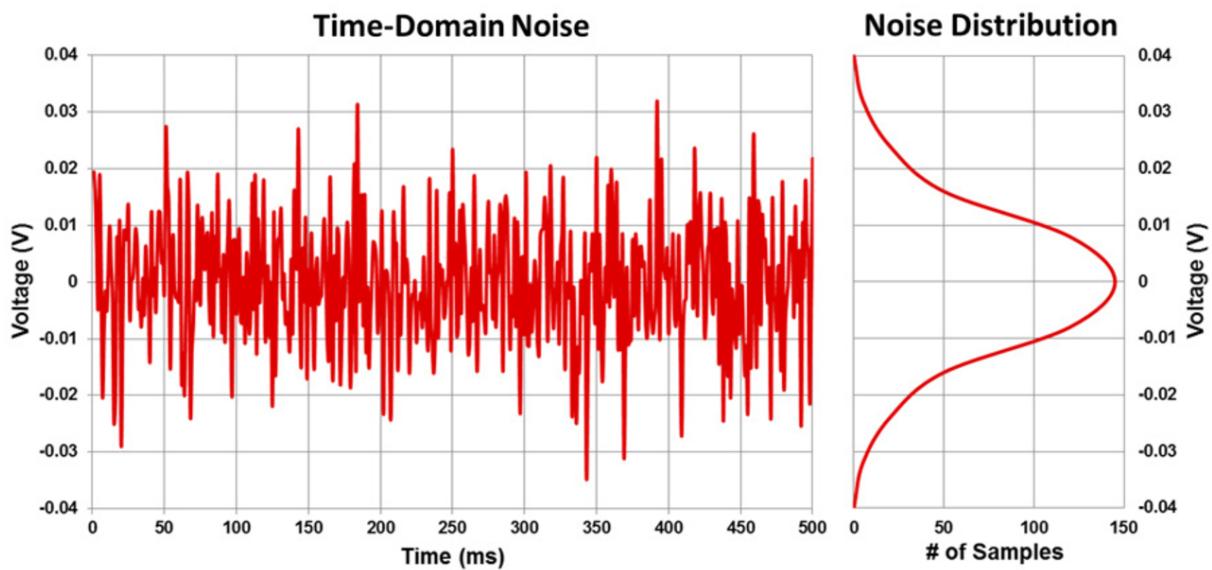
### 2.1.2 Rechteckpuls

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$



### 2.1.3 Zufallssignal

Zufallssignale nehmen zu jedem Zeitpunkt zufällige Werte an und können daher nicht vollständig mathematisch beschrieben werden. Man kann aber für diese Signalklasse statistische Größen wie eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $p(u)$ , den Erwartungswert  $m_u$  und die Standardabweichung  $s_u$  als beschreibende Größen ermitteln



## 2.2 Komplexe Zeigernotation

Signale (auch Reellwertige) können einfacher anhand der *komplexen Zeigernotation* beschrieben werden

$$S(t) = \underbrace{A \cos(\omega_0 t + \varphi)}_{\text{reelle Schwingung}} \pm j \underbrace{A \sin(\omega_0 t + \varphi)}_{\text{Erweiterung}} = \underbrace{A e^{\pm j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{komplexer Zeiger}}$$

Es gilt trotz Erweiterung immernoch

$$s(t) = \operatorname{Re} [A e^{\pm j(\omega_0 t + \varphi)}] = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Aus dieser Zeigernotation kann direkt das **Amplituden- und Phasenspektrum** als **einseitiges Linienspektrum** abgetragen werden

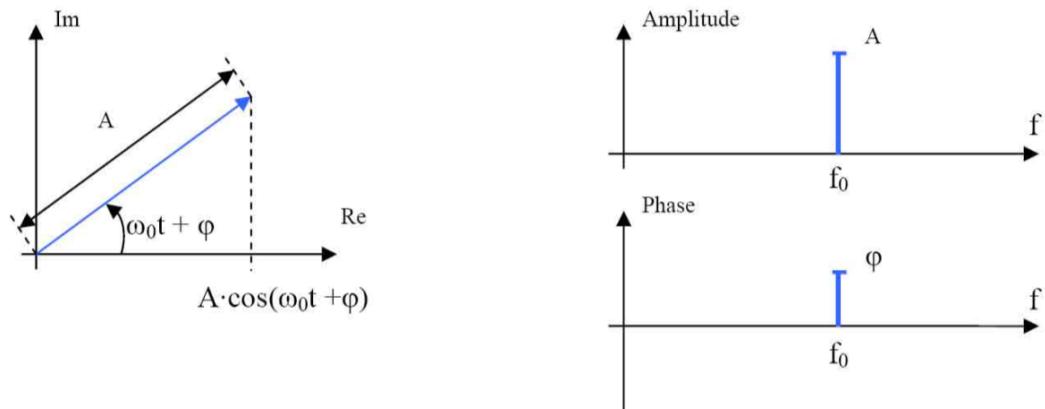


Abbildung 8: Zeigerdiagramm, Amplituden- und Phasenspektrum

### 2.2.1 Zweiseitige Spektrumsdarstellung

Eine weitere Darstellung ist das **zweiseitige Linienspektrum**, wobei über die komplexe Konjugation das Ganze, komplexe Signal reelwertig gehalten wird

$$s(t) = \underbrace{\frac{A}{2} e^{j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{Gegenuhrzeigersinn}} = \underbrace{\frac{A}{2} e^{-j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{Uhrzeigersinn}} = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

da sich die Komplexen Teile aufheben. Da das *Amplitudenspektrum* stets den Betrag anzeigt, werden negative Werte stets mit einer *Phasenverschiebung* um  $\pi$  aufgetragen.

- Amplitudendiagramm ist *symmetrisch*
- Phasendiagramm ist *punktsymmetrisch*

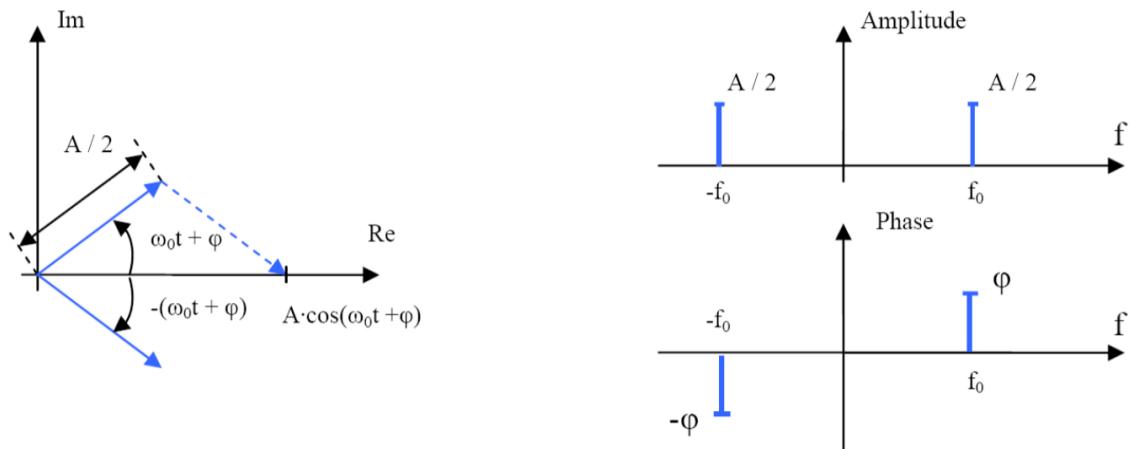


Abbildung 9: Konjugiert komplexe Zeiger und zweiseitiges Linienspektrum

### 2.3 Periodische Signale

Harmonische Schwingungen und Zeiger gehören zu der allgemeinen Klasse der periodischen Signale, mit der Eigenschaft

$$s(t \pm mT_0) = s(t) \quad -\infty < t < +\infty \quad \text{Mit } m = 1, 2, 3, \dots$$

Die Signalform ändert sich also nicht bei einer Verschiebung um  $m$ .

#### 2.3.1 Mittlere Leistung

*Mittelwert*  $\bar{s}$

$$\bar{s} = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) dt$$

Die *Mittlere normierte Leistung* beschreibt die Leistung bezogen auf  $1\Omega$

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} |s(t)|^2 dt$$

Entspricht die Leistung  $0 < P < \infty$  so spricht man von einem *periodischen Leistungssignal*.

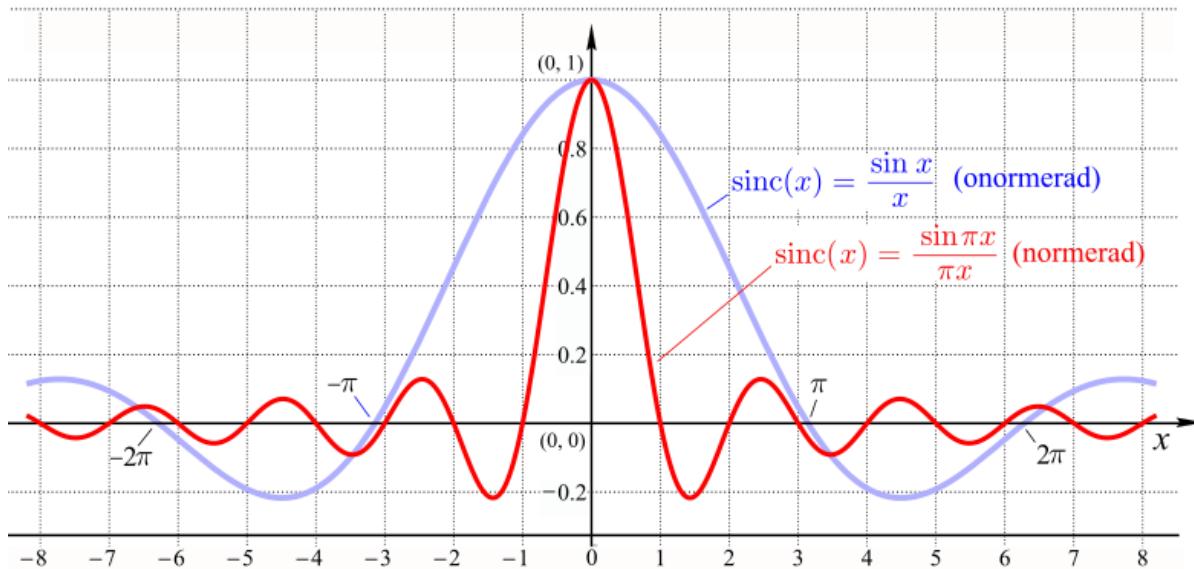
## 2.4 sinc-Funktion

Zur Bestimmung der Fourier-Koeffizienten  $c_n$  erhält man oft das Integral

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} e^{-j\pi f t} dt = -\frac{1}{j2\pi f T} (e^{-j\pi f T} - e^{j\pi f T})$$

was durch die geometrische Beziehung  $(e^{j\theta} - e^{-j\theta})/(j2) = \sin(\theta)$  zur *sinc*-Funktion führt

$$si(\pi f T) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \quad \stackrel{x=fT}{=} \quad \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$



## 2.5 Komplexe Fourier Reihe (periodisch)

Ein periodisches Signal  $s(t)$  kann mit der *komplexen Fourier Reihenentwicklung* in eine zweiseitige Spektrumsdarstellung gewandelt werden. Die komplexe Fourier Reihe für ein periodisches Leistungssignal der Periode  $T_0 = \frac{1}{f_0}$  lautet

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Die komplexen Koeffizienten  $c_n$  lauten

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) e^{-j n \omega_0 t} dt$$

Der Betrag  $|c_n|$  repräsentiert die Amplitude und das Argument  $\angle c_n$  entspricht der Phase. Es gilt:

- Alle Frequenzen sind ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz  $\omega_0$
- Die Gleichstromkomponente  $c_0$  entspricht  $\bar{s}$
- Ist  $s(t)$  reell, so besitzt das zweiseitige *Amplitudenspektrum*  $|c_n|$  eine **gerade Symmetrie**
- Ist  $s(t)$  reell, so besitzt das zweiseitige *Phasenspektrum*  $\angle c_n$  eine **ungerade Symmetrie**

### 2.5.1 Parseval'sches Leistungstheorem

Die mittlere, normierte Leistung eines periodischen Signals kann im Zeitbereich oder im Frequenzbereich bestimmt werden

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} |s(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

## 2.6 Nichtperiodische Energiesignale

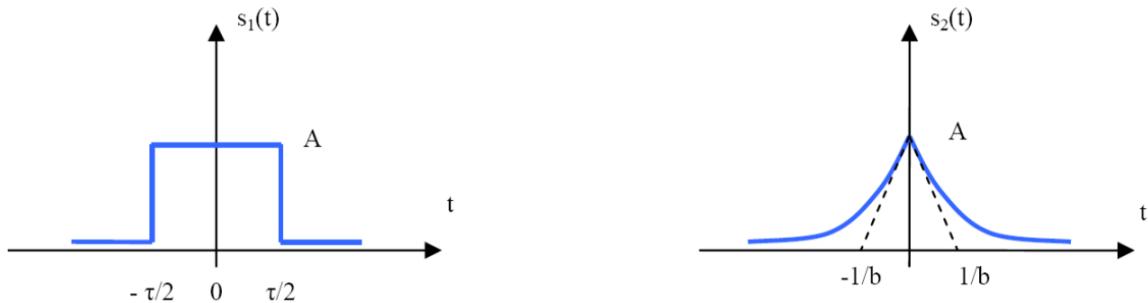


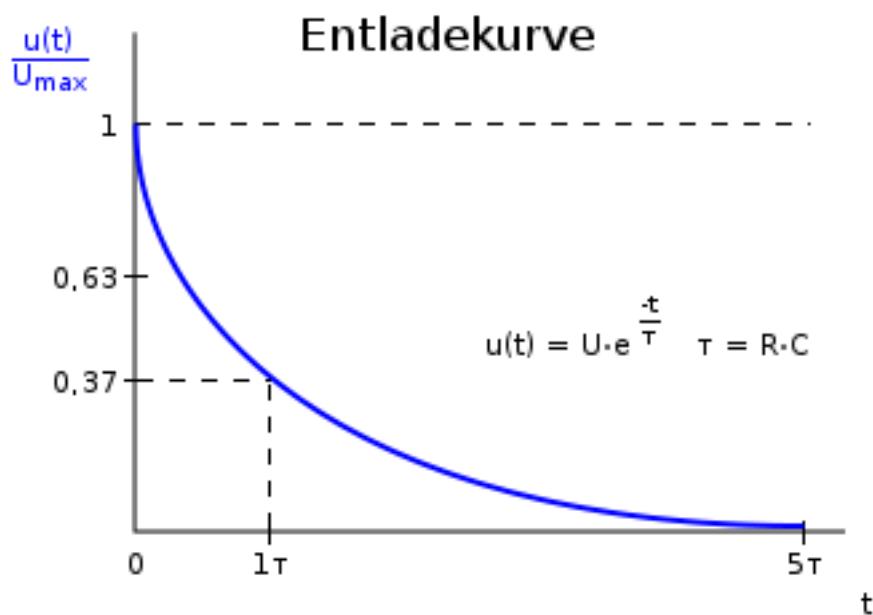
Abbildung 10: Nichtperiodische Signale

Die *normierte Signalenergie E* beschreibt die Energie eines Signals über einen Widerstand von  $1\Omega$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$$

### Energiesignal

Ist die Energie *endlich*, also  $0 < E < \infty$  so handelt es sich um ein **nichtperiodisches Energiesignal**. Auch Signal die vermeintlich undendlich lange andauern können endlich sein, z. B.:



Die Funktion wird zwar Mathematisch nie 0, die Energie ist jedoch Endlich (*Kondensator hat nicht unendlich Energie*)

## 2.7 Fourier Transformation (nicht periodisch)

Mit der Fourier Transformation werden nicht periodische Signale in ihre Frequenzbestandteile aufgeteilt und man erhält ein **Kontinuierliches Dichtespektrum**. Die Fourier Transformation ist definiert durch

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt \quad \text{mit } \omega = 2\pi f$$

Die Rücktransformation gelingt durch die inverse Fourier Transformation

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f)e^{-j\omega t} df \quad \text{mit } \omega = 2\pi f$$

Für die komplexe Funktion  $S(f)$  der Fourier Transformation gelten die *spektralen Eigenschaften*

- Das *Amplitudendichtespektrum* entspricht  $|S(f)|$
- Das *Phasendichtespektrum* entspricht  $\angle S(f)$
- Der Funktionswert  $S(f)|_{f=0}$  entspricht der Nettofläche von  $s(t)$
- Ist  $s(t)$  reell, so besitzt das *Amplitudenspektrum*  $|c_n|$  eine **gerade Symmetrie**
- Ist  $s(t)$  reell, so besitzt das *Phasenspektrum*  $\angle c_n$  eine **ungerade Symmetrie**

### 2.7.1 Parseval'sches Energietheorem

Die Signalenergie im Zeitbereich wie auch im Frequenzbereich entspricht demselben Wert, die Beiden Darstellungen beinhalten also dieselben Informationen

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

## 2.8 Logarithmische Darstellung

Das Amplitudenspektrum wird oft in der y-Achse logarithmisch dargestellt

$$A_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{A_V}{A_{Ref}} \right)$$

als Bezugswert  $A_{Ref}$  wird oft der Effektivwert des Signals oder die Amplitude der Grundschwingung verwendet.

## 2.9 Korrelation

### 2.9.1 Autokorrelation

Die *Autokorrelation* macht Angaben über den inneren Zusammenhang einer Funktion  $s(t)$ . Dies gilt für ein *periodisches Leistungssignal*

$$k_{11}(t) = E[s_1(t - \tau) \cdot s_1(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t - \tau) s_1(t) dt$$

und für ein *Energiesignal*

$$k_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t - \tau) s_1(t) dt$$

Im **Frequenzbereich** erhalten wir die Autokorrelationen eines *periodischen Leistungssignals* durch

$$k_{11} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T S_1(f) S_1^*(f) df$$

und eines *Energiesignals* über

$$k_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(f) S_1^*(f) df$$

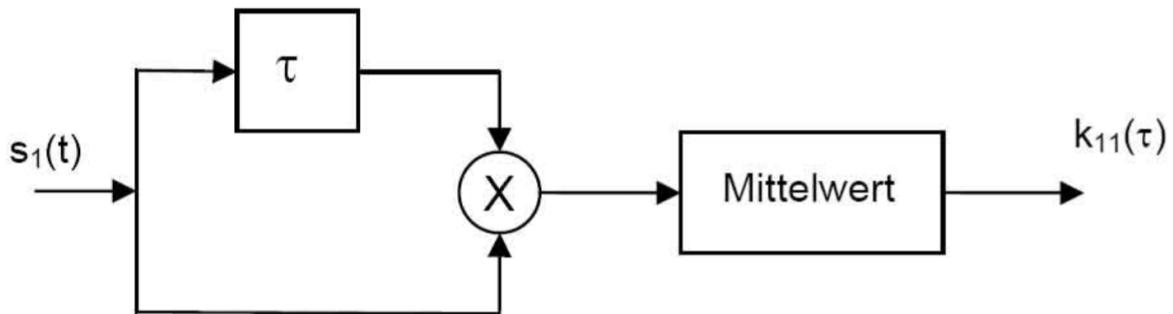


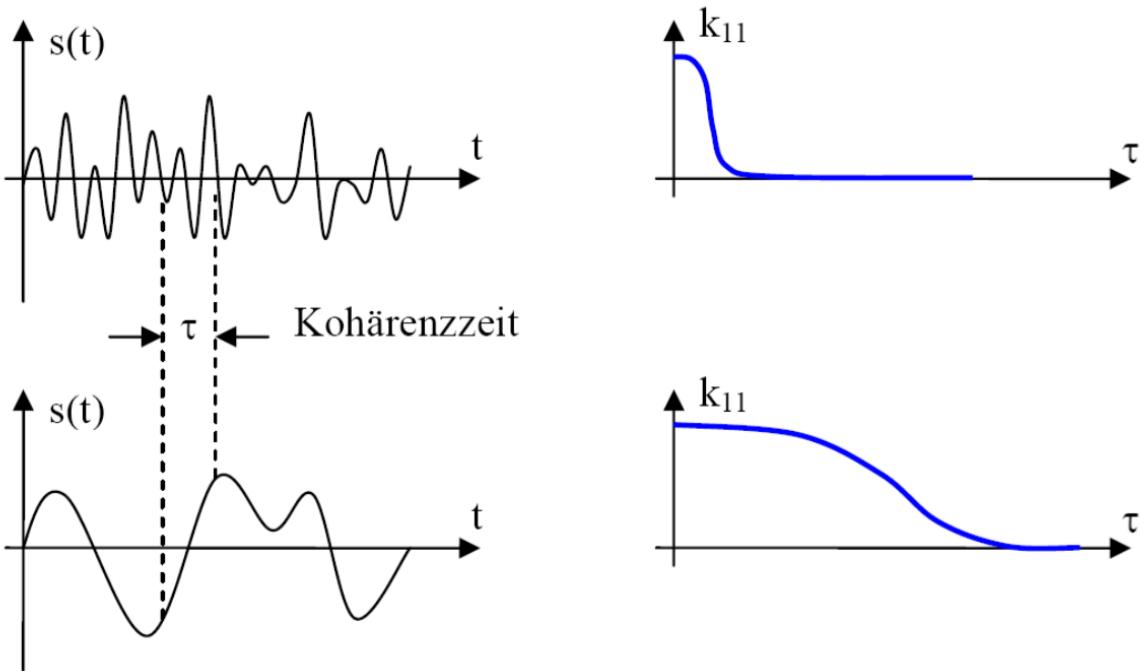
Abbildung 11: Blockdiagramm einer Autokorrelation

Es gelten die folgenden Eigenschaften:

- AK ist gerade:  $k_{11}(\tau) = k_{11}(-\tau)$
- $\lim_{\tau \rightarrow \infty} k_{11}(\tau) = 0$
- Bei  $\tau = 0$  erhält man die normierte Leistung (o. Energie):  $k_{11}(\tau = 0) = s_1(t)^2 = s_{eff}^2$
- Das Maximum liegt bei  $\tau = 0$
- Für periodische Signale  $s(t)$  liegt die gleiche Periodendauer wie bei  $k_{11}(\tau)$  vor

### Kohärenzzeit

Der Bereich von  $\tau$ , in dem  $k_{11} \neq 0$  ist, wird als *Kohärenzzeit* bezeichnet.



Die Kohärenzzeit eines sehr fluktuativen (= grosse Bandbreite) Signals ist sehr kurz, während diese bei einem langsamen Signal (= kleine Bandbreite) eher lang ist. Es gilt also

$$\text{Kohärenzzeit} \propto \frac{1}{\text{Bandbreite}}$$

### 2.9.2 Kreuzkorrelation

Die *Kreuzkorrelation* macht Angaben über den Zusammenhang zweier Signale  $s_1(t)$  und  $s_2(t)$ . Dabei kann man herausfinden, ob zwei Signale miteinander verwandt sind und gemeinsame Merkmale enthalten. Zudem kann man erkennen ob zwei Signale in Abhängigkeit einer zeitlichen Verschiebung zueinander stehen. Dies gilt für *periodische Leistungssignale*

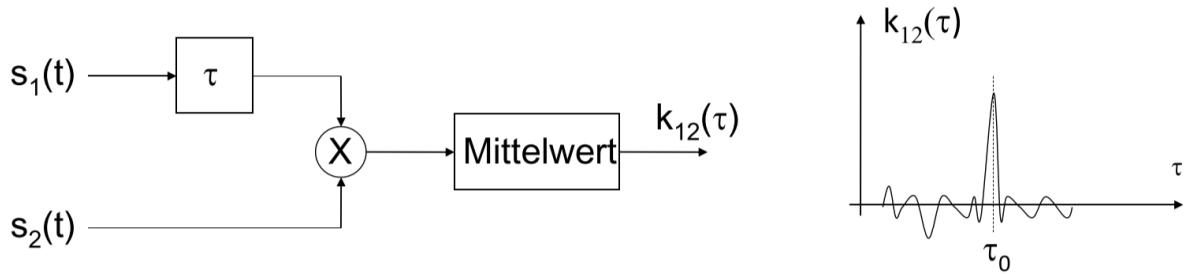
$$k_{12}(t) = E[s_1(t - \tau) \cdot s_2(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t - \tau) s_2(t) dt$$

und für ein *Energiesignal*

$$k_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t - \tau) s_2(t) dt$$

Es gelten die folgenden Eigenschaften:

- KK ist gerade:  $k_{12}(\tau) = k_{21}(-\tau)$
- $\lim_{\tau \rightarrow \infty} k_{12}(\tau) = 0$
- Das Maximum liegt bei  $\tau = \tau_0$



## 2.10 Signalabtastung und Rekonstruktion

### 2.10.1 Idealer Abtastprozess

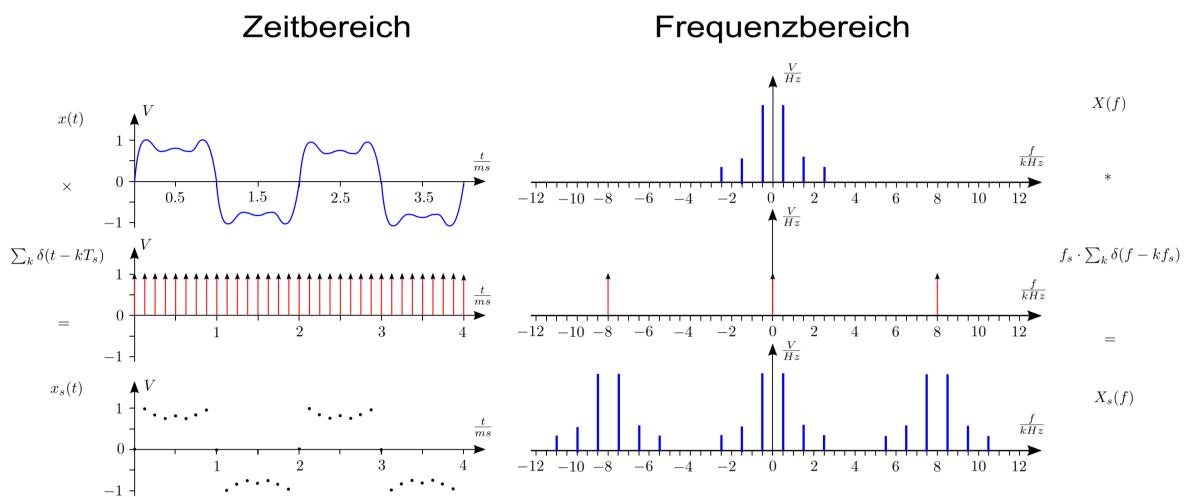
Der Abtastprozess kann als Multiplikation eines analogen Eingangssignals mit einer periodischen Serie von Einheitsimpulsen betrachtet werden

$$x(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s)$$

Was eine Faltung im Frequenzbereich mit einem Impulskamm zur Folge hat

$$X_s(f) = X(f) * \left[ f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_s) \right] = f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - kf_s)$$

Was einer periodischen Fortsetzung des Spektrums zur Folge hat

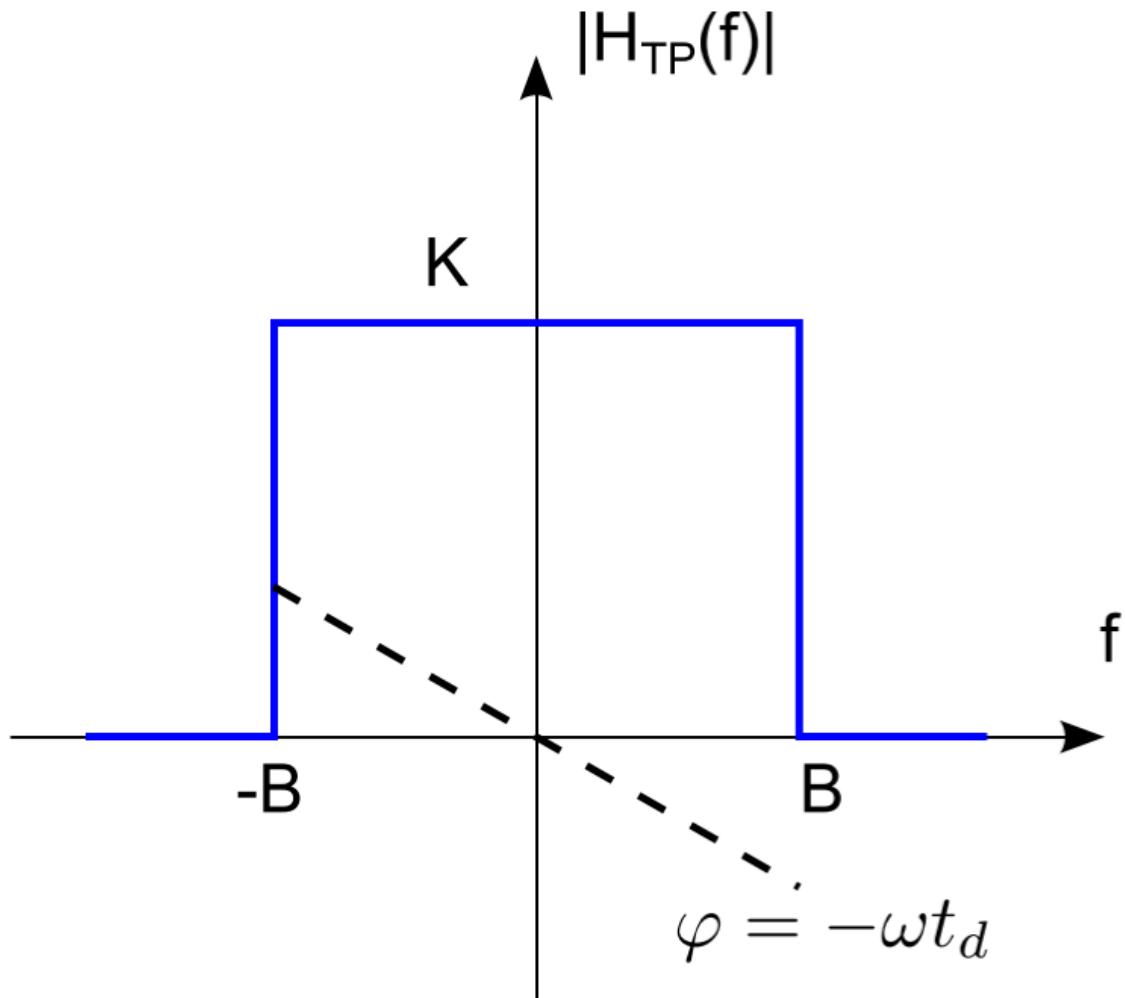


Es sind also Entsprechende Kopien des Spektrums (*Alias*) bei den ganzzahligen Vielfachen der *Abtastfrequenz*  $f_s$  zu sehen. Die unverzerrte Rückgewinnung über ein Tiefpassfilter ist nur möglich, wenn das Abtasttheorem, bzw. die *Nyquist-Rate* eingehalten wird

$$f_{s_{min}} > 2f_{Signal_{max}}$$

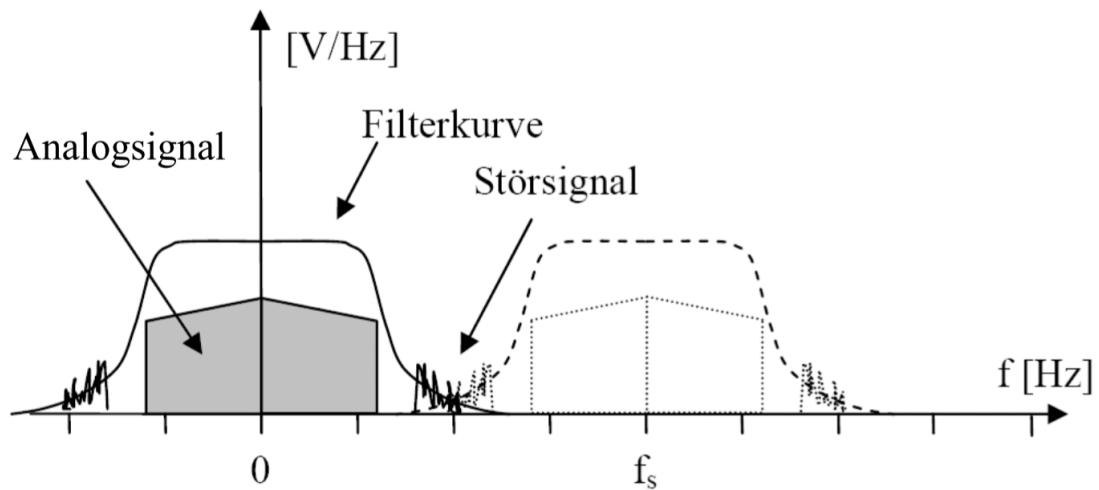
Ein idealer Tiefpass mit einer Verstärkung  $K$ , einer Verzögerungszeit  $t_d$  und einer Bandbreite  $B$  hat eine Übertragungsfunktion von

$$H_{TP}(f) = K \Pi \left( \frac{f}{2B} \right) e^{-j\omega t_d}$$



### 2.10.2 Analoge Vorfilter

Das analoge Vorfilter (*anti-aliasing Filter*) verhindert das Kopien eines Störsignals (Ausserhalb der Grenzfrequenz) in den Nutzbereich fallen.



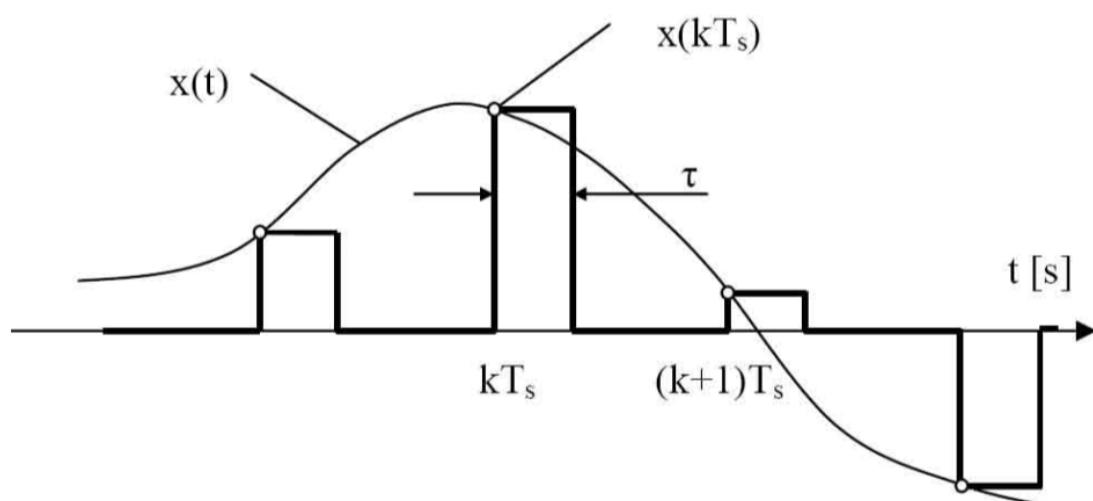
Realisierbare Filter sind nicht ideal. Die korrekte Auslegung des Filters hängt von verschiedenen Gesichtspunkten ab:

- Gewünschte Signalbreite (Grenzfrequenz für den Durchlassbereich  $f_g$ )
- Abtastfrequenz  $f_s$
- Gewünschte minimale Sperrdämpfung für Spiegelfrequenzen ( $f_{sb} = f_s - f_g$ )
- Anforderungen bezüglich Signalverzerrung durch das Filter

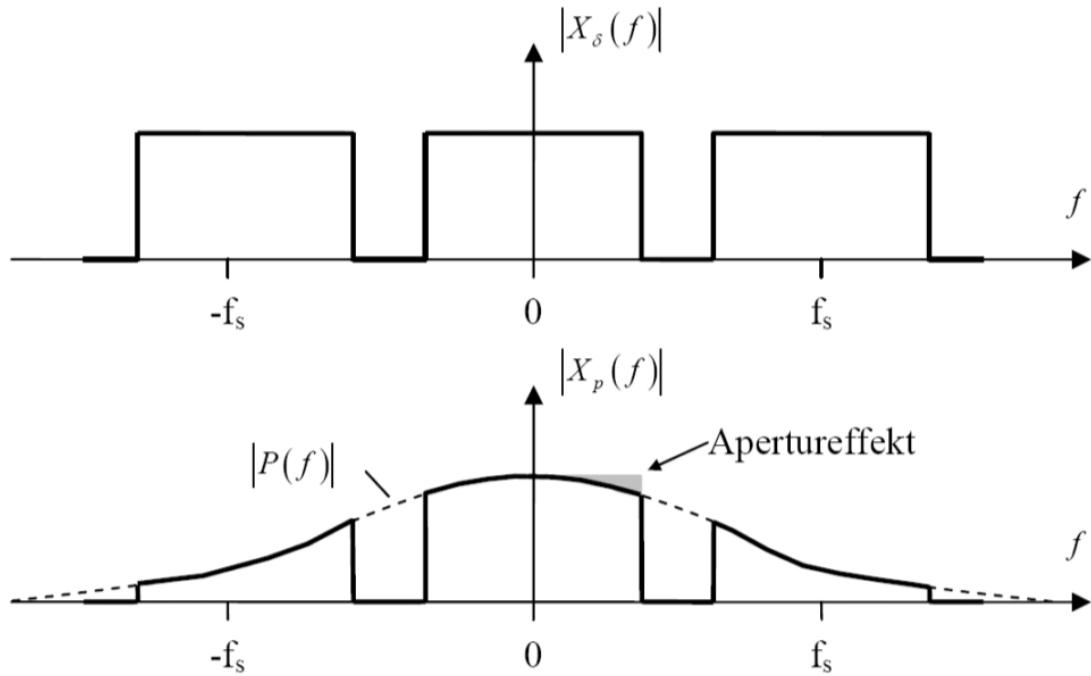
### 2.10.3 Reale Abtastung - PAM Signal

Reale Abtastungen erfolgen durch die *Sample&Hold*-Technik, so erhält man eine Flat-Top-Abtastung. Dadurch erzeugt man die Zeitfunktion

$$x_p(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t - kT_s)$$



Dies induziert einen *Apertureeffekt*, bei welchem eine Dämpfung der höheren Frequenzkomponenten des Signalspektrums

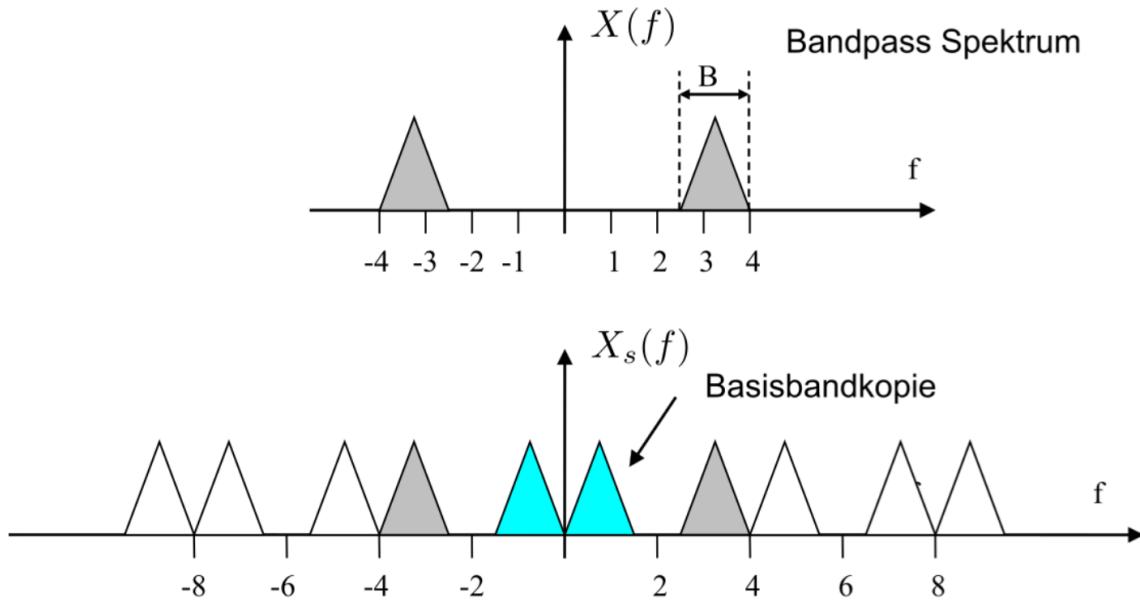


#### 2.10.4 Abtastung von Bandpasssignalen

Besitzt ein Signal ein bandbegrenztes Spektrum mit der Bandbreite  $B$  und der maximalen oberen Signalfrequenz  $f_{Signal_{max}}$ , so kann es mit der Frequenz

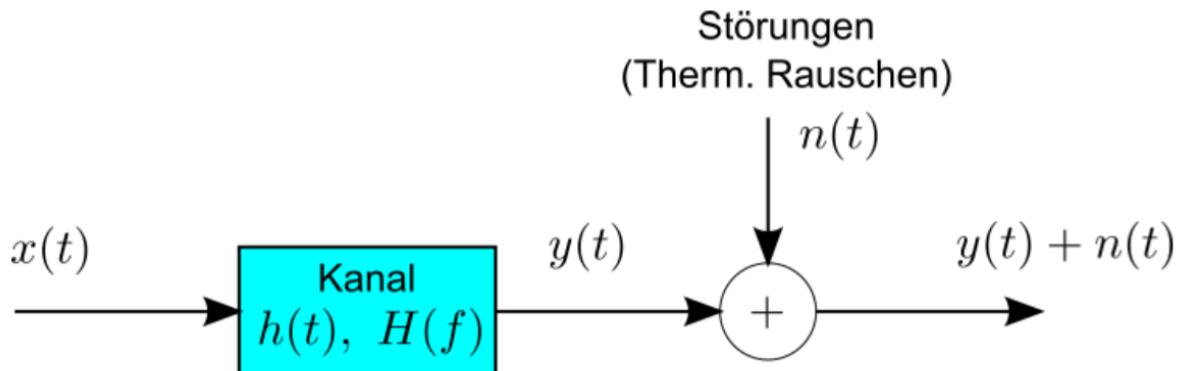
$$f_{Sample} = \frac{2f_{Signal_{max}}}{m}$$

abgetastet werden, ohne das es zu Spektrumsüberlappungen kommt.  $m$  ist die grösste Zahl, die das Verhältnis  $\frac{f_{Signal_{max}}}{B}$  nicht übersteigt.



### 3. Leitergebundene Signalübertragung & -Filterung

Es wird hier vor allem vom LTI-Filterkanal gesprochen, und die Störungen die vom Kanal selbst kommen



Die Beschreibung der Übertragungseigenschaften erfolgt im Zeitbereich mithilfe der *Impulsantwort*  $h(t)$  und im Frequenzbereich mit dem *komplexen Frequenzgang*  $H(f)$ . Diese werden folgendermassen ermittelt

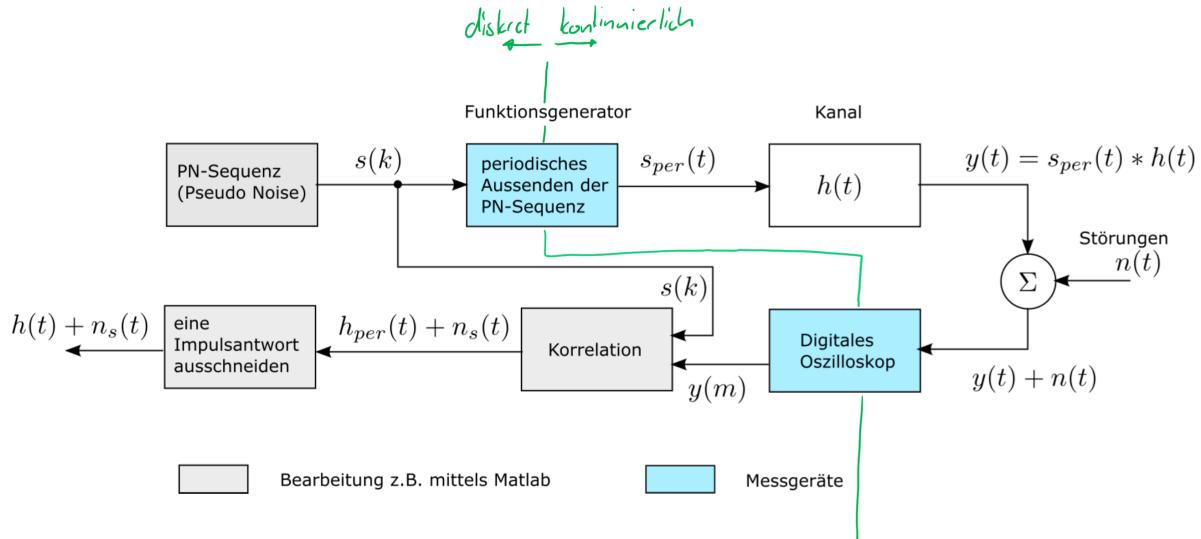
## Wie kommt man zur Impulsantwort $h(t)$ ?

Eingangssignal $x(t)$	Ausgangssignal $y(t)$	Bemerkung
Diracstoss $\delta(t)$	Impulsantwort $h(t)$	- DGL muss bekannt sein - Testsignal für Labor nicht geeignet, da nur sehr geringer Energieinhalt
Schrittspannung (z.B. 0 -> 5V)	Schrittantwort $g(t)$	- Impulsantwort über die Ableitung der Schrittantwort $h(t) = \frac{d}{dt}g(t)$ - Testsignal hat einen hohen Energieinhalt
Frequenzgang $H(f)$	Impulsantwort $h(t)$	- Berechnung mittels Fourier Rücktransformation
Periodische Zufallssequenz $s(t)$ <small>pn-Signal (pseudo noise)</small>	$s(t) * h(t)$	- Messung einer Stossantwort mit Korrelationsmethode (Folie 4)

## Wie kommt man zur Übertragungsfunktion $H(f)$ ?

Eingangssignal $x(t)$	Ausgangssignal $y(t)$	Bemerkung
Harmonische Schwingung $A_x \cos(2\pi ft + \varphi_x)$	Harmonische Schwingung $A_y \cos(2\pi ft + \varphi_y)$	- Amplitudengang: $ H(f)  = A_y/A_x$ - Phasengang: $\angle H(f) = \varphi_y - \varphi_x$
Impulsantwort $h(t)$	Frequenzgang $H(f)$	- Berechnung mittels Fourier Transformation

Die Ermittlung der Impulsantwort  $h(t)$  mittels *Periodischer Zufallssequenz*  $s(t)$  erhält man mittels Korrelationsverfahren



### 3.1 Pegelberechnung

Bei einer verzerrungsfreien Übertragung ist die Ausgangsleistung  $P_y$  proportional zur Eingangsleistung  $P_x$ , die *Dämpfung* entspricht

$$a = \frac{P_x}{P_y} \quad \text{bzw.} \quad a_{dB} = 10 \log_{10}(a)$$

Können nicht beide Leistungen gleichzeitig bestimmt werden, so wird mit Referenzgrößen gearbeitet

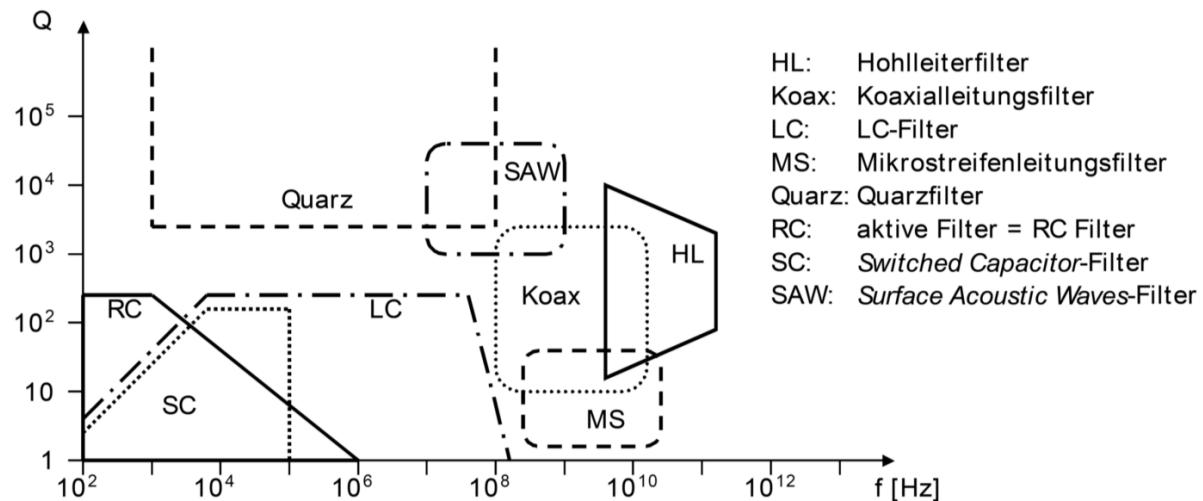
Referenz	Formel	Einheit
$P_{Ref} = 1mW$	$P_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P}{1mW} \right)$	$dBm$
$P_{Ref} = 1W$	$P_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{P}{1W} \right)$	$dBW$
$U_{Ref} = 1V$	$U_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{U}{1V} \right) + 10 \log_{10} \left( \frac{R_{Ref}}{R} \right)$	$dBV$

Referenz	Formel	Einheit
$E_{Ref} = 1 \frac{\mu V}{m}$	$E_{dB} = 20 \log_{10} \left( \frac{P}{1 \frac{\mu V}{m}} \right)$	$dB \frac{\mu V}{m}$

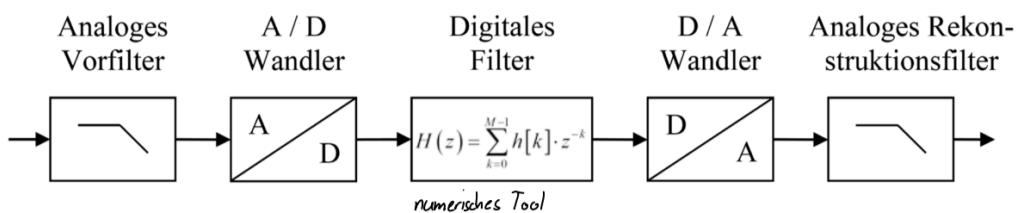
### 3.2 Filtersysteme

Niederfrequent haben Analoge LC-Filter sehr lange eine dominierende Rolle, wobei dieselben Methoden der Filtersynthese auch auf modernere Filtertechnologien angewendet werden können. Für verschiedene Einsatzbereiche gibt es *verschiedene Filtertechnologien*, wobei auch *Digitale Filter* bis ca. 100MHz analoge Filter nachbilden können, mit dem VOrteil, dass diese anschliessend noch anpassbar sind

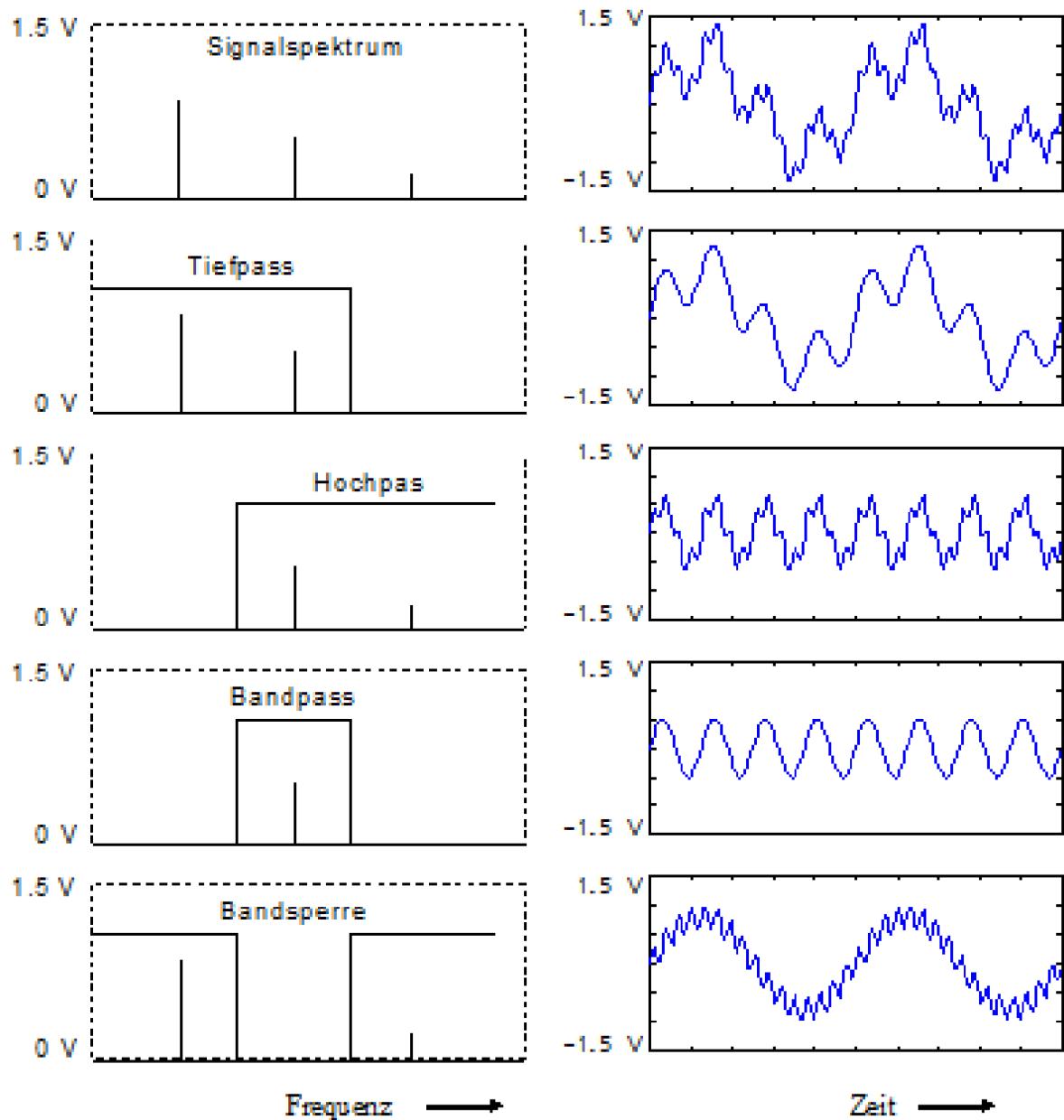
- **Analoge Filtertechnologien**



- **Digitale Filter**



Desweiteren gibt es verschiedene Filterklassifizierungen, welche folgende **ideale Amplitudengänge** aufweisen



### 3.2.1 Reale Filter - Spezifikation

Reale Filter können keine sauberen 1/0-Übergänge realisieren, wonach Filter mit der *Filtermaske* definiert werden

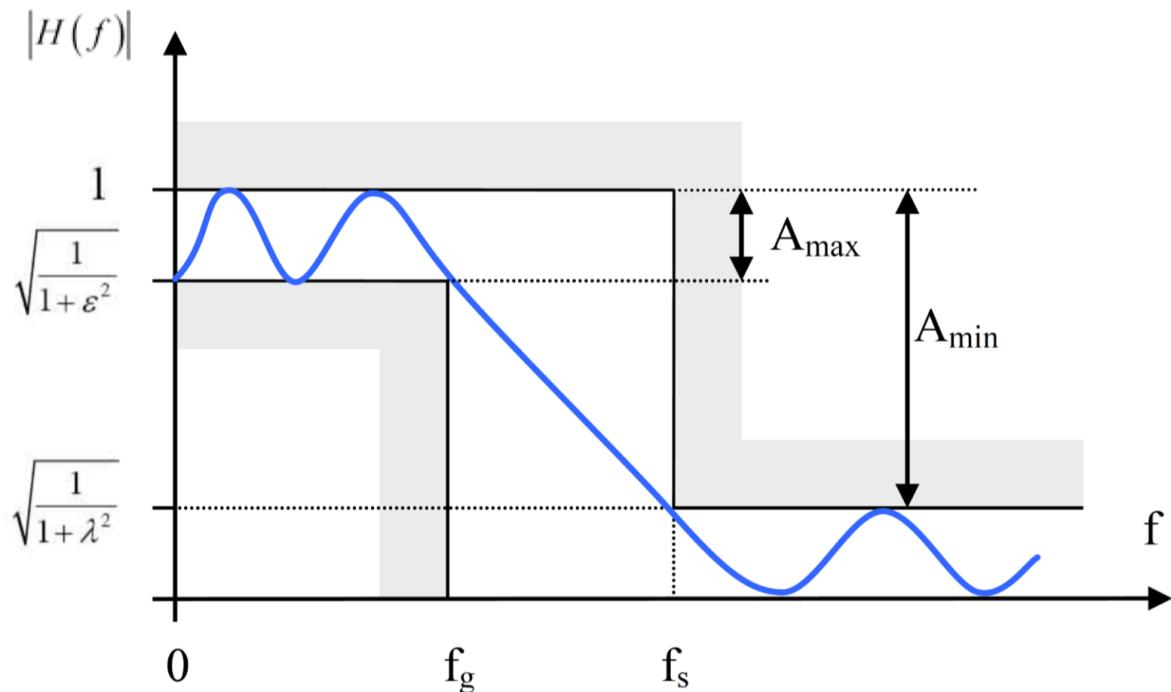
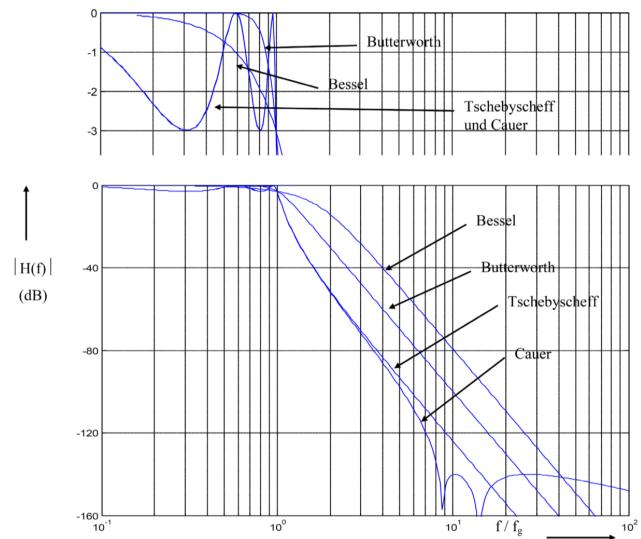


Abbildung 12: Filtermaske eines Tiefpassfilters

Zur Definition von Filtern gibt es verschiedene Approximationsverfahren

- **Butterworth**
  - Maximal flacher Durchlassbereich im Amplitudengang
- **Tschebyscheff**
  - Maximal steiler Übergangsbereich
- **Cauer**
  - Elliptische Funktion
  - Maximal steiler Übergangsbereich
- **Bessel**
  - Maximal flache Gruppenlaufzeit im Durchlassbereich

Abbildung 13: Approximationsverfahren für Filterordnung  $n = 5$  und  $A_{\max} = 3\text{dB}$ 

### 3.3 Leitergebundene Übertragung

Zur bestimmen ob ein Leiter mit der klassischen Schaltungstheorie oder mit Phänomenen der elektromagnetischen Welle betrachtet werden muss, wird der Begriff der elektrischen Länge verwendet

$$\text{Elektrische Länge} = \frac{\ell}{\lambda} \begin{cases} \leq \frac{1}{20} \\ > \frac{1}{20} \end{cases}$$

mit  $\lambda$ : Wellenlänge  
 $\ell$ : Leitungslänge

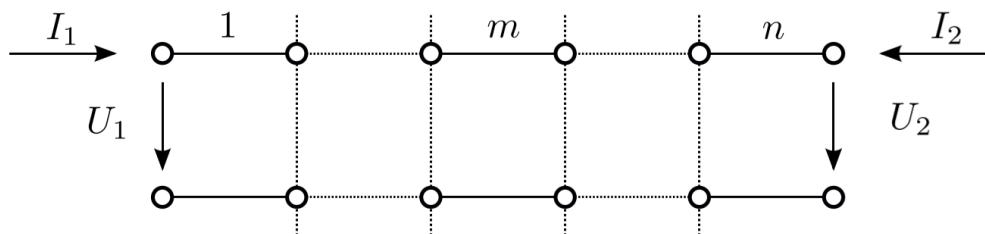
Leitung kann mit der klassischen Schaltungstheorie behandelt werden (meist als ideal).

Phänomene der elektromagnetischen Welle werden wirksam. Leitung muss mit frequenzabhängigen Eigenschaften behandelt werden.

Wobei die Wellenlänge  $\lambda$  über die Geschwindigkeit  $v$  der Signalwelle ( $\max v_0 = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ ) im Übertragungsmedium mit der Frequenz  $f$  verbunden definiert ist durch

$$\lambda = \frac{c}{f} [m]$$

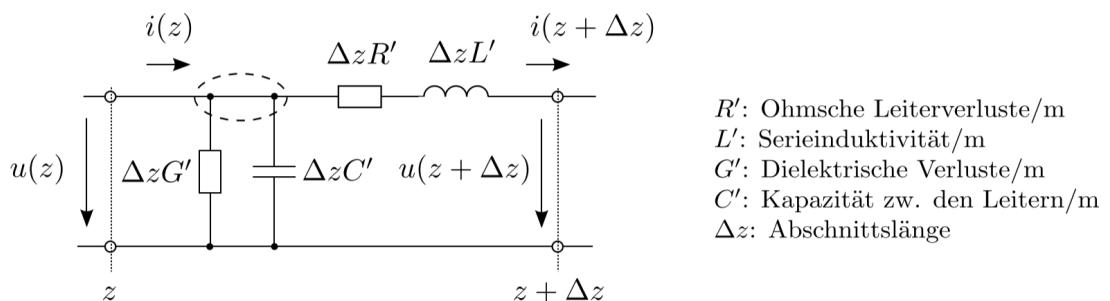
Längshomogene Zweidrahtleitungen aus metallischen Leitern können als Zweitorkette modelliert werden



Wird dabei die Weglänge  $\Delta z = \frac{1}{n}$  betrachtet so kann angenommen werden, dass die Längsinduktivität  $\Delta L$  und die Parallelkapazität  $\Delta C$  gleichförmig über die Länge  $\Delta z$  verteilt sind. Diese werden in diesem Modell als **Leitungsbeläge** ausgedrückt

$$L' = \frac{\Delta L}{\Delta z} = \frac{L_I}{I} \left[ \frac{H}{m} \right] \quad \text{und} \quad C' = \frac{\Delta C}{\Delta z} = \frac{C_I}{I} \left[ \frac{F}{m} \right]$$

Werden desweiteren ohmsche Verluste und dielektrische Verluste dargestellt, so erhält man das Ersatzschaltbild einer Leitung



Durch den Grenzwertübergang  $\Delta z \rightarrow 0$  erhält man die **Telegraphengleichung**

$$\frac{dI(z)}{dz} = -U(z)(G' + j\omega C') \quad \text{und} \quad \frac{dU(z)}{dz} = -I(z)(R' + j\omega L')$$

Durch gegenseitiges einsetzen erhält man die **Wellengleichung**

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} = \gamma^2 I(z) \quad \text{und} \quad \frac{d^2 U(z)}{dz^2} = \gamma^2 U(z)$$

mit der **komplexen Ausbreitungskonstante**

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$$

$\alpha$  : Dämpfungsbelag in  $\left[ \frac{\text{Neper}}{m} \right]$  (Neper ist ein altes Dämpfungsmass)  
 $\beta$  : Phasenbelag in  $\frac{\text{rad}}{m}$

$\beta$  kann als Positionsabhängige Phasenverschiebung betrachtet werden.

Die allgemeinen Lösungen der Wellengleichungen lauten ( $V$  vorwärts laufend,  $R$  rückwärts laufend)

$$U(z, t) = (U_V e^{-\gamma z} + U_R e^{\gamma z}) e^{j\omega t}$$

$$I(z, t) = (I_V e^{-\gamma z} + I_R e^{\gamma z}) e^{j\omega t}$$

Die Wellenfront bewegt sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit (*propagation velocity*):

$$v = \frac{2\pi f}{\beta} = \frac{\omega}{\beta}$$

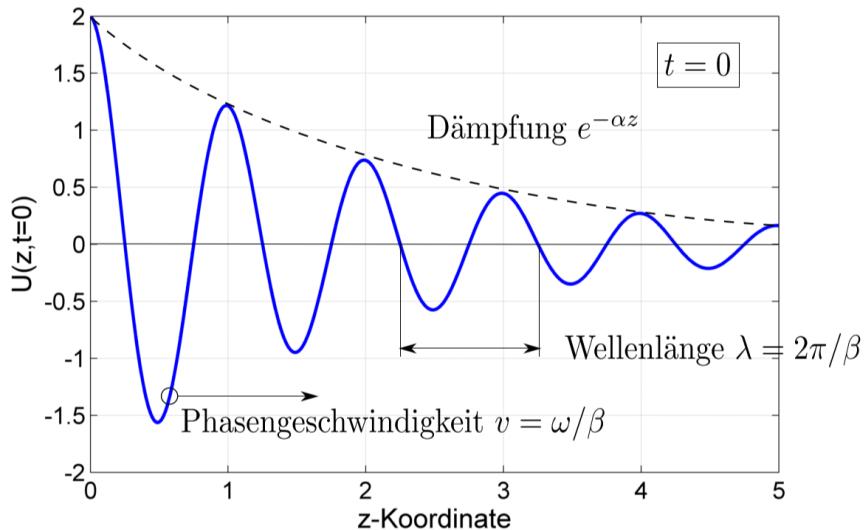
$$\text{Freiraum : } \lambda_0 = \frac{v}{f} = \frac{c_0}{f} \quad \text{Material : } \lambda = \frac{v}{f}$$

$c_0, c$  : Lichtgeschwindigkeit ( $299'792'458 \frac{m}{s}$  oder  $3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ )

Umrechnung der Spannungsreduktion von Neper  $N_p$  in Dezibel  $dB$  erfolgt durch

$$\alpha_{dB/m} = 10 \cdot \log_{10}(r) \cdot \alpha_{Np/m} = 20 \cdot \log_{10}(e) \cdot \alpha_{Np/m} = 8.686 \cdot \alpha_{Np/m}$$

Die Welle hat also eine exponentiell abfallende Form



### 3.3.1 Charakteristische Leitungsimpedanz $Z_0$

$$Z_0 = \frac{U(z, t)}{I(z, t)} = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

### 3.3.2 Leistungsfluss

Die Elektrische Leistung in der *Vorwärtswelle* wird mit den Effektivwerten berechnet

$$P_V = \frac{U_V I_V^*}{2} = \frac{|U_V|^2}{2Z_0}$$

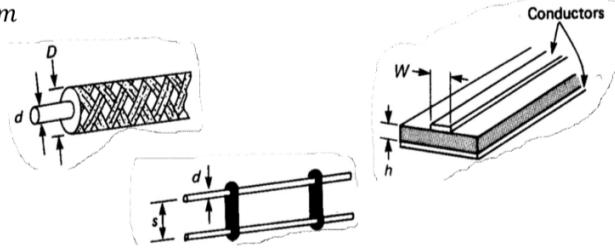
Für die *Rückwertswelle* wechselt das Vorzeichen der charakteristischen Impedanz und somit die Richtung des Leistungsflusses

$$P_R = \frac{U_R I_R^*}{2} = -\frac{|U_R|^2}{2Z_0}$$

### 3.3.3 Leitergeometrien

Verschiedene Leitergeometrien führen zu unterschiedlichen Impedanzen und Belägen

- Permeabilität der Luft:  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$
- Dielektrizitätskonstante:  $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
- $\epsilon_r$  : Dielektrische Konstante
- $\mu_r$  : Relative Permeabilität
- $\sigma$  : Spezifische Leitfähigkeit des Leiters
- $\sigma_d$  : Spezifische Leitfähigkeit des Dielektrikums
- $R_s$  : Oberflächenwiderstand des Leiters



Wobei der Oberflächenwiderstand allgemein als

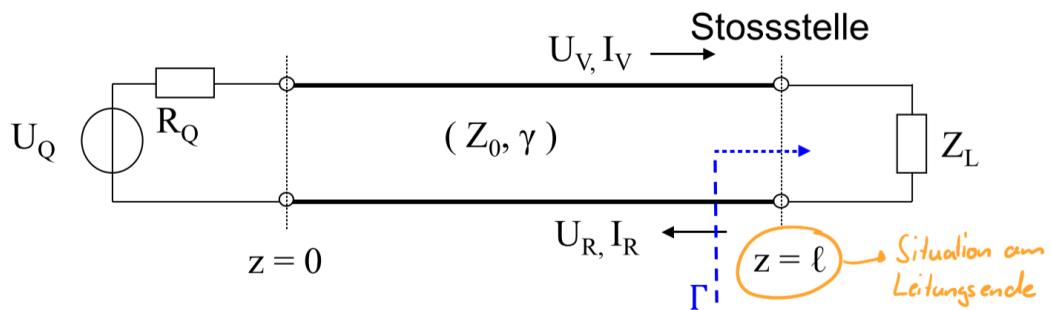
$$R_s = \sqrt{\frac{\pi \mu_{\text{Leiter}} f}{\sigma_{\text{Leiter}}}}$$

definiert ist. Die unterschiedlichen Belagsgrößen sind abhängig von der Leitergeometrie

	Symmetrische Zweidrahtleitung	Koaxialkabel	Leiterbahn
Kapazitätsbelag $C'$ (F/m)	$\frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(2s/d)}$	$\frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(D/d)}$	$\frac{W \epsilon_0 \epsilon_r}{h}$
Induktivitätsbelag $L'$ (H/m)	$\frac{\mu_0 \ln(2s/d)}{\pi}$	$\frac{\mu_0 \ln(D/d)}{2\pi}$	$\frac{\mu_0 h}{W}$
Widerstandsbelag $R'$ ( $\Omega/m$ )	$\frac{2R_s}{\pi d} \left( \frac{s/d}{\sqrt{(s/d)^2 - 1}} \right)$	$\frac{R_s}{\pi} \left( \frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right)$	$\frac{2R_s}{W}$
Leitwertbelag $G'$ (S/m)	$\frac{\pi \sigma_D}{\ln(2s/d)}$	$\frac{2\pi \sigma_D}{\ln(D/d)}$	$\frac{W \sigma_D}{h}$

### 3.3.4 Reflexionen an der Last

Entspricht die *Lastimpedanz*  $Z_L$  nicht der Leitungsimpedanz  $Z_0$  so entsteht eine **Stosswelle** am Übergang. Es kommt zu einer (Teil-)Reflexion der vorlaufenden Signalwelle. Es wird eine neue rücklaufende Signalwelle erzeugt.



Das Verhältnis der Vor- und Rücklaufenden Amplituden bildet den **Reflexionskoeffizient**

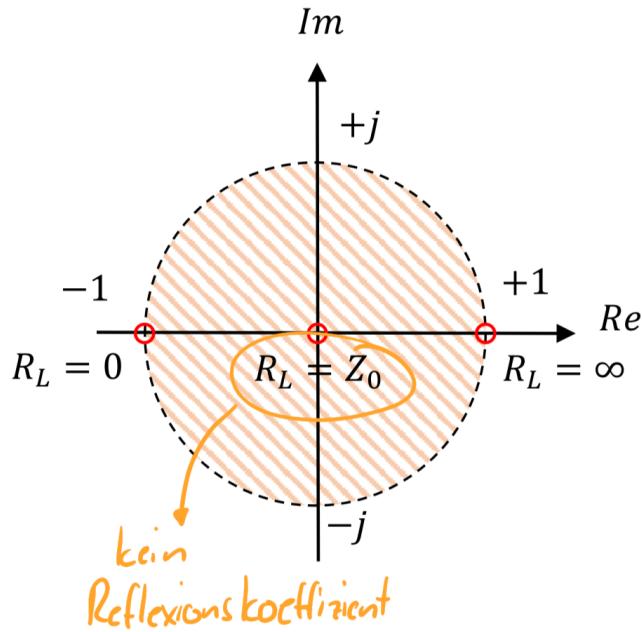
$$\Gamma_{z=\ell} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{U_R}{U_V} = -\frac{I_R}{I_V}$$

$\Gamma_{z=\ell}$  : Reflexionskoeffizient  $\rightarrow$  je näher an Null, desto besser.

#### i Spezialfälle $Z_L$

- $Z_L = 0\Omega \Rightarrow \Gamma = -1 \rightarrow U_{ZL} = 0, I_{ZL} = 2 \cdot I_V$
- $Z_L = \infty \Rightarrow \Gamma = +1 \rightarrow U_{ZL} = 2 \cdot U_V, I_{ZL} = 0$
- $Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma = 0 \rightarrow U_{ZL} = U_V, I_{ZL} = I_V$

Der Wertebereich von  $\Gamma$  liegt innerhalb des Einheitskreises der komplexen Ebene



Die resultierende Spannung und Strom auf der Leitung ist die Überlagerung von vor- und rücklaufenden Signalwellen

$$U(z) = U_V \cdot e^{-\gamma z} + U_R e^{-\gamma(\ell-z)} = U_V \cdot e^{-\gamma z} (1 + \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)})$$

$$I(z) = I_V \cdot e^{-\gamma z} + I_R e^{-\gamma(\ell-z)} = \frac{U_V \cdot e^{-\gamma z}}{Z_0} (1 + \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)})$$

Der Reflexionskoeffizient entlang der Leitung entspricht

$$\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)}$$

Die Impedanz auf der Leitung an einem beliebigen Punkt  $z$  entspricht

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma(\ell-z))}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma(\ell-z))}$$

und bei einer verlustlosen Leitung

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta(\ell-z))}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta(\ell-z))}$$

### 3.3.5 Welligkeitsfaktor

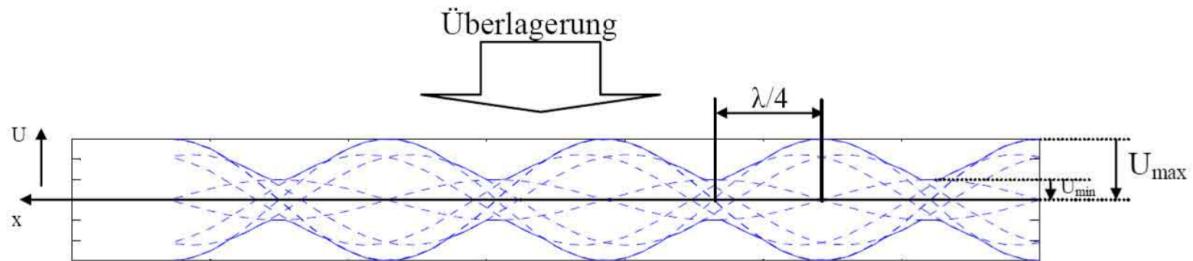
Die Überlagerungen der vor- und rücklaufenden Welle bildet örtliche Maxima und Minima, was zu einer stehenden Welle führt. Der Welligkeitsfaktor ist definiert durch

$$s = \frac{\hat{U}_{max}}{\hat{U}_{min}} = \frac{|U_V| + |U_R|}{|U_V| - |U_R|} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

Die Rückflussdämpfung bezeichnet wie viel das rücklaufende Signal gegenüber dem vorlaufenden gedämpft ist

$$a = -\log_{10}(|\Gamma|^2)$$

Die Überlagerungen führen zu einer Hüllkurve



$$P_L = P_V(1 - |\Gamma|^2) \quad (3.1)$$

! Maximale Wirkleistungsübertragung

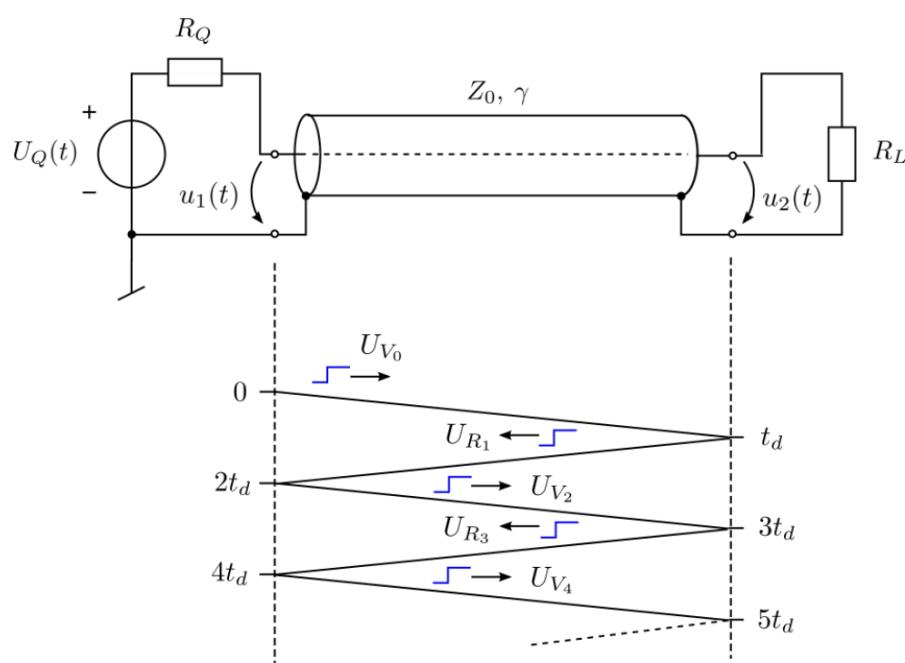
Die maximale Wirkleistungsübertragung von der Leitung zur Last kann nur erreicht werden, wenn  $Z_0$  und  $Z_L$  reell und gleich gross sind.

### 3.3.6 Ausgleichsvorgang an einer Stossstelle

Die Verzögerung durch die Phasengeschwindigkeit des Leiters führt zu einem *verspäteten* Signalverlauf am anderen Ende des Leiters, dies wird mit der Laufzeit  $t_d$  dargestellt:

$$t_d = \frac{l}{v} = \frac{\beta \cdot l}{\omega}$$

Hat es unterschiedliche Impedanzen (Leiter-, Innen-, Lastimpedanz), kann es zu einem *Einschwingen* des Signales führen. Grund dafür sind die Reflektionen des Leiters, welches Stücke des Signals hin und her reflektiert, bis es den entsprechenden Wert erreicht.



Beide Enden des Leiters haben je einen Reflexionskoeffizienten:  $\Gamma_1$  für den Anfang des Leiters (aus Sicht der Quelle) und  $\Gamma_2$  für das Ende.

$$\Gamma_1 = \frac{R_Q - Z_0}{R_Q + Z_0} \quad \Gamma_2 = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$

Die Spannungen  $u_1(t)$  &  $u_2(t)$  an den beiden Enden des Leiters entsprechen der Aufsummierungen der Reflexionsspannungen.

$$u_1(t) = \sum U_i \quad u_2(t) = \sum U_i$$

Zu Beginn wird das Signal von  $U_Q = 1V$  angelegt und es dauert  $1 \cdot t_d$  bis die Spannung  $U_{V_0}$  das Ende des Leiters erreicht.

Folgend zeigt eine "Messung" von  $u_2(t)$  mit folgenden Widerstandswerten:  $R_Q = 0\Omega$ ,  $Z_0 = 50\Omega$ ,  $R_L = 100\Omega$ ,  $l = 1m$ ,  $v = 0.5c_0$

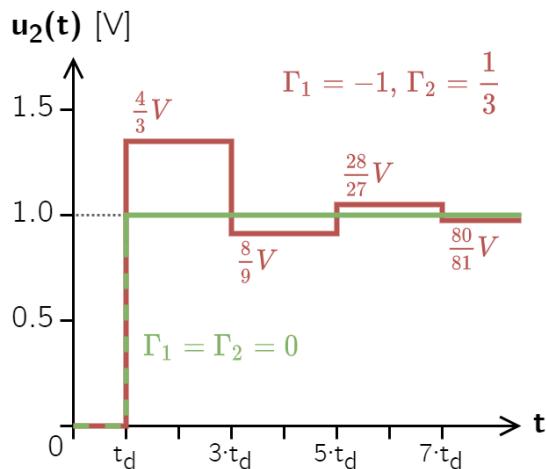


Abbildung 14: Ausgleichsvorgang  $u_2(t)$

$$U_{V_0} = U_Q \cdot \frac{Z_0}{R_Q + Z_0}$$

Da die Leiter- & Lastimpedanz unterschiedlich ist, wird das Signal mit dem Faktor  $e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_2$ , wobei in diesem Beispiel mit  $\gamma = 0$  gerechnet wird.

$$U_{R_1} = U_{V_0} \cdot e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_2$$

Wird zum Zeitpunkt  $1 \cdot t_d$  die Spannung  $u_2(t)$  mit einem Oszilloskop gemessen, misst man  $u_2(t_d) = U_{V_0} + U_{R_1} = \frac{4}{3}V$ . Da auch die Innen- & Leiterimpedanz unterschiedlich sind, reflektiert das Signal mit dem Faktor  $e^{-\gamma \cdot i} \cdot \Gamma_2$  zurück. Dies wiederholt sich, bis die Spannung eingeschwungen ist.

$$U_{V_2} = U_{R_1} \cdot e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_1$$

## 4. Drahtlose Signalübertragung & -Filterung

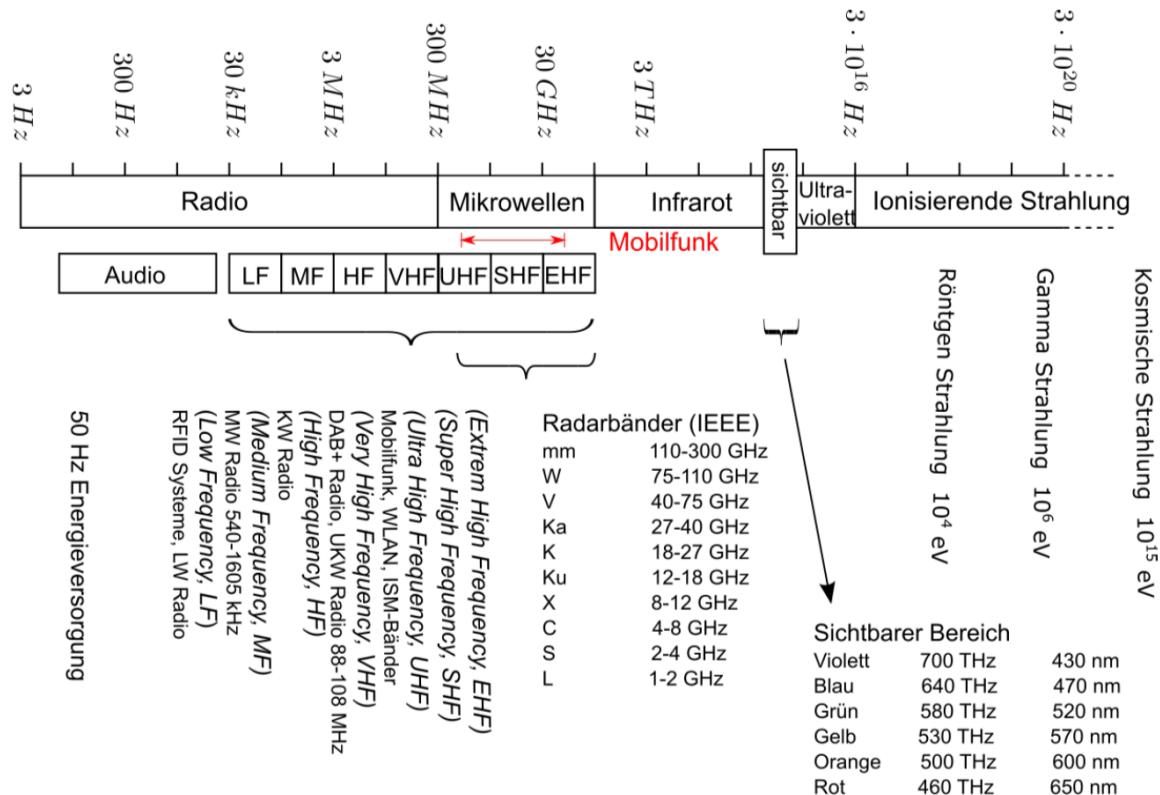
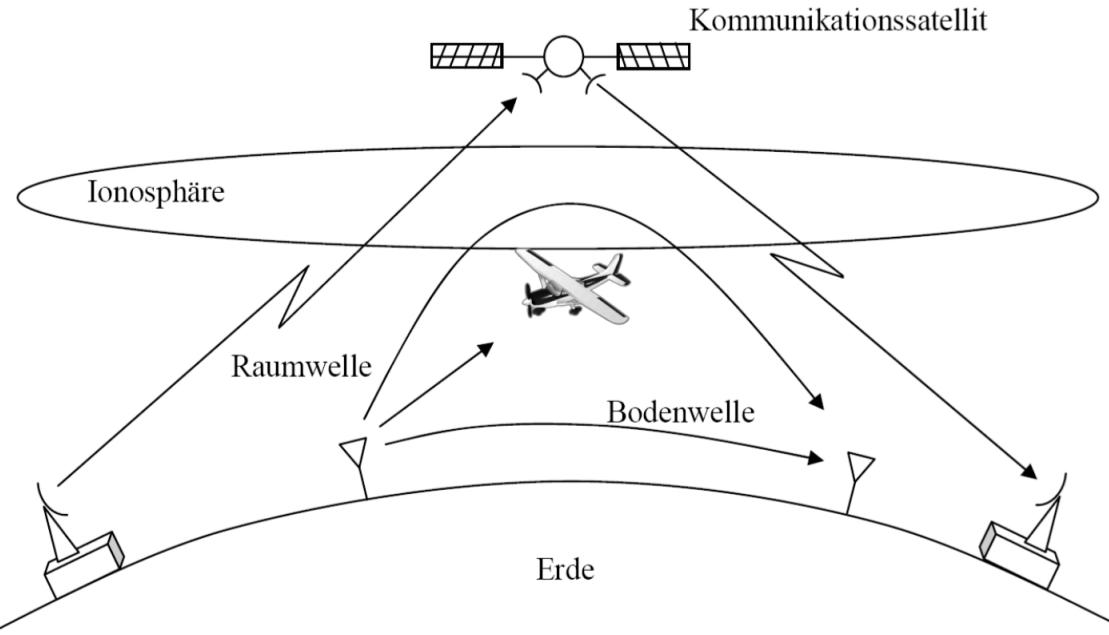


Abbildung 15: Spektrumsbereich

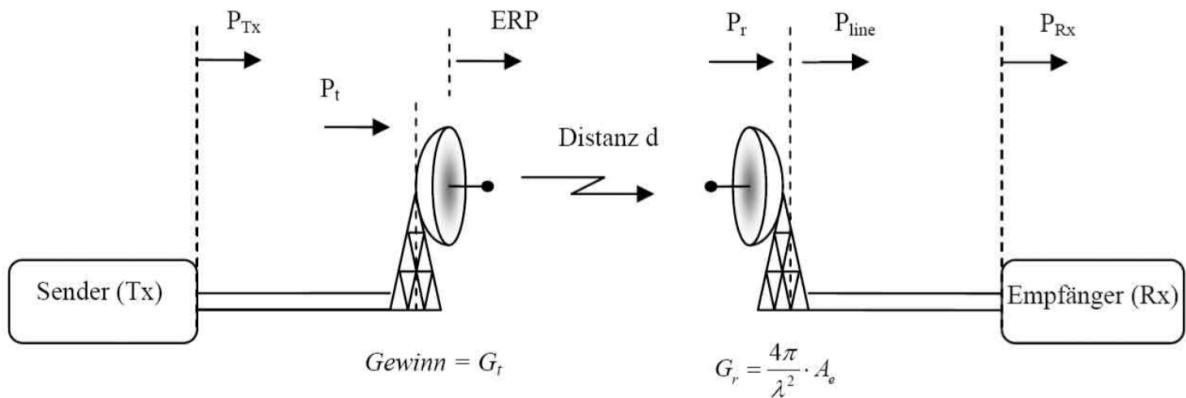
Es gibt verschiedene Ausbreitungsarten, welche zum Teil auch vom Spektrum abhängen

- *Bodenwelle* breitet sich entlang der "Materialgrenze" Luft-Boden aus
- *Direktverbindung* (auch *Line-of-Sight* oder *free space propagation*) im nicht ionisierenden Bereich der Atmosphäre
- *Raumwelle* erfolgt durch die Reflektion am ionisierten Bereich der Atmosphäre, ab ca. **100MHz** durchdringen Wellen die Ionosphäre



## 4.1 Linkbudget

Beim Entwurf eines Übertragungssystems interessiert primär die Leistung  $P_{Rx}$  am Empfängereingang. Diese ist jedoch abhängig von den Verlusten und Gewinnen der Sender, Kabel, Antennen.



Die Leistung am Empfänger kann also erhöht werden durch...

- Sendeleistung  $P_{Tx}$  erhöhen
- Verluste der Zubringerkabel minimieren
- Reflexionen an den Übergängen minimieren
- Sende- bzw. Empfangsgewinne  $G_t$  und  $G_r$  vergrößern

Die Empfangsleistung  $P_{Rx}$  muss dabei genügend gross sein, damit das Signal mit einer guten Qualität am Empfängereingang vorliegt. Für eine bessere Übersicht für einen *Systementwurf* wird ein Linkbudget aufgestellt

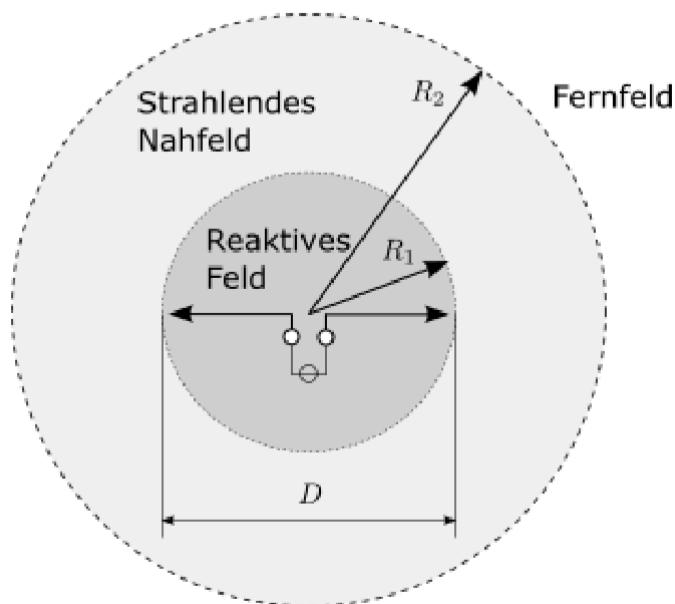
Komponente	Symbol	Beitrag	Leistung
Senderleistung (BT Klasse 2)	$P_{Tx}$	+4 dBm	2.5 mW
Stecker-, Kabel- und Anpassverluste	- ( $L_{con}$ , $L_{line}$ , $L_m$ )	-3.0 dB	
Antennengewinn (z.B. aus Herstellerangaben)	$G_{Tx}$	+2.5 dBi	
<b>Equivalent Isotropic Radiated Power</b> (eventuell vom Regulator eingeschränkt)	EIRP	$\Sigma = +3.5 \text{ dBm}$	2.2 mW
Freiraumdämpfung für $r = 10 \text{ m}$ , $f = 2450 \text{ MHz}$ (Kanalmodell)	- $L_{fs}$	-60.2 dB	
<b>Verfügbare Leistung am Empfangsort</b>	$P_r$	$\Sigma = -56.7 \text{ dBm}$	2.4 nW
Polarisationsverluste	- $L_p$	-3.0 dB	
Antennengewinn	$G_{Rx}$	+2.5 dBi	
Stecker-, Kabel- und Anpassverluste	- ( $L_{con}$ , $L_{line}$ , $L_m$ )	-3.0 dB	
Minimale Empfängerempfindlichkeit	- $P_{Rx}$	-(-70 dBm)	
<b>System- oder Link-Reserve</b>	Margin	$\Sigma = +9.8 \text{ dB}$	

Abbildung 16: Linkbudget einer Bluetooth Verbindung (2.45 GHz)

## 4.2 Antenne

### 4.2.1 Fernfeld Kriterien

Das Feld einer Antenne kann konzeptionell in ein **Nahfeld** und ein **Fernfeld** aufgeteilt werden. Das *Nahfeld* kann nochmals in ein **reaktives Nahfeld** und ein **strahlendes Nahfeld** unterteilt werden.



Im **Fernfeld** erscheint jede Antenne als *Punktstrahler*, die Kugelform kann jedoch vernachlässigt werden und man nimmt für die Ausbreitung eine *ebene Wellenfront* an. Als **Fernfeld** gilt der Bereich ausserhalb  $R_2$ , mit **dem Grösseren Wert von**

$$R_2 = \frac{2D^2}{\lambda} \quad \text{oder} \quad R_2 = 1.6\lambda$$

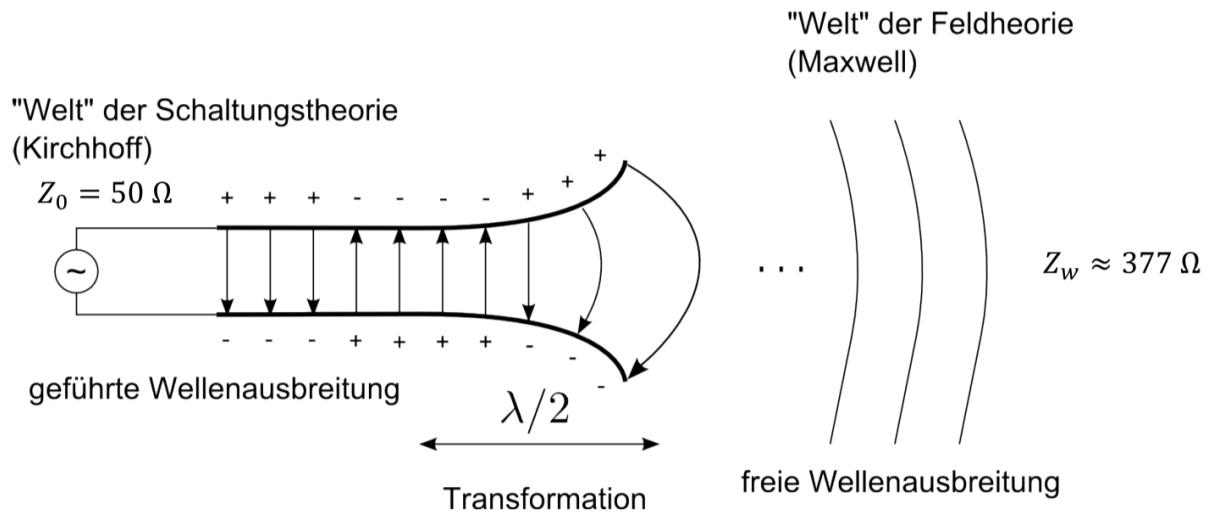
mit  $D$  als grösstes Antennenmass.

Der Übergangsbereich des **strahlenden Nahfeldes** hat die untere Grenze  $R_1$  mit

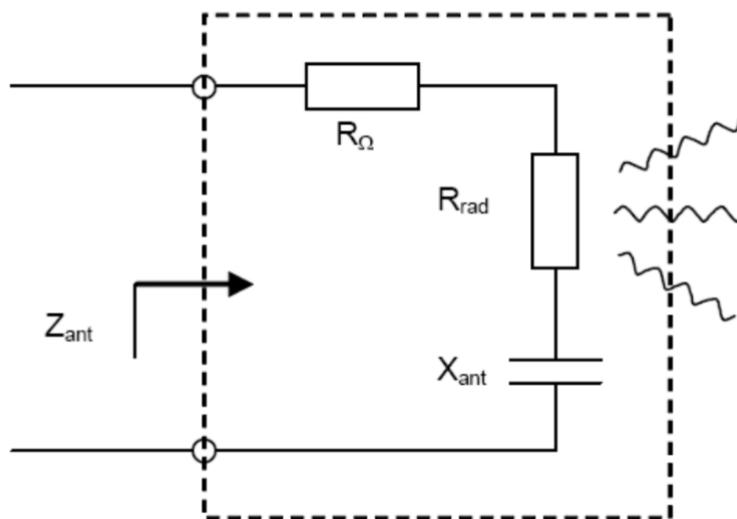
$$R_1 \approx 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$$

#### 4.2.2 Antennenimpedanz

Antennen können Allgemein als Impedanzwandler zwischen dem Übertrager (*Schaltungstheorie*)  $Z_0$  und der Luft (*Feldtheorie*)  $Z_w = \frac{E}{H} \approx 377 \Omega$  angesehen werden.



Die Antennenimpedanz  $Z_{ant}$  hängt direkt von der Antennengeometrie ab und kann als Ersatzschaltung dargestellt werden



Die Wichtigsten Eigenschaften sind hierbei

Die **Strahlungseffizienz**  $\eta$  ist definiert durch

Wodurch auf den Antennengewinn  $G$  geschlossen werden kann

$$\eta = \frac{R_{rad}}{R_\Omega + R_{rad}}$$

$$G = D \cdot \eta$$

Die abgegebene Leistung  $P_{ant}$  hängt direkt von der Anpassung von Zubringerkabel und Antenne ab

$$P_{ant} = P_t(1 - |\Gamma|^2) \quad \text{mit} \quad \Gamma = \frac{Z_{ant} - Z_0}{Z_{ant} + Z_0}$$

Die Reflexion beträgt dabei

$$\Gamma_{dB} = 10 \log_{10} (|\Gamma|^2)$$

Die *relative Bandbreite*  $B_r$  ist gegeben durch die Mittenfrequenz  $f_0$  und die Bandbreite  $B$  bei  $\text{xxdB}$

$$B_r = \frac{B}{f_0}$$

$Z_{ant}$  Antennenimpedanz und Anpassung

$R_\Omega$  stellt die ohm'schen Verluste der Antennestruktur dar

$R_{rad}$  entspricht der abgestrahlten *Wirkleistung*

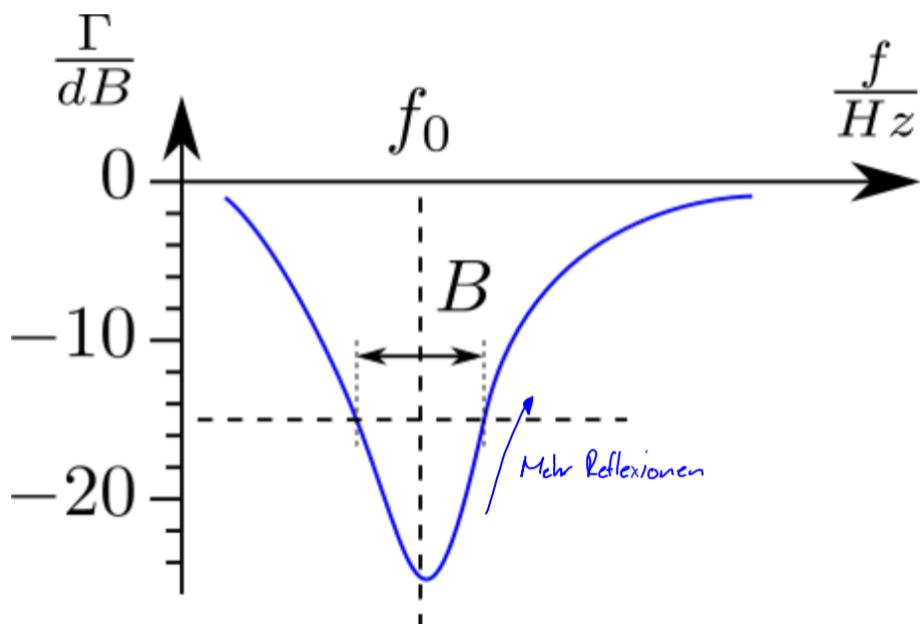
$X_{ant}$  ist der Blindwiderstand, der vom *reaktiven* Nahfeld beeinflusst werden kann

$D$  Richtwirkung (*nicht D als Antennenmass*)

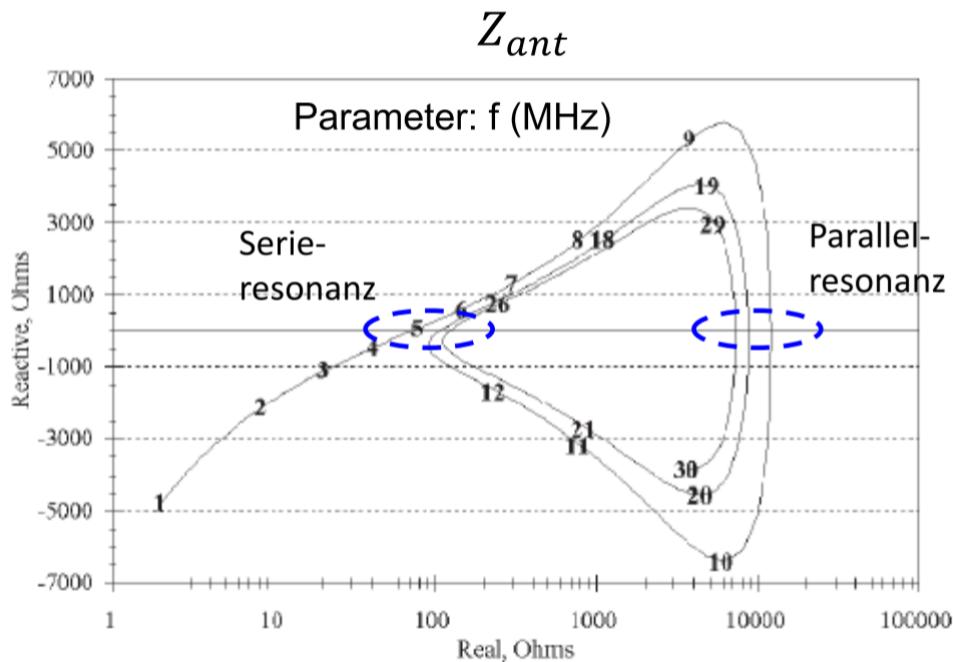
$G$  Antennengewinn

Polarisation

$B$  Bandbreite



Für einen effizienten Betrieb wird die Antenne bei Resonanz, also  $X_{ant} = 0$ , betrieben. Bei einem **Dipol** wird dies das erste mal bei einer Länge  $\ell = \frac{\lambda}{2}$  erreicht und wiederholt sich bei *ganzzahligen Vielfachen* von  $\frac{\lambda}{2}$ .



#### 4.2.3 Richtcharakteristik

Die Abstrahlcharakteristik wird mit zwei- und dreidimensionalen Diagrammen beschrieben. Der **isotrope Strahler** ist eine (*hypothetisch*) verlustlose Antenne die gleichmäig in alle Richtungen abstrahlt, wobei man im Abstand  $r$  die winkelunabhängige Leistungsdichte  $S_{iso}$  erhält

$$S_{iso} = \frac{P_{ant}}{4\pi r^2}$$

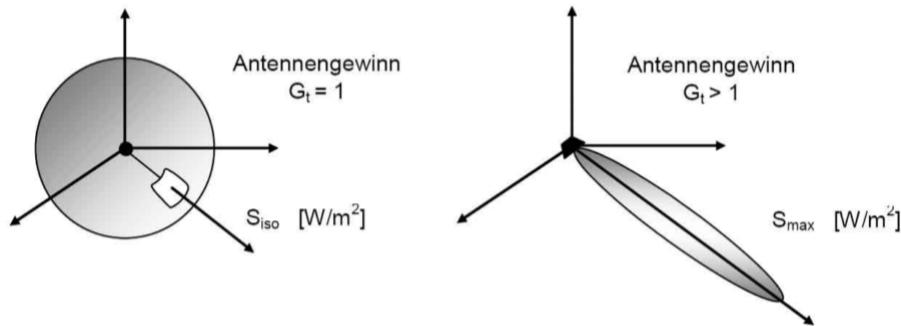
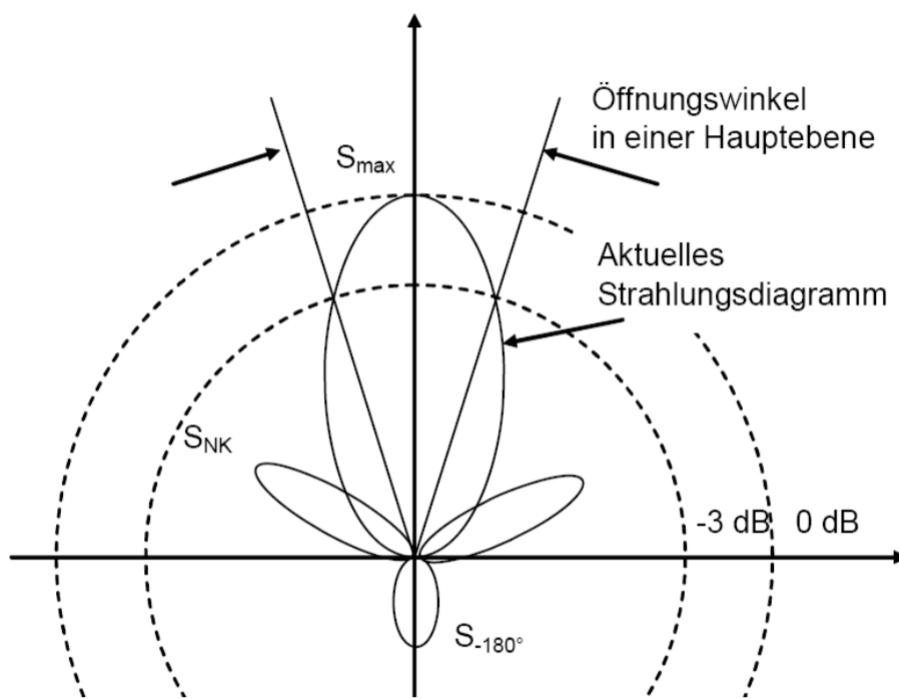


Abbildung 17: Antennengewinn für einen isotropen Strahler und eine gerichtete Antenne

Die Richtwirkung  $D$  beträgt beim *isotropen Strahler* 1. Bei einer *dipol-Antenne* gilt  $D = 1.64$ . Allgemein wird die Richtwirkung über die maximale Leistungsdichte  $S(\theta, \varphi)_{max}$  einer gerichteten Antenne bestimmt (wobei  $\Delta\theta_{-3dB}$  und  $\Delta\varphi_{-3dB}$  den Öffnungswinkel in der Horizontalen- bzw. Vertikalen-Ebene beschreiben)

$$D = \frac{S(\theta, \varphi)_{max}}{S_{iso}} \approx \frac{32400}{\Delta\theta_{-3dB}\Delta\varphi_{-3dB}}$$



und der daraus schliessende Antennengewinn  $G$  ist

$$G = D\eta$$

#### 4.2.4 Effektiv abgestrahlte Leistung

Die *Equivalent Isotropically Radiated Power EIRP* beschreibt, dass bei 1kW Leistung an einem *isotropischen Strahler* die Feldstärke  $H$  in 1km Entfernung  $173 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$  beträgt.

$$EIRP = P_{ant} G_i$$

Die *Effektive Radiated Power ERP* beschreibt, dass bei 1kW Leistung an einem vertikalen *Referenzdipol* die Feldstärke  $H$  in 1km Entfernung  $222 \frac{\text{mV}}{\text{m}}$  beträgt.

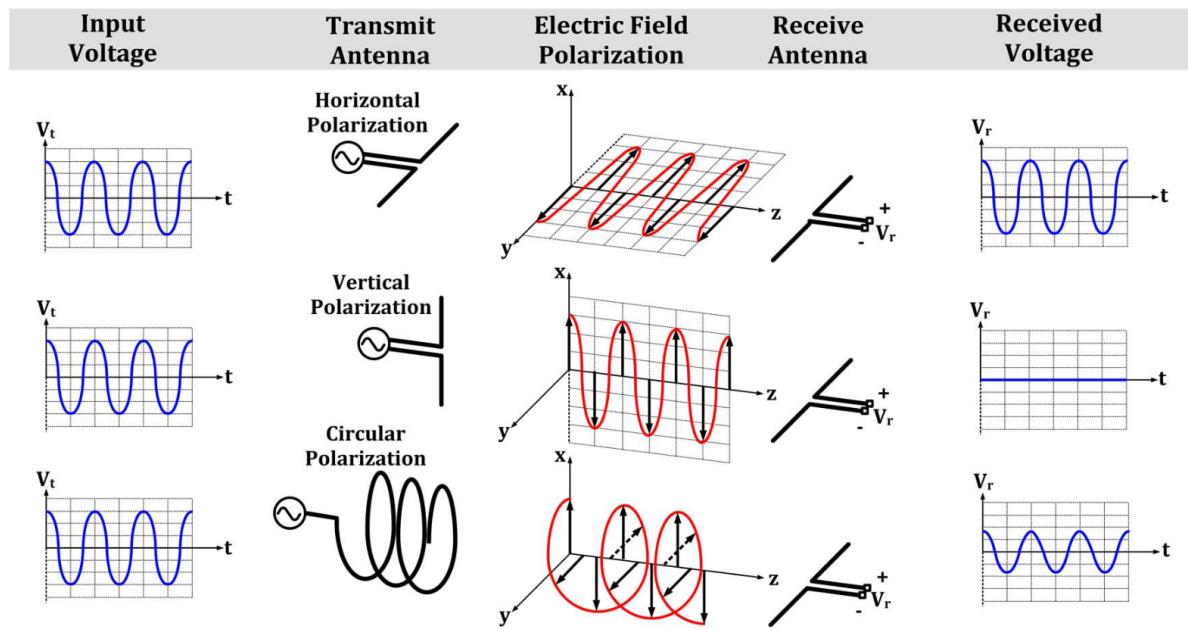
$$ERP = P_{ant} G_d$$

Die beiden Größen haben den direkten Zusammenhang

$$ERP = 0.61 EIRP \quad \text{oder} \quad ERP_{dB_i} = EIRP_{dB_i} - 2.2dB$$

#### 4.2.5 Feldpolarisation

Die Polarisation des elektromagnetischen Feldes entspricht der Swingungsebene des E-Feld-Vektors



Wenn die Polarisierung des Feldes nicht mit der Empfängerantenne übereinstimmt, so treten *Polarisationsverluste*  $L_p$  im Bezug auf die *Polarisationsrichtung*  $\vec{e}_E$  und der *Polarisation der Antenne*  $\vec{e}_{ant}$  auf

$$L_p = \frac{1}{|\vec{e}_E \cdot \vec{e}_{ant}|^2}$$

Diese können grob nach folgendem Schema, wobei *RHC* (Right Hand Circular), *LHC* (Left Hand Circular), Vertical und Horizontal gilt. Zudem gelten die 3dB\* für alle Kombinationen zwischen linearer und zirkularer Polarisation.

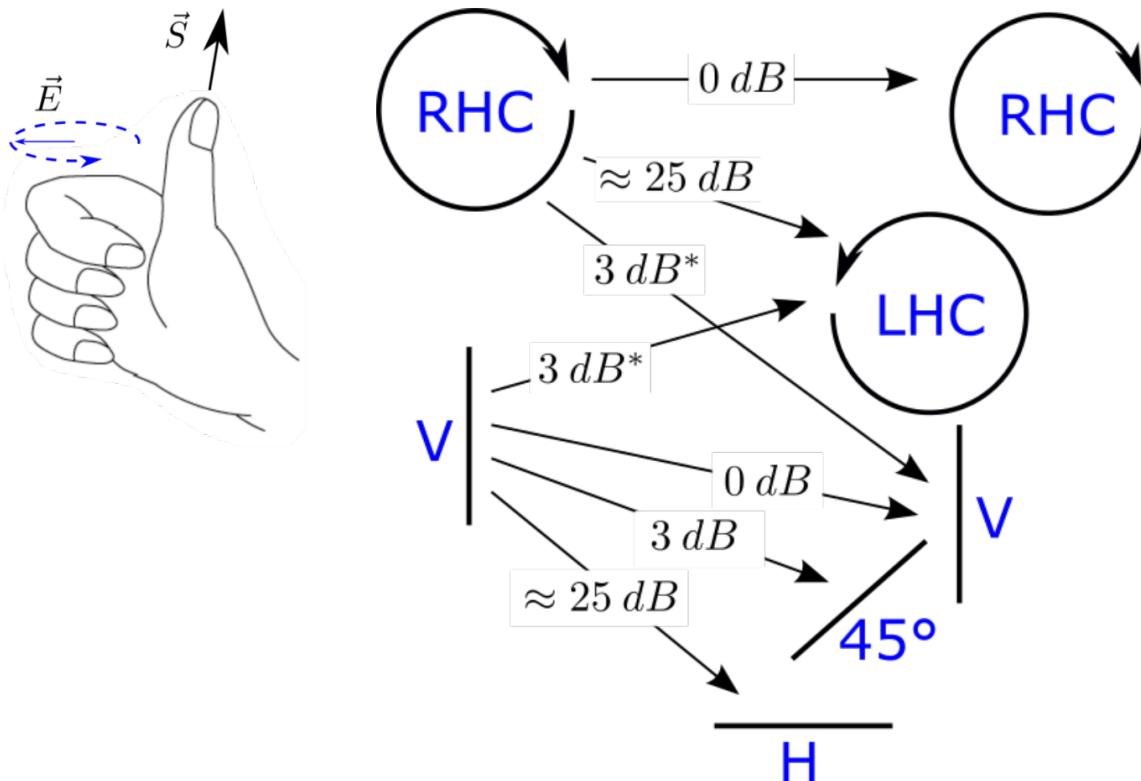


Abbildung 18: Polarisationsverluste zwischen entsprechenden Polarisierungen

### 4.3 Verfügbare Leistung am Empfangsort

Die verfügbare Leistung  $P_r$  ist proportional zur effektiv wirksamen Apertur  $A_e$

$$P_r = S_r(\theta, \varphi) A_e = \frac{E^2}{Z_w} A_e = H^2 Z_w A_e$$

Effektive Apertur der Empfangsantenne

$$A_e = G \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Antennenfaktor

$$AF = \frac{E}{U} = \frac{9.73}{\lambda \sqrt{G}}$$

$S_r$ : Strahlungsleistungsdichte [ $\frac{W}{m^2}$ ]

$E$ : Effektivwert el. Feldstärke [ $\frac{V}{m}$ ]

$H$ : Effektivwert magn. Feldstärke [ $\frac{A}{m}$ ]

$Z_w$ : Wellenimpedanz (Luft:  $377\Omega$ )

$A_e$ : Effektive Aperture [ $m^2$ ]

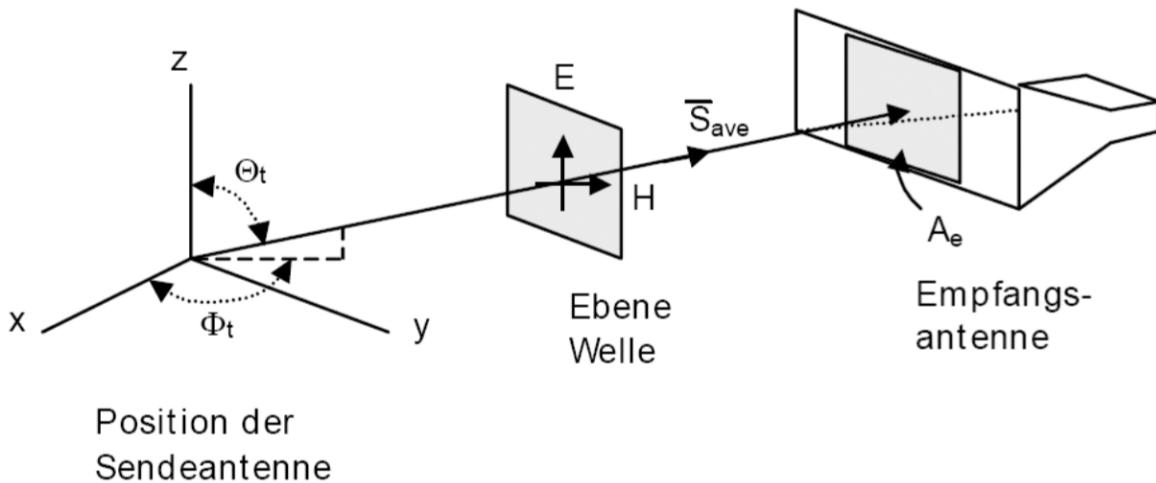
$G$ : Antennengewinn

$E$ : Elektrische Feldstärke [ $\frac{V}{m}$ ]

$AF$ : Antennenfaktor [ $\frac{1}{m}$ ]

$U$ : Signalspannung am Antennenanschluss [V]

$\lambda$ : Wellenlänge



## 4.4 Ausbreitungsverluste einer Funkstrecke

! Wichtig

Folgende Betrachtungen gelten nur im **Fernfeld**

### 4.4.1 Freiraummodell

Die **Freiraumdämpfung**  $L_{fs}$  (*Free Space Path Loss*) gilt bei Sichtverbindung, Die EM-Welle wird nicht beeinflusst (idealer Funkkanal).

$$L_{fs} = \frac{P_t}{P_r} = \frac{P_t}{S_r A_e} = \left( \frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2$$

$L_{fs}$ : Freiraumdämpfung

$P_t$ : Sendeleistung

$S_r$ : Strahlungsdichte am Empfangsort

$A_e$ : Effektive Apertur (*isotroper Strahler*)

$r$ : Distanz

$$L_{fs}[dB] = 32.4 + 20 \log_{10}(f[MHz]) + 20 \log_{10}(r[km]) \quad \lambda: \text{Wellenlänge}$$

### 4.4.2 Empirisches Kanalmodell

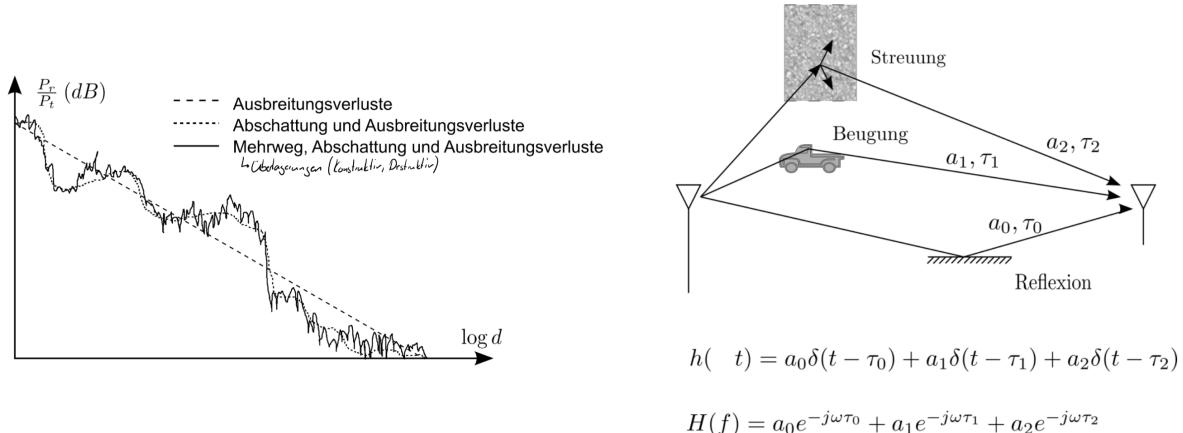
Empirisches Modell für Ausbreitungsverluste (*Power Law Propagation Regime*) ohne direkte Sichtverbindung. Parameter  $\gamma$  des Modells wird mit Hilfe einer Regression aus Messwerten bestimmt oder es werden Typische Werte (siehe Tabelle) angenommen. Die Referenzdistanz  $d_0$  ergibt sich mit der Kalibrierung des Messaufbaus, z.B.  $d_0 = 1m$

$$L_M = \left( 4\pi \frac{d_0}{\gamma} \right)^2 \left( \frac{r}{d_0} \right)^\gamma \quad \text{oder} \quad L_M[dB] = 32.4 + 20 \log_{10}(f[GHz]) + 10\gamma \log_{10}(r[m])$$

Umfeld	$\gamma$ Bereich
Makrozellen im Städtebereich (Zellradius 0.5-3 km)	3.7 - 6.5
Mikrozellen im Städtebereich (Zellradien 0.1-0.5 km)	2.7 - 3.5
Bürogebäude, gleiches Stockwerk	1.6 - 3.5
Bürogebäude, mehrere Stockwerke	2 - 6
Einkaufszentren	1.8 - 2.2

Umfeld	$\gamma$ Bereich
Firmengelände	1.6 - 3.3
Einfamilienhaus	3
Ideale Freiraumdämpfung	2
Modell mit Bodenreflexion	4

Real gesehen spielen jedoch noch viele weitere Faktoren eine Rolle



#### 4.4.3 Zeitvarianter Mehrwegkanal

Starke Signalschwankungen im Bereich einiger Wellenlängen, welche durch die Mehrwegausbreitung zustande kommen, nennt man **Rayleigh Fading Propagation Regime**. Man erhält für die *Signalspannung*  $u(t)$  am Empfänger eine Rayleigh Verteilung mit

$$p(u) = \frac{1}{\bar{P}_r} e^{-\frac{u}{\bar{P}_r}}, u \geq 0 \text{ und } \bar{P}_r = 2\sigma^2$$

Mit der Mittleren Empfangsleistung  $\bar{P}_r$  des Signals, welche die Ausbreitungsverluste und die Abschattungsverluste beinhaltet. Die Leistungsverteilung folgt

$$p_{u^2}(x) = \frac{1}{\bar{P}_r} e^{-\frac{x}{\bar{P}_r}}, x \geq 0$$

Die Wahrscheinlichkeit für das *Unterschreiten einer minimalen Signalleistung*  $S_{min}$

$$P[u^2 < S_{min}] = \int_0^{S_{min}} p_{u^2}(x) dx$$

Komplementär dazu die *Versorgungswahrscheinlichkeit*

$$P[u^2 \geq S_{min}] = 1 - P[u^2 < S_{min}]$$

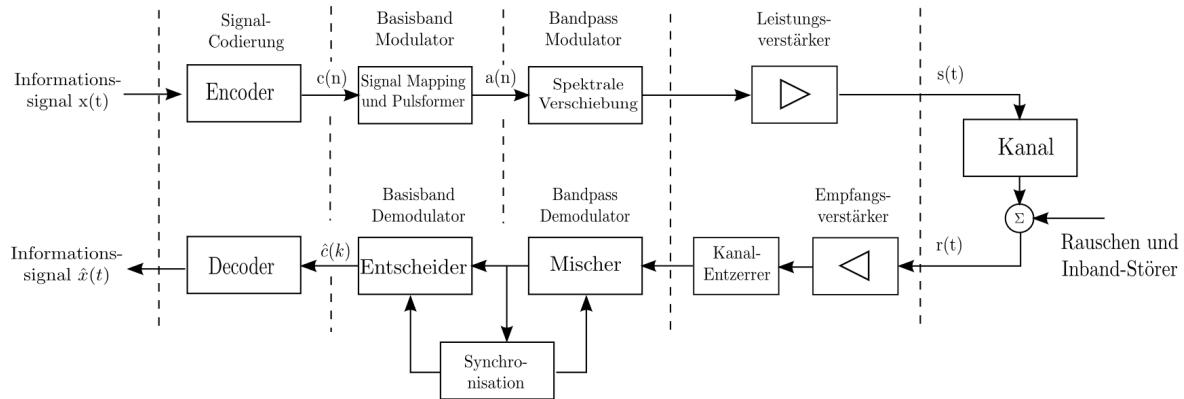
## 5. Modulation

### 5.1 Blockdiagramm eines Kommunikationssystems

Bei einer digitale Punkt-zu-Punkt-Übertragung werden Symbole aus einem bestehenden Alphabet versendet. Ein binäres System hat ein Alphabet mit nur zwei Symbolen, ein mehrwertiges System ein Alphabet mit

$M$  verschiedenen Symbolen. Der **Modulator** setzt die Symbolfolge in ein für die Übertragung geeignetes Zeitsignal um. Der **Demodulator** schätzt die ursprüngliche Symbolfolge.

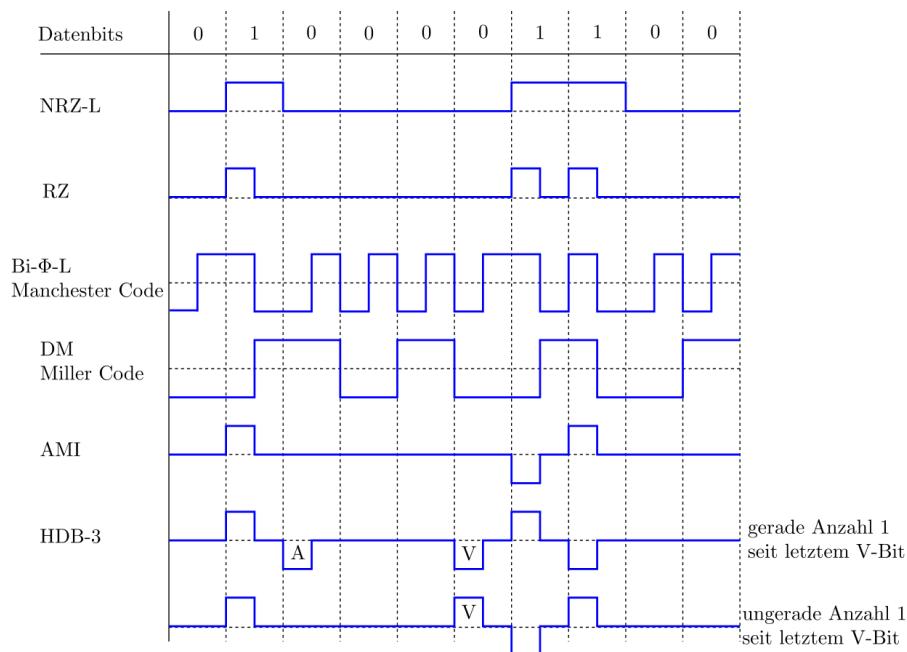
Während der Übertragung wird das Signal verzerrt und es kommt weisses Rauschen (*Gauss verteilt Amplituden*) zum Signal dazu.



## 5.2 Klassische binäre LeitungsCodes

Das Informationssignal als binärer Datenstrom wird als Leitungscode in einer Pulsfolge abgebildet, die der Charakteristik des Übertragungskanals angepasst ist.

- Non Return to Zero (NRZ) Code
- Bi-Phase, Manchester Code, (10-Mbit/s-Ethernet)
- Delay Modulation (DM), Miller Code
- Alternate Mark Inversion (AMI), modifizierter AMI-Code bei ISDN, ( $S_0$ -Bus)
- High Density Bipolar (HDB-3), Telefonie, PCM30 Bündel



## 5.3 Basisbandmodulation

Übertragung im Basisband lässt Frequenzkomponenten von 0 Hz bis zu einer oberen Grenzfrequenz  $f_g$  zu → Tiefpass Charakteristik.

### i Informationssignal Typ

Wenn das Informationssignal in analoger oder digitaler Form vorliegt, werden unterschiedliche Implementierungskonzepte angewendet.

Digitales Symbol, **Zahl**

$$\{0, 1\}$$

Bitdauer

$$T_b \text{ [s]}$$

Bitrate

$$r_b = \frac{1}{T_b} \left[ \frac{\text{bit}}{1} \right]$$

Bsp.

- Binär:  $T_b = T_s$
- 2 Bit pro Symbol:  $2T_b = T_s$
- m Bit pro Symbol:  $mT_b = T_s$

Physikalisches Symbol, **Puls**



$$\begin{cases} 5V & \text{bei } 1 \\ 0V & \text{bei } 0 \end{cases}$$

Symboldauer

$$T_s \text{ [s]}$$

Symbolrate

$$r_s = \frac{1}{T_s} \text{ [baud]}$$

Bsp. - Amplitudenstufen:  $2^1 = 2$  - Amplitudenstufen:  
 $2^2 = 4$  - Amplitudenstufen:  $2^m$

### i Fundamentaler Zusammenhang

Pulsdauer · Bandbreite  $\approx$  konstant

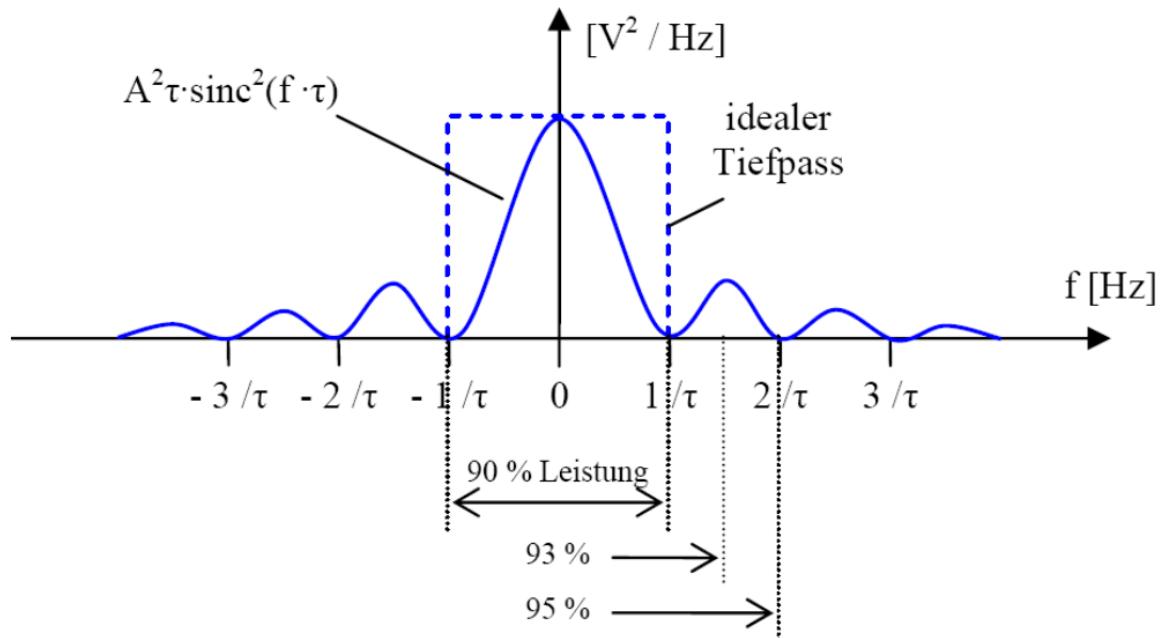
Es gilt also: je **kürzer** der Puls, desto **breiter** die Bandbreite

#### 5.3.1 Bandbreitenbegrenzung

Eine informationstragende Pulsssequenz *stellt ein Zufallssignal dar*. die mittlere normierte spektrale Leistungsdichte einer Serie von polaren Rechteckpulsen für  $n$  Datenbits entspricht

$$G(f) = \frac{nA^2\tau^2 \operatorname{sinc}^2(f\tau)}{n\tau} = A^2\tau \operatorname{sinc}^2(f\tau) \quad \left[ \frac{V^2}{Hz} \right]$$

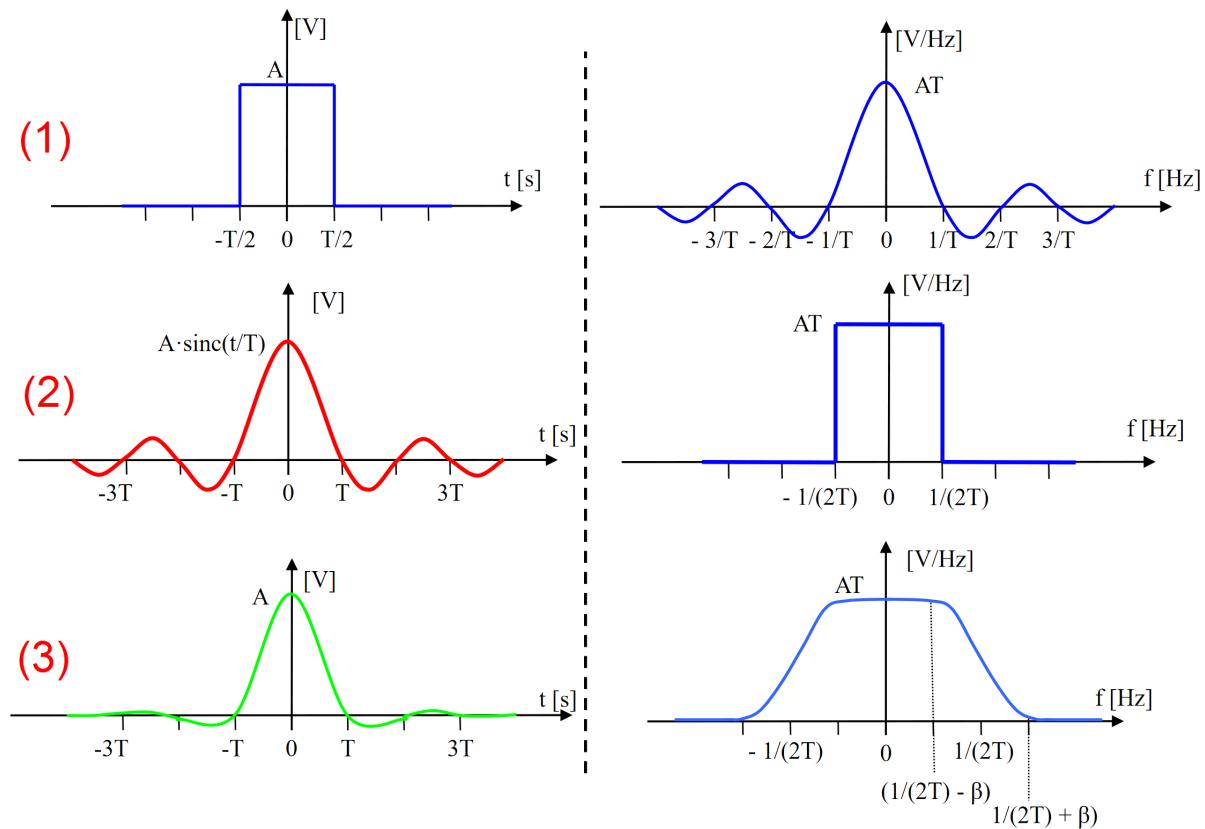
mit Pulsamplitude  $A$  und Pulsbreite  $\tau$ . Die Qualität ist proportional zur übertragenen AC-Signalleistung, die von der Kanalbandbreite abhängt



## 5.4 Angepasste Pulsformen

Um Pulse mit besseren spektralen Eigenschaften zu erhalten, wird der Rechteckpuls (1) angepasst. Die Optimalen spektralen Eigenschaften besitzt ein *sinc*-Puls, welcher eine Bandbreite von  $T$  aufweist, jedoch einen unendlichen Puls darstellt.

Zur Entschärfung der zeitlichen Überlappungen wird der **Raised Cosine-Puls** verwendet



Der Impuls hat die Form

$$p(t) = A \text{sinc}(r_b t) \cdot \frac{\cos(2\pi\beta t)}{1 - (4\beta t)^2}$$

$\beta$  hängt direkt von der Datenrate  $r_b$ , zur einfacheren Handhabung wird der *roll-off*-Faktor  $\alpha$  in Prozent

$$\alpha = \frac{2\beta}{r_b} 100\%$$

Im Frequenzbereich beschreibt der Puls ein Spektrumsverlauf mit  $\cos^2$ -förmige Flanke

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{r_b} & |f| \leq \frac{r_b}{2} - \beta \\ \frac{1}{r_b} \cos^2 \left( \frac{\pi}{4\beta} (|f| - \frac{r_b}{2} + \beta) \right) & \frac{r_b}{2} - \beta < |f| < \frac{r_b}{2} + \beta \\ 0 & |f| \geq \frac{r_b}{2} + \beta \end{cases}$$

## 6. EMV Aspekte

---