

Leistungselektronik & Elektrische Antriebe

Zusammenfassung

Joel von Rottz & Andreas Ming / [Quelldateien](#)

Table of contents

Grundlagen

Mechanik	2
Grundgrößen	2
Zentrifugalkraft	2
Trägheitsmoment J	2
Wirkungskette elektrischer Maschinen	2
Elektromechanische Energieumwandlung	3
Durchflutungsgesetz	3
Luftspalt	4
Kapazität & Induktivität	5
Kapazität C	5
Induktivität L	5
Periodische Signale	5
Fourierreihe	5
Amplitudenspektrum \hat{X}_n & Phasenspektrum φ_n	5
Gerade Funktion	5
Ungerade Funktion	6
(linearen) Mittelwert $X_{MW}/X_{AV}/\bar{X}$	6
Effektivwert	6
Leistungsberechnung	6
Einphasige Leistungen (allgemein)	6
Einphasige Leistungen (periodisch)	6
Einphasige Leistung (sinusförmige Spannung)	6
Klirrfaktor	7

Gleichstrommaschine

Aufbau	7
Nebenschluss / parallel	7
Reihenschluss	7
Grundgleichungen	7
Ersatzschaltung <i>Fremderregt</i>	8
Ersatzschaltung <i>Nebenschlussmaschine</i>	9
Ersatzschaltung <i>Seriemaschine</i>	9
Ankerrückwirkung	10
Universalmotor	10
Drehzahlsteuerung	10

Drehfeldmaschinen

Drehzeigertransformation	11
Dreiphasenebene → Drehzeiger	12
Drehzeiger → Zeiger	12
Zeiger → Drehzeiger	12
Drehzeiger → Phasengröße	12

Synchronmaschine (SM)

Asynchronmaschine (ASM)	12
Rotorspannung	12
Frequenzen	12
Leistungen	13
Leistungshalbleiter	13
Übersicht	13
Diode	13
Schottky Dioden	14
Bipolartransistor	14
(Einschalt-)Thyristoren	14
Triac	15
Abschaltthyristoren <i>GTO, IGCT</i>	15
Feldeffekttransistor <i>FET</i>	15
Insulated Gate Bipolar Transistor <i>IGBT</i>	15
Leitverluste	16
Schaltverluste	16
Kühlung	16
Gleichstromsteller	16
Abwärtsteller	17
Standard DC-Last	17
Nicht idealer Stromverlauf	18
Glättungskondensator	18
Arbeitspunkteinstellung	18
Lückbetrieb	18
Toleranzbandsteuerung	18
Aufwärtsteller	18
Vierquadrantensteller	19
Gleichstromsteller mit GTO	19
Transformatoren	19
Idealer Transformator	19
Realer Transformator	20
Magnetisierungsstrom	20
Streuung	20
T-Ersatzschaltung	20
Dreiphasiger Transformator	20
Parameterbestimmung	21
Leerlaufversuch	21
Kurzschlussversuch	21
Fremdgeführte Gleichrichter	21
Einphasiger Gleichrichter	23
Leistung bei L-Glättung	24
Netzrückwirkung L-Glättung	24
Belastung der Halbleiter bei L-Glättung	24
Dreiphasige Gleichrichter	24
$\alpha = 0^\circ$	25
$\alpha = 30^\circ$	25
$\alpha = 45^\circ$	25
$\alpha = 60^\circ$	25
$\alpha = 90^\circ$	25
Belastung der Halbleiter dreiphasig	25
Selbstgeführter Wechselrichter	25
Umrichter	25

Grundlagen

Mechanik

Grundgrößen

Translatorische Bewegung		Rotatorische Bewegung	
Weg	$s \ h = \int \int a \cdot dt = 1/2 \cdot a \cdot t^2$	[m]	Winkel $\varphi = 2\pi \cdot \frac{n[\frac{1}{min}]}{60[\frac{s}{min}]}$
Geschwindigkeit	$v = \frac{ds}{dt} = r \cdot \omega$	[$\frac{m}{s}$]	Kreisfrequenz $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 2\pi \cdot \frac{n[\frac{1}{min}]}{60[\frac{s}{min}]}$
Beschleunigung	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2}{dt^2}$	[$\frac{m}{s^2}$]	Winkelbeschl. $\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$
Kraft	$F = m \cdot a$	[N]	Drehmoment $M = J \cdot \dot{\omega} = F \cdot r_{\perp}$
Masse	m	[kg]	Trägheitsmoment J
Impuls	$B = m \cdot v$	[$\frac{kg \cdot m}{s}$]	Drall $D = J \cdot \omega$
Leistung	$P = F \cdot v$	[W]	Leistung $P = M \cdot \omega$
Energie	$W = \int p(t) \cdot dt$	[Ws]	Energie $W = \int p(t) \cdot dt$
kin. Energie	$W_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	[Ws]	kin. Energie $W_{kin} = \frac{1}{2} J \omega^2$
pot. Energie	$W_{pot} = \int F(s) \cdot ds = m \cdot g \cdot h$	[Ws]	pot. Energie $W_{pot} = \int M(\varphi) \cdot d\varphi$

Zusammenhang Translatorisch & Rotatorisch:

$$J = \frac{2 \cdot m}{5} r^2 = \frac{8}{15} \pi \cdot \rho \cdot r^5$$

$$M = F \cdot r \quad \text{und} \quad v_{tang} = r \cdot \omega \quad (\text{resp. } a_{tang} = \dot{\omega} \cdot r)$$

Zentrifugalkraft

$$F = \frac{m \cdot v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2 [N]$$

Trägheitsmoment J

- Vollzylinder

$$J = \frac{m}{2} r^2 = \frac{\pi \cdot l \cdot \rho}{2} r^4$$

- Hohlzylinder

$$J = \frac{m}{2} (r_a^2 + r_i^2) = \frac{\pi \cdot l \cdot \rho}{2} (r_a^4 - r_i^4)$$

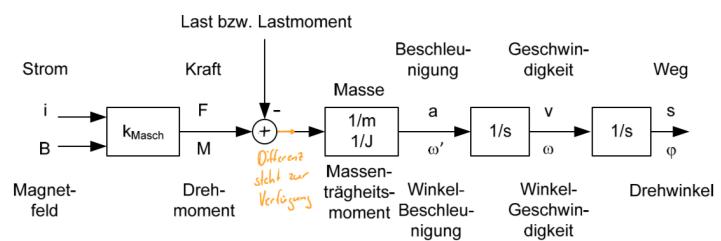
- Zylindermantel ($\delta \ll r$)

$$J = \frac{m}{4} (2 \cdot r - \delta)^2 = 2\pi \cdot l \cdot \rho r^3 \delta$$

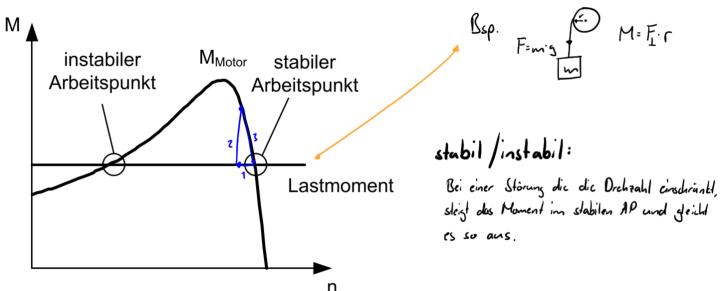
- Kugel

Wirkungskette elektrischer Maschinen

Bei rotatorischer Bewegung steht die Differenz zwischen *Drehmoment* M_{masch} , das die Maschine abgibt und das *Lastmoment* M_{last} zur *Winkelbeschleunigung* $\dot{\omega}$ zur Verfügung



Es kommen zudem *stabile* und *instabile* Arbeitspunkte vor. **Stabil** sind sie, wenn bei sinkender Drehzahl das Moment steigt und so wieder beschleunigen kann, sonst andersrum. So "regelt" sich das System ein Stück weit selbst



Die Kraft F die auf einen Leiter wirkt ist abhängig vom Längenelement l (länge des Leiters im Magnetfeld) des Stroms i .

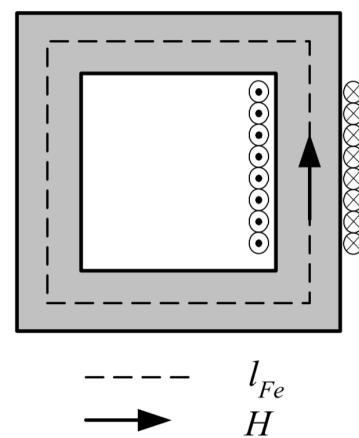
$$\vec{F} = l(\vec{i} \times \vec{B})$$

Steht der Leiter im Rotor senkrecht zum Magnetfeld so folgt

$$F = l \cdot i \cdot B$$

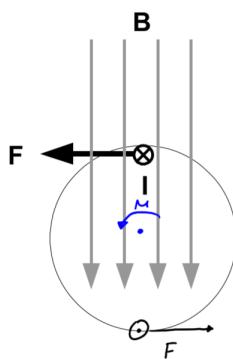
Durchflutungsgesetz

Das Durchflutungsgesetz verbindet die Ursache der Magnetfelds, die Durchflutung θ , mit deren Wirkung, der magnetischen Feldstärke H .



Elektromechanische Energieumwandlung

Wird ein stromdurchflossener Leiter in die Nähe eines Magneten gebracht, so wirkt auf jedes Längenelement des Leiters eine Kraft, die senkrecht auf dem Längenelement steht. Ihre Grösse ist dem Strom im Leiterproportional.



Durchflutung [A]

$$\theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot l_{Fe} = \sum I = N \cdot I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{A}$$

$$H = \frac{N \cdot I}{l_{Fe}}$$

Magnetische Flussdichte [T]

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \text{ oder Magnetisierungskennlinie}$$

Permeabilität [$\frac{Vs}{Am}$]

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

relative Permeabilität []

μ_r ist Materialabhängig

Magnetischer Fluss [Vs]; [Wb]

$$\phi = B \cdot A_{Fe}$$

Induzierte Spannung [V]

$$u = N \frac{d\phi}{dt} = \underbrace{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{A_{Fe}}{l_{Fe}} N^2}_{L} \frac{d}{dt} i = \frac{d}{dt} \Psi$$

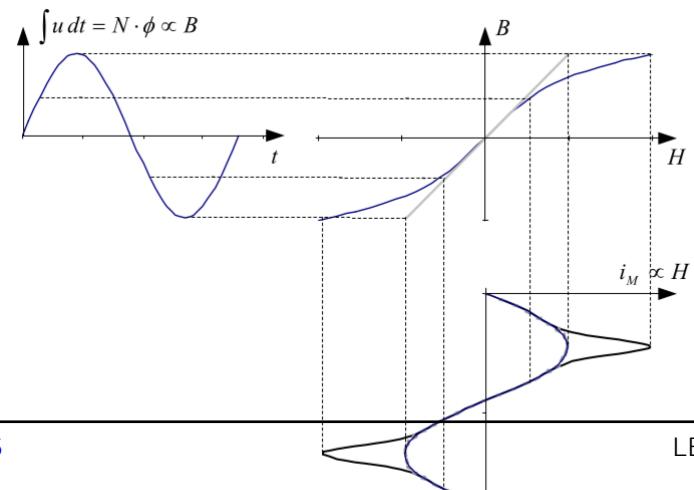
Flussverkettung [Vs]; [Wb]

$$\Psi = N\phi = Li$$

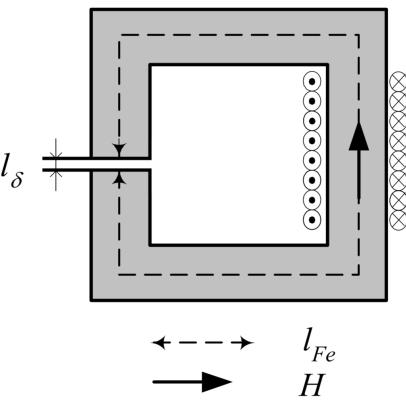
Induktivität [H]

$$L = \frac{N^2 \cdot A_{Fe} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r}{l_{Fe}}$$

Werden grosse Induktivitätswerte benötigt, wird mit ferromagnetischem Material gearbeitet. Dabei müssen Sättigungseffekte beachtet werden (B-H-Kennlinie)



Luftspalt



In Drosseln mit Luftspalt wird dabei die Feldstärke vornehmlich durch die Luftspaltlänge bestimmt. Bei sehr grossem μ_r kann der Anteil der Eisenweglänge am Umlaufintegral sogar vernachlässigt werden. Der **Fluss** ϕ ist im Luftspalt und im Eisen gleich, ebenso die Querschnittsfläche A .

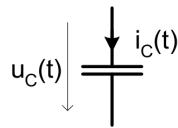
$$\text{Durchflutung [A]} \quad \theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_\delta \cdot l_\delta = \sum I = N \cdot I$$

$$\text{magnetische Feldstärke } [\frac{A}{m}] \quad H_{Fe} = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{\phi}{\mu_0 \mu_r A} \quad H_\delta = \frac{B}{\mu_0} = \frac{\phi}{\mu_0 A}$$

$$\begin{aligned} \text{Magnetischer Fluss [Vs]; [Wb]} \quad \phi &\approx \frac{N \cdot I \cdot \mu_0 \cdot A}{l_\delta} & H_\delta &= \frac{N \cdot I}{l_\delta} \\ H_{Fe} &= \frac{N \cdot I}{\mu_r \cdot l_\delta} \end{aligned}$$

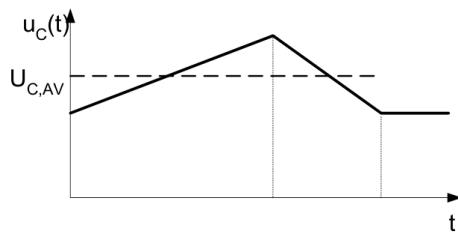
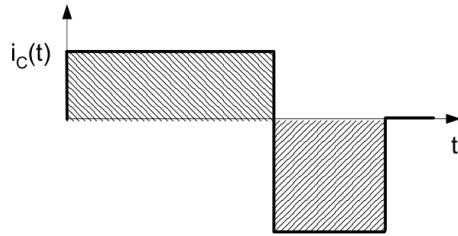
Kapazität & Induktivität

Kapazität C

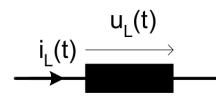


$$i_C = C \cdot \frac{du}{dt} \Leftrightarrow u_C = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt = \frac{t}{C} I_C$$

Kurzschluss: $i_C \rightarrow \infty$

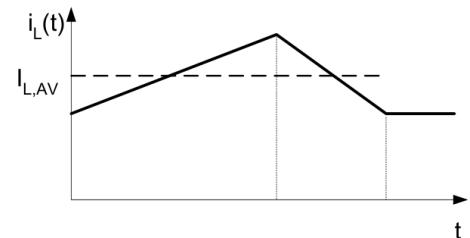
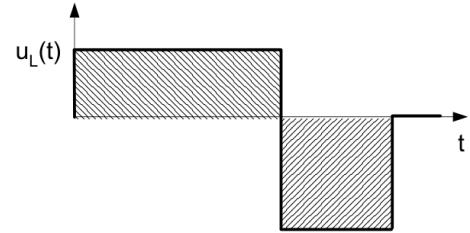


Induktivität L



$$u_L = L \cdot \frac{di}{dt} \Leftrightarrow i_L = \frac{1}{L} \int u_L(t) dt = \frac{t}{L} U_L$$

Leerlauf: $u_L \rightarrow \infty$



Periodische Signale

Fourierreihe

Ein periodisches Signal

$$s(t) = s(t \pm mT_0) \quad -\infty < t < +\infty \quad \text{mit } m = 1, 2, 3, \dots$$

lässt sich als reelle Fourier Reihe darstellen. Die Fourierreihe ist eine unendliche Summe von cos- und sin-Funktionen, deren Frequenzen ganzzahlige Vielfache von ω_1 sind.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega_1 t) + b_n \sin(n\omega_1 t)]$$

Mit dem Zusammenhang $\omega_1 = 2\pi f_1 = \frac{2\pi}{T_1}$.

Koeffizient $\frac{a_0}{2}$ entspricht dem **Mittelwert** \bar{X} .

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [x(\omega_1 t) \cdot \cos(n \cdot \omega_1 t)] d(\omega_1 t)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} [x(\omega_1 t) \cdot \sin(n \cdot \omega_1 t)] d(\omega_1 t)$$

Amplitudenspektrum \hat{X}_n & Phasenspektrum φ_n

$$\hat{X}_n = X_{n,p} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \varphi_n = \arctan \left(\frac{a_n}{b_n} \right)$$

$$\hat{X}_n [dB] = 20 \log_{10} \left(\frac{\hat{X}_n [V]}{X_B [V]} \right)$$

als Bezugswert X_B wird oft der Effektivwert des Signals oder die Amplitude der Grundschwingung verwendet.

Damit lässt sich das Signal $x(t)$ durch ein Summe von Sinusfunktionen mit Phasenverschiebung darstellen

$$x(t) = \bar{X} + \sum_{n=1}^{\infty} [\hat{X}_n \cdot \sin(n\omega_1 t + \varphi_n)]$$

Gerade Funktion

$$x(\omega_1 t) = x(-\omega_1 t)$$

Ist $x(\omega_1 t)$ eine *gerade Funktion* (Bsp. Kosinus) so gilt

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} [x(\omega_1 t) \cdot \cos(n \cdot \omega_1 t)] d(\omega_1 t), \quad b_n = 0$$

Ungerade Funktion

$$x(\omega_1 t) = -x(-\omega_1 t)$$

Ist $x(\omega_1 t)$ eine *ungerade Funktion* (Bsp. Sinus) so gilt

$$a_n = 0, \quad b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi [x(\omega_1 t) \cdot \sin(n\omega_1 t)] d(\omega_1 t)$$

(linearen) Mittelwert $X_{MW}/X_{AV}/\bar{X}$

$$X_{AV} = \bar{X} = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(\omega_1 t) d(\omega_1 t)$$

Effektivwert

$$X_{eff} = X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} x^2(t) dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x^2(\omega_1 t) d(\omega_1 t)}$$

Der Effektivwert lässt sich auch aus dem Mittelwert eines Signals und den Amplituden der Oberschwingungen berechnen

$$X_{eff} = X_{rms} = \sqrt{\bar{X}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\hat{X}_n^2}{2}} = \sqrt{\bar{X}^2 + \sum_{n=1}^{\infty} X_{n,rms}^2}$$

Rein Sinusförmig gilt

$$\hat{X} = \sqrt{2} X_{eff}$$

Leistungsberechnung

Einphasige Leistungen (allgemein)

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

! Wirkleistung P

Die Wirkleistung P entspricht dem Mittelwert von $p(t)$:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$$

Einphasige Leistungen (periodisch)

Wichtig: Folgend Annahme, dass $u(t)$ und $i(t)$ periodisch sind und mit gleicher Periodendauer T .

$$P = \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\hat{U}_v \cdot \hat{I}_v}{2} \cos(\varphi_v) = \sum_{v=0}^{\infty} \hat{U}_{v,eff} \cdot \hat{I}_{v,eff} \cdot \cos(\varphi_v)$$

! Important

Nur gleiche Frequenzanteile in U & I tragen zur Wirkleistung bei!

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

P : Wirkleistung

Q : Blindleistung

S : Scheinleistung

U_{eff}, I_{eff} : Effektivwerte Strom & Spannung

λ : Leistungsfaktor

Einphasige Leistung (sinusförmige Spannung)

Häufiger Fall: sinusförmigen Spannung und ein ebenfalls periodischer, nicht-sinusförmiger Strom.

Es gilt:

$$u(t) = U_{eff} \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \quad U_{v=1,eff} = U_{eff} \quad U_{v>1,eff} = 0$$

$$i(t) = I_{AV} + \sum_{v=1}^{\infty} \hat{I}_v \cdot \sin(v \cdot \omega t + \varphi_v)$$

! Important

Nur die Grundschwingung des Stromes zusammen mit der sinusförmigen Spannung erbringt **Wirkleistung**.

$$P = U_{eff} \cdot I_{v=1,eff} \cdot \cos(\varphi_1)$$

Ist $\varphi_1 \neq 0$, zusätzliche *Grundschwingungsblindleistung* Q_1 und folglich auch eine *Grundschwingungsscheinleistung* S_1 :

$$Q_1 = U_{eff} \cdot I_{v=1,eff} \cdot \sin(\varphi_1)$$

$$S_1 = U_{v=1,eff} \cdot I_{v=1,eff}$$

Die übrigen Frequenzanteile des Stromes verursachen Verluste in den Leitungen (\rightarrow Blindleistung). Dies wird *Verzerrungsblindleistung* D genannt.

$$D = U_{eff} \cdot I_{v>1,eff} = U_{rms} \cdot \sqrt{I_{AV}^2 + I_{v=2,eff}^2 + I_{v=3,eff}^2 + \dots}$$

Die Scheinleistung ist das Produkt der Effektivwerte und zwischen den verschiedenen Leistungen besteht folgender Zusammenhang.

$$S = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

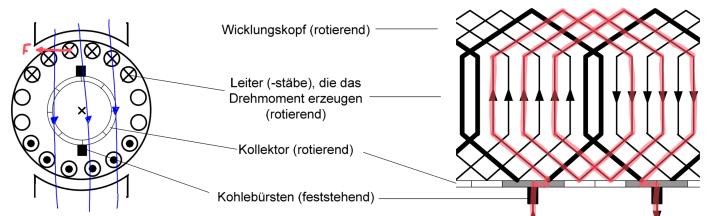
$$S^2 = P^2 + Q^2 = P^2 + Q_1^2 + D^2 = S_1^2 + D^2$$

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{I_{v=1,eff}}{I_{eff}} \cos(\varphi_1)$$

Q_1 : Grundschwingsblindleistung

S_1 : Grundwellenscheinleistung

D : Verzerrungsblindleistung



Klirrfaktor

Der Leistungsfaktor λ zeigt, wie optimal die Wirkleistung übertragen wird. Allgemein gilt $\lambda \leq \cos \varphi_1$ ($=:$ kein Wirkleistungsverlust, $<:$ Verlust).

Der Klirrfaktor k beschreibt die Qualität, mit $k \rightarrow 0$ sehr gut ist (keine Oberschwingungen).

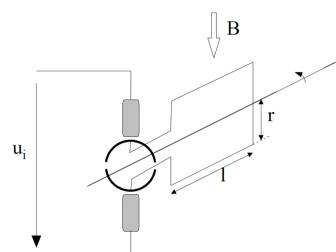
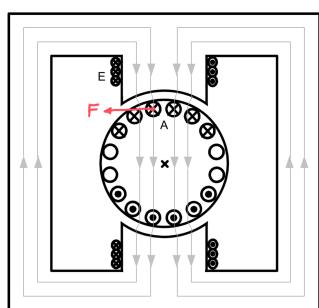
$$k_i = \frac{I_{v>1,eff}}{I_{eff}} = \sqrt{\frac{I_{eff}^2 - I_{v=1,eff}^2}{I_{eff}^2}}$$

Gleichstrommaschine



Aufbau

Durch die *Erregerwicklung* fließt der *Erregerstrom*, welcher ein magnetisches Feld erzeugt, das den Luftspalt und den Rotor durchdringt. Bei permanenterregten Gleichstrommaschinen wird das Feld mit einem Permanentmagnet erzeugt



Die Wicklungen sind dabei so auf den Rotor gewickelt, dass ein kontinuierlicher Stromkreis über mehrere Windungen zustande kommt

Gegenspannung

Gleichstrommotoren erzeugen eine **Gegenspannung** durch die Rotation der Kupferwicklung im Magnetfeld (Selbstinduktion). Diese wirkt gegen die Ankerspeisung und regelt auch dadurch die Drehzahl von selbst.

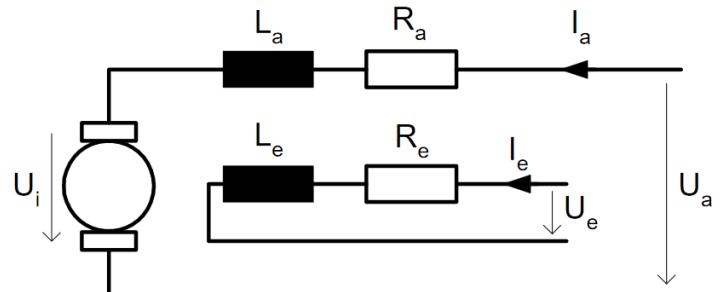
Nebenschluss / parallel

Der Anker und der Rotor wird parallel verbunden \rightarrow niedriges Anlaufmoment, dafür fast konstant unabhängig von der Belastung

Reihenschluss

Der Anker und der Rotor wird in Serie verbunden \rightarrow hohes Anlaufmoment, nimmt aber stark ab mit der Belastung.

Grundgleichungen



Die Hauptgleichungen (als Verbrauchersystem, d.h. im Motorbetrieb):

Ankerkreis (Stator)

$$U_a = R_a \cdot I_a + L_a \cdot \frac{dI_a}{dt} + U_i$$

Erregerkreis (Rotor)

$$U_e = R_e \cdot I_e + L_e \cdot \frac{dI_e}{dt}$$

Mechanisch

$$M_{el} = M_{Last/Welle} + M_{Reibung} + J \frac{d\omega_m}{dt}$$

Elektr. \leftrightarrow Mech.

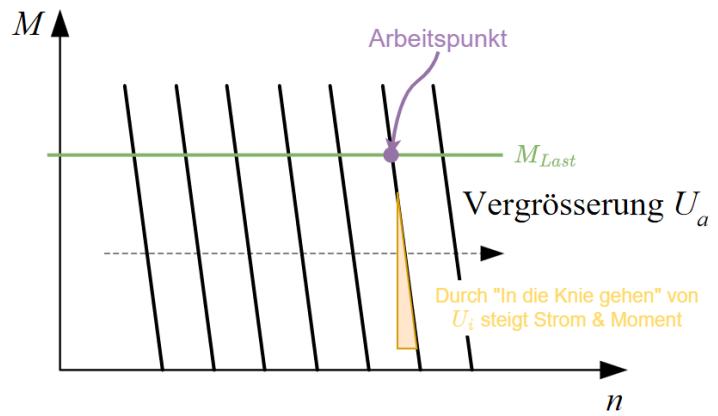
$$U_i = c \cdot \phi \cdot \omega_m$$

$$\omega_m = 2\pi f_m = 2\pi \frac{n \text{ [min}^{-1}]}{60 \text{ [\frac{s}{min}]}}$$

$$M_{el} = c \cdot \phi \cdot I_a$$

i Maschinenkonstante c

Enthält unter anderem die Windungszahl. Sie ist bekannt oder kann messtechnisch ermittelt werden.



Erregerfluss

Bei **veränderlichem Fluss** und **konstanter Ankerspannung** erhält man folgende **M-n-Kennlinie**

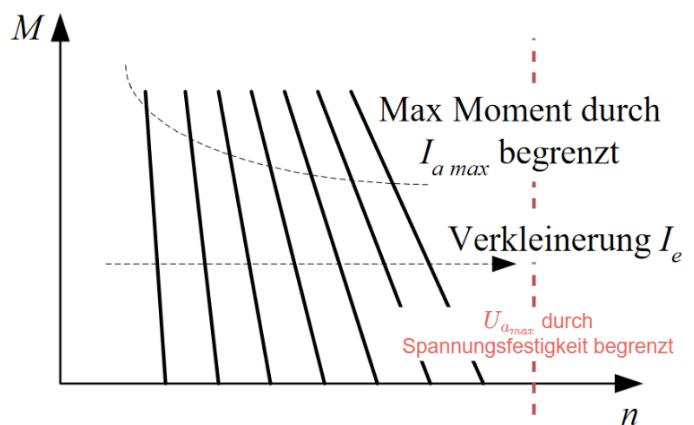
$$\phi = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_e$$

U_a : Ankerspannung

U_e : Erregerspannung

U_i : induzierte Spannung

ϕ :



Ersatzschaltung Fremderregt

Für den elektrischen Teil einer *fremderregten* Maschine ergibt sich das Ersatzschaltbild von vorher.

Stationär gilt

man erhält somit eine Drehzahlregelung über die Ankerspannung oder den Erregerfluss. Erfolgt eine Drehzahlerhöhung durch Verkleinerung des Erregerflusses, spricht man von **Feldschwächung**. Allgemein streben Gleichstrommaschinen eine **Gleichgewichtsposition** an, bei der gilt

$$U_a = U_i = c \cdot \underbrace{\phi \omega_m}_{\phi \uparrow \omega \downarrow | \phi \downarrow \omega \uparrow}$$

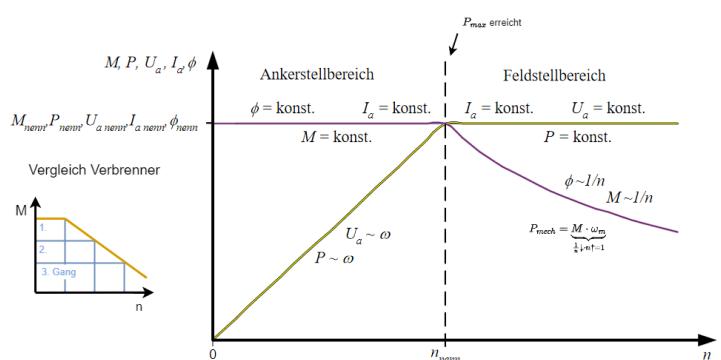
$$U_a = U_i + R_a \cdot I_a = c \cdot \phi \cdot \omega_m + R_a \cdot I_a \quad \phi \text{ konstant, wenn } I_e \text{ konstant}$$

Im **Leerlauf** ($M = 0, I_a = 0, U_a = U_i$) gilt

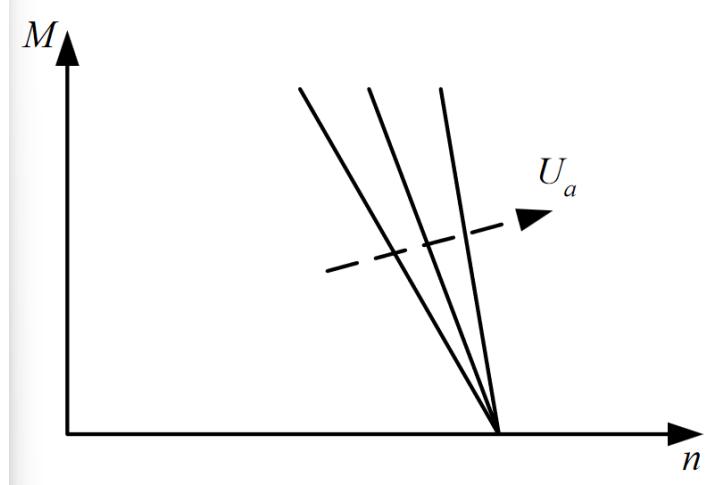
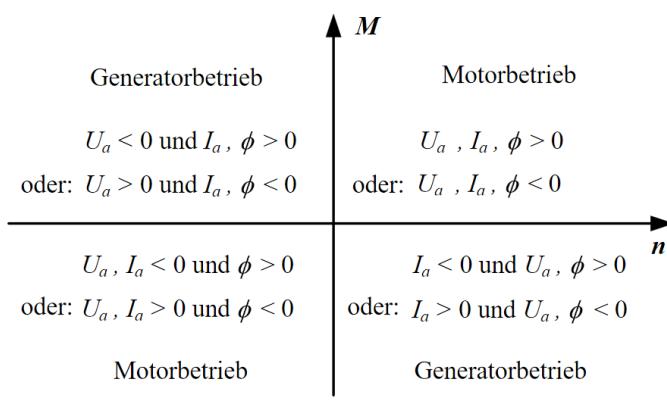
$$\omega_{m0} = \frac{U_a}{c\phi} \quad n_0 = \omega_{m0} \cdot 2\pi \frac{n \text{ [\frac{1}{min}]}}{60 \text{ [\frac{s}{min}]}}$$

Bei **konstantem Fluss** und **veränderlicher Ankerspannung** gilt

$$\omega_m = \frac{U_a}{c\phi} - \frac{R_a}{c^2\phi^2} \cdot M_{el}$$

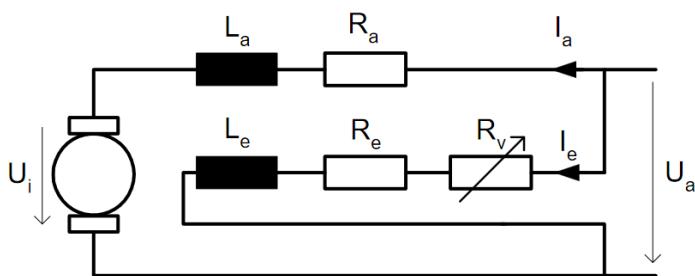


Zum umkehren der Drehrichtung muss entweder der Fluss oder der Ankerstrom umgekehrt werden. Unter **Vierquadrantebetrieb** versteht man den Betrieb in beide Drehrichtungen, wobei sowohl Motor- als auch Generatorbetrieb möglich ist



Ersatzschaltung Nebenschlussmaschine

Für den elektrischen Teil einer *Nebenschlussmaschine* gilt folgendes Ersatzschaltbild



Durch die Schaltungsart sind Erregerkreis und Ankerkreis parallel geschalten ($U_a = U_e$), so wird die Erregung über den Vorwiderstand R_V beeinflusst

$$\phi = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_e = \frac{L_e}{N_e} \cdot \frac{U_a}{R_e + R_V}$$

Im **Leerlauf** gilt

$$\omega_m = \frac{N_e(R_e + R_V)}{c \cdot L_e}$$

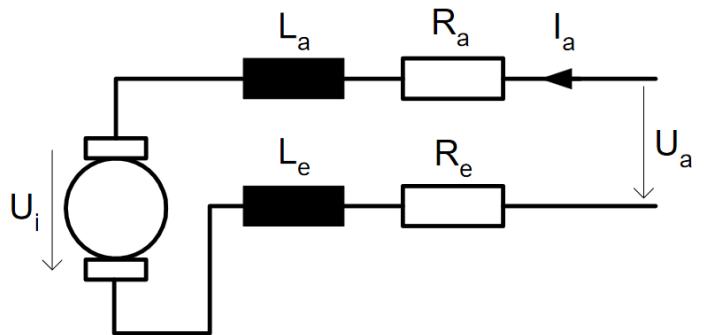
Für die Drehzahlabhängigkeit des Moments gilt

$$\omega_m = \frac{N_e(R_e + R_V)}{c \cdot L_e} - \frac{R_a \cdot (R_e + R_V)^2 \cdot N_e^2}{(c \cdot L_e \cdot U_a)^2} \cdot M_{el}$$

Eine höhere Klemmenspannung U_a bewirkt also eine flachere M - n -Charakteristik

Ersatzschaltung Seriemaschine

Für den elektrischen Teil einer *Seriemaschine* gilt folgendes Ersatzschaltbild



Durch die Schaltungsart sind Erregerkreis und Ankerkreis in Serie geschalten ($I_a = I_e$)

$$\phi = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_e = \frac{L_e}{N_e} \cdot I_a$$

$$\omega_m = \frac{U_a - (R_a + R_e)I_a}{c \cdot \frac{L_e}{N_e} \cdot I_a} = \frac{U_a}{c \cdot \phi} - \frac{(R_a + R_e)I_a}{c \cdot \phi} \text{ mit } \phi \propto I$$

Für das Drehmoment gilt:

$$M_{el} = c \cdot \frac{L_e}{N_e} \cdot I_a^2$$

Zur Vereinfachung schreibt man

$$c_1 = c \frac{L_e}{N_e}$$

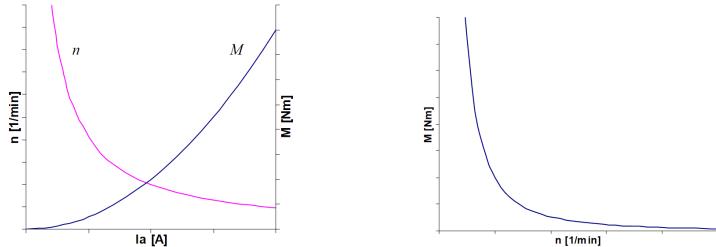
und damit gilt

$$\omega_m = \frac{U_a}{\sqrt{c_1} \sqrt{M}} - \frac{R_a + R_e}{c_1} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$$

Zudem gilt für die U_a und I_a , mit $U_i = c_1 \omega_m I_a$

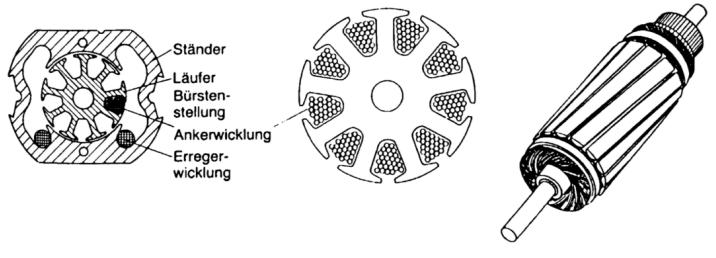
$$U_a = \begin{cases} \text{Allg.} & U_a = U_i + (R_a + R_e) \cdot I_a + (L_a + L_e) \frac{dI_a}{dt} \\ \text{DC:} & U_a = U_i + (R_a + R_e) \cdot I_a \\ \text{AC:} & U_a^2 = (U_i + (R_a + R_e) \cdot I_a)^2 + (\omega_e \cdot (L_a L_e) \frac{dI_a}{dt})^2 \end{cases}$$

Die Seriemaschine darf **nicht** im Leerlauf betrieben werden, da dort die Drehzahl sehr hoch ist ($\omega_m \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$). Siehe:



Universalmotor

Universalmotoren sind meist zweipolig aufgebaut, in der Regel mit symmetrischem Statorquerschnitt. Über die beiden Polkerne ist je eine Hälfte der Erregerwicklung gelegt. Zudem sind wegen der AC-Speisung sowohl Rotor als auch Stator geblecht ausgeführt

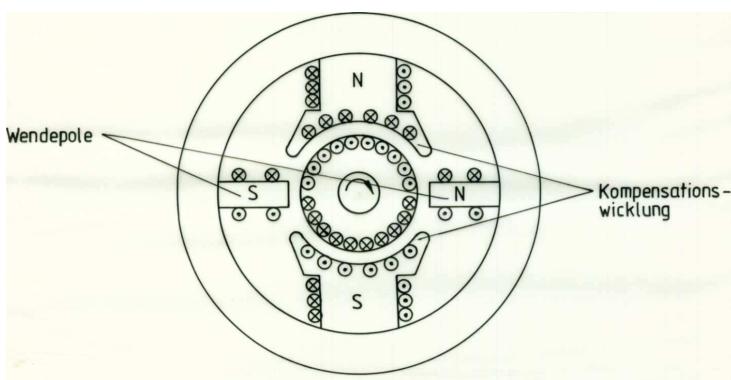


Ankerrückwirkung

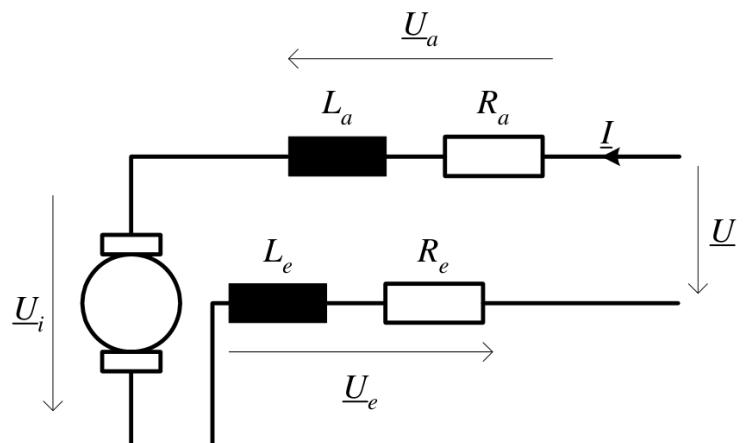
Die **Ankerrückwirkung** entsteht durch die Überlagerung des Erregerfeldes mit dem Ankerfeld und beeinflusst das Luftspaltfeld im Motorbetrieb. Im ungesättigten Zustand heben sich Flussverstärkung und Fluss schwächung auf, wodurch die induzierte Spannung der Maschine unverändert bleibt. Im gesättigten Zustand führt die Ankerrückwirkung jedoch zu einer Verringerung der induzierten Spannung. Zudem können durch Feldverzerrungen große Spannungsdifferenzen zwischen benachbarten Kollektorlamellen entstehen, was zu einem Rundfeuer längs des Kollektors führen kann.

Bei großen Maschinen werden **Kompensationswicklungen** eingesetzt, um Feldverzerrungen unter den Hauptpolen auszugleichen. Sie befinden sich in den Polschuhen der Hauptpole und werden ebenfalls vom Ankerstrom durchflossen. Bei der Compoundmaschine wird ein ähnliches Verfahren angewendet, bei dem sowohl eine Serieerregerwicklung als auch eine fremderregte Nebenschlusswicklung vorhanden sind. Dadurch kann ein Gleichstromgenerator mit lastunabhängiger Ausgangsspannung realisiert werden.

Zur Verbesserung der Kommutierung werden **Wendepolwicklungen** in der geometrisch neutralen Zone angeordnet. Sie werden vom Ankerstrom durchflossen und induzieren eine Spannung in den Windungen, in denen der Strom das Vorzeichen wechselt, um die Stromwendung zu unterstützen. Bei kleineren, kostengünstigen Motoren werden diese Wicklungen jedoch oft weggelassen.



Wie für einen Serienmotor typisch, verfügt der Motor bei Leerlauf (oder niedrigem Moment) über eine sehr hohe Drehzahl da $\omega_m \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$ gilt.

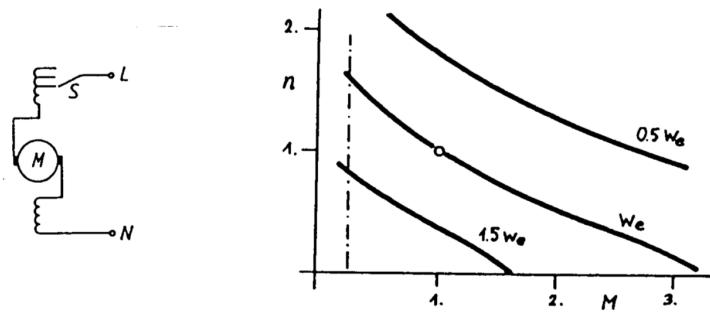


$$\begin{aligned} U_e &= I \cdot R_e + j\omega L_e I \\ U_a &= I \cdot R_a + j\omega L_a I \\ U_i &= c \cdot \underline{\phi} \cdot \omega_m = c \cdot \frac{L_e}{N_e} \cdot I \cdot \omega_m \cdot L_e \end{aligned}$$

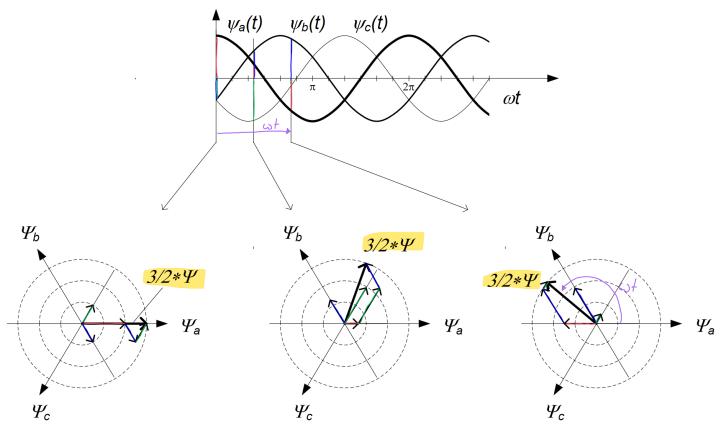
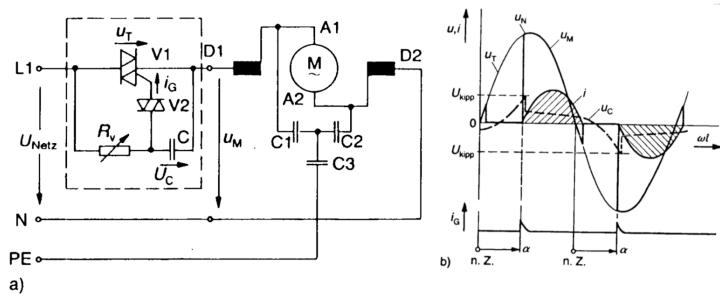
Drehzahlsteuerung

Die Drehzahl kann beim Universalmotor wie bei der Serieerrengten Gleichstrommaschine durch *Variation der Speisespannung*, durch *Vorwiderstände* oder durch *Feldschwächung* eingestellt werden.

Des Weiteren kann für kleine und billige Anwendungen (z.B. Stabmixer) eine Anzapfung der Erregerwicklung über Stufenschalter erfolgen, die sogenannte **Feldumschaltung**.



Für eine stufenlose Steuerung wird der **AC-Steller** verwendet. Als Stellglied bei kleinen Leistungen werden Triacs, die von Diacs gezündet werden verwendet



Durch die Verkettung ergibt sich

$$\vec{\Psi}_{\text{gesamt}} = [\Psi_a \cdot e^{j0^\circ} + \Psi_b \cdot e^{j0120^\circ} + \Psi_c \cdot e^{-j120^\circ}]$$

Dies ergibt für den Resultierenden Fluss

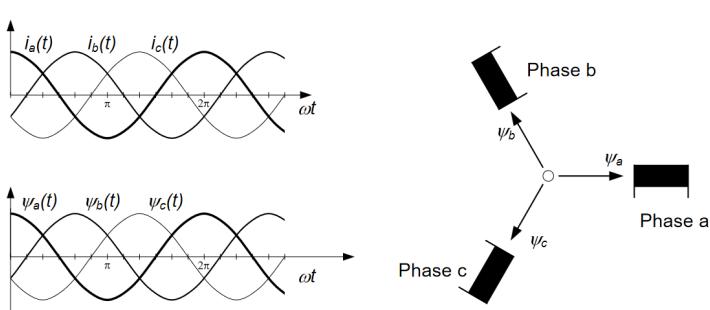
$$\vec{\Psi} = \frac{3}{2} \hat{I} \cdot L_{ph} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

Nach üblicher Konvention (siehe Skript S.7) arbeitet man für die Drehzeigertransformation mit

$$\vec{\Psi} = \hat{I} \cdot L_{ph} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)}$$

Drehzeigertransformation

Die Drehzeigertransformation wird bei Drehfeldmaschinen verwendet, um die Analyse und Beschreibung ihres Verhaltens in einem komplexen Wechselstromsystem zu erleichtern. Sie wandelt dreiphasige Größen von einem dreiphasigen Koordinatensystem in ein rotorfestes Koordinatensystem um, wodurch die Komplexität reduziert wird. Die d- und q-Komponenten des rotorfesten Koordinatensystems sind direkt mit den magnetischen und mechanischen Zuständen der Maschine verbunden und ermöglichen eine vereinfachte Analyse.



Jeder der drei Phasenströme erzeugt ein in der Achse der entsprechenden Wicklung liegendes Magnetfeld

$$\begin{aligned} i_a(t) &= \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i) & \Psi_a &= L_{ph} \cdot i_a \\ i_b(t) &= \hat{I} \cos(\omega t - 120^\circ + \varphi_i) & \Psi_b &= L_{ph} \cdot i_b \\ i_c(t) &= \hat{I} \cos(\omega t + 120^\circ + \varphi_i) & \Psi_c &= L_{ph} \cdot i_c \end{aligned}$$

Durch die Geometrische Addition der drei Felder ergibt sich ein drehender Zeiger (*Drehfeld*)

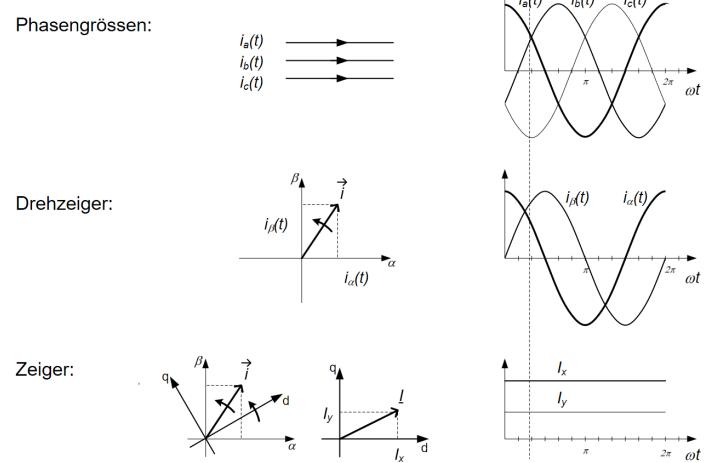


Figure 1: Darstellung von Dreiphasengrößen als Drehzeiger und als Zeiger im synchron mitlaufenden Koordinatensystem.

! Notation

Die Transformation kann mit allen grössten gerechnet werden (Spannung u , Strom i , Fluss Ψ). Nachfolgend wird der allgemeine Fall mit x gerechnet.

$$\vec{x}(t) = \frac{2}{3} [x_a(t) + x_b(t) \cdot e^{j120^\circ} + x_c(t) \cdot e^{-j120^\circ}]$$

Dreiphasenebene → Drehzeiger

Für die Darstellung auf der Komplexen Ebene mit $x(t) = x_\alpha + j \cdot x_\beta$ gilt für die Komponenten

$$x_\alpha = \frac{1}{3}(2x_a - x_b - x_c) \quad x_\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}(x_b - x_c)$$

Ist das Dreiphasensystem nicht stationär symmetrisch (bsp. Sternpunkt verschoben), so ergibt sich ein Nullsystem

$$x_0(t) = \frac{1}{3}[x_a + x_b + x_c]$$

Drehzeiger → Zeiger

Die Drehzeiger können von einem rotierenden Koordinatensystem aus betrachtet werden. Entspricht die Umlaufgeschwindigkeit des Koordinatensystems ω_k derjenigen des Drehzeigers, erscheint er als stillstehender Zeiger \underline{X}

$$\underline{X}(t) = \vec{x}(t) \cdot e^{-j \int \omega_k dt} \quad \text{mit } \omega_k \text{ konstant: } \underline{X}(t) = \vec{x}(t) \cdot e^{-j \omega_k t}$$

Auch hier werden die Projektionen auf die Achse des imaginären Zeigers betrachtet. Dies mit den Indizes x und y , bzw. d und q bei Synchronmaschinen

$$\underline{X}(t) = X_x + j \cdot X_y$$

Zeiger → Drehzeiger

$$\vec{x}(t) = \underline{X}(t) \cdot e^{j \int \omega_k dt} \quad \text{mit } \omega_k \text{ konstant: } \vec{x}(t) = \underline{X}(t) \cdot e^{j \omega_k t}$$

Drehzeiger → Phasengröße

$$x_a = x_\alpha + x_0$$

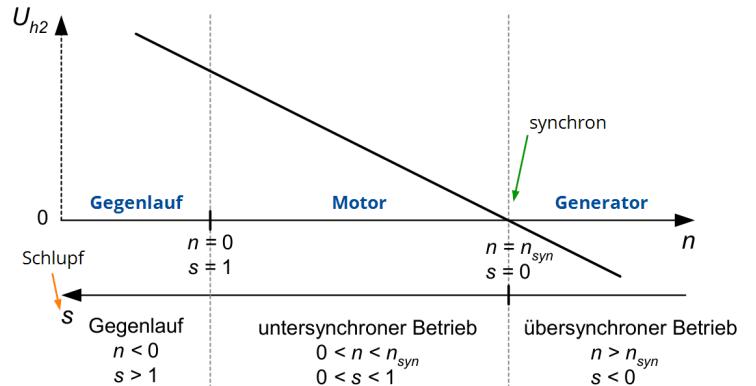
$$x_b = \frac{1}{2}(\sqrt{3}x_\beta - x_\alpha) + x_0$$

$$x_c = \frac{1}{2}(-\sqrt{3}x_\beta - x_\alpha) + x_0$$

Synchronmaschine (SM)

Asynchronmaschine (ASM)

Rotorspannung



Stillstand: $n = 0, s = 1, \omega_2 = \omega_1, U_{h2} = \frac{U_{h1}}{ii}$ Synchrondrehzahl: $n = n_{syn}, s = 0, \omega_2 = 0, U_{h2} = 0$

U_{h1} : Eingangsspannung

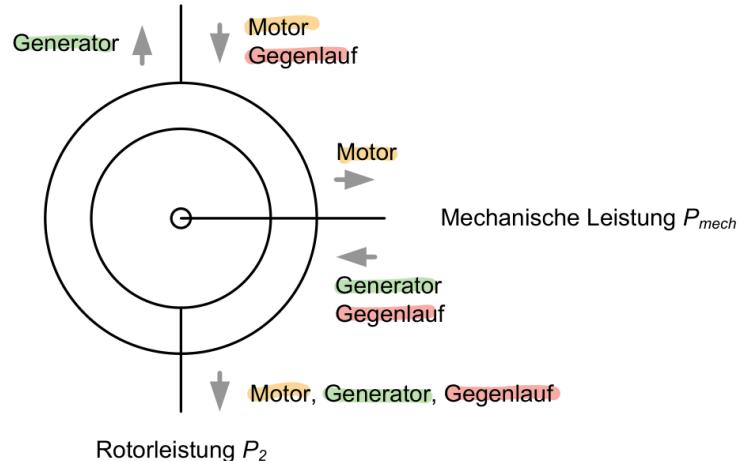
U_{h2} : Induzierte Spannung im Rotor

ω_1 : Netzfrequenz am Stator

ω_2 : Netzfrequenz am Rotor

s : Schlupf

Statorleistung P_1



Frequenzen

Winkelfrequenzen der Drehfelder

$$\omega_{D1} = \frac{\omega_1}{p} \quad \omega_{D2} = \omega_{D1} - \omega_{mech}$$

Frequenz der Achse (Rotor)

$$\omega_{mech} = 2\pi \cdot f_{mech} = 2\pi \frac{n}{60}$$

$$\omega_2 = p \cdot \omega_{D2} = \omega_1 - p \cdot \omega_{mech}$$

Schlupf

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} = \frac{\omega_{syn} - \omega_{mech}}{\omega_{syn}} = \frac{\omega_1 - p \cdot \omega_{mech}}{\omega_{syn}} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\omega_2 = s \cdot \omega_1$$

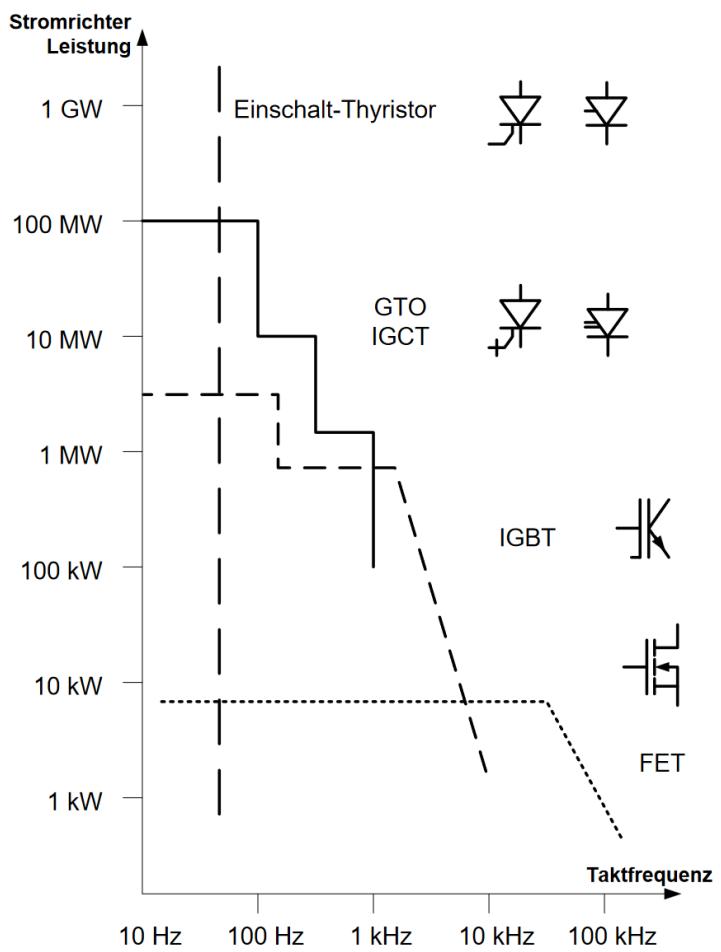
ω_1 : Netzfrequenz am Stator

ω_2 : Netzfrequenz am Rotor

ω_{D1} : Drehfehlgrösse bezüglich Stator

ω_{D2} : Drehfehlgrösse bezüglich Stator

s : Schlupf



Leistungen

$$P_2 = 3 \cdot U_{h2} \cdot I_2$$

$$P_1 = 3 \cdot U_{h2} \cdot I_2$$

\$\$

\$\$

Diode

Zweischicht-Element mit einem pn-Übergang

Leistungshalbleiter

Übersicht

In der Leistungselektronik werden folgende Halbleiter eingesetzt:

Fremdgeführt:

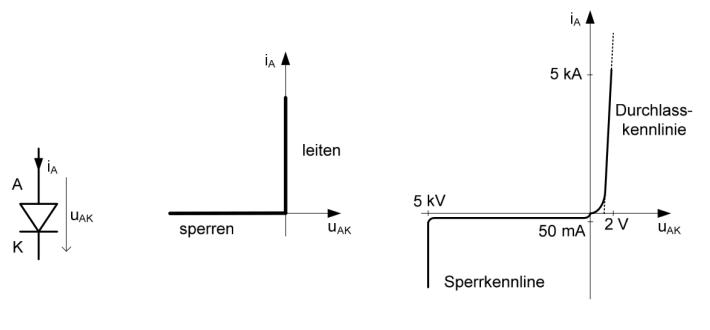
- Diode

Einschaltbar:

- Thyristor

Ein- und Ausschaltbar:

- GTO (Gate Turn Off Thyristor)
- IGCT (Insulated Gate Commutated Thyristor)
- IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor)
- FET (Feld Effekt Transistor)
- Bipolartransistor



Symbol idealisierte Kennlinie reale Kennlinie (Zahlen als Bsp)

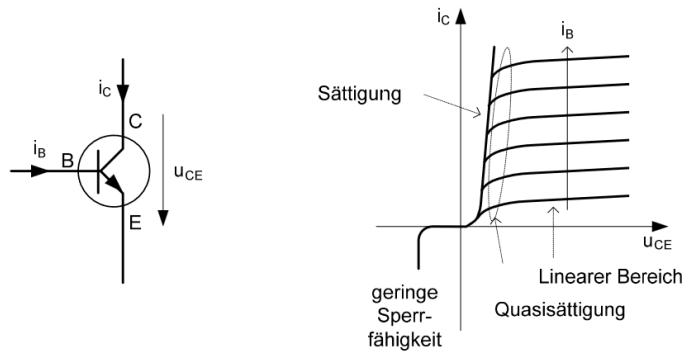
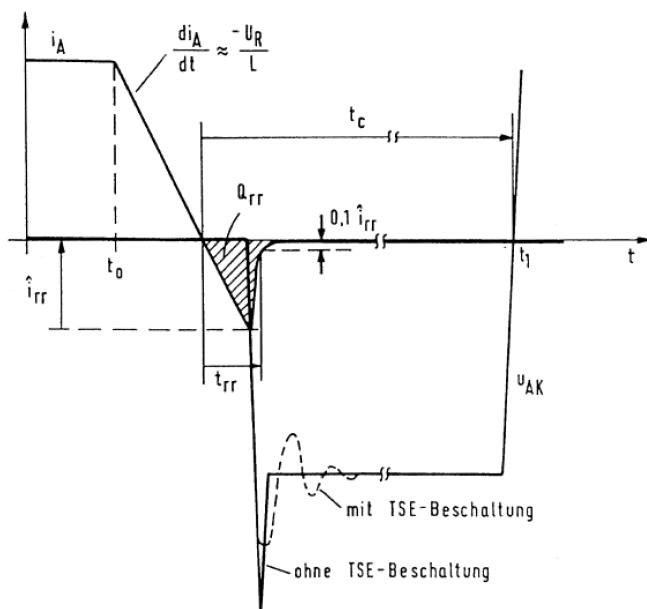
Der maximale Durchgangsstrom ist durch die Erwärmung der Diode bestimmt. Die typische maximale Junction-Temperatur beträgt $T_{jmax} = 150^\circ\text{C}$. Die Erwärmung der Diode wird durch die Kühlung und die Verluste bestimmt

$$P_V = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = U_D I_{avg} + r_d I_{rms}^2$$

! Trägerstaueffekt TSE

Der Übergang von einem sperrenden zu einem leitenden Zustand bei einer Diode erfordert Zeit, um die pn-Schicht mit Ladungsträgern zu überschwemmen. Bei einem hohen $\frac{di}{dt}$ beim Einschalten kann die Diode zerstört werden, da sie noch nicht vollständig leitend ist. Ähnlich erfolgt der Übergang vom leitenden zum sperrenden Zustand, bei dem die pn-Schicht von Ladungsträgern befreit werden muss, was zu Überspannungen führen kann.

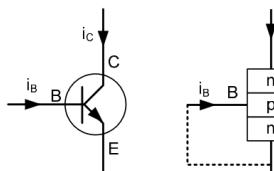
Der Trägerstaueffekt kann mit der Ausschaltentlastung aus Section



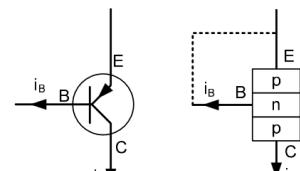
Symbol

Kennlinienfeld

Die Struktur ist wie folgt aufgebaut



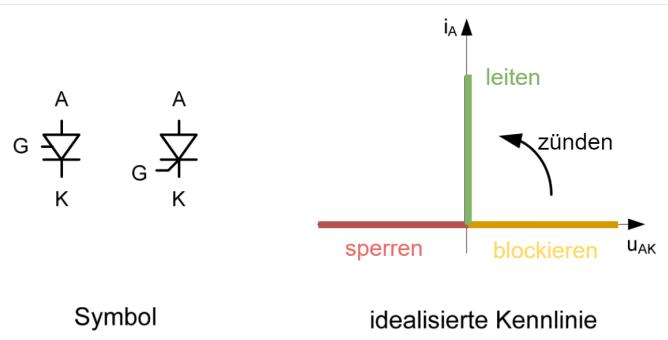
npn-Transistor



pnp-Transistor

(Einschalt-)Thyristoren

Hochleistungs-Einschaltthyristoren haben typische maximale Ströme von 2 bis 5kA und Spannungen bis zu 8.5kV. Durch Serie- oder Parallelschaltung lassen sich auch Stromrichter bis zu 1500kA oder 500kV realisieren.



Symbol

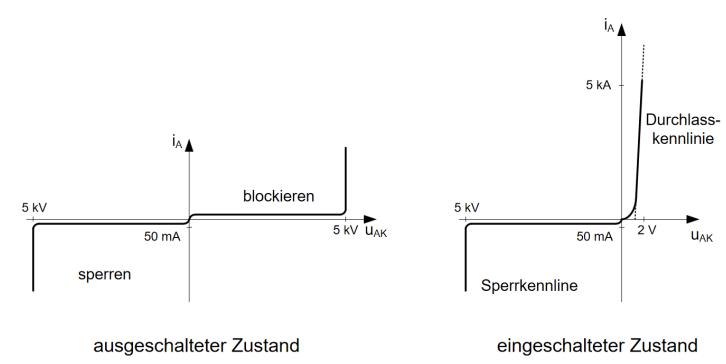
idealisierte Kennlinie

Schottky Dioden

Schottky-Dioden zeichnen sich durch eine deutlich geringere Durchlassspannung, einen geringeren Rückwärtsstrom und eine geringere Spannungszeitfläche Qrr beim Ausschalten aus, sind jedoch nur für Sperrspannungen bis etwa 100 V geeignet.

Bipolartransistor

In der Leistungselektronik werden BJTs zur Minimierung der Verlustleistung nur im Zustand voll leitend oder voll sperrend eingesetzt. Sie können nur in einer Richtung Strom führen, Spannung jedoch in beiden Richtungen aufnehmen.

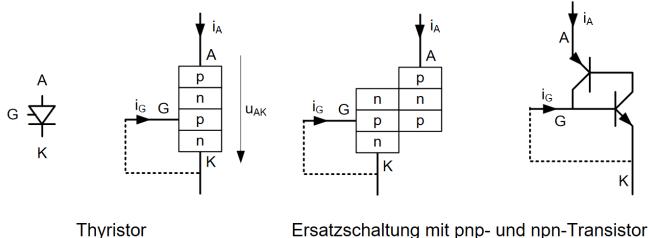


Verluste treten nur in eingeschaltetem Zustand auf, wobei sie in diesem Bereich wie bei der Diode verhalten

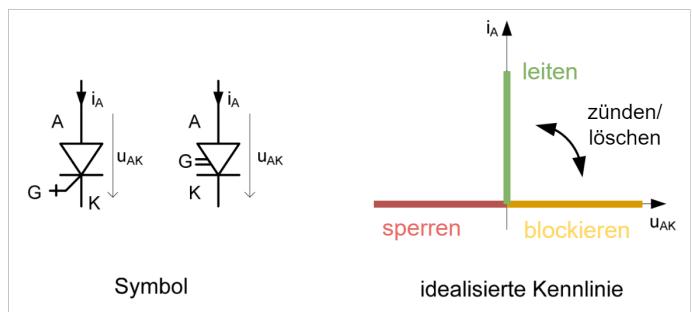
$$P_V = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = U_D I_{avg} + r_d I_{rms}^2$$

i Dynmamsches Verhalten

Mit einem kurzen Gatestromimpuls aus einer elektronischen Gatestromquelle kleiner Leistung, können Thyristoren bei positiver Anoden-Kathoden-Spannung u_{AK} vom blockierten Zustand in den leitenden Zustand gekippt werden.



Dieser besteht bis der Anodenstrom $i_A \leq 0$ gebracht wird.



Der Gatestrom zum Ausschalten beträgt...

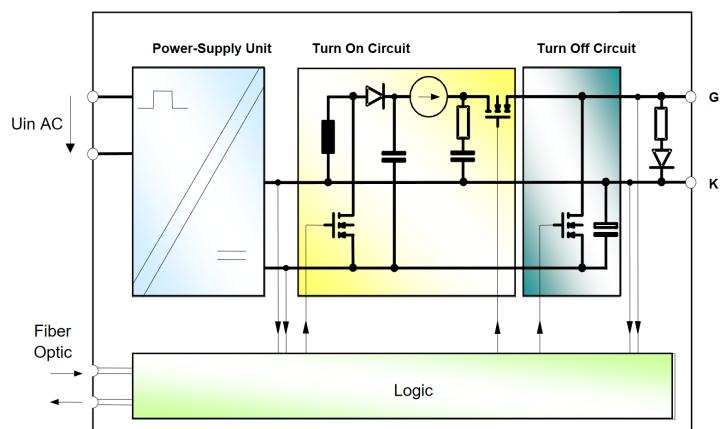
- ... beim **GTO**

$$I_G \approx \frac{1}{3} i_A$$

- ... beim **IGCT**

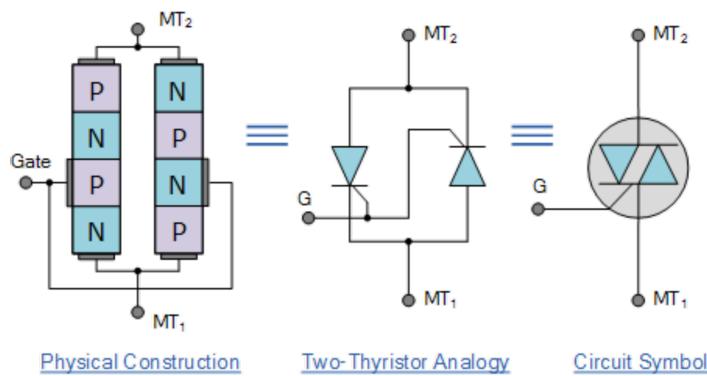
$$I_G \approx i_A$$

Für die Ansteuerung von GTOs wird eine *Turn-On*- und eine *Turn-Off*-Schaltung verwendet. Beim *Turn-On* muss ein genügend grosser positiver Gatestromimpuls generiert werden. Zum Ausschalten muss der Gatestrom "aus dem Gate gezogen" werden (ungefähr $-\frac{1}{3}$ des Laststroms). Dies geschieht mit Kondensatoren, die zwischen Kathode und Gate geschalten werden



Triac

Der Triac entspricht der Antiparallelschaltung zweier Einschaltthyristoren und kann in beiden Richtungen Strom führen und Spannung aufnehmen. Triacs haben zum Zünden in beide Stromrichtungen ein gemeinsames Gate.

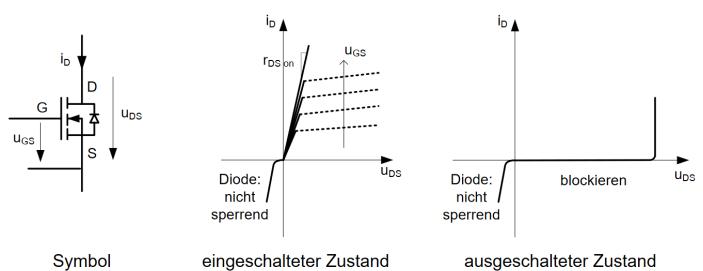


Abschaltthyristoren GTO, IGCT

Gate Turn Off Thyristors können im Vergleich zum Thyristor auch ausgeschalten werden. **Integrated Gate Commutated Thyristor** ist eine Weiterentwicklung des GTOs und sind schneller.

Feldeffekttransistor FET

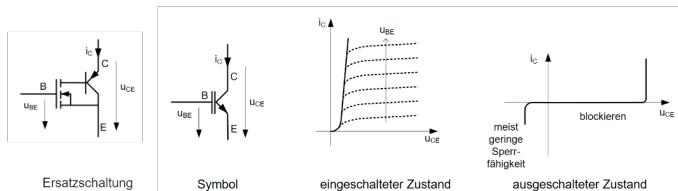
Ein FET ist ein spannungsgesteuerter, verstellbarer Widerstand. Meist wird dieser als Schalter verwendet, da dieser im volleitenden Zustand fast leistungslos ist.



Insulated Gate Bipolar Transistor IGBT

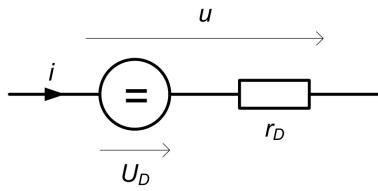
Für den IGBT wird ein Bipolar Transistor mit einem FET kombiniert. Es handelt sich also um einen spannungsgesteuerten Bipo-

Iartransistor.



Damit können grosse Ströme fast leistungslos gesteuert werden.

Leitverluste

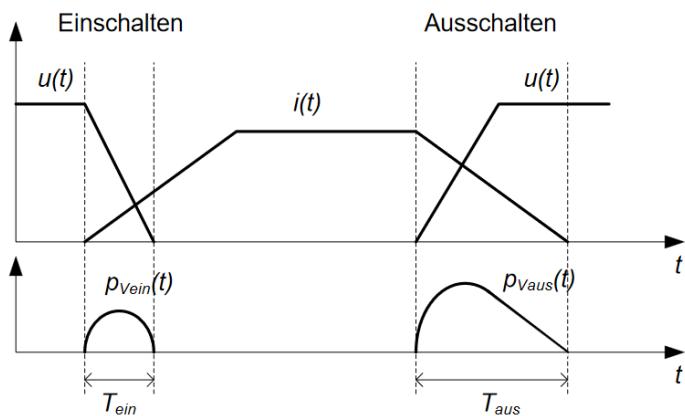


$$P_{V(Leit)} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt = U_D \cdot I_{avg} + r_D \cdot I_{rms}^2$$

Bei FET: Spannung = 0 & $r_D \equiv r_{DS}$

Schaltverluste

Bei Dioden und Thyristoren können die Schaltverluste in der Regel vernachlässigt werden. Bei abschaltbaren Elementen entstehen Schaltverluste, die in der Regel proportional zur sperrenden Spannung, zum Strom im eingeschalteten Zustand und zur Schaltfrequenz f sind.



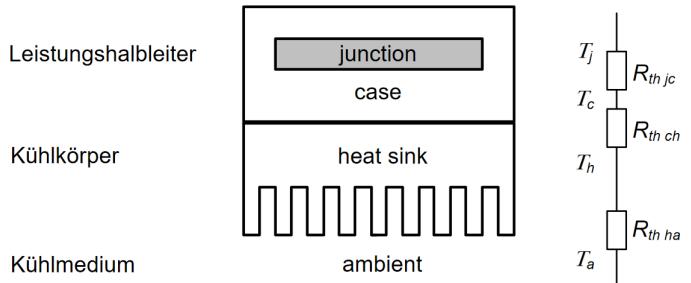
$$E_{ein} = \int_0^{T_{ein}} u(t) \cdot i(t) dt \quad E_{aus} = \int_0^{T_{aus}} u(t) \cdot i(t) dt$$

$$P_{V_{schalt}} = (E_{ein} + E_{aus}) \cdot f$$

Diese Schaltverluste kommen zu den Leitverlusten dazu, je nach Schaltfrequenz verändert sich das Verhältnis.

Kühlung

Jeder Halbleiter hat eine maximal zulässige Temperatur der Sperrsicht T_{jmax} . Bei schaltbaren Elementen liegt diese typischerweise bei 125°C , bei Dioden können es 150°C oder noch mehr sein. Oberhalb dieser Temperatur verliert der Halbleiter an Sperrfähigkeit und wird beim anlegen einer Spannung durch den grossen Rückwärtsstrom zerstört.



Berechnungen analog zum ohmschen Gesetz mit $P_{V_{tot}} = P_{V_{leit}} + P_{V_{schalt}}$

$$\Delta T_{jc} = T_j - T_c = P_{V_{tot}} \cdot R_{th_{jc}}$$

$$\Delta T_{ch} = T_c - T_h = P_{V_{tot}} \cdot R_{th_{ch}}$$

$$\Delta T_{ha} = T_h - T_a = P_{V_{tot}} \cdot R_{th_{ha}}$$

oder mit $R_{th_{ja}} = R_{th_{jc}} + R_{th_{ch}} + R_{th_{ha}}$

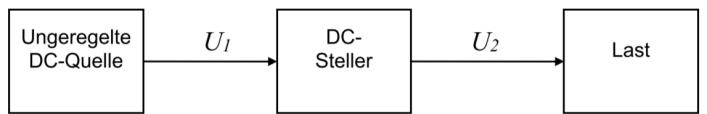
$$\Delta T_{ja} = T_j - T_a = P_{V_{tot}} \cdot R_{th_{ja}}$$

Die Temperatur der Sperrsicht des Halbleiters berechnet sich zu

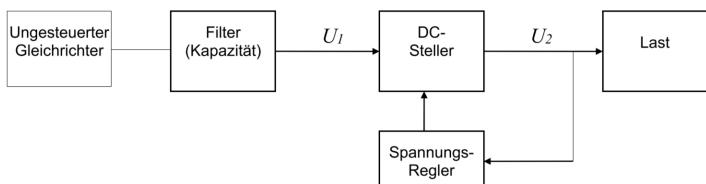
$$T_j = T_a + \Delta T_{ja}$$

Gleichstromsteller

Gleichstromsteller haben die Aufgabe, eine Gleichspannung U_1 in eine gegenüber U_1 höhere oder tiefere Gleichspannung U_2 umzuwandeln



Die Eingangsspannung U_1 wird oft mit einem ungesteuerten Gleichrichter erzeugt, folgt also alfälligen Netzspannungsschwankungen. Die Ausgangsspannung U_2 kann durch einen Regelkreis auf den gewünschten Wert eingestellt werden



Folgende Gleichstromsteller sind hauptsächlich im Einsatz

Tiefsetz- oder Abwärtssteller

step-down (**buck**) converter

$$U_2 < U_1$$

Hochsetz- oder Aufwärtssteller

step-up (**boost**) converter

$$U_2 > U_1$$

Hochsetz-Tiefsetz-Steller /
Vierquadrantensteller

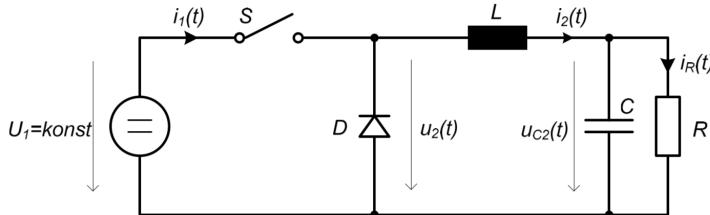
buck-boost converter /
full bridge converter

$$U_2 < U_1 \text{ oder } U_2 > U_1$$

Durchfluss- und Sperrwandler

integrierter Trafo

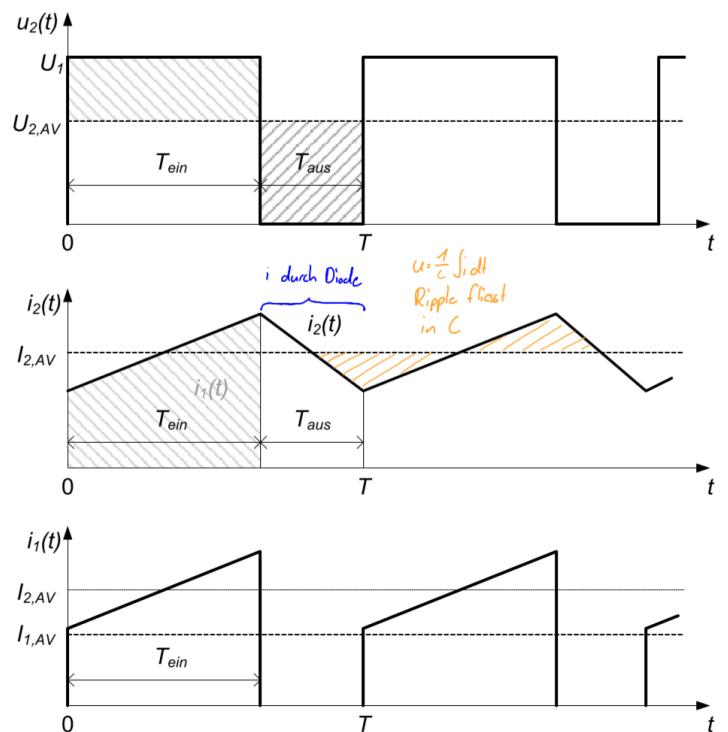
Abwärtsteller



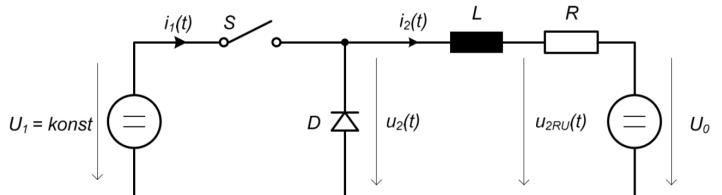
Durch Regelmässiges ein- und ausschalten von S , lässt sich über die Impulsdauer der Mittelwert ($AV = \text{average}$) der Ausgangsspannung U_2 einstellen

$$U_{2AV} = \frac{1}{T} \int_0^{T_{ein}} u_2(t) dt = \frac{T_{ein}}{T} U_1 = aU_1 \quad \text{mit } a = \frac{T_{ein}}{T}$$

Unter der Annahme, dass der Steller verlustfrei arbeitet, gilt



Standard DC-Last



Und damit

$$P_1 = U_1 I_{1AV}$$

$$P_2 = U_{2AV} I_{2AV} = aU_1 I_{2AV}$$

Da der Mittelwert der Spannung über L im stationären Betrieb null sein muss, gilt

$$U_{2AV} = R \cdot I_{2AV} + U_0 \quad \text{bzw.} \quad I_{2AV} = \frac{U_{2AV} - U_0}{R}$$

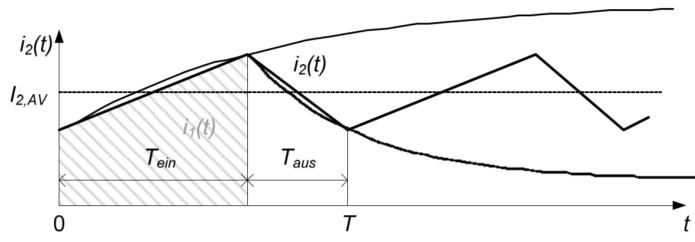
Allgemein gilt

Wir erhalten also folgende Strom- / Spannungsverläufe im stationären Betrieb

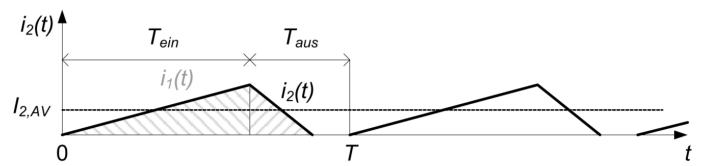
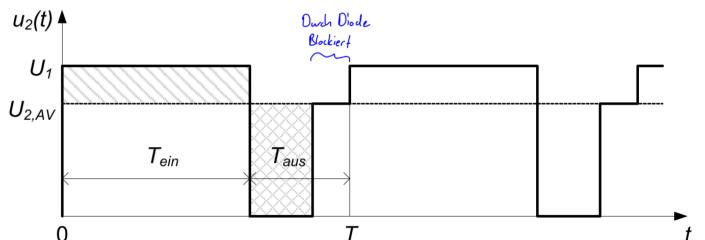
$$u_2 = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i + U_0$$

Nicht idealer Stromverlauf

Bei einer hohen Induktivität, wird der Strom $i_2(t)$ gut geglättet. Ist die Induktivität jedoch nicht sehr hoch oder die Taktfrequenz nicht deutlich kleiner als die Zeitkonstante $\tau = \frac{L}{R}$, setzt sich der Stromverlauf aus Auschnitten von e -Funktionen zusammen

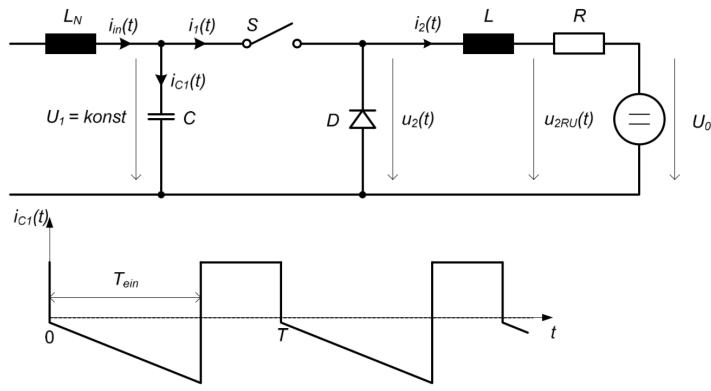


Kapazität parallel zum Lastwiderstand höher und abhängig vom Laststrom



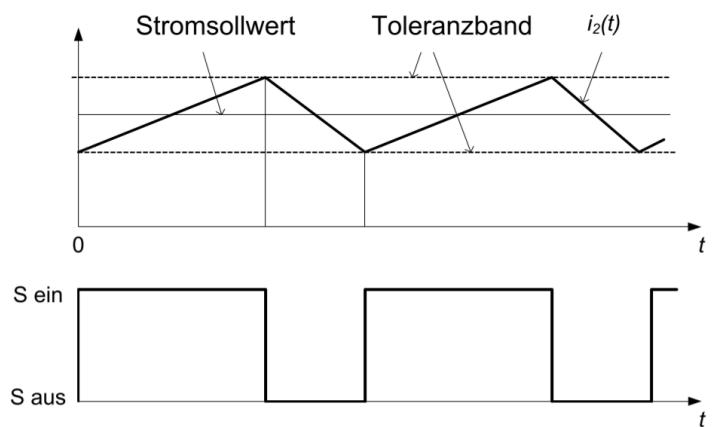
Glättungskondensator

Wird die Quelle mit einem Glättungskondensator ausgestattet, wird dieser mit unten dargestelltem Strom belastet



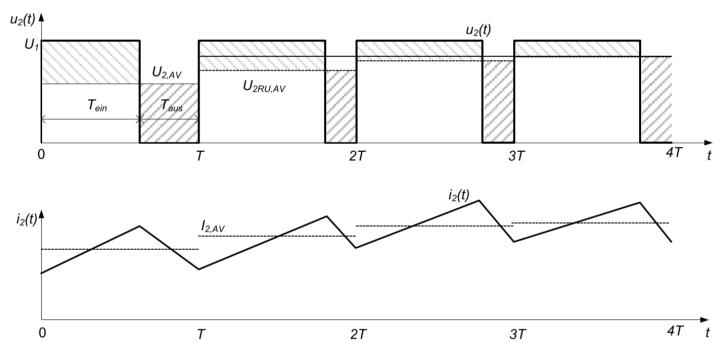
Toleranzbandsteuerung

Die Toleranzbandsteuerung beschreibt ein Prinzip, das ohne Pulsdauer- und Pulsfrequenzsteuerung auskommt. Der Schalter S wird dann geschlossen, wenn der Strom nach unten aus dem Toleranzband läuft und geöffnet, wenn der Strom die obere Grenze des Toleranzbandes überschreitet.

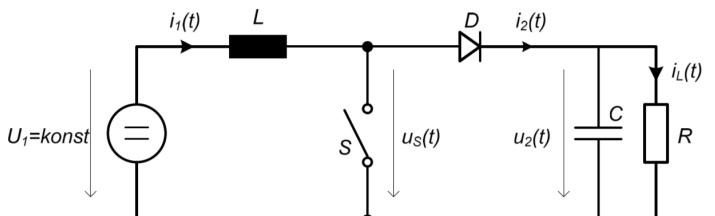


Arbeitspunkteinstellung

Bei Erhöhung des Aussteuerungsgrades a , stellt sich ein neuer stabiler Arbeitspunkt ein



Aufwärtssteller



Durch Regelmässiges ein- und ausschalten von S, lässt sich über die Impulsdauer der Mittelwert (AV = average) der Ausgangsspannung U_2 einstellen

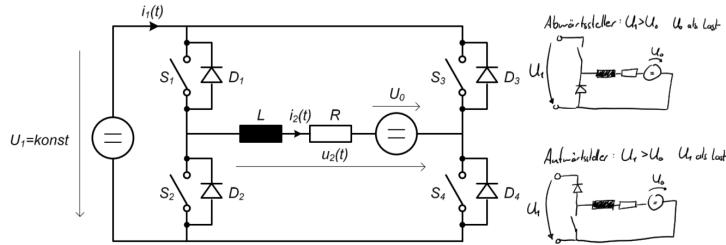
$$U_{2AV} = U_1 \frac{1}{1-a} \quad \text{mit } a = \frac{T_{ein}}{T}$$

Unter der Annahme, dass der Steller verlustfrei arbeitet, gilt

$$I_{2AV} = I_{1AV}(1-a)$$

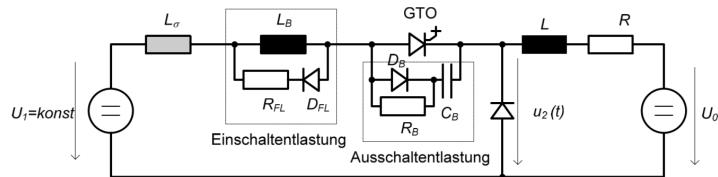
Vierquadrantensteller

Der Vierquadrantensteller (engl. Full Bridge DC-DC Converter) ist ein selbstgeführter Wechselrichter, kann aber auch als DC-Steller eingesetzt werden



Gleichstromsteller mit GTO

Bei gebrauch realer Halbleiter, müssen diese geschützt werden. Wird Ein GTO (Gate Turn Off Thyristor) eingesetzt, so müssen Strom- und Spannungssteilheit durch Entlastungsnetzwerke begrenzt werden



Stromsteilheitsbegrenzung beim Einschalten

Zur Begrenzung des Einschaltstroms wird manchmal eine zusätzliche Induktivität L_B benötigt, wenn die vorhandene Leitungsinduktivität L_σ nicht ausreicht. L_B muss jedoch mit einem Freilaufkreis (D_{FL}, R_{FL}) versehen werden, um Probleme beim Abschalten zu vermeiden. Zusammen bilden L_B, D_{FL} und R_{FL} das Einschaltentlastungsnetzwerk.

Spannungssteilheitsbegrenzung beim Abschalten

Die Spannungssteilheit beim Abschalten muss begrenzt werden, um Abschaltverluste zu minimieren und ungewolltes Wiedereinschalten zu vermeiden. Dazu wird ein Ausschaltentlastungsnetzwerk verwendet, bestehend aus einem Kondensator C_B , einem Widerstand R_B und einem Bypass-Widerstand D_B . Die Komponenten sollten nah am GTO platziert werden und eine schnell schaltende Diode sowie einen induktivitätsarmen Kondensator enthalten. Der "Snubber" genannte Vorgang reduziert auch schädliche Überspannungen für den Halbleiter. C_B sollte jedoch nicht zu gross sein, um den Schaltvorgang nicht unnötig zu verlangsamen.

Transformatoren

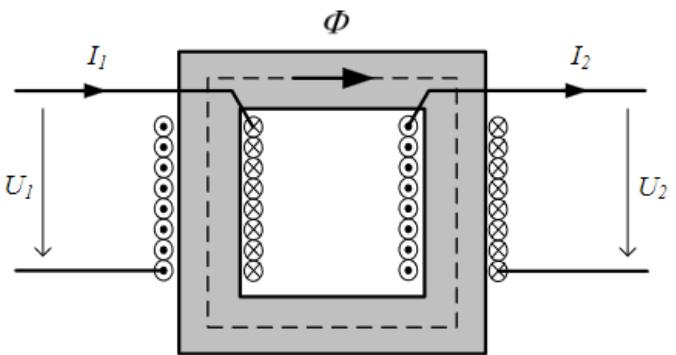


Figure 2: Einphasiger Transformator: Schnittbild mit Eisenkern und Wicklungen

Idealer Transformer

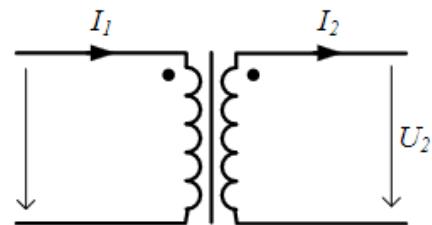


Figure 3: Ersatzschaltung eines idealen Trafos

Bei Wechselspannungsansteuerung u_1 auf der Primärseite ergibt sich im Kern der Wechselfluss ϕ

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad \text{bzw.} \quad \phi = \frac{1}{N_1} \int u_1 dt$$

Der Wechselfluss ϕ induziert in der Sekundärspule eine Spannung u_2

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} = \frac{N_2}{N_1} u_1 = \frac{u_1}{i}$$

Es gilt also

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = i$$

🔥 Sättigung

Je tiefer die Betriebsfrequenz, desto grösser der Fluss ϕ . Um nicht in *Sättigung* zu gehen, muss also entsprechend der Querschnitt A_{Fe} des Eisenkerns grösser werden.

Der idealisierte Transformator besitzt keine Verluste, so gilt

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{i}$$

Realer Transformer

Magnetisierungsstrom

Bei einem nicht idealen Transformator fliesst ein sehr kleiner *Magnetisierungsstrom* i_{m1} durch die *primärseitige Hauptinduktivität* L_{h1}

$$L_{h1} = \mu_0 \mu_r \frac{A_{Fe}}{l_{Fe}} N_1^2$$

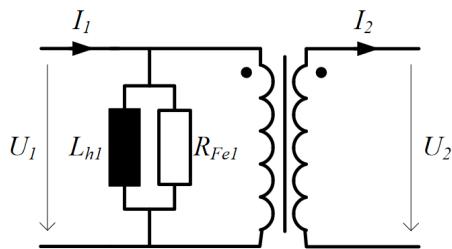
$$i_{m1} = \left(i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2 \right)$$

i Primär- und Sekundärseite

Die Primär- und Sekundärseite sind von der Funktion her vertauschbar. Magnetisierungsstrom und die Hauptinduktivität können auch auf die Sekundärseite bezogen werden

$$L_{h2} = L_{h1} \frac{1}{\dot{u}^2}$$

Des Weiteren entstehen durch das Ummagnetisieren des Kernmaterials Verluste, welche mit dem Ersatzwiderstand R_{Fel} modelliert werden

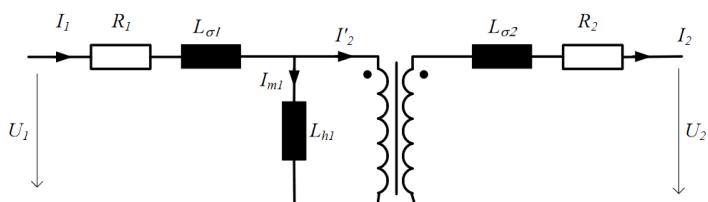


Streuung

Durch nicht idealen Verlauf der Feldlinien durch die Primär- und Sekundärwicklung, bilden sich *Streuflüsse* die wiederum zur Spannung in der entsprechenden Wicklung beitragen

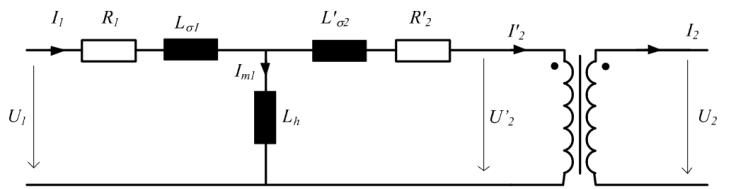
$$u_1 = N_1 \frac{d}{dt} (\phi_h + \phi_{\sigma 1}) \quad \text{bzw.} \quad u_2 = N_2 \frac{d}{dt} (\phi_h - \phi_{\sigma 2})$$

Diese Streuinduktivitäten $L_{\sigma 1}$ und $L_{\sigma 2}$ werden zusätzlich mit den ohm'schen Verlusten R_1 und R_2 der Wicklungen in der Ersatzschaltung modelliert.



T-Ersatzschaltung

Werden die Größen von der Sekundärseite auf die Primärseite verschoben, ergibt sich folgende Ersatzschaltung



Mit

$$U'_2 = U_2 \dot{u} \quad I'_2 = \frac{I_2}{\dot{u}}$$

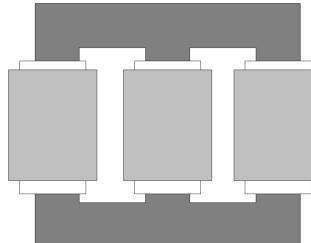
$$R'_2 = R_2 \dot{u}^2 \quad L'_\sigma = L_\sigma \dot{u}^2$$

Des Weiteren können zum bestimmen der Werte folgende Formeln hilfreich sein

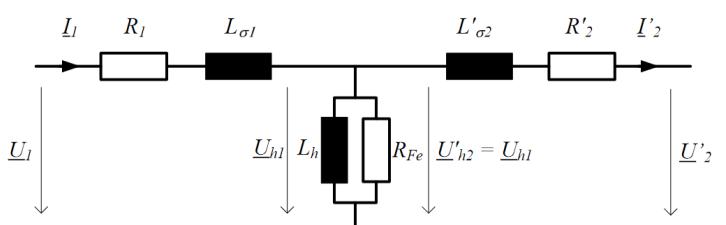
$$L_1 = L_h + L_{\sigma 1} \quad L'_2 = L_h + L'_\sigma$$

$$L_{h2} = L_{h1} \frac{1}{\dot{u}^2}$$

Dreiphasiger Transformator



Auch für den dreiphasigen Transformator wird das T-Ersatzschaltbild verwendet, es werden die Ströme und Spannungen jedoch als komplexe Zeiger angegeben.

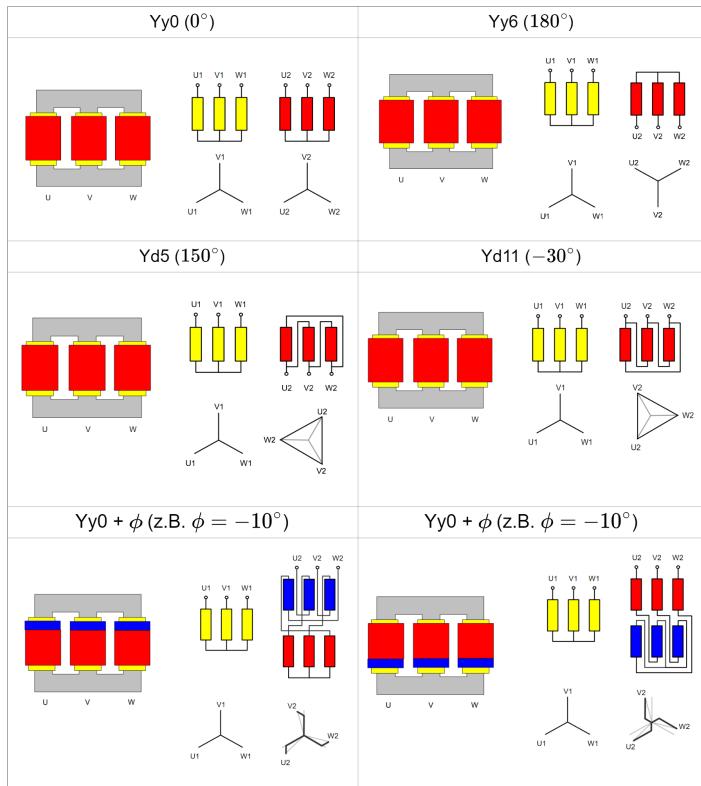


Die Zeigerlängen müssen den Effektivwerten der Phasengrößen entsprechen. Für die Verlustleistung gilt so

$$P_{V1} = 3R_1 |I_1|^2$$

$$P_{V2} = 3R_2|I_2|^2 = 3R'_2|I'_2|^2$$

Dreiphasige Transformatoren können je nach Aufbau unterschiedliche Phasenverschiebungen aufweisen

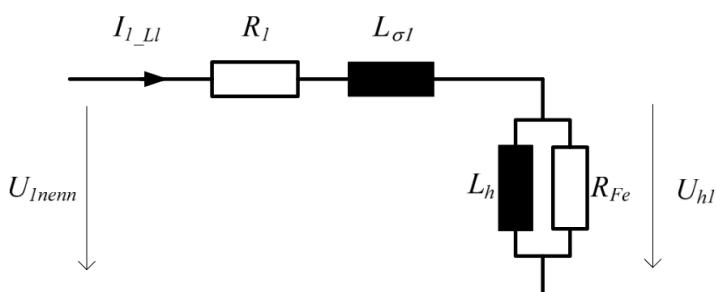


Parameterbestimmung

Zur Bestimmung der Parameter eines Realen Trafos.

Leerlaufversuch

Trafo wird *primärseitig* gespiesen und *sekundärseitig* offen gelassen



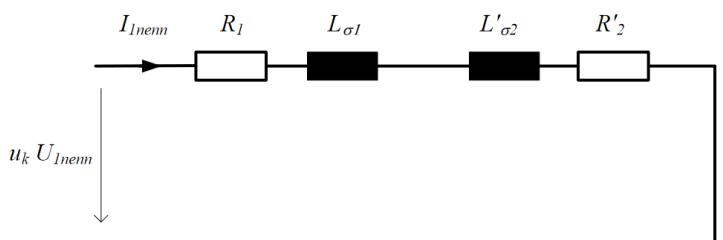
Aus der Wirk- und Blindleistung lassen sich im Leerlauf die einzelnen Komponenten der Ersatzschaltung bestimmen. Bei einer **DC-Messung** ergibt sich

$$R_1 = \frac{U_{1,nenn}}{I_{L_L}}$$

Aus Spannung und Strom oder einer Leistungsmessung lassen sich R_{Fe} sowie $L_1 = L_h + L_{\sigma 1}$ bestimmen.

Kurzschlussversuch

Beim Kurzschlussversuch wird die Sekundärwicklung kurzgeschlossen. Primärseitig wird die Spannung U_1 so lange erhöht, bis Nennstrom fließt. Diese Spannung wird auch Kurzschlussspannung u_k kennzeichnen und wird oft in Prozent der Nennspannung angegeben.



Aus Spannung und Strom oder aus einer Leistungsmessung lassen sich $L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2}$ bestimmen. Es gilt die Annahme

$$L_{\sigma 1} = L'_{\sigma 2} = \frac{1}{2}(L_{\sigma 1} + L'_{\sigma 2})$$

Zusammen mit dem Leerlaufversuch lässt sich so $L_h = L_1 - L_{\sigma 1}$ bestimmen.

Der Wicklungswiderstand R'_2 kann wieder mit einer DC-Messung $R_2 = \frac{U_{2,test}}{I_{2,test}}$ bestimmt werden.

Fremdgeführte Gleichrichter

Fremdgeführte Gleichrichter benötigen eine Führungsspannung, welche die Kommutierung ermöglicht. Beim fremdgeführten Gleichrichter erfolgt diese Kommutierung natürlich, die Halbleiter löschen also, weil der Strom im Halbleiter bedingt durch äußere Einflüsse null wird. Die Führungsspannung kann vom Netz kommen (*netzgeführt*), oder es kann die induzierte Spannung einer Maschine sein (*maschinen- oder lastgeführt*).

Schaltungsart

M Einwegschaltung: Sekundärstrom im Transformator bzw. der Netzstrom ist ein Gleichstrom. Der Mittelpunkt der Sekundärwicklung (Sternpunkt bei dreiphasig) muss zugänglich sein (*Mittelpunktschaltung*).

B Zweiwegschaltung: Sekundärstrom im Transformator bzw. der Netzstrom ist ein Wechselstrom. Aufgrund des Gleichrichters wird diese Schaltung als *Brückenschaltung* bezeichnet.

Phasenzahl

Aufgrund der Sekundärphasenzahl oft ein-, zwei-, drei-, oder mehrphasige Schaltung.

Pulszahl

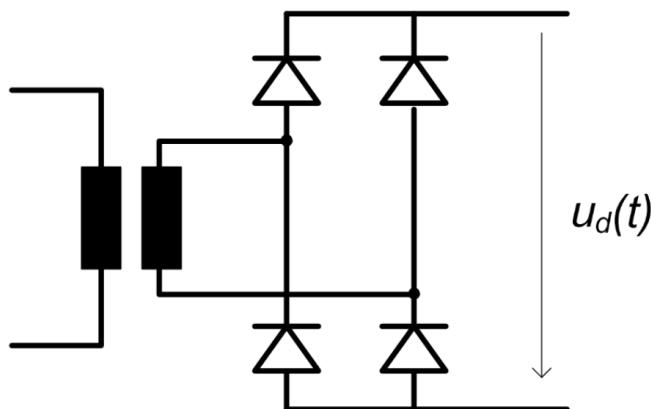
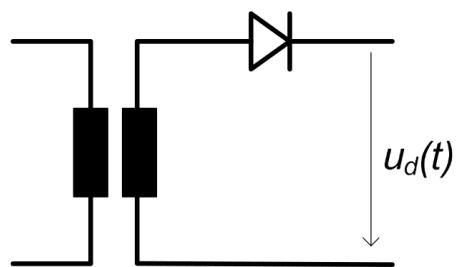
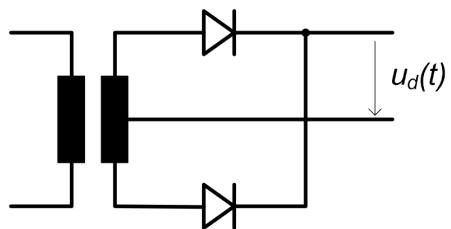
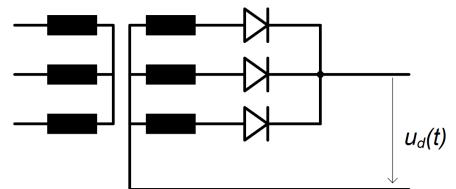
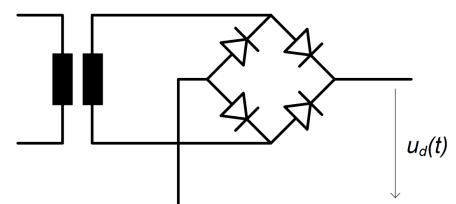
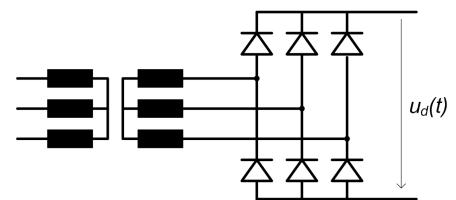
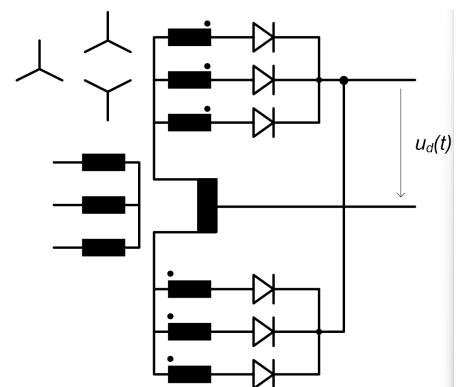
Die Pulszahl entspricht der Welligkeit der erzeugten Gleichspannung.

Steuerungsart

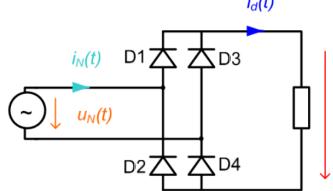
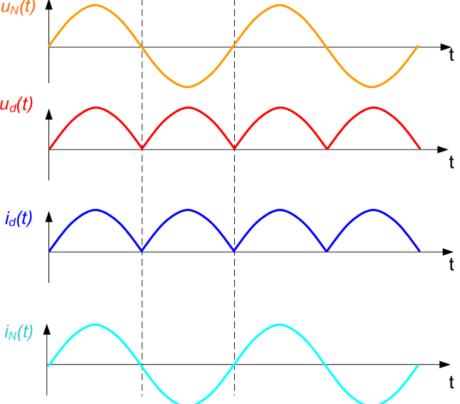
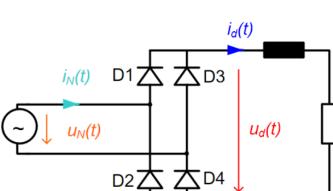
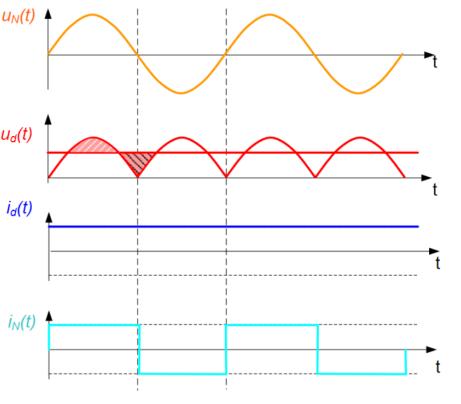
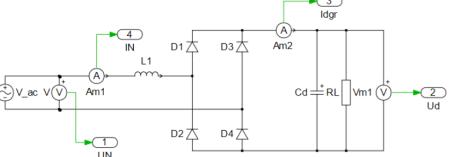
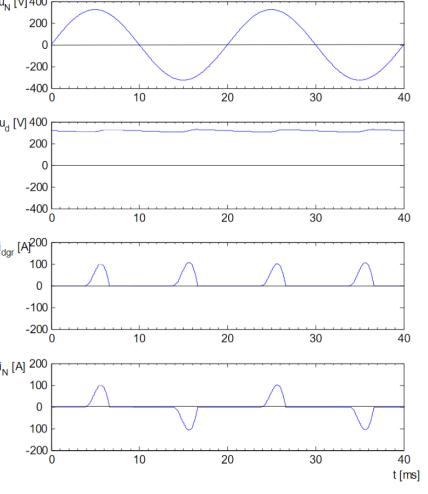
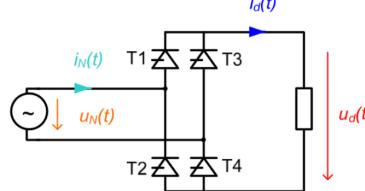
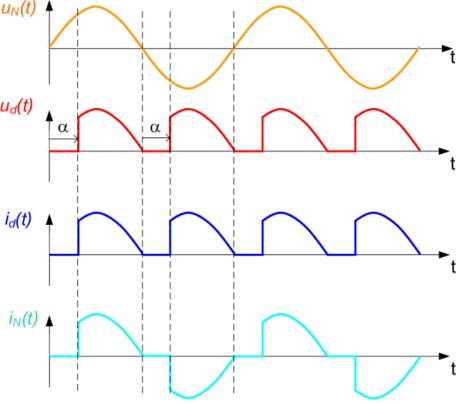
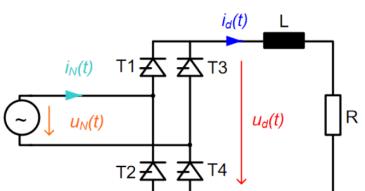
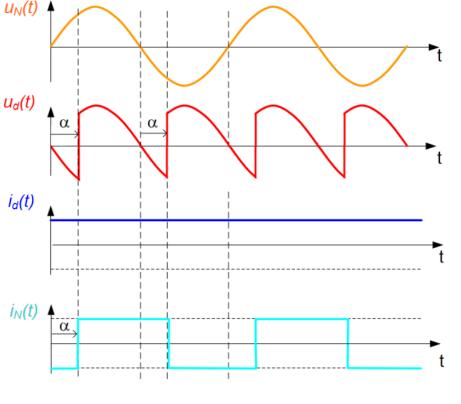
Ungesteuert (Diodengleichrichter) oder *gesteuert* (Thyristorgleichrichter).

i Bsp. B2

Brückenschaltung mit zweipulsiger Gleichspannung (zwei "Buckel" pro Netzperiode)

**M1: Mittelpunktschaltung 1****M2****M3****B2: Brückenschaltung 2 Buckel pro Netzperiode****B6****DSS6**

Einphasiger Gleichrichter

Ohm'sche Last	L-Glättung	C-Glättung
 	 	 
$U_{di0} = \frac{1}{T} \int_0^T u_d dt = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi u_d d\omega$ $= \frac{2}{\pi} \hat{U} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_N \approx 0.9 \cdot U_N$	$U_{di0} \approx 0.9 \cdot U_N$	$U_{dia} = \begin{cases} \sqrt{2} \cdot U_N & 0^\circ < \alpha < 90^\circ \\ \sqrt{2} \cdot U_N \cdot \sin(\alpha) & 90^\circ < \alpha < 180^\circ \end{cases}$
 	 	$U_{di\alpha} = \frac{1}{\pi} \int_\alpha^{\pi} u_d d\omega$ $= U_{di0} \frac{1 + \cos(\alpha)}{2}$ $U_{di\alpha} = \frac{1}{\pi} \int_\alpha^{\pi+\alpha} u_d d\omega$ $= U_{di0} \cos(\alpha) = 0.9 U_N \cos(\alpha)$

Leistung bei L-Glättung

! Im Fall der idealen Glättung des Gleichstroms I_d

$$I_{N_{eff}} = I_d$$

Für die Wirkleistung gilt

$$P_N = P_{dia} = I_d \cdot U_{dia} = I_d \cdot U_{di0} \cdot \cos(\alpha) = P_{di0} \cos(\alpha)$$

Für die Scheinleistung gilt

$$S_N = U_{N_{eff}} \cdot I_{N_{eff}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{di0} \cdot I_d = 1.11 \cdot P_{di0}$$

💡 Transformator Dimensionierung

Bei $\alpha = 0$ muss der Transformator auf das 1.11-fache der übertragenen Wirkleistung ausgelegt werden. Bei grösserem α sinkt die Wirkleistung bei gleichbleibender Scheinleistung weiter ab.

Der Leistungsfaktor beträgt

$$\lambda = \frac{P_N}{S_N} = \frac{P_{dia}}{1.11 \cdot P_{di0}} = 0.9 \cos(\alpha)$$

Netzrückwirkung L-Glättung

Die Fourieranalyse des rechteckförmigen Netzstroms ergibt

$$i_N(t) = \frac{4}{\pi} I_d \left(\sin(\omega t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega t) + \dots \right)$$

⚠️ EMV

Die eingeführten Oberschwingungen verzerrn auch die Netzspannung und führen so unweigerlich zu Störungen.

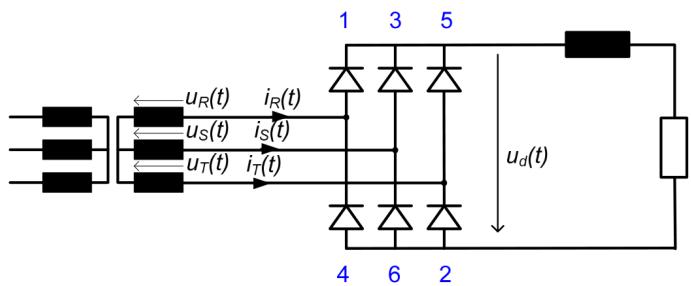
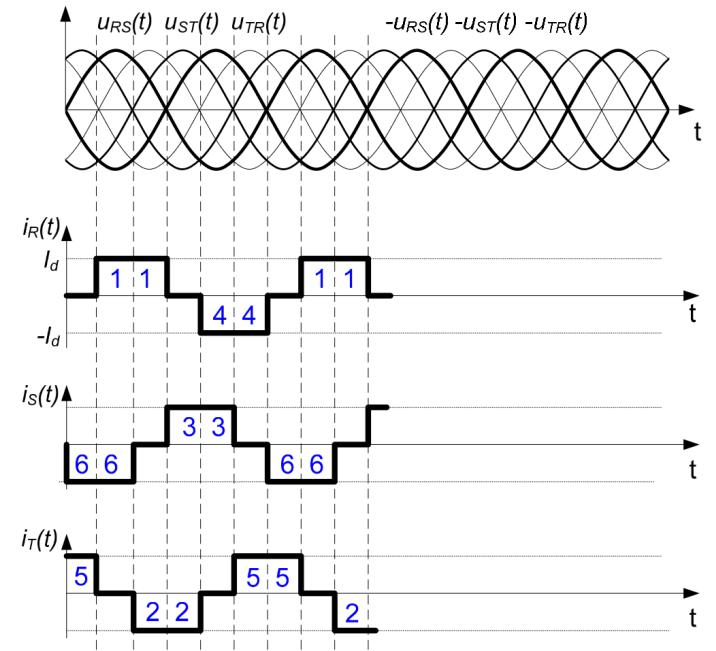
Belastung der Halbleiter bei L-Glättung

Der Strom durch die Halbleiter beträgt

$$i_{HL_{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2}} I_d \quad i_{HL_{avg}} = \frac{1}{2} I_d$$

Dreiphasige Gleichrichter

Durch hinzufügen eines weiteren Phasenmodul an einen Brückengleichrichter, kann der Gleichrichter B2 dreiphasig ans Netz angeschlossen werden.



Für den Netzstrom gilt

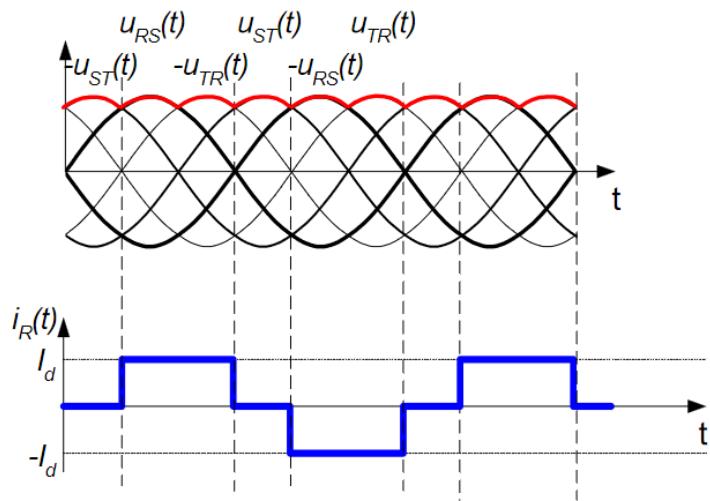
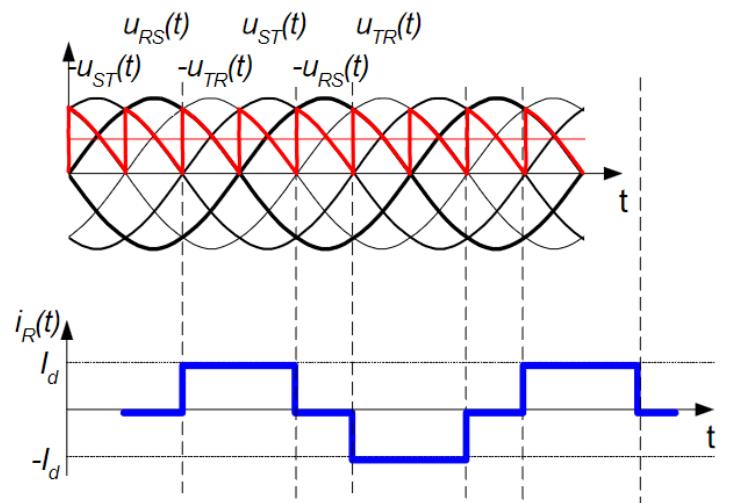
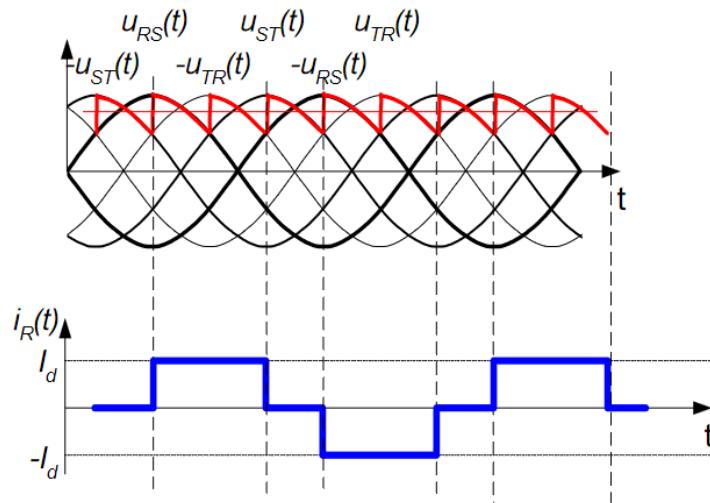
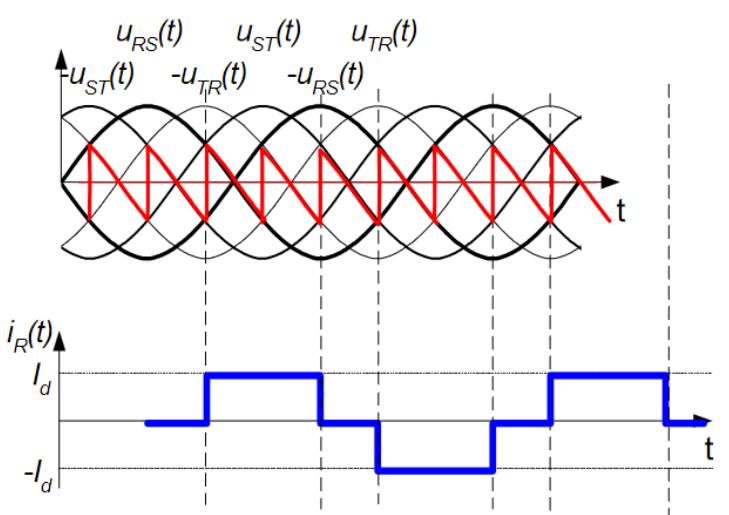
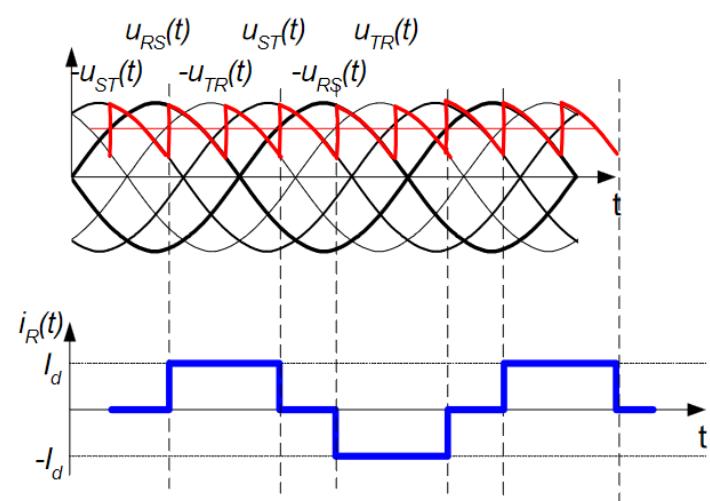
$$i_{N_{eff}} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_d$$

Für die Ausgangsspannung gilt analog zum zwei-phasischen Brückengleichrichter

$$U_{di0} = U_{N_{eff}} \frac{3\sqrt{2}}{\pi} = 1.35 \cdot U_{N_{eff}}$$

Des Weiteren kann auch hier mit dem Zündwinkel die Ausgangsspannung beeinflusst werden

$$U_d = U_{di0} \cos(\alpha) = 1.35 \cdot U_{N_{eff}} \cdot \cos(\alpha)$$

$\alpha = 0^\circ$  $\alpha = 60^\circ$  $\alpha = 30^\circ$  $\alpha = 90^\circ$  $\alpha = 45^\circ$ 

Belastung der Halbleiter dreiphasig

Der Strom durch die Halbleiter beträgt

$$i_{HLrms} = \sqrt{\frac{1}{3}} I_d \quad i_{HLavg} = \frac{1}{3} I_d$$

Selbstgeführter Wechselrichter _____

Umrichter _____