

Nachrichtentechnik

Zusammenfassung

Joel von Rotz & Andreas Ming / [Quelldateien](#)

Inhaltsverzeichnis

Einführung	4
Struktur von Kommunikationssystemen	4
Punkt-Punkt Verbindung	4
Kommunikationsnetz	4
Übertragungskapazität	5
Informationen	7
Qualität eines Übertragungssystems	7
Signalanalyse	9
Deterministische und Zufallssignale	9
Harmonische Schwingung	9
Rechteckpuls	9
Zufallssignal	9
Komplexe Zeigernotation	10
Zweiseitige Spektrumsdarstellung	10
Periodische Signale	11
Mittlere Leistung	11
sinc-Funktion	11
Komplexe Fourier Reihe (<i>periodisch</i>)	11
Parseval'sches Leistungstheorem	12
Nichtperiodische Energiesignale	12
Fourier Transformation (<i>nicht periodisch</i>)	13
Parseval'sches Energietheorem	13
Logarithmische Darstellung	13
Korrelation	14
Autokorrelation	14
Kreuzkorrelation	15
Signalabtastung und Rekonstruktion	16
Ideal Abtastprozess	16
Analoge Vorfilter	17
Reale Abtastung - PAM Signal	17
Abtastung von Bandpasssignalen	17
Leitergebundene Signalübertragung & -Filterung	18
Signalverzerrung durch Übertragungssysteme	19
Verzerrungsfrei	19
Lineare Verzerrungen	19
Gruppenlaufzeit und Phasenlaufzeit	20
Pegelberechnung	20
Filtersysteme	20
Reale Filter - Spezifikation	22
Leitergebundene Übertragung	23
Charakteristische Leitungsimpedanz Z_0	25
Leistungsfluss	25

Leitergeometrien	25
Streuparameter bei Zweitore	26
Reflexionen an der Last	26
Ausgleichsvorgang an einer Stossstelle	29
Reale Zweidrahtleitung	30
Anpassung	31
Drahtlose Signalübertragung & -Filterung	32
Linkbudget	33
Antenne	33
Fernfeld Kriterien	33
Antennenimpedanz	34
Richtcharakteristik	36
Effektiv abgestrahlte Leistung	37
Feldpolarisation	38
Verfügbare Leistung am Empfangsort	39
Ausbreitungsverluste einer Funkstrecke	40
Freiraummodell	40
Empirisches Kanalmodell	40
Zeitvarianter Mehrwegkanal	41
Modulation & Demodulation	41
Information	42
Basisbandmodulation	42
Bandbreitenbegrenzung	43
(binäre) Leitungscodes	43
Pulsformen mit besseren Eigenschaften	44
Vergleich von Pulsformen für digitale Signale	47
Augendiagramm	47
Basisbanddemodulation	48
Einfacher binärer Empfänger	48
Q-Funktion	49
Mittlere Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_b	50
Optimale Empfänger	51
Signalzustandsdiagramm für binäre Signale	52
Signal to Noise Power Ratio (SNR)	52
Sinusförmige Träger	53
Basisbandsignal	53
Binäre Amplitudenumtastung (<i>amplitude shift keying ASK</i>)	53
Binäre Phasenumtastung (<i>phase shift keying PSK</i>)	54
Allgemeiner I/Q-Modulator (<i>Quadratur Amplituden Modulation QAM</i>)	54
Binäre Frequenzumtastung (<i>Frequency Shift Keying FSK</i>)	54
Demodulation / Empfang	56
Vergleich zwischen binären Umtastmodulationen	57
Rauschanalyse	57
Elektrisches Ersatzbild – Thermisches Rauschen	58
Rauschzahl eines Systems	58
Radio Noise	58
Low Noise Amplifier	59
Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV)	59
Elektromagnetisches Spektrum	60
Störquellen	61
Magnetische Feldenergie	61
Elektrische Feldenergie	61
Abgestrahlte Feldenergie	62

Gleichakt-Störung	63
Impedanzkopplung	64
Störunterdrückung	65
Gleichakt Störunterdrückung	65
Erdung	65
Schirmung	67

"Wender nid grad es eigets Skript schriibe?"



Einführung

Struktur von Kommunikationssystemen

Punkt-Punkt Verbindung

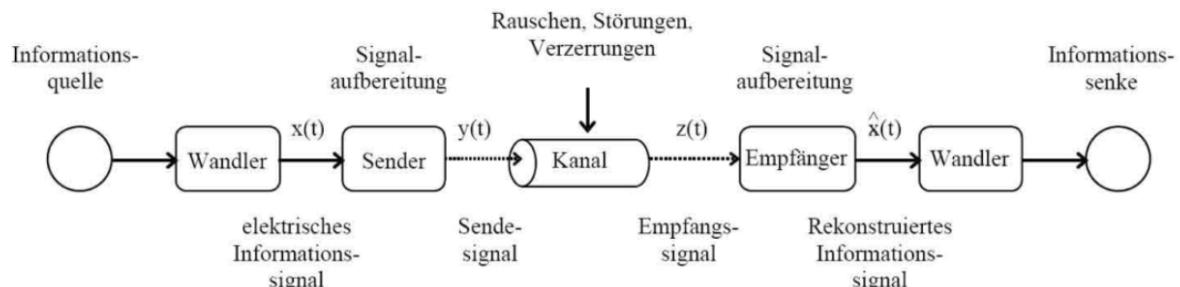


Abbildung 1: Funktionsblöcke einer Punkt-zu-Punkt-Verbindung

- **Simplex-Verbindung:** Die Information fliesst nur von A nach B.
- **Halbduplex-Verbindung:** Es kann nur die eine oder andere Seite Informationen senden.
- **Voll duplex-Verbindung:** Informationen können einander unabhängig voneinander übermittelt werden.

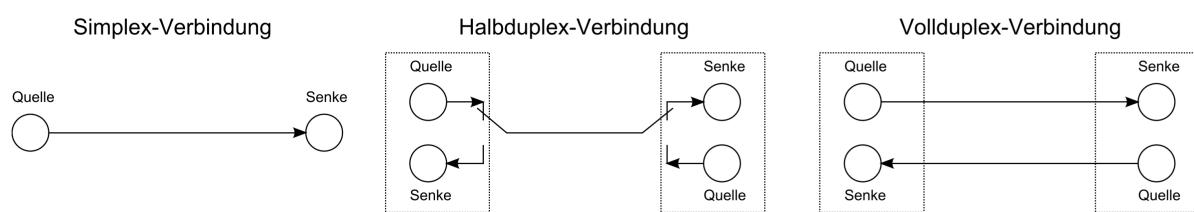


Abbildung 2: Mögliche Verbindungsarten

Kommunikationsnetz

Durch Zusammenführen mehrerer Grundelemente entsteht ein Kommunikationsnetz, an das eine Vielzahl von Teilnehmern angeschlossen werden können.

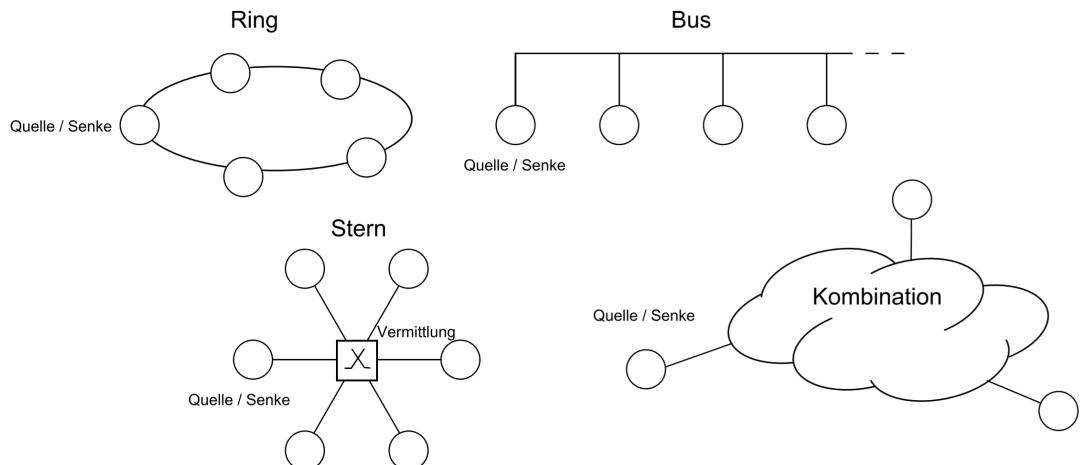


Abbildung 3: Gebräuchliche Netzstrukturen

Übertragungskapazität

Infolge physikalischer Eigenschaften (endliche Bandbreite, Rauschen/Störungen) hat jeder Übertragungskanal eine begrenzte Kapazität für Informationsübertragung. Die *Kapazität C* hängt von der verfügbaren *Bandbreite B* und dem Verhältnis zwischen *Signalleistung S* und *Rauschleistung N* (externer Einfluss) ab.

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \quad [\text{bps}]$$

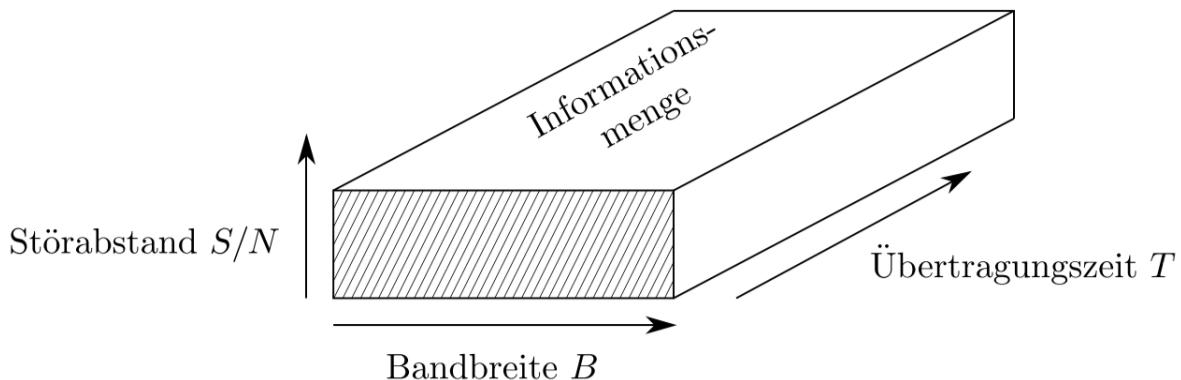


Abbildung 4: Informationsquader

💡 Bitfehlerrate

Bei einer Fehlerrate von 10^{-12} ergibt sich 1 *Bitfehler* in 10^{12} Bits.

Zur mehrfachnutzung eines zur Verfügung stehenden Kanals werden verschiedene Verfahren zur Aufbereitung elektrischer Signale verwendet.

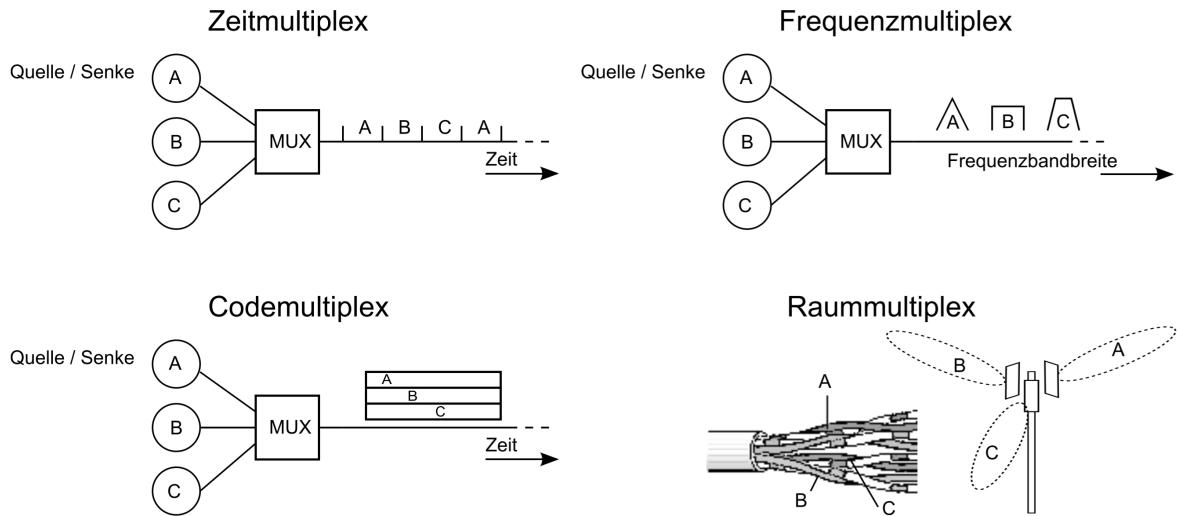
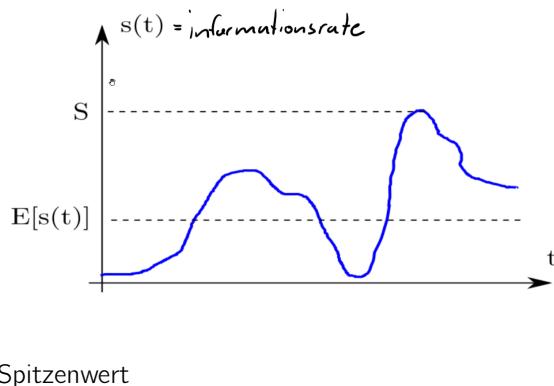


Abbildung 5: Mehrfachausnutzung mittels Modulation

Informationen

Die Informationsrate einer Quelle ist in der Regel **nicht konstant** (Zufallsprozess).



$$S = \max s(t)$$

Erwartungswert

$$E[s(t)] = \frac{1}{T} \int s(t) dt$$

Qualität eines Übertragungssystems

Störfestigkeit der Übertragung

Störungen dringen zu einem grossen Teil auf dem Übertragungsweg ein.

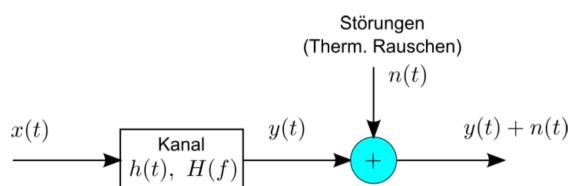


Abbildung 6: Störquellen

Um die Qualität einer Übertragung zu quantifizieren wird der sogenannte **Störabstand** (**Signal to Noise Ratio**) berechnet

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{S[W]}{N[W]} \right) \quad [dB]$$

Bei digitaler Übertragung wird die **Bitfehlerrate** (**Bit Error Ratio**) oder die **Bitfehlerwarscheinlichkeit** P_e angegeben, welche die Wahrscheinlichkeit angibt, dass ein Zustand falsch detektiert wird.

$$P_e = f \left(\frac{S}{N} \right)$$

Bandbreitenbedarf

Um möglichst viele *Systeme M* in einem Kanal mit *Bandbreite B_K* unterzubringen, sollte der *Bandbreitenbedarf B_X* eines Systems möglichst klein gehalten werden

$$M = \frac{B_K}{B_X}$$

Wiedergabetreue

Die Verzerrung ist bei einem ungestörten Übertragungskanal die Differenz der Signalevel am Ein- und Ausgang

$$\varepsilon(t) = y(t) - x(t)$$

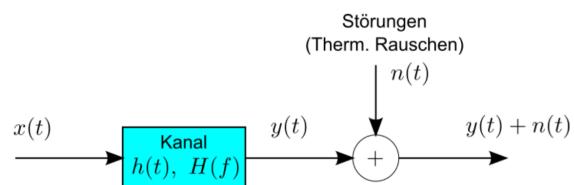


Abbildung 7: Linearer Übertragungskanal

Die Wiedergabe eines Übertragungssystems ist umso besser, je geringer die Signalverzerrung ist.

💡 Verzerrungsfreie Übertragung

Für verzerrungsfreie Übertragung gelten zwei Bedingungen: 1. konstante Verstärkung 2. linearer Phasengang

ℹ️ Lineare Verzerrung

Eine *Lineare Verzerrung* liegt vor wenn das Ausgangssignal **keine zusätzlichen Frequenzkomponenten** enthält, also nur die Amplituden und Phasen der Signalkomponenten wird verändert.

Um die Wiedergabetreue zu messen wird die *Ein-tontmessung* angewendet, bei welcher das Testsignal $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ eingespielen wird und man das Ausgangssignal $y(t) = a_1 \cos(\omega_0 t) + a_2 \cos^2(\omega_0 t) + \dots$ erhält. Mit der Trigonometrischen Umformung

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

den Therm

$$y(t) = \underbrace{\left(\frac{a_2}{2} + \frac{3a_4}{8} + \dots \right)}_{A_0[\text{DC-Anteil}]} + \underbrace{\left(a_1 + \frac{3a_3}{4} + \dots \right)}_{A_1} \\ \cos(\omega_0 t) + \underbrace{\left(\frac{a_2}{2} + \frac{a_4}{4} + \dots \right)}_{A_2} \cos(2\omega_0 t) + \dots$$

Klirrfaktor

Zur Beschreibung der Nichtlinearität wird der **Klirrfaktor** k benutzt

$$k = \sqrt{\frac{\text{OberwellenAmplituden}}{\text{GesamtAmplituden(ohneDC)}}} \\ = \sqrt{\frac{(A_2)^2 + (A_3)^2 + \dots}{(A_1)^2 + (A_2)^2 + (A_3)^2 + \dots}}$$

Wird die *Zweitonmessung* $x(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$ gemacht, so enthält das Ausgangssignal eines nichtlinearen Systems neben den Oberwellen auch die Terme der Form $(\omega_2 - \omega_1), (\omega_2 + \omega_1), (\omega_2 - 2\omega_1) + \dots$, was man als **Inetrmodulationsprodukte** bezeichnet.

Zeittransparenz Latenz

Die *Latenz* beschreibt in einem Kommunikationsnetz die Einflüsse einer *Übertragungsverzögerung* und *Verarbeitungsverzögerung*, wichtige Parameter für Echtzeitdienste.

Die gesamte Verzögerungszeit T_{delay} besteht aus drei Anteilen

$$T_{\text{delay}} = T_a + T_{\bar{u}} + T_v$$

T_a : Ausbreitungsverzögerung (*propagation delay*)

$T_{\bar{u}}$: Übertragungsverzögerung (*transmission delay*)

T_v : Verarbeitungsverzögerung (*process delay*)

Ausbreitungsverzögerung *propagation delay*

$$T_a = \frac{\text{Entfernung}[m]}{\text{Ausbreitungsgeschwindigkeit}[\frac{m}{s}]} \quad [s]$$

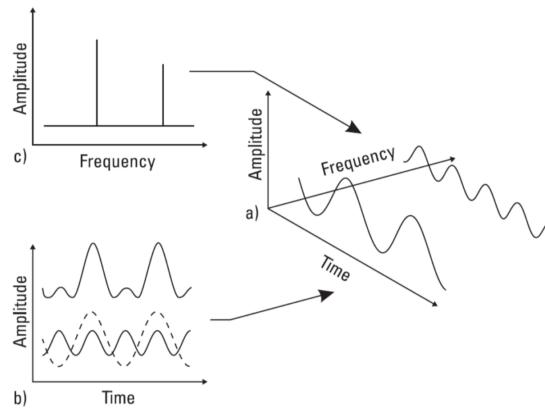
Übertragungsverzögerung *transmission delay*

$$T_{\bar{u}} = \frac{\text{Paketgrösse}[\text{byte}]}{\text{Datenrate}[\frac{\text{bytes}}{\text{s}}]} \quad [s]$$

Die Verarbeitungsverzögerung *process delay* T_v ist vom Verarbeitungssystem abhängig und beschreibt z. B. eine Prozesszeit.

Signalanalyse

Die Spektralanalyse ist einer der wichtigsten Methoden der Signalanalyse in der Kommunikationstechnik und basiert auf der Fourier Reihenentwicklung und der Fourier Transformation. Sie erlaubt im Frequenzbereich die Behandlung von ganzen Signalklassen mit ähnlichen Eigenschaften gegenüber der individuellen Analyse jedes einzelnen Signals im Zeitbereich.



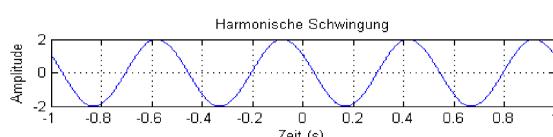
Deterministische und Zufallssignale

Signale können entweder *deterministisch* mit mathematischen Funktionen beschrieben werden oder sie liegen als *Zufallssignale* vor und nehmen zu jedem Zeitpunkt einen zufälligen Wert an, der einer Gauss-verteilung folgt.

Harmonische Schwingung

Kosinusschwingung als reelle Zeitfunktion

$$s(t) = A \cos(2\pi f t + \varphi)$$

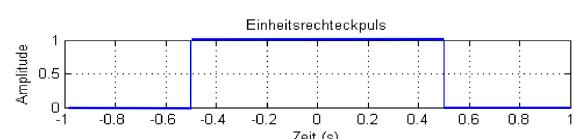


$$+A \sin(\omega t) = +A \cos(\omega t - 90^\circ) = +A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-A \cos(\omega t) = +A \cos(\omega t \pm 180^\circ) = +A \cos(\omega t \pm \pi)$$

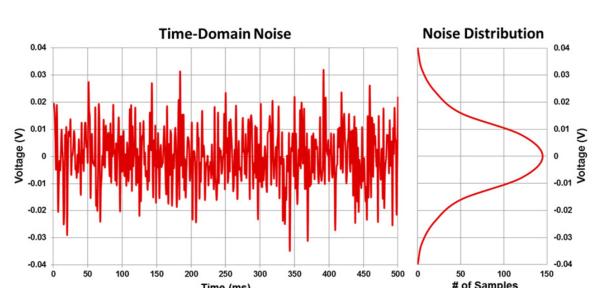
Rechteckpuls

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$



Zufallssignal

Zufallssignale nehmen zu jedem Zeitpunkt zufällige Werte an und können daher nicht vollständig mathematisch beschrieben werden. Man kann aber für diese Signalklasse statistische Größen wie eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(u)$, den Erwartungswert m_u und die Standardabweichung s_u als beschreibende Größen ermitteln



Komplexe Zeigernotation

Signale (auch Reellwertige) können einfacher anhand der *komplexen Zeigernotation* beschrieben werden

$$S(t) = \underbrace{A \cos(\omega_0 t + \varphi)}_{\text{reelle Schwingung}} \pm j \underbrace{A \sin(\omega_0 t + \varphi)}_{\text{Erweiterung}} = \underbrace{A e^{\pm j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{komplexer Zeiger}}$$

Es gilt trotz Erweiterung immernoch

$$s(t) = \operatorname{Re} [A e^{\pm j(\omega_0 t + \varphi)}] = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Aus dieser Zeigernotation kann direkt das **Amplituden- und Phasenspektrum** als **einseitiges Linienspektrum** abgetragen werden

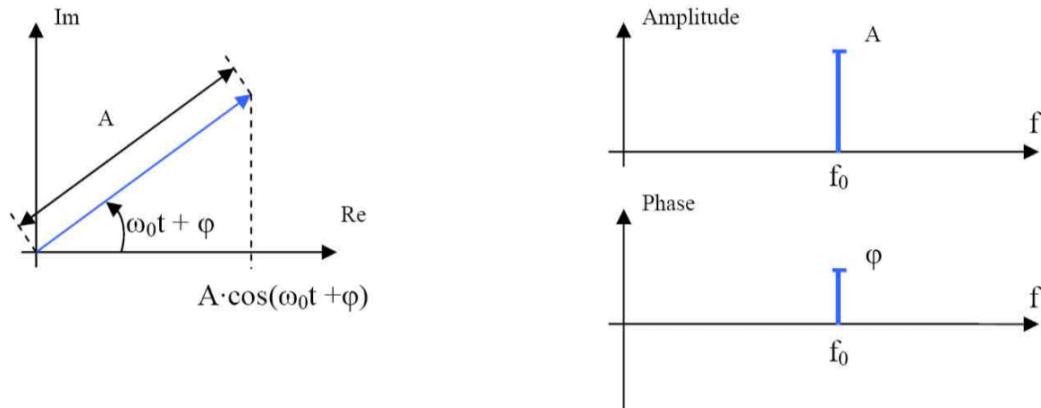


Abbildung 8: Zeigerdiagramm, Amplituden- und Phasenspektrum

Zweiseitige Spektrumsdarstellung

Eine weitere Darstellung ist das **zweiseitige Linienspektrum**, wobei über die komplexe Konjugation das Ganze, komplexe Signal reelwertig gehalten wird

$$s(t) = \underbrace{\frac{A}{2} e^{j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{Gegenuhzeigersinn}} + \underbrace{\frac{A}{2} e^{-j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{Uhrzeigersinn}} = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

da sich die Komplexen Teile aufheben. Da das *Amplitudenspektrum* stets den Betrag anzeigt, werden negative Werte stets mit einer *Phasenverschiebung* um π aufgetragen.

- Amplitudendiagramm ist *symmetrisch*
- Phasendiagramm ist *punktsymmetrisch*

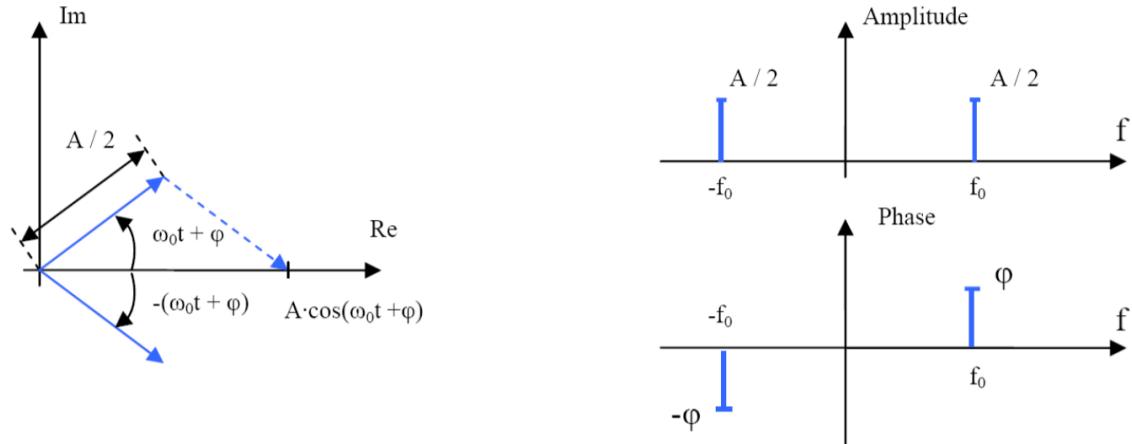


Abbildung 9: Konjugiert komplexe Zeiger und zweiseitiges Linienspektrum

Periodische Signale

Harmonische Schwingungen und Zeiger gehören zu der allgemeinen Klasse der periodischen Signale, mit der Eigenschaft

$$s(t \pm mT_0) = s(t)$$

mit $-\infty < t < +\infty$ und $m = 1, 2, 3, \dots$

Die Signalform ändert sich also nicht bei einer Verschiebung um m .

Mittlere Leistung

Mittelwert \bar{s}

$$\bar{s} = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) dt$$

Die **Mittlere normierte Leistung** beschreibt die Leistung bezogen auf 1Ω

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} |s(t)|^2 dt$$

Entspricht die Leistung $0 < P < \infty$ so spricht man von einem *periodischen Leistungssignal*.

Komplexe Fourier Reihe (periodisch)

Ein periodisches Signal $s(t)$ kann mit der *komplexen Fourier Reihenentwicklung* in eine zweiseitige Spektrumsdarstellung gewandelt werden. Die komplexe Fourier Reihe für ein periodisches Leistungssignal der Periode $T_0 = \frac{1}{f_0}$ lautet

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

sinc-Funktion

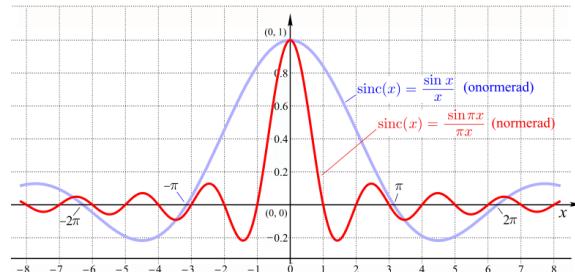
Zur Bestimmung der Fourier-Koeffizienten c_n erhält man oft das Integral

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} e^{-j\pi f t} dt = -\frac{1}{j2\pi f T} (e^{-j\pi f T} - e^{j\pi f T})$$

was durch die geometrische Beziehung $(e^{j\theta} - e^{-j\theta})/(j2) = \sin(\theta)$ zur *sinc*-Funktion führt

$$si(\pi f T) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \quad \text{mit } x = f T$$

$$= \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$



Die komplexen Koeffizienten c_n lauten

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) e^{-j n \omega_0 t} dt$$

Der Betrag $|c_n|$ repräsentiert die Amplitude und das Argument $\angle c_n$ entspricht der Phase. Es gilt:

- Alle Frequenzen sind ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz ω_0
- Die Gleichstromkomponente c_0 entspricht \bar{s}
- Ist $s(t)$ reell, so besitzt das zweiseitige *Amplitudenspektrum* $|c_n|$ eine **gerade Symmetrie**
- Ist $s(t)$ reell, so besitzt das zweiseitige *Phasenspektrum* $\angle c_n$ eine **ungerade Symmetrie**

Parseval'sches Leistungstheorem

Die mittlere, normierte Leistung eines periodischen Signals kann im Zeitbereich oder im Frequenzbereich bestimmt werden

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} |s(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

Nichtperiodische Energiesignale

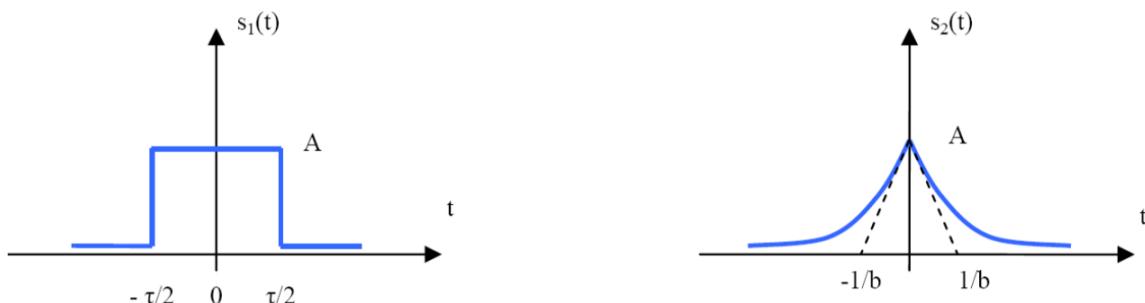


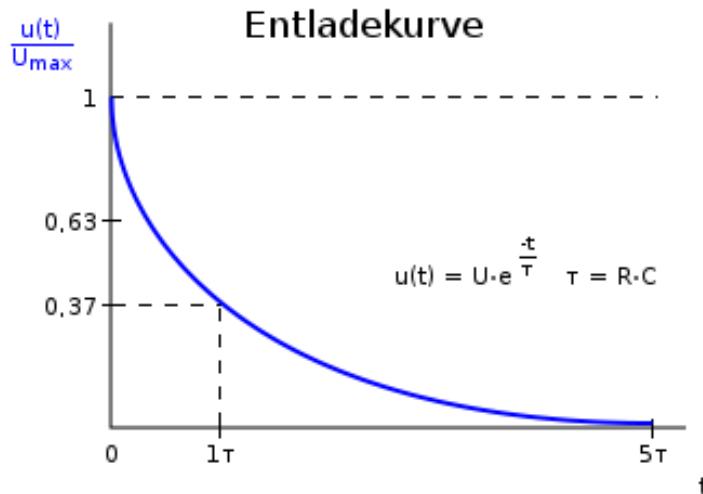
Abbildung 10: Nichtperiodische Signale

Die *normierte Signalenergie* E beschreibt die Energie eines Signals über einen Widerstand von 1Ω

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$$

! Energiesignal

Ist die Energie *endlich*, also $0 < E < \infty$ so handelt es sich um ein **nichtperiodisches Energiesignal**. Auch Signale die vermeintlich unendlich lange andauern können endlich sein, z. B.:



Die Funktion wird zwar Mathematisch nie 0, die Energie ist jedoch Endlich (*Kondensator hat nicht unendlich Energie*).

Fourier Transformation (nicht periodisch)

Mit der Fourier Transformation werden nicht periodische Signale in ihre Frequenzbestandteile aufgeteilt und man erhält ein **Kontinuierliches Dichtespektrum**. Die Fourier Transformation ist definiert durch

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{mit } \omega = 2\pi f$$

Die Rücktransformation gelingt durch die inverse Fourier Transformation

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{-j\omega t} dt \quad \text{mit } \omega = 2\pi f$$

Für die komplexe Funktion $S(f)$ der Fourier Transformation gelten die *spektralen Eigenschaften*

- Das **Amplitudendichtespektrum** entspricht $|S(f)|$
- Das **Phasendichtespektrum** entspricht $\angle S(f)$
- Der Funktionswert $S(f)|_{f=0} = S(0) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) dt$ entspricht der Nettofläche von $s(t)$
- Ist $s(t)$ reell, so besitzt das **Amplitudenspektrum** $|c_n|$ eine **gerade Symmetrie**
- Ist $s(t)$ reell, so besitzt das **Phasenspektrum** $\angle c_n$ eine **ungerade Symmetrie**

Parseval'sches Energietheorem

Die Signalenergie im Zeitbereich wie auch im Frequenzbereich entspricht demselben Wert, die beiden Darstellungen beinhalten also dieselben Informationen

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

Logarithmische Darstellung

Das Amplitudenspektrum wird oft in der y-Achse logarithmisch dargestellt

$$A_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{A_V}{A_{Ref}} \right)$$

als Bezugswert A_{Ref} wird oft der Effektivwert des Signals oder die Amplitude der Grundschwingung verwendet.

Korrelation

⚠ Konjugiert komplex

Eine Funktion wird immer **konjugiert komplex** sein, damit die Phasen richtig behandelt werden!

Autokorrelation

Die *Autokorrelation* macht Angaben über den inneren Zusammenhang einer Funktion $s(t)$. Dies gilt für ein *periodisches Leistungssignal*

$$k_{11}(t) = E[s_1(t - \tau) \cdot s_1(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s_1^*(t - \tau) s_1(t) dt$$

und für ein *Energiesignal*

$$k_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1^*(t - \tau) s_1(t) dt$$

Im **Frequenzbereich** erhalten wir die Autokorrelationen eines *periodischen Leistungssignals* durch

$$k_{11} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T S_1(f) S_1^*(f) df$$

und eines *Energiesignals* über

$$k_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(f) S_1^*(f) df$$

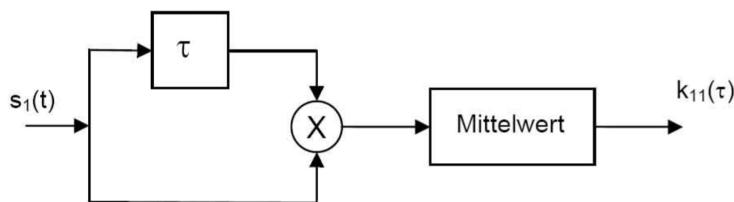


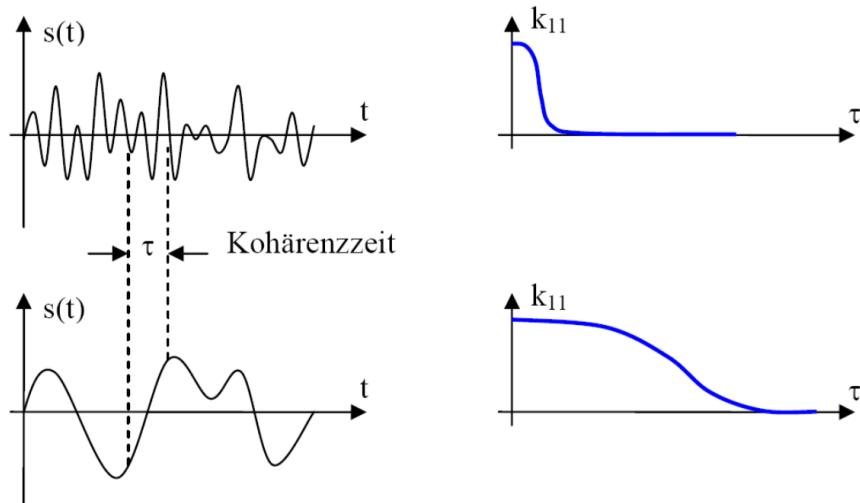
Abbildung 11: Blockdiagramm einer Autokorrelation

Es gelten die folgenden Eigenschaften:

- AK ist gerade: $k_{11}(\tau) = k_{11}(-\tau)$
- $\lim_{\tau \rightarrow \infty} k_{11}(\tau) = 0$
- Bei $\tau = 0$ erhält man die normierte Leistung (o. Energie): $k_{11}(\tau = 0) = s_1(t)^2 = s_{eff}^2$
- Das Maximum liegt bei $\tau = 0$
- Für periodische Signale $s(t)$ liegt die gleiche Periodendauer wie bei $k_{11}(\tau)$ vor

Kohärenzzeit

Der Bereich von τ , in dem $k_{11} \neq 0$ ist, wird als *Kohärenzzeit* bezeichnet.



Die Kohärenzzeit eines sehr fluktuierten (= *große Bandbreite*) Signals ist sehr kurz, während diese bei einem langsamen Signal (= *kleine Bandbreite*) eher lang ist. Somit weisen Zufallssignale mit hoher Bandbreite (z.B. Rauschen) nur noch eine kleine statistische Abhängigkeit zwischen zwei Augenblicksamplituden auf. Es gilt also

$$\text{Kohärenzzeit} \propto \frac{1}{\text{Bandbreite}}$$

Kreuzkorrelation

Die *Kreuzkorrelation* macht Angaben über den Zusammenhang zweier Signale $s_1(t)$ und $s_2(t)$. Dabei kann man herausfinden, ob zwei Signale miteinander verwandt sind und gemeinsame Merkmale enthalten. Zudem kann man erkennen ob zwei Signale in Abhängigkeit einer zeitlichen Verschiebung zueinander stehen. Dies gilt für *periodische Leistungssignale*

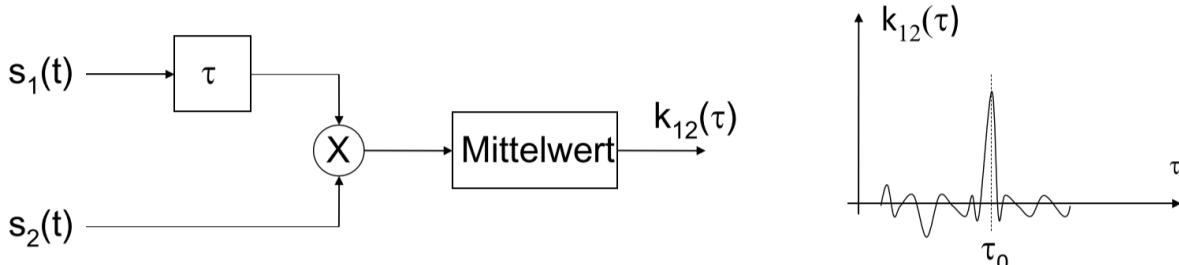
$$k_{12}(t) = E[s_1(t - \tau) \cdot s_2(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s_1^*(t - \tau) s_2(t) dt$$

und für ein *Energiesignal*

$$k_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1^*(t - \tau) s_2(t) dt$$

Es gelten die folgenden Eigenschaften:

- KK ist gerade: $k_{12}(\tau) = k_{21}(-\tau)$
- $\lim_{\tau \rightarrow \infty} k_{12}(\tau) = 0$
- Das Maximum liegt bei $\tau = \tau_0$



Signalabtastung und Rekonstruktion

Idealer Abtastprozess

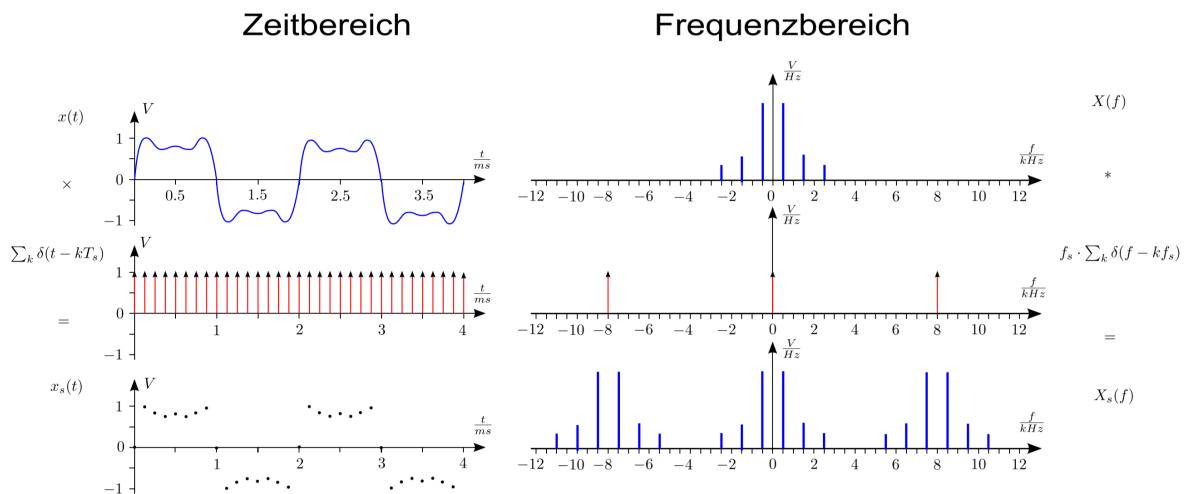
Der Abtastprozess kann als Multiplikation eines analogen Eingangssignals mit einer periodischen Serie von Einheitsimpulsen betrachtet werden

$$x_s(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s)$$

Was eine Faltung im Frequenzbereich mit einem Impulskamm zur Folge hat

$$X_s(f) = X(f) * \left[f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_s) \right] = f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - kf_s)$$

Was einer periodischen Fortsetzung des Spektrums zur Folge hat

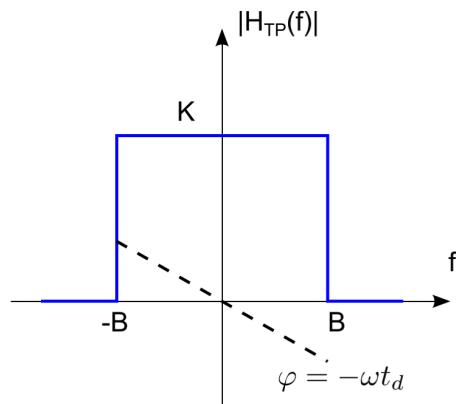


Es sind also Entsprechende Kopien des Spektrums (*Alias*) bei den ganzzahligen Vielfachen der *Abtastfrequenz* f_s zu sehen. Die unverzerrte Rückgewinnung über ein Tiefpassfilter ist nur möglich, wenn das Abtasttheorem, bzw. die *Nyquist-Rate* eingehalten wird

$$f_{s_{min}} > 2f_{Signal_{max}}$$

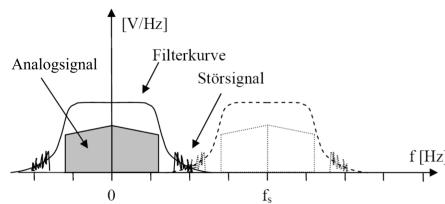
Ein idealer Tiefpass mit einer Verstärkung K , einer Verzögerungszeit t_d und einer Bandbreite B hat eine Übertragungsfunktion von

$$H_{TP}(f) = K \Pi \left(\frac{f}{2B} \right) e^{-j\omega t_d}$$



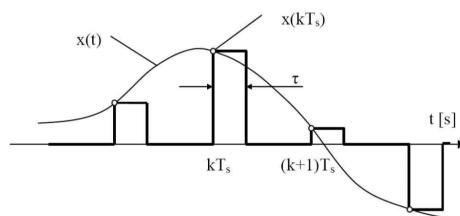
Analoge Vorfilter

Das analoge Vorfilter (*anti-aliasing Filter*) verhindert das Kopieren eines Störsignals (Ausserhalb der Grenzfrequenz) in den Nutzbereich fallen.

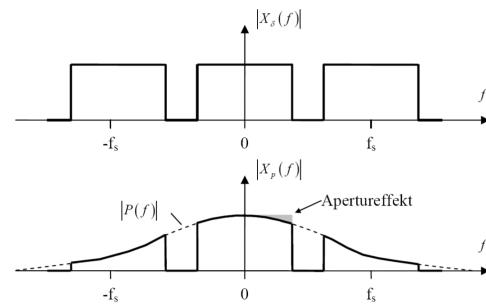


Realisierbare Filter sind nicht ideal. Die korrekte Auslegung des Filters hängt von verschiedenen Gesichtspunkten ab:

- Gewünschte Signalbreite (Grenzfrequenz für den Durchlassbereich f_g)
- Abtastfrequenz f_s
- Gewünschte minimale Sperrdämpfung für Spiegelwellen ($f_{sb} = f_s - f_g$)
- Anforderungen bezüglich Signalverzerrung durch das Filter



Dies induziert einen *Apertureeffekt*, bei welchem eine Dämpfung der höheren Frequenzkomponenten des Signalspektrums entsteht.



Mögliche Abhilfen:

- Einsatz eines Equalizers ($\sin(x)/x$ -Korrektur) mit $H_{EQ}(f) = K e^{-j\omega t_d}/P(f)$
- Verhältnis der Pulsbreite τ zur Abtastperiode T_s klein wählen: $\tau/T_s \ll 1$

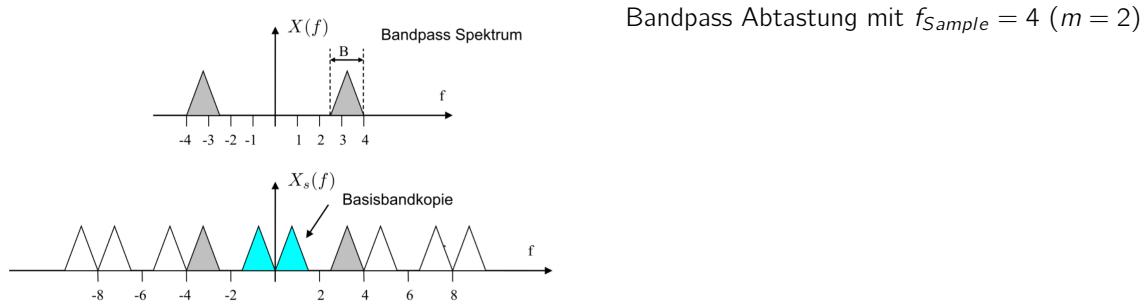
Abtastung von Bandpasssignalen

Besitzt ein Signal ein bandbegrenztes Spektrum mit der Bandbreite B und der maximalen oberen Signalfrequenz $f_{Signal_{max}}$, so kann es mit der Frequenz

$$f_{Sample} = \frac{2f_{Signal_{max}}}{m}$$

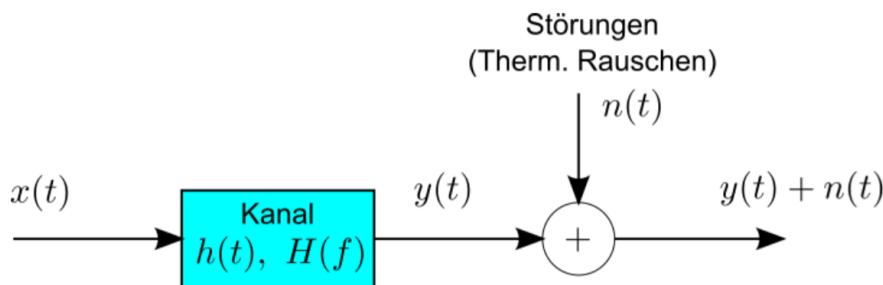
abgetastet werden, ohne dass es zu Spektrumsüberlappungen kommt. m ist die grösste Zahl, die das Verhältnis $\frac{f_{Signal_{max}}}{B}$ nicht übersteigt.

$$x_p(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t - kT_s)$$



Leitergebundene Signalübertragung & -Filterung

Es wird hier vor allem vom LTI-Filterkanal gesprochen, und die Störungen die vom Kanal selbst kommen



Die Beschreibung der Übertragungseigenschaften erfolgt im Zeitbereich mithilfe der *Impulsantwort* $h(t)$ und im Frequenzbereich mit dem *komplexen Frequenzgang* $H(f)$. Diese werden folgendermassen ermittelt

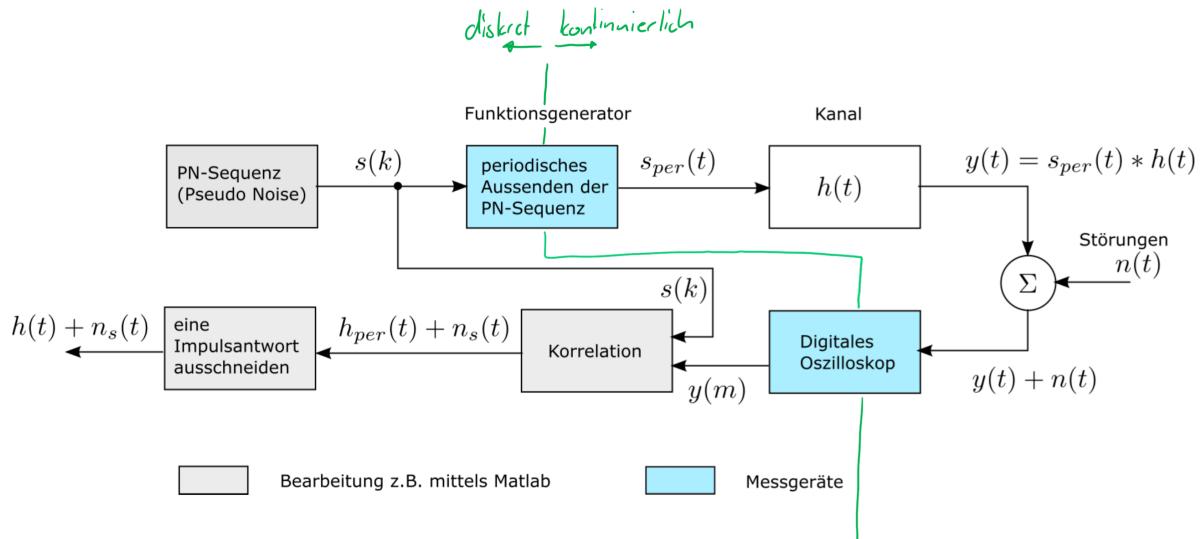
Wie kommt man zur Impulsantwort $h(t)$?

Eingangssignal $x(t)$	Ausgangssignal $y(t)$	Bemerkung
Diracstoss $\delta(t)$	Impulsantwort $h(t)$	<ul style="list-style-type: none"> - DGL muss bekannt sein - Testsignal für Labor nicht geeignet, da nur sehr geringer Energieinhalt
Schrittspannung (z.B. 0 → 5V)	Schrittantwort $g(t)$	<ul style="list-style-type: none"> - Impulsantwort über die Ableitung der Schrittantwort $h(t) = \frac{d}{dt}g(t)$ - Testsignal hat einen hohen Energieinhalt
Frequenzgang $H(f)$	Impulsantwort $h(t)$	<ul style="list-style-type: none"> - Berechnung mittels Fourier Rücktransformation
Periodische Zufallssequenz $s(t)$ <small>pn-Signal (pseudo noise)</small>	$s(t) * h(t)$	<ul style="list-style-type: none"> - Messung einer Stossantwort mit Korrelationsmethode (Folie 4)

Wie kommt man zur Übertragungsfunktion $H(f)$?

Eingangssignal $x(t)$	Ausgangssignal $y(t)$	Bemerkung
Harmonische Schwingung $A_x \cos(2\pi ft + \varphi_x)$ <small>Einführung</small>	Harmonische Schwingung $A_y \cos(2\pi ft + \varphi_y)$	<ul style="list-style-type: none"> - Amplitudengang: $H(f) = A_y/A_x$ - Phasengang: $\angle H(f) = \varphi_y - \varphi_x$
Impulsantwort $h(t)$	Frequenzgang $H(f)$	<ul style="list-style-type: none"> - Berechnung mittels Fourier Transformation

Die Ermittlung der Impulsantwort $h(t)$ mittels *Periodischer Zufallssequenz* $s(t)$ erhält man mittels Korrelationsverfahren



Signalverzerrung durch Übertragungssysteme

Alle Übertragungsmedien (leitergebunden, Funk, etc.) haben zwei physikalische Eigenschaften gemeinsam:

- **Interne Leistungsverluste:** Reduktion der Signalgröße
- **Interne Energiespeicher:** Veränderung der Form des Signals

Verzerrungsfrei

Das Ausgangssignal gilt als unverzerrt, wenn das Eingangssignal nur mit einer Konstanten K multipliziert wird und mit einer bestimmten endlichen Zeit t_d verzögert.

Zeitbereich

$$y(t) = K \cdot x(t - t_d)$$

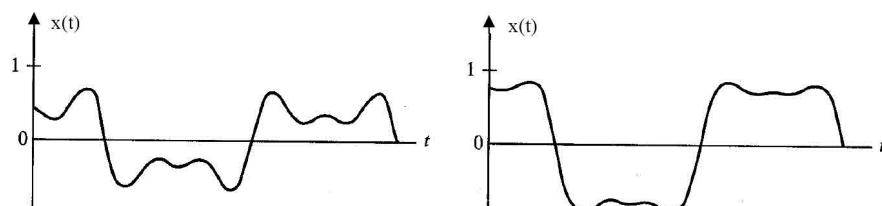
Übertragung im Frequenzbereich

$$H(f) = K \cdot e^{-j\omega t_d}$$

Lineare Verzerrungen

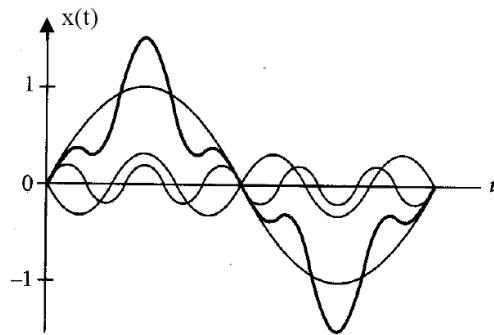
In der Realität ist die Forderung für verzerrungsfreie Übertragung nur bedingt einhaltbar. Man unterscheidet zwei Arten von linearen Verzerrungen:

- Amplitudenverzerrung: $|H(f)| \neq K$
 - Häufig werden nur hohe oder tiefe Frequenzen beschwächt (im Beispiel: $x(t) = \cos(\omega t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega t) + \frac{1}{5} \cos(5\omega t)$)



- Phasen- oder Laufzeitverzerrung: $\angle H(f) \neq -\omega \cdot t_d$

- Form des Eingangssignals kann stark verändert werden damit (Beispiel Phasenverschiebung von 90° für jede Signalkomponente)



Gruppenlaufzeit und Phasenlaufzeit

Phasenverzerrungen können bei linearen Systemen besser anhand der Ableitung der Phase in Bezug zur Frequenz bestimmt werden. Für **verzerrungsfreie Systeme** muss die **Gruppenlaufzeit t_g konstant** sein!

$$t_g = -\frac{d\varphi}{d\omega}$$

Für die individuelle Phasenlaufzeit für jede einzelne Frequenzkomponente:

$$t_d = -\frac{\varphi}{2\pi f}$$

! Wichtig

In einem verzerrungsfreien System sind Gruppenlaufzeit t_g und Phasenlaufzeit t_d gleich gross.

Pegelberechnung

Bei einer verzerrungsfreien Übertragung ist die Ausgangsleistung P_y proportional zur Eingangsleistung P_x , die *Dämpfung* entspricht

$$a = \frac{P_x}{P_y} \quad \text{bzw.} \quad a_{dB} = 10 \log_{10}(a)$$

P_x , P_y werden als Effektivwerte angegeben. Können nicht beide Leistungen gleichzeitig bestimmt werden, so wird mit Referenzgrößen gearbeitet

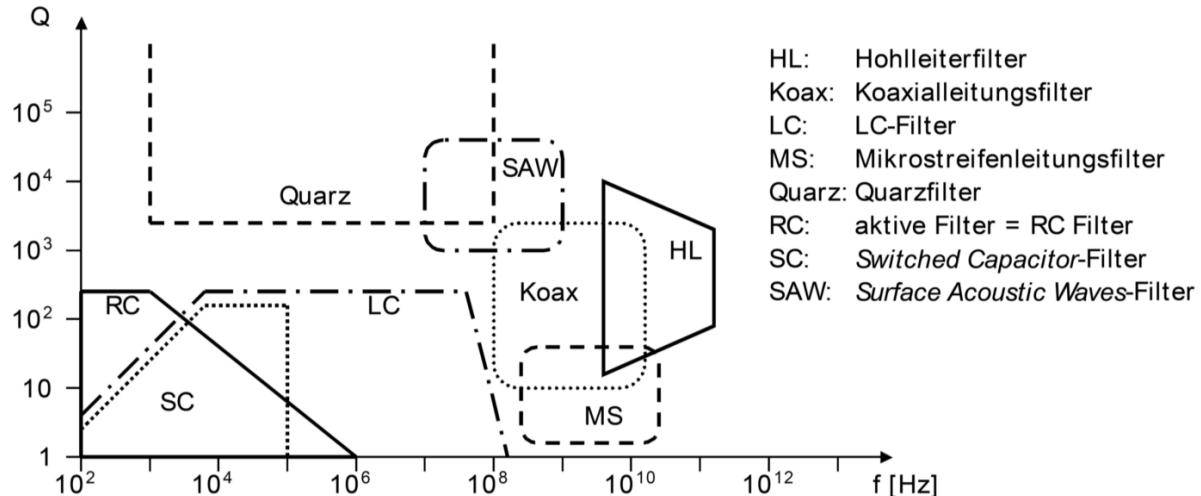
Referenz	Formel	Einheit
$P_{Ref} = 1mW$	$P_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1mW} \right)$	dBm
$P_{Ref} = 1W$	$P_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1W} \right)$	dBW
$U_{Ref} = 1V$	$U_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{U}{1V} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{R_{Ref}}{R} \right)$	dBV
$E_{Ref} = 1\frac{\mu V}{m}$	$E_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{E}{1\frac{\mu V}{m}} \right)$	$dB\frac{\mu V}{m}$

Filtersysteme

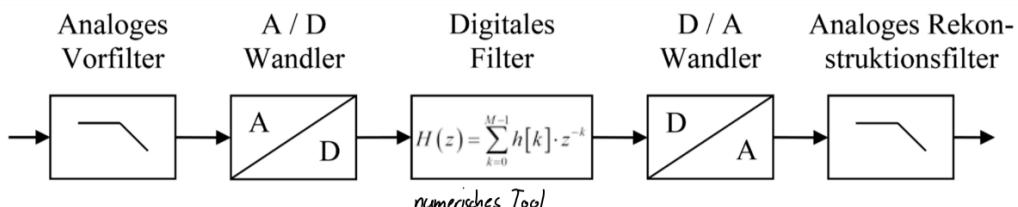
Niederfrequent haben Analoge LC-Filter sehr lange eine dominierende Rolle, wobei dieselben Methoden der Filtersynthese auch auf modernere Filtertechnologien angewendet werden können. Für verschiedene

Einsatzbereiche gibt es *verschiedene Filtertechnologien*, wobei auch *Digitale Filter* bis ca. 100MHz analoge Filter nachbilden können, mit dem Vorteil, dass diese anschliessend noch anpassbar sind

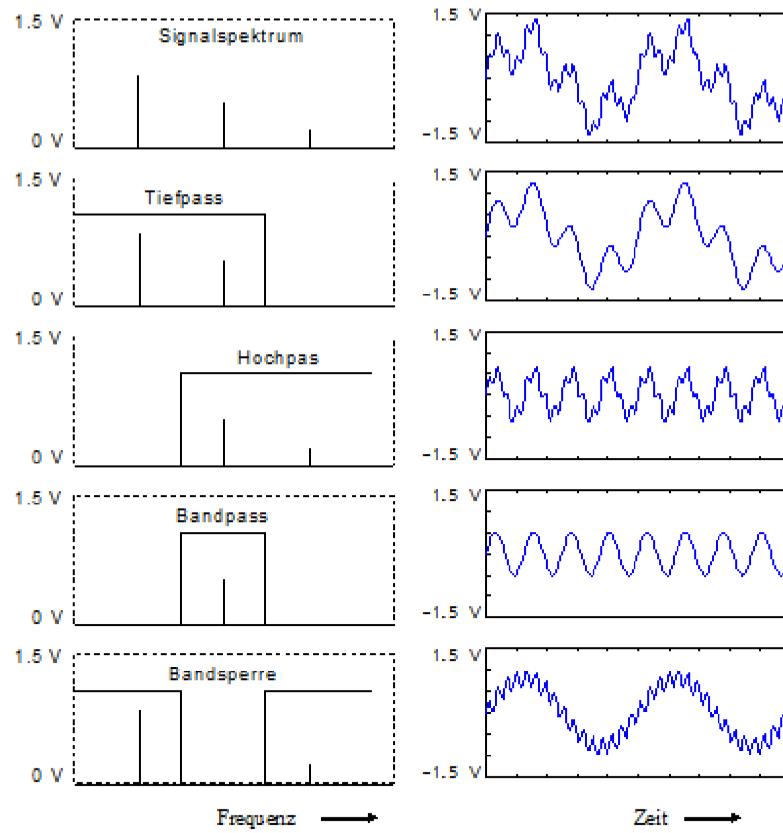
• Analog Filtertechnologien



• Digitale Filter



Des Weiteren gibt es verschiedene Filterklassifizierungen, welche folgende **ideale Amplitudengänge** aufweisen

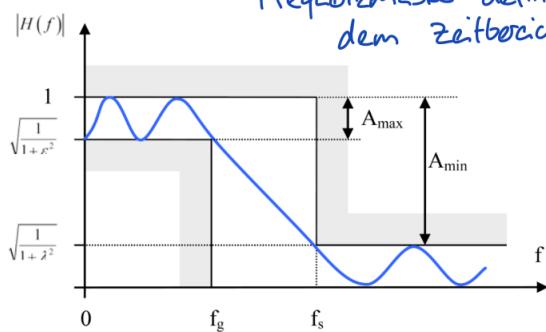


Reale Filter - Spezifikation

Reale Filter zeigen ein abweichendes Verhalten zum idealen Verlauf. Z.B. ist der nicht kausale Teil eines idealen TPs nur mit einer Verzögerung teilweise möglich. Beim Filterentwurf wird der gewünschte Amplitudenverlauf mit einer *Filtermaske* spezifiziert.

- Frequenzmaske

Die Spezifikation wird nicht nur mit der Frequenzmaske definiert, sondern auch mit dem Zeitbereich



- Zeitbereich

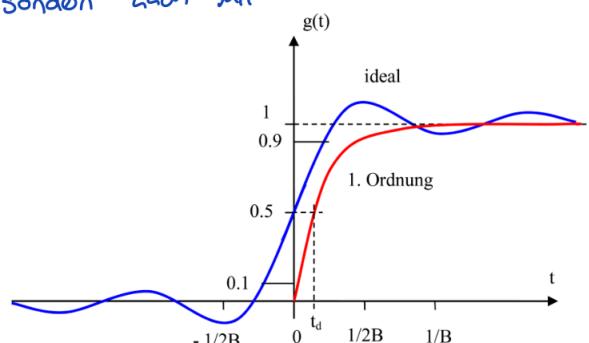


Abbildung 12: Filtermaske eines Tiefpassfilters

- Durchgangsbereich – bei TP $0 \leftrightarrow f_g$
- Übergangsbereich – $f_g \leftrightarrow f_s$
- Sperrbereich – bei TP $f_s \leftrightarrow \infty$

Zur Definition von Filtern gibt es verschiedene Approximationsverfahren

- Butterworth
 - Maximal flacher Durchlassbereich im Amplitudengang
- Tschebyscheff
 - Maximal steiler Übergangsbereich
- Cauer
 - Elliptische Funktion
 - Maximal steiler Übergangsbereich
- Bessel
 - Maximal flache Gruppenlaufzeit im Durchlassbereich

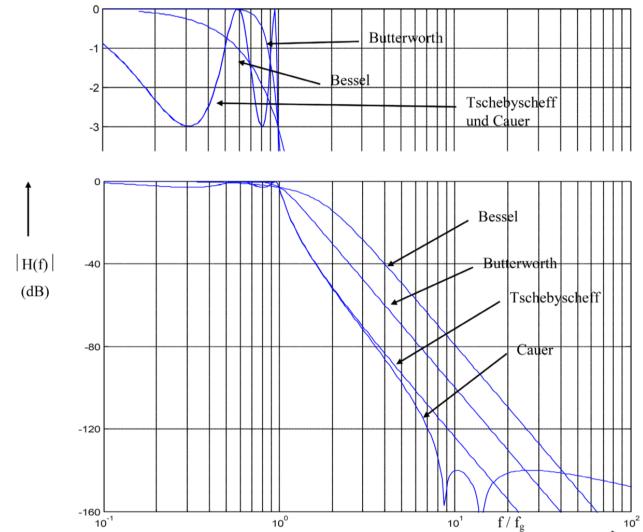


Abbildung 13: Approximationenverfahren für Filterordnung $n = 5$ und $A_{max} = 3dB$

Leitergebundene Übertragung

Zur bestimmung ob ein Leiter mit der klassischen Schaltungstheorie oder mit Phänomenen der elektromagnetischen Welle betrachtet werden muss, wird der Begriff der elektrischen Länge verwendet

$$\text{Elektrische Länge} = \frac{\ell}{\lambda} \begin{cases} \leq \frac{1}{20} \\ > \frac{1}{20} \end{cases}$$

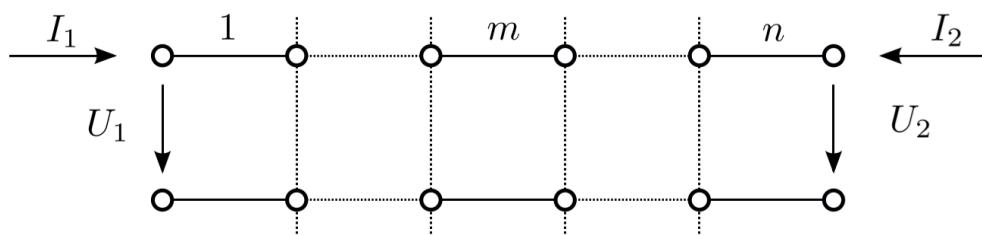
mit λ : Wellenlänge
 ℓ : Leitungslänge

Leitung kann mit der klassischen Schaltungstheorie behandelt werden (meist als ideal).
Phänomene der elektromagnetischen Welle werden wirksam. Leitung muss mit frequenzabhängigen Eigenschaften behandelt werden.

Wobei die Wellenlänge λ über die Geschwindigkeit v der Signalwelle (im Vakuum: $v_0 = c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$) im Übertragungsmedium mit der Frequenz f verbunden definiert ist durch

$$\lambda = \frac{v}{f} [m] \quad \text{falls im Vakuum} \rightarrow \lambda = \frac{c}{f}$$

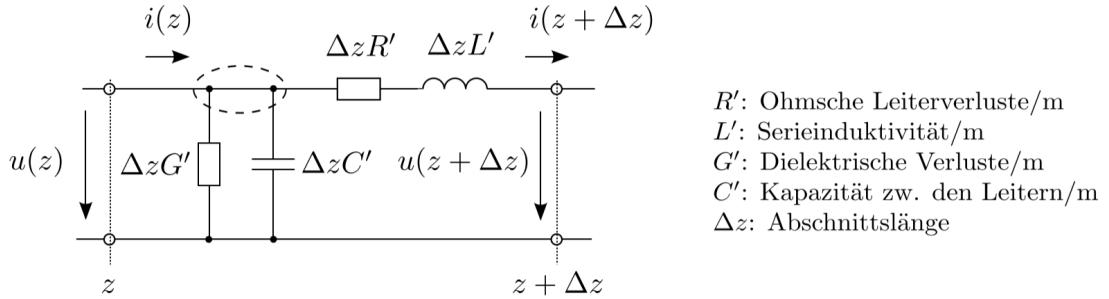
Vorteilhafte Übertragungseigenschaften bietet die **längshomogene Leitung**, welche auf der gesamten Länge konstante Querschnitt, gleiches Leitermaterial, konstante Leiterabstand und gleichförmige Isolation besitzt. Längshomogene Zweidrahtleitungen aus metallischen Leitern können als Zweitorkette modelliert werden.



Betrachtet man ein kurzes Leitungsstück der Weglänge $\Delta z = \frac{1}{n}$, so kann angenommen werden, dass die Längsinduktivität ΔL und die Parallelkapazität ΔC gleichförmig über die Länge Δz verteilt sind. Diese werden in diesem Modell als **Leitungsbeläge** ausgedrückt

$$L' = \frac{\Delta L}{\Delta z} = \frac{L_I}{I} \left[\frac{H}{m} \right] \quad \text{und} \quad C' = \frac{\Delta C}{\Delta z} = \frac{C_I}{I} \left[\frac{F}{m} \right]$$

Werden desweiteren ohmsche Verluste und dielektrische Verluste dargestellt, so erhält man das Ersatzschaltbild einer Leitung



Durch den Grenzwertübergang $\Delta z \rightarrow 0$ erhält man die **Telegraphengleichung**

$$\frac{dI(z)}{dz} = -U(z)(G' + j\omega C') \quad \text{und} \quad \frac{dU(z)}{dz} = -I(z)(R' + j\omega L')$$

Durch gegenseitiges einsetzen erhält man die **Wellengleichung**

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} = \gamma^2 I(z) \quad \text{und} \quad \frac{d^2U(z)}{dz^2} = \gamma^2 U(z)$$

$$(\gamma^2 = (R' + j\omega L')(G' + j\omega C'))$$

mit der **komplexen Ausbreitungskonstante**

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$$

α : Dämpfungsbelag in $\left[\frac{\text{Neper}}{m} \right]$ (Neper ist ein altes Dämpfungsmass)
 β : Phasenbelag in $\frac{\text{rad}}{m}$

β kann als Positionsabhängige Phasenverschiebung betrachtet werden.

Die allgemeinen Lösungen der Wellengleichungen lauten (V vorwärts laufend, R rückwärts laufend)

$$U(z, t) = (U_V e^{-\gamma z} + U_R e^{\gamma z}) e^{j\omega t}$$

$$I(z, t) = (I_V e^{-\gamma z} + I_R e^{\gamma z}) e^{j\omega t}$$

Die Wellenfront bewegt sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit (*propagation velocity*):

$$v = \frac{2\pi f}{\beta} = \frac{\omega}{\beta}$$

$$\text{Freiraum : } \lambda_0 = \frac{v}{f} = \frac{c_0}{f} \quad \text{Material : } \lambda = \frac{v}{f}$$

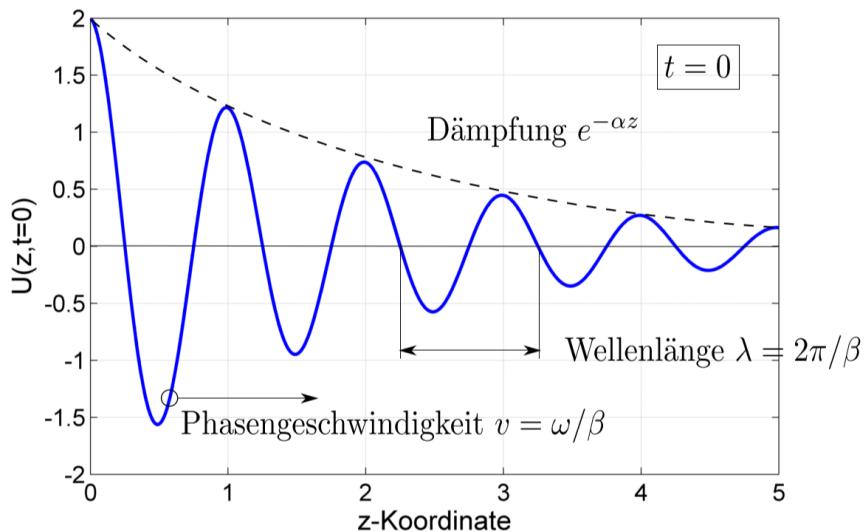
$$c_0, c : \text{Lichtgeschwindigkeit } (299'792'458 \frac{m}{s} \text{ oder } 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s})$$

 Umrechnung $Np \rightarrow dB$

Umrechnung der Spannungsreduktion von *Neper* Np in *Dezibel* dB erfolgt durch

$$\alpha_{dB/m} = 10 \cdot \log_{10}(r) \cdot \alpha_{Np/m} = 20 \cdot \log_{10}(e) \cdot \alpha_{Np/m} = 8.686 \cdot \alpha_{Np/m}$$

Die Welle hat also eine exponentiell abfallende Form



Charakteristische Leitungsimpedanz Z_0

$$Z_0 = \frac{U(z, t)}{I(z, t)} = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

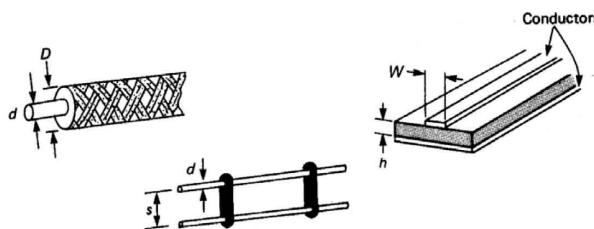
Leistungsfluss

Die Elektrische Leistung in der **Vorwärtswelle** wird mit den Effektivwerten berechnet. Für die **Rückwärtswelle** wechselt das Vorzeichen der charakteristischen Impedanz und somit die Richtung des Leistungsflusses.

$$P_V = \frac{U_V I_V^*}{2} = \frac{|U_V|^2}{2Z_0} \quad P_R = \frac{U_R I_R^*}{2} = -\frac{|U_R|^2}{2Z_0}$$

Leitergeometrien

Verschiedene Leitergeometrien führen zu unterschiedlichen Impedanzen und Belägen



$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [Vs/Am]$: Permeabilität der Luft
$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} [As/Vm]$: Dielektrizitätskonstante
ε_r	: Dielektrische Konstante des Dielektrikums relativ zu Luft
μ_r	: Relative Permeabilität des Leitermaterials
σ_i	: Spezifische Leitfähigkeit des Leiters oder des Dielektrikums
$R_s = \sqrt{\frac{\pi \cdot f \cdot \mu_{Leiter}}{\sigma_{Leiter}}}$: Skineffekt, Oberflächenwiderstand des Leiters

Die unterschiedlichen Belagsgrößen sind abhängig von der Leitergeometrie

	Symmetrische Zweidrahtleitung	Koaxialkabel	Leiterbahn
Kapazitätsbelag C' (F/m)	$\frac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln(2s/d)}$	$\frac{2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln(D/d)}$	$\frac{W \varepsilon_0 \varepsilon_r}{h}$
Induktivitätsbelag L' (H/m)	$\frac{\mu_0 \ln(2s/d)}{\pi}$	$\frac{\mu_0 \ln(D/d)}{2\pi}$	$\frac{\mu_0 h}{W}$
Widerstandsbelag R' (Ω/m)	$\frac{2R_s}{\pi d} \left(\frac{s/d}{\sqrt{(s/d)^2 - 1}} \right)$	$\frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right)$	$\frac{2R_s}{W}$
Leitwertbelag G' (S/m)	$\frac{\pi \sigma_D}{\ln(2s/d)}$	$\frac{2\pi \sigma_D}{\ln(D/d)}$	$\frac{W \sigma_D}{h}$

Streuparameter bei Zweitoren



Eingangsreflexionsfaktor s_{11}

stellt die Reflexion am Eingang ohne Anregung an Tor 2 dar:

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0}$$

Ausgangsreflexionsfaktor s_{22}

stellt die Reflexion am Tor 2 ohne Anregung an Tor 1 dar:

$$S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0}$$

Vorwärts-Transmissionsfaktor s_{21}

stellt die Vorwärts-Transmission ohne Anregung an Tor 2 dar:

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0}$$

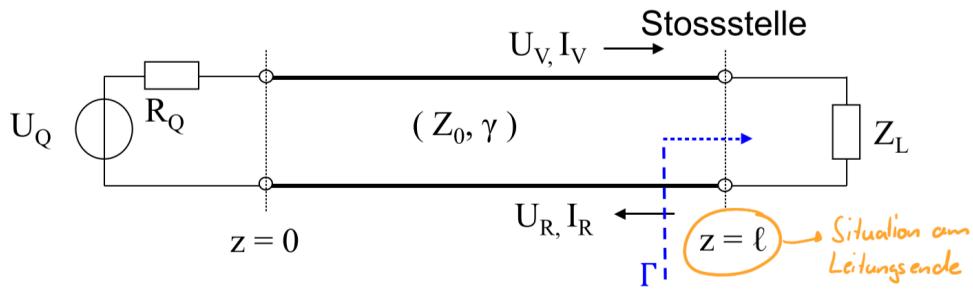
Rückwärts-Transmissionsfaktor s_{12}

stellt die Rückwärts-Transmission ohne Anregung an Tor 1 dar:

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0}$$

Reflexionen an der Last

Entspricht die *Lastimpedanz* Z_L nicht der Leitungsimpedanz Z_0 so entsteht eine **Stosswelle** am Übergang. Es kommt zu einer (Teil-)Reflexion der vorlaufenden Signalwelle. Es wird eine neue rücklaufende Signalwelle erzeugt.



Das Verhältnis der Vor- und Rücklaufenden Amplituden bildet den **Reflexionskoeffizient**

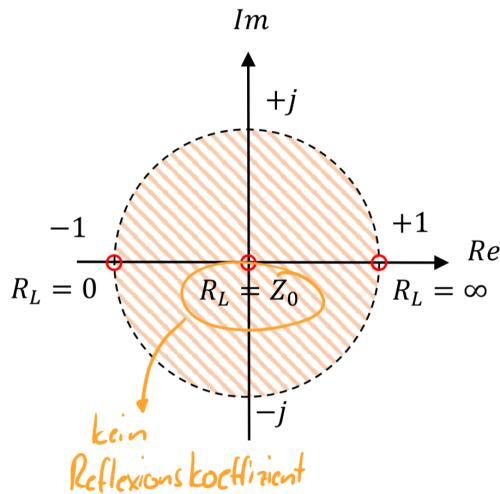
$$\Gamma_{z=\ell} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{U_R}{U_V} = -\frac{I_R}{I_V}$$

$\Gamma_{z=l}$: Reflexionskoeffizient \rightarrow je näher an Null, desto besser.

i Spezialfälle Z_L

- $Z_L = 0\Omega \Rightarrow \Gamma = -1 \rightarrow U_{ZL} = 0, I_{ZL} = 2 \cdot I_V$
- $Z_L = \infty \Rightarrow \Gamma = +1 \rightarrow U_{ZL} = 2 \cdot U_V, I_{ZL} = 0$
- $Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma = 0 \rightarrow U_{ZL} = U_V, I_{ZL} = I_V$

Der Wertebereich von Γ liegt innerhalb des Einheitskreises der komplexen Ebene



Die resultierende Spannung und Strom auf der Leitung ist die Überlagerung von vor- und rücklaufenden Signalwellen¹

$$U(z) = U_V \cdot e^{-\gamma z} + U_R e^{-\gamma(\ell-z)} = U_V \cdot e^{-\gamma z} (1 + \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)})$$

$$I(z) = I_V \cdot e^{-\gamma z} + I_R e^{-\gamma(\ell-z)} = \frac{U_V \cdot e^{-\gamma z}}{Z_0} (1 + \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)})$$

¹

$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$

Der Reflexionskoeffizient entlang der Leitung entspricht

$$\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)}$$

Die Impedanz auf der Leitung an einem beliebigen Punkt z entspricht

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma(\ell - z))}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma(\ell - z))}$$

und bei einer verlustlosen Leitung

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta(\ell - z))}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta(\ell - z))}$$

Welligkeitsfaktor s

Die Überlagerungen der vor- und rücklaufenden Welle bildet örtliche Maxima und Minima, was zu einer stehenden Welle führt. Der Welligkeitsfaktor ist definiert durch

$$s = \frac{\hat{U}_{max}}{\hat{U}_{min}} = \frac{|U_V| + |U_R|}{|U_V| - |U_R|} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

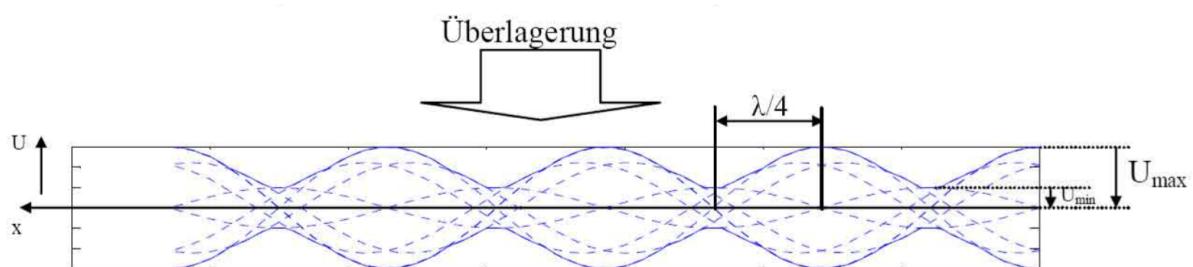
Rückflussdämpfung a_u

Die Rückflussdämpfung bezeichnet wie viel das rücklaufende Signal gegenüber dem vorlaufenden gedämpft ist

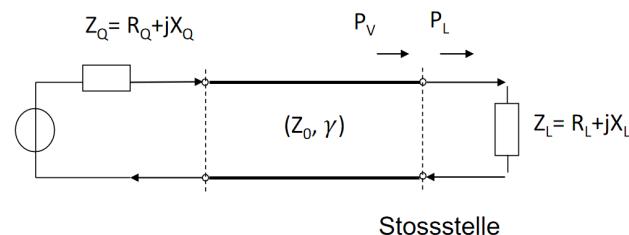
$$a_u = -s_{11} = -10 \cdot \log_{10}(|\Gamma|^2)$$

Hüllkurve

Die Überlagerungen führen zu einer Hüllkurve



Abgegebene Wirkleistung



Die abgegebene Wirkleistung einer abgeschlossenen Leitung ist gegeben mit

$$P_L = \frac{U_L I_L^*}{2} = \frac{(U_V + U_R)(I_V + I_R)^*}{2} = \frac{U_V I_V^*}{2} (1 - |\Gamma|^2)$$

$$P_L = P_V (1 - |\Gamma|^2) \quad (0.1)$$

! Maximale Wirkleistungsübertragung

Die maximale Wirkleistungsübertragung von der Leitung zur Last kann nur erreicht werden, wenn Z_0 und Z_L reell und gleich gross sind.

Ausgleichsvorgang an einer Stossstelle

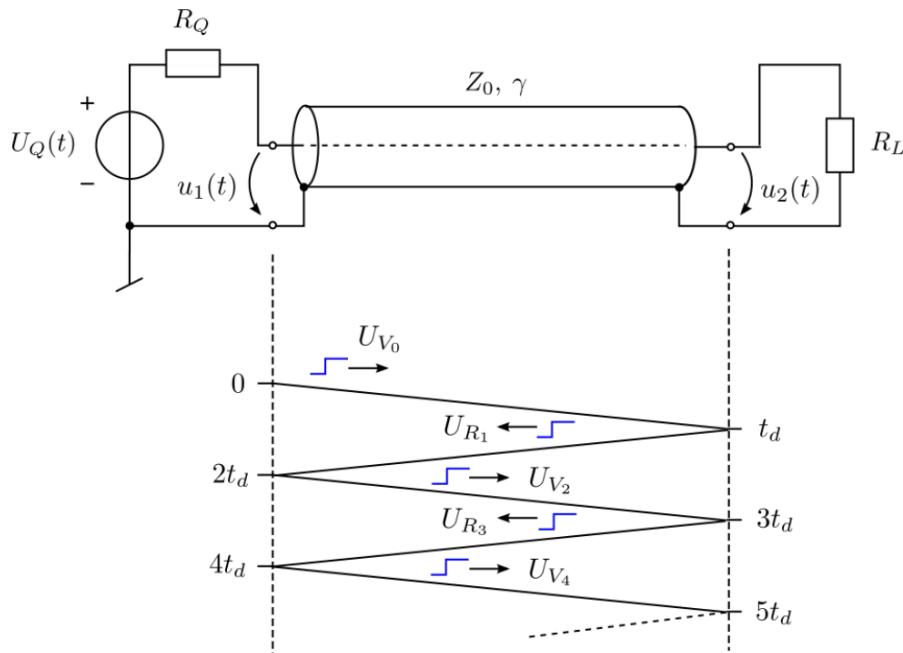
Zuerst ausrechnen, ob der Ausgleichsvorgang überhaupt gemacht werden muss!

$$I_\lambda = \frac{I}{\lambda} = \frac{I}{\tau_P \cdot v_{Ph}} = \begin{cases} \leq \frac{1}{20} & \text{Leitung kann als ideal betrachtet werden (rein ohmisch)} \\ > \frac{1}{20} & \text{Leitungsverhalten frequenzabhängig } (C', L', \dots) \end{cases}$$

Die Verzögerung durch die Phasengeschwindigkeit des Leiters führt zu einem *verspäteten* Signalverlauf am anderen Ende des Leiters, dies wird mit der Laufzeit t_d dargestellt:

$$t_d = \frac{\lambda}{v} = \frac{\beta \cdot l}{\omega}$$

Hat es unterschiedliche Impedanzen (Leiter-, Innen-, Lastimpedanz), kann es zu einem *Einschwingen* des Signales führen. Grund dafür sind die Reflexionen des Leiters, welches Stücke des Signals hin und her reflektiert, bis es den entsprechenden Wert erreicht.



Beide Enden des Leiters haben je einen Reflexionskoeffizienten: Γ_1 für den Anfang des Leiters (aus Sicht der Quelle) und Γ_2 für das Ende.

Die Spannungen $u_1(t)$ & $u_2(t)$ an den beiden Enden des Leiters entsprechen der Aufsummierung der Reflexionsspannungen.

$$\Gamma_1 = \frac{R_Q - Z_0}{R_Q + Z_0} \quad \Gamma_2 = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$

$$u_1(t) = \sum U_i \quad u_2(t) = \sum U_i$$

Zu Beginn wird das Signal von $U_Q = 1V$ angelegt und es dauert $1 \cdot t_d$ bis die Spannung U_{V_0} das Ende des Leiters erreicht.

$$U_{V_0} = U_Q \cdot \frac{Z_0}{R_Q + Z_0}$$

Da die Leiter- & Lastimpedanz unterschiedlich ist, wird das Signal mit dem Faktor $e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_2$, wobei in diesem Beispiel mit $\gamma = 0$ gerechnet wird.

$$U_{R_1} = U_{V_0} \cdot e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_2$$

Wird zum Zeitpunkt $1 \cdot t_d$ die Spannung $u_2(t)$ mit einem Oszilloskop gemessen, misst man $u_2(t_d) = U_{V_0} + U_{R_1} = \frac{4}{3}V$. Da auch die Innen- & Leiterimpedanz unterschiedlich sind, reflektiert das Signal mit dem Faktor $e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_2$ zurück. Dies wiederholt sich, bis die Spannung eingeschwungen ist.

$$U_{V_2} = U_{R_1} \cdot e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_1$$

Folgend zeigt eine "Messung" von $u_2(t)$ mit folgenden Widerstandswerten: $R_Q = 0\Omega$, $Z_0 = 50\Omega$, $R_L = 100\Omega$, $l = 1m$, $v = 0.5c_0$

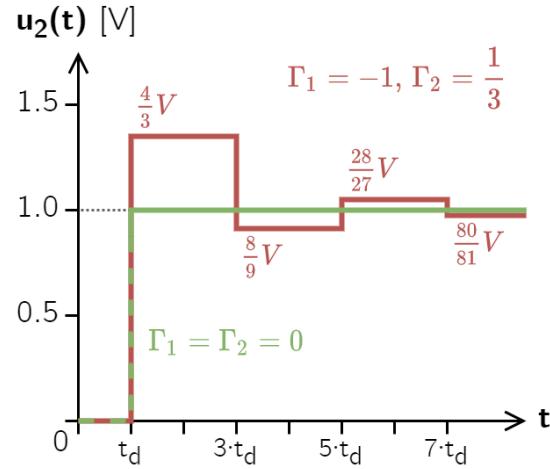
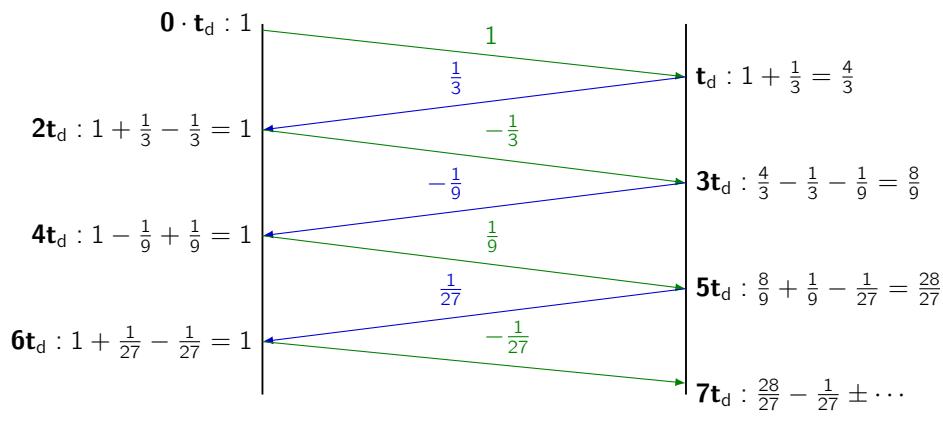
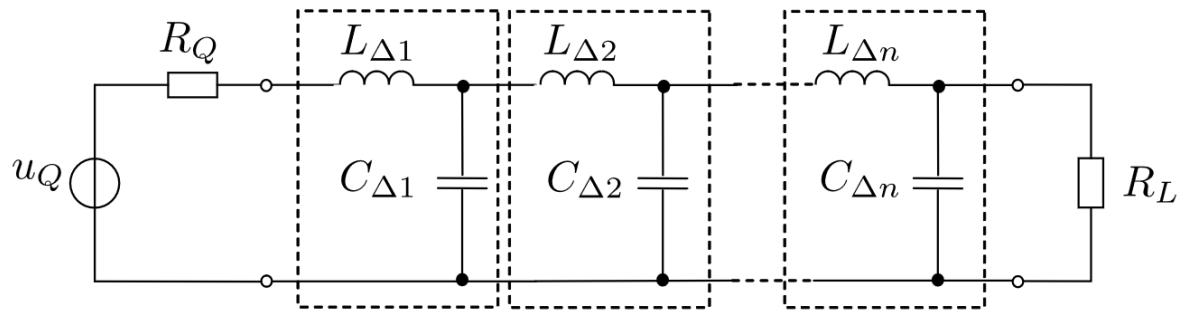


Abbildung 14: Ausgleichsvorgang $u_2(t)$

Reale Zweidrahtleitung

Jede elektrische Übertragung kann als Kette von elementaren Leitungsnachbildungen modelliert werden



Die **Laufzeit** des Signals pro Elementabschnitt folgt

$$t_{Delay_n} = \sqrt{L_{\Delta n} C_{\Delta n}}$$

Multipliziert mit n -Leitungsabschnitten ergibt sich die Laufzeit über die gesamte Signallaufzeit der Leitung. Jede Signalleitung hat eine obere Grenzfrequenz, welche sich abschätzen lässt

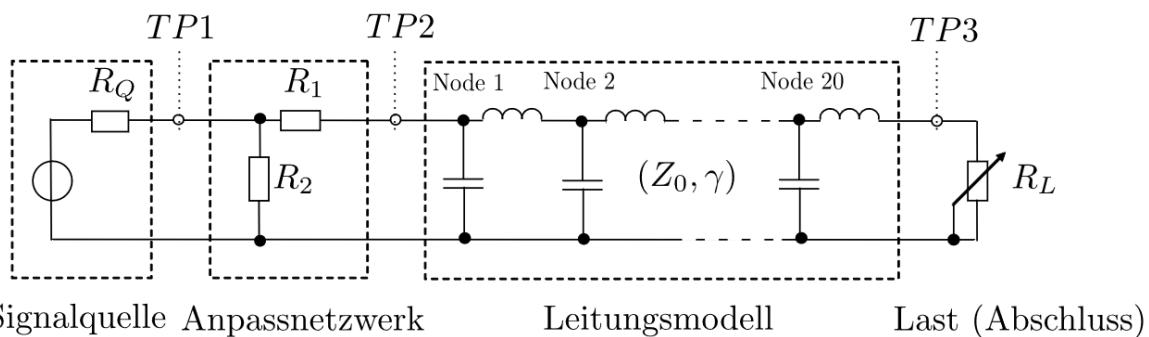
$$f_g = \frac{1}{\pi \sqrt{L_{\Delta} C_{\Delta}}}$$

Die Eingangsimpedanz Z_0 einer unendlich langen Übertragungsleitung kann ebenfalls über die Belagsgrößen abgeschätzt werden

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_{\Delta}}{C_{\Delta}}}$$

Anpassung

Über ein Anpassungsnetzwerk können Reflektionen vermieden werden



Signalquelle Anpassnetzwerk Leitungsmodell Last (Abschluss)

$$R_1 = \sqrt{Z_0(Z_0 - R_Q)} \quad \text{und} \quad R_2 = \frac{R_Q Z_0}{R_1}$$

Dabei erfährt das Signal eine Dämpfung der Spannung von

$$a_u = \sqrt{\frac{Z_0}{R_Q}} + \sqrt{\frac{Z_0}{R_Q} - 1}$$

Drahtlose Signalübertragung & -Filterung

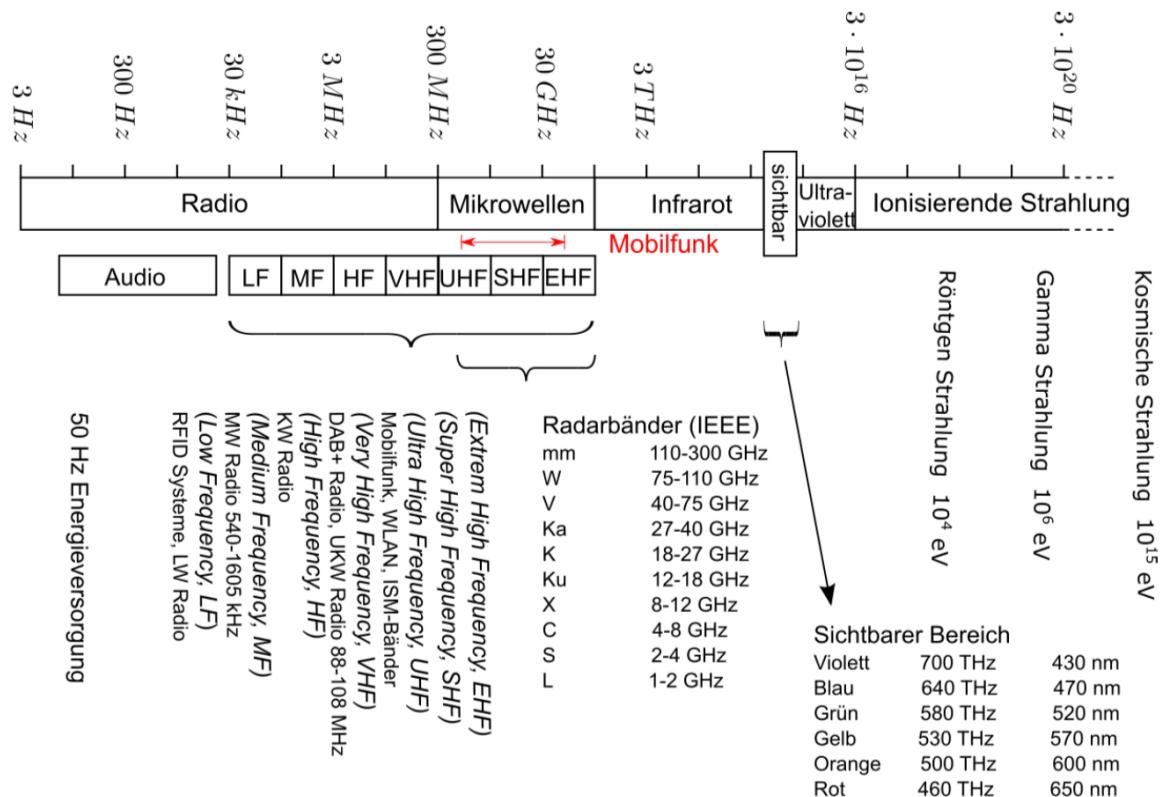
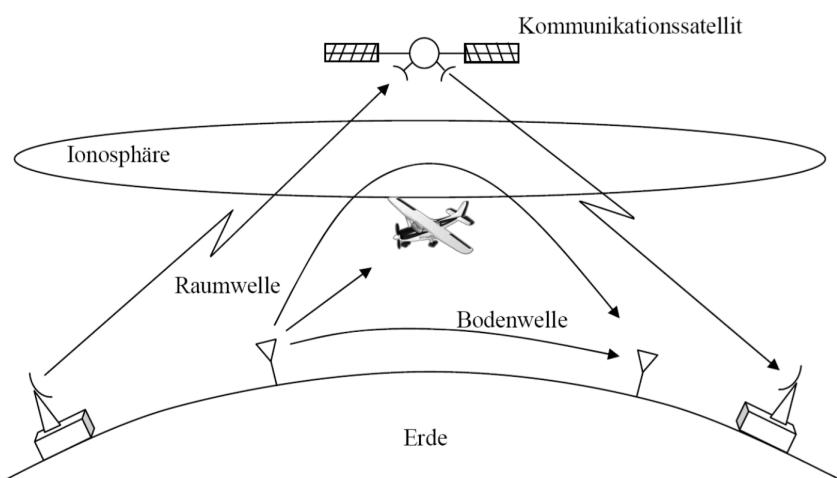


Abbildung 15: Spektrumsbereich

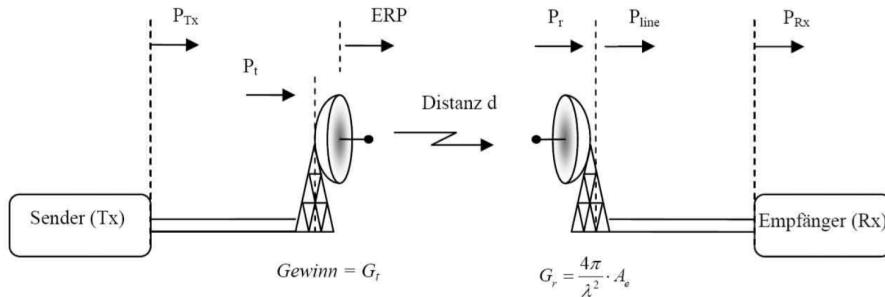
Es gibt verschiedene Ausbreitungsarten, welche zum Teil auch vom Spektrum abhängen

- *Bodenwelle* breitet sich entlang der "Materialgrenze" Luft-Boden aus
- *Direktverbindung* (auch *Line-of-Sight* oder *free space propagation*) im nicht ionisierenden Bereich der Atmosphäre
- *Raumwelle* erfolgt durch die Reflektion am ionisierten Bereich der Atmosphäre, ab ca. **100MHz** durchdringen Wellen die Ionosphäre



Linkbudget

Beim Entwurf eines Übertragungssystems interessiert primär die Leistung P_{RX} am Empfängereingang. Diese ist jedoch abhängig von den Verlusten und Gewinnen der Sender, Kabel, Antennen.



Die Leistung am Empfänger kann also erhöht werden durch...

- Sendeleistung P_{TX} erhöhen
- Verluste der Zubringerkabel minimieren
- Reflexionen an den Übergängen minimieren
- Sende- bzw. Empfangsgewinne G_t und G_r vergrößern

Die Empfangsleistung P_{RX} muss dabei genügend gross sein, damit das Signal mit einer guten Qualität am Empfängereingang vorliegt. Für eine bessere Übersicht für einen *Systementwurf* wird ein Linkbudget aufgestellt

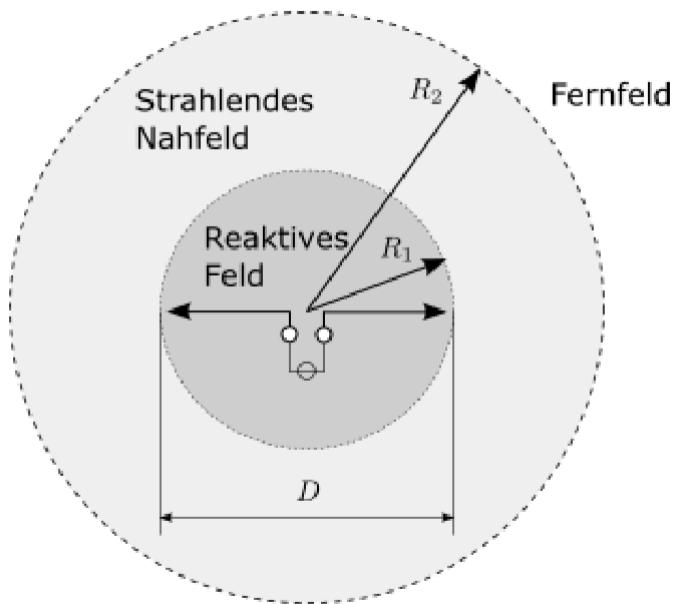
Komponente	Symbol	Beitrag	Leistung
Senderleistung (BT Klasse 2)	P_{TX}	+4 dBm	2.5 mW
Stecker-, Kabel- und Anpassverluste	- (L_{con} , L_{line} , L_m)	-3.0 dB	
Antennengewinn (z.B. aus Herstellerangaben)	G_{Tx}	+2.5 dBi	
Equivalent Isotropic Radiated Power (eventuell vom Regulator eingeschränkt)	EIRP	$\Sigma = +3.5$ dBm	2.2 mW
Freiraumdämpfung für $r = 10$ m, $f = 2450$ MHz (Kanalmodell)	- L_{fs}	-60.2 dB	
Verfügbare Leistung am Empfangsort	P_r	$\Sigma = -56.7$ dBm	2.4 nW
Polarisationsverluste	- L_p	-3.0 dB	
Antennengewinn	G_{Rx}	+2.5 dBi	
Stecker-, Kabel- und Anpassverluste	- (L_{con} , L_{line} , L_m)	-3.0 dB	
Minimale Empfängerempfindlichkeit	- P_{RX}	-(-70 dBm)	
System- oder Link-Reserve	Margin	$\Sigma = +9.8$ dB	

Abbildung 16: Linkbudget einer Bluetooth Verbindung (2.45 GHz)

Antenne

Fernfeld Kriterien

Das Feld einer Antenne kann konzeptionell in ein **Nahfeld** und ein **Fernfeld** aufgeteilt werden. Das *Nahfeld* kann nochmals in ein **reaktives Nahfeld** und ein **strahlendes Nahfeld** unterteilt werden.



Im **Fernfeld** erscheint jede Antenne als *Punktstrahler*, die Kugelform kann jedoch vernachlässigt werden und man nimmt für die Ausbreitung eine *ebene Wellenfront* an. Als **Fernfeld** gilt der Bereich ausserhalb R_2 , mit **dem Grösseren Wert von**

$$R_2 = \frac{2D^2}{\lambda} \quad \text{oder} \quad R_2 = 1.6\lambda$$

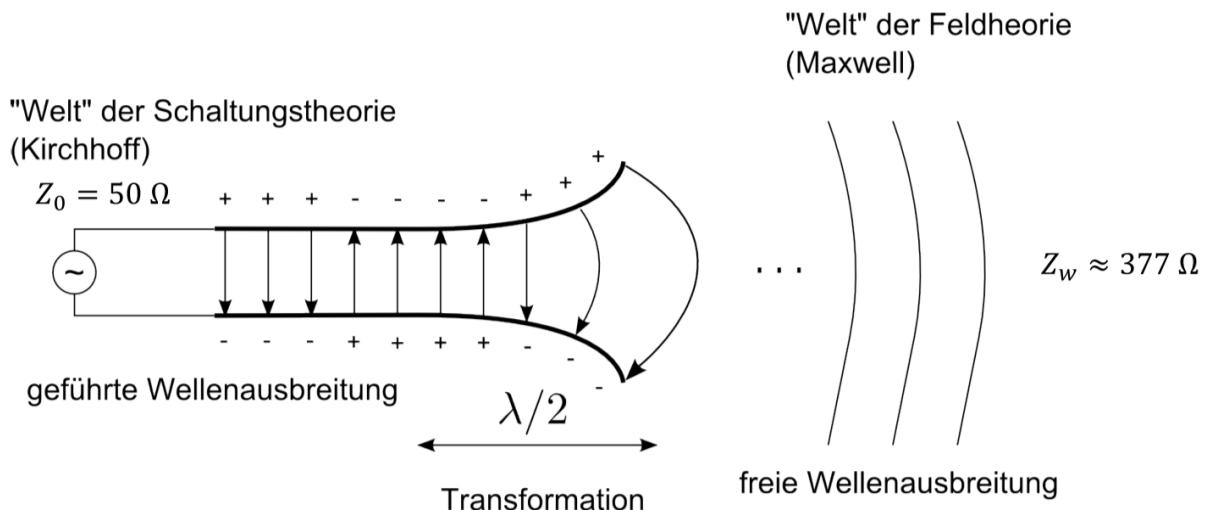
mit D als grösstes Antennenmass.

Der Übergangsbereich des **strahlenden Nahfeldes** hat die untere Grenze R_1 mit

$$R_1 \approx 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}}$$

Antennenimpedanz

Antennen können Allgemein als Impedanzwandler zwischen dem Übertrager (*Schaltungstheorie*) Z_0 und der Luft (*Feldtheorie*) $Z_w = \frac{E}{H} \approx 377\Omega$ angesehen werden.



Die Antennenimpedanz Z_{ant} hängt direkt von der Antennengeometrie ab und kann als Ersatzschaltung dargestellt werden

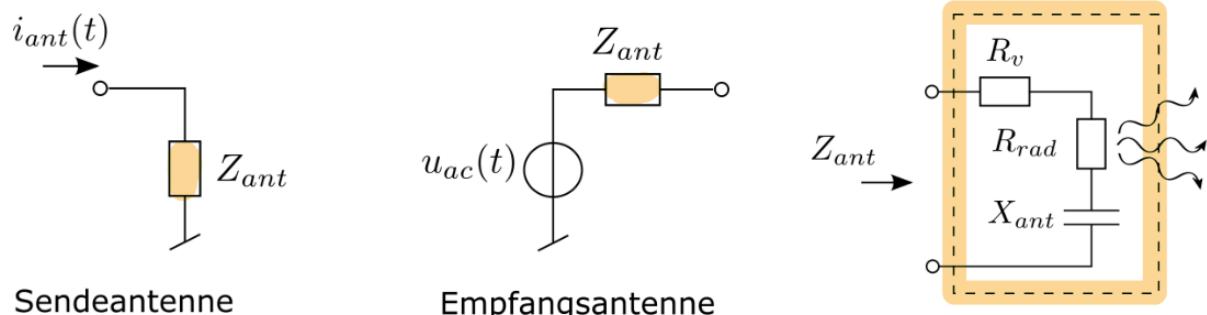


Abbildung 17: $R_v \hat{=} R_\Omega$

Die Wichtigsten Eigenschaften sind hierbei

Die **Strahlungseffizienz** η ist definiert durch

$$\eta_{rad} = \frac{R_{rad}}{R_\Omega + R_{rad}}$$

Wodurch auf den Antennengewinn G geschlossen werden kann

$$G = D \cdot \eta$$

Die abgegebene Leistung P_{ant} hängt direkt von der Anpassung von Zubringerkabel und Antenne ab

$$P_{ant} = P_t (1 - |\Gamma|^2) \quad \text{mit} \quad \Gamma = \frac{Z_{ant} - Z_0}{Z_{ant} + Z_0}$$

Die Reflexion beträgt dabei

$$\Gamma_{dB} = 10 \log_{10} (|\Gamma|^2)$$

Die *relative Bandbreite* B_r ist gegeben durch die Mittenfrequenz f_0 und die Bandbreite B bei $\pm 20\% dB$

$$B_r = \frac{B}{f_0}$$

Z_{ant} : Antennenimpedanz und Anpassung *

R_Ω : stellt die ohm'schen Verluste der Antennenstruktur dar

R_{rad} : entspricht der abgestrahlten *Wirkleistung* ($R_{rad} \hat{=} R_{\Omega,rad}$)

X_{ant} : vom *reaktiven Nahfeld* beeinflussbarer Blindwiderstand

D : Richtwirkung (*nicht D als Antennenmass*) *

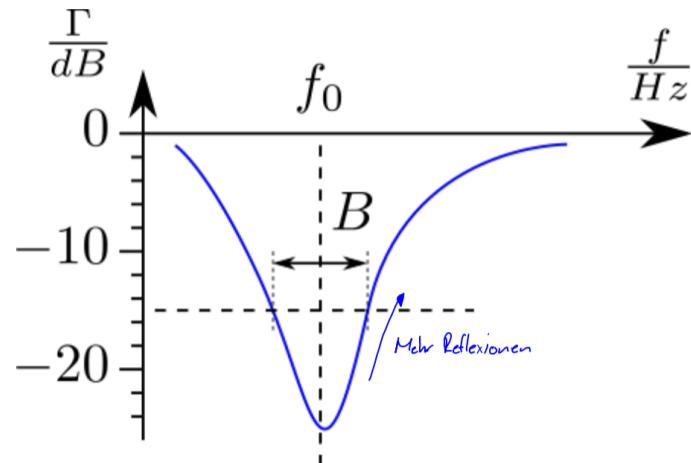
G : Antennengewinn *

: Polarisierung *

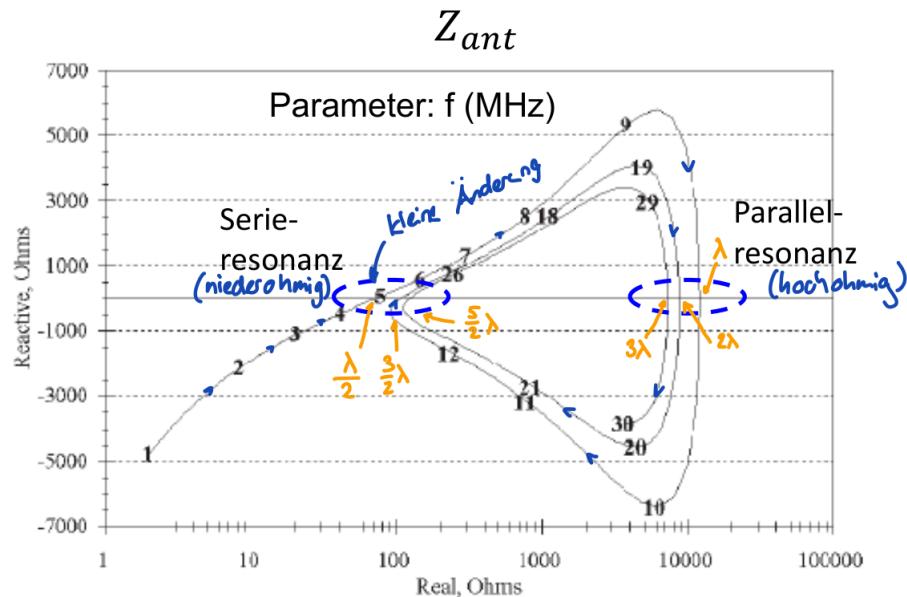
B : Bandbreite (B_r : relative Bandbreite*)

η_{rad} : Strahlungseffizienz *

* Wichtige Eigenschaften einer Antenne!



Für einen effizienten Betrieb wird die Antenne bei Resonanz, also $X_{ant} = 0$, betrieben. Bei einem **Dipol** wird dies das erste mal bei einer Länge $\ell = \frac{\lambda}{2}$ erreicht und wiederholt sich bei *ganzzahligen Vielfachen* von $\frac{\lambda}{2}$.



Richtcharakteristik

Die Abstrahlcharakteristik wird mit zwei- und dreidimensionalen Diagrammen beschrieben. Der **isotrope Strahler** ist eine (*hypothetisch*) verlustlose Antenne die gleichmäßig in alle Richtungen abstrahlt, wobei man im Abstand r die winkelunabhängige Leistungsdichte S_{iso} erhält

$$S_{iso} = \frac{P_{ant}}{4\pi r^2}$$

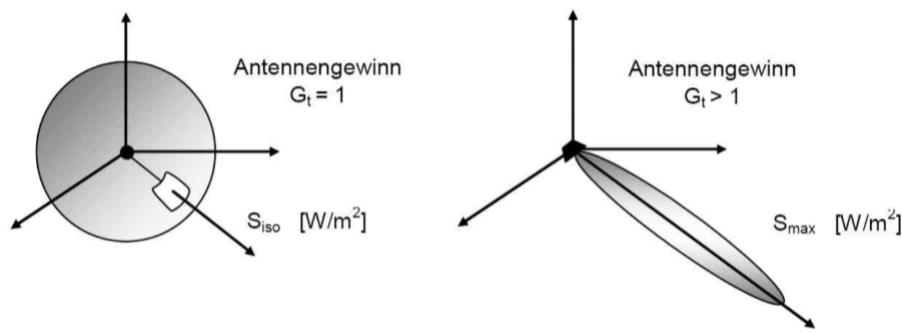
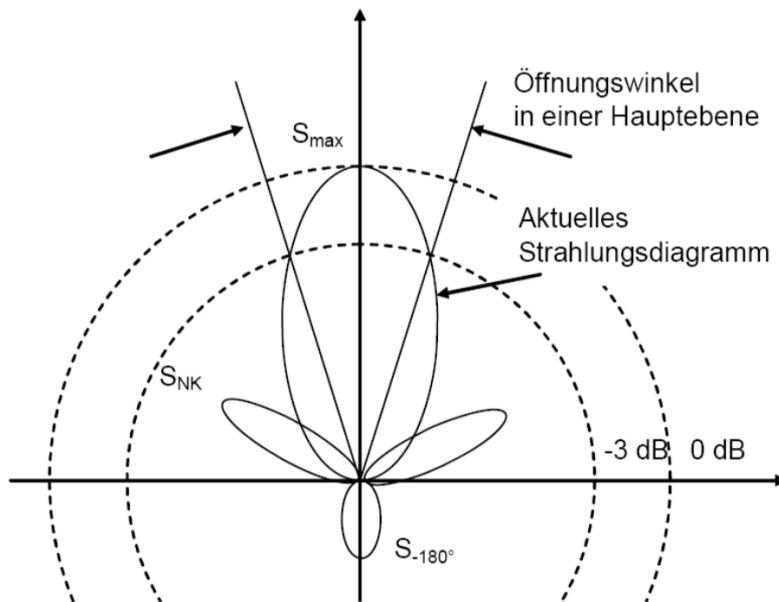


Abbildung 18: Antennengewinn für einen isotropen Strahler und eine gerichtete Antenne

Die Richtwirkung D beträgt beim *isotropen Strahler* 1. Bei einer *dipol-Antenne* gilt $D = 1.64$. Allgemein wird die Richtwirkung über die maximale Leistungsdichte $S(\theta, \varphi)_{max}$ einer gerichteten Antenne bestimmt (wobei $\Delta\theta_{-3dB}^\circ$ und $\Delta\varphi_{-3dB}^\circ$ den Öffnungswinkel in der Horizontalen- respektive Vertikalen-Ebene beschreiben)

$$D = \frac{S(\theta, \varphi)_{max}}{S_{iso}} \approx \frac{32400}{\Delta\theta_{-3dB}^\circ \Delta\varphi_{-3dB}^\circ}$$



und der daraus schliessende Antennengewinn G ist

$$G = D \cdot \eta$$

Effektiv abgestrahlte Leistung

Die *Equivalent Isotropically Radiated Power EIRP* beschreibt, dass bei 1kW Leistung an einem *isotropischen Strahler* die Feldstärke H in 1km Entfernung $173 \frac{mV}{m}$ beträgt.

$$EIRP = P_{ant} \cdot G_i$$

Die *Effektive Radiated Power ERP* beschreibt, dass bei 1kW Leistung an einem vertikalen *Referenzdipol* die Feldstärke H in 1km Entfernung $222 \frac{mV}{m}$ beträgt.

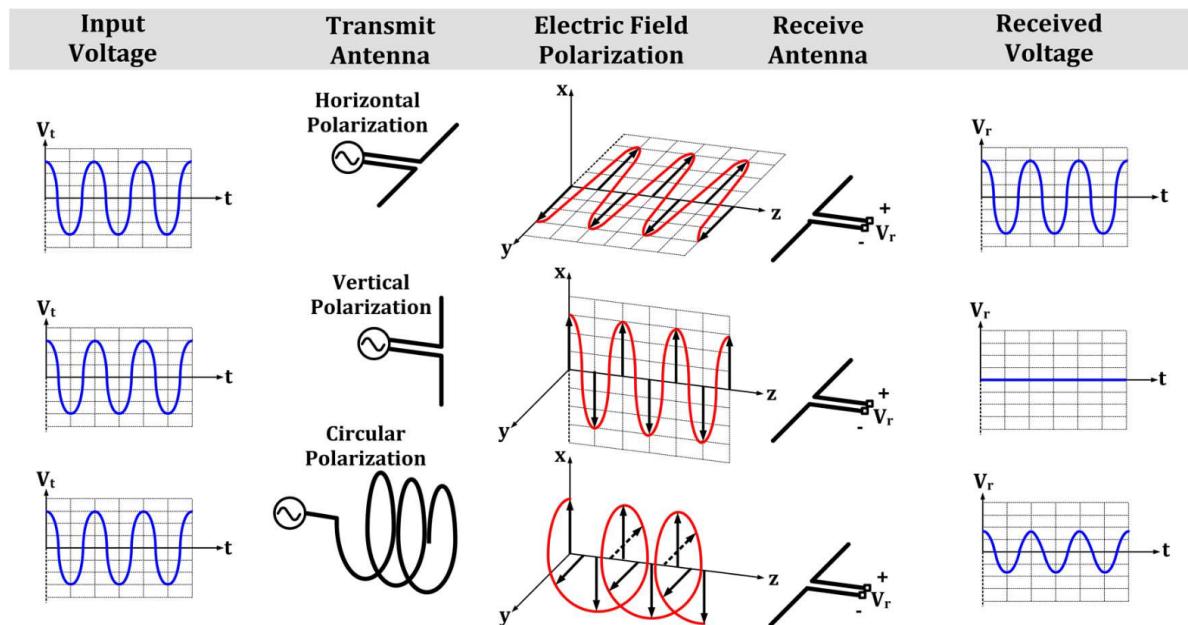
$$ERP = P_{ant} \cdot G_d$$

Die beiden Größen haben den direkten Zusammenhang

$$ERP = 0.61EIRP \quad \text{oder} \quad ERP_{dB_i} = EIRP_{dB_i} - 2.2dB$$

Feldpolarisation

Die Polarisation des elektromagnetischen Feldes entspricht der Swingungsebene des E-Feld-Vektors



Wenn die Polarisation des Feldes nicht mit der Empfängerantenne übereinstimmt, so treten *Polarisationsverluste* L_p im Bezug auf die *Polarisationsrichtung* \vec{e}_E und der *Polarisation* der Antenne \vec{e}_{ant} auf

$$L_p = \frac{1}{|\vec{e}_E \cdot \vec{e}_{ant}|^2}$$

Diese können grob nach folgendem Schema, wobei **RHC** (**R**ight **H**and **C**ircular), **LHC** (**L**eft **H**and **C**ircular), **V**ertical und **H**orizontal gilt. Zudem gelten die $3dB^*$ für alle Kombinationen zwischen linearer und zirkularer Polarisation.

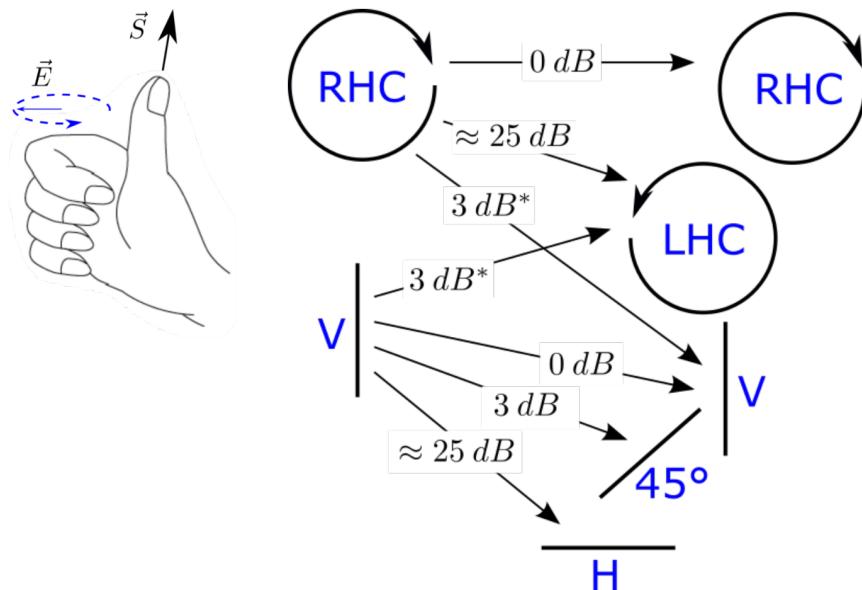


Abbildung 19: Polarisationsversluste zwischen entsprechenden Polarisationen

Verfügbare Leistung am Empfangsort

Die verfügbare Leistung P_r ist proportional zur effektiv wirksamen Apertur/Antennenfläche A_e

$$P_r = S_r(\theta, \varphi) A_e = \frac{E^2}{Z_w} A_e = H^2 Z_w A_e$$

Effektive Apertur der Empfangsantenne

$$A_e = G \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Antennenfaktor

$$AF = \frac{E}{U} = \frac{9.73}{\lambda \sqrt{G}}$$

S_r : Strahlungsleistungsdichte $\left[\frac{W}{m^2}\right]$

E : Effektivwert el. Feldstärke $\left[\frac{V}{m}\right]$

H : Effektivwert magn. Feldstärke $\left[\frac{A}{m}\right]$

Z_w : Wellenimpedanz (Luft: 377Ω)

A_e : Effektive Aperture $[m^2]$

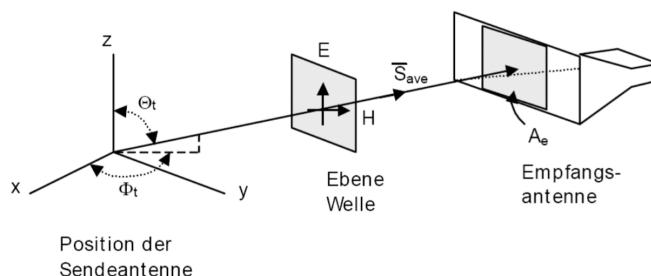
G : Antennengewinn

E : Elektrische Feldstärke $\left[\frac{V}{m}\right]$

AF : Antennenfaktor $\left[\frac{1}{m}\right]$

U : Signalspannung am Antennenanschluss $[V]$

λ : Wellenlänge



Ausbreitungsverluste einer Funkstrecke

! Wichtig

Folgende Betrachtungen gelten nur im **Fernfeld**

Freiraummodell

Die **Freiraumdämpfung** L_{fs} (*Free Space Path Loss*) gilt bei Sichtverbindung, Die EM-Welle wird nicht beeinflusst (idealer Funkkanal).

$$L_{fs} = \frac{P_t}{P_r} = \frac{P_t}{S_r A_e} = \left(\frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2$$

und in der dB Darstellung:

$$L_{fs[dB]} = 32.4 + 20 \log_{10}(f_{[MHz]}) + 20 \log_{10}(r_{[km]})$$

L_{fs}	: Freiraumdämpfung
P_t	: Sendeleistung (Transmitter)
G_r, G_t	: Antennengewinne
P_r	: Empfängerleistung (Receiver)
S_r	: Strahlungsdichte am Empfangsort
A_e	: Effektive Apertur/Antennenfläche (<i>isotroper Strahler</i>)
$f_{[MHz]}$: Frequenz in MHz
$r_{[km]}$: Distanz in km
λ	: Wellenlänge

Die an einem angepassten Empfänger abgegebene Leistung P_r ist gegeben durch:

$$P_r = P_t \frac{G_t \cdot G_r}{L_{fs}}$$

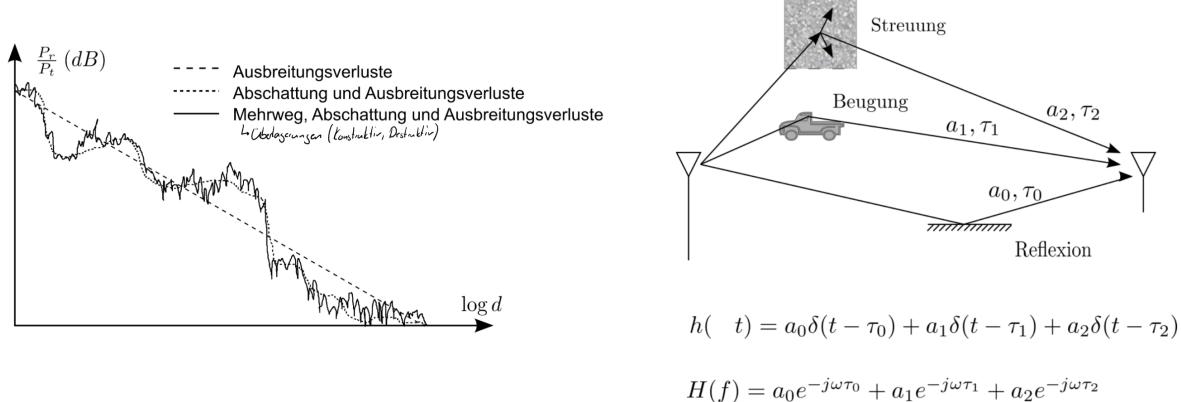
Empirisches Kanalmodell

Empirisches Modell für Ausbreitungsverluste (*Power Law Propagation Regime*) ohne direkte Sichtverbindung. Parameter γ des Modells wird mit Hilfe einer Regression aus Messwerten bestimmt oder es werden Typische Werte (siehe Tabelle) angenommen. Die Referenzdistanz d_0 ergibt sich mit der Kalibrierung des Messaufbaus, z.B. $d_0 = 1m$

$$L_M = \left(4\pi \frac{d_0}{\gamma} \right)^2 \left(\frac{r}{d_0} \right)^\gamma \quad \text{oder} \quad L_M[dB] = 32.4 + 20 \cdot \log_{10}(f[GHz]) + 10 \cdot \gamma \cdot \log_{10}(r[m])$$

Umfeld	γ Bereich
Makrozellen im Stadtbereich (Zellradius 0.5-3 km)	3.7 - 6.5
Mikrozellen im Stadtbereich (Zellradien 0.1-0.5 km)	2.7 - 3.5
Bürogebäude, gleiches Stockwerk	1.6 - 3.5
Bürogebäude, mehrere Stockwerke	2 - 6
Einkaufszentren	1.8 - 2.2
Firmengelände	1.6 - 3.3
Einfamilienhaus	3
Ideale Freiraumdämpfung	2
Modell mit Bodenreflexion	4

Real gesehen spielen jedoch noch viele weitere Faktoren eine Rolle



Zeitvarianter Mehrwegkanal

Starke Signalschwankungen im Bereich einiger Wellenlängen, welche durch die Mehrwegausbreitung zustande kommen, nennt man **Rayleigh Fading Propagation Regime**. Der Kanal ist ein sehr konservatives Modell bezüglich Verlust (Skript.74). Man erhält für die *Signalspannung* $u(t)$ am Empfänger eine Rayleigh Verteilung mit...

$$p(u) = \frac{1}{\bar{P}_r} e^{-\frac{u}{\bar{P}_r}} \quad \text{mit } u \geq 0 \text{ und } \bar{P}_r = 2\sigma^2$$

... mit der Mittleren Empfangsleistung \bar{P}_r des Signals, welche die Ausbreitungsverluste und die Abschattungsverluste beinhaltet.

Die Leistungsverteilung des Empfangssignals folgt einer Exponentialverteilung:

$$p_{u^2}(x) = \frac{1}{\bar{P}_r} e^{-\frac{x}{\bar{P}_r}}, x \geq 0$$

Die **Wahrscheinlichkeit P** für das *Unterschreiten einer minimalen Signalleistung* S_{min}

$$P[u^2 < S_{min}] = \int_0^{S_{min}} p_{u^2}(x) dx$$

Komplementär dazu die *Versorgungswahrscheinlichkeit*

$$P[u^2 \geq S_{min}] = 1 - P[u^2 < S_{min}]$$

! Masseinheiten

Leistungen in Watt [W]

$$P_{[W]} = 10^{\frac{P_{[dBW]}}{10}} \quad \text{bzw.} \quad P_{[mW]} = 10^{\frac{P_{[dBm]}}{10}} \cdot 1mW$$

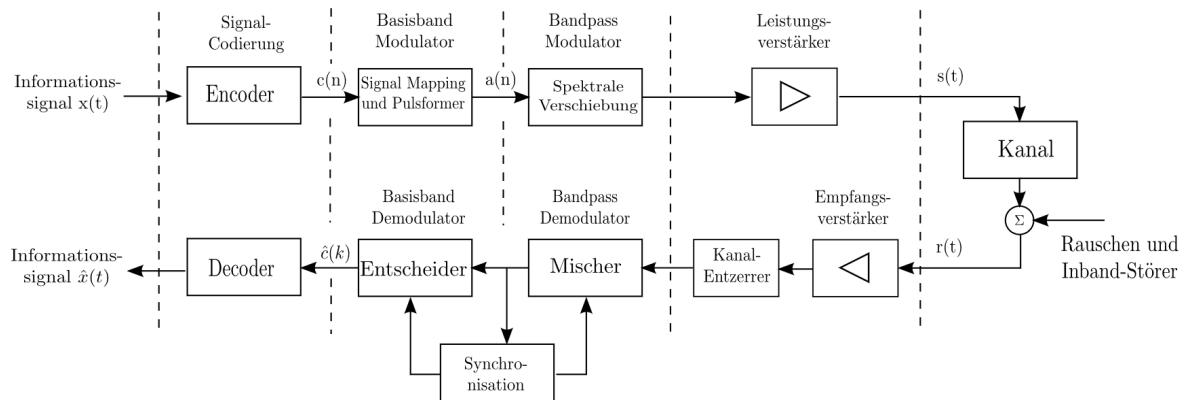
Modulation & Demodulation

Bei einer digitale Punkt-zu-Punkt-Übertragung werden Symbole aus einem bestehenden Alphabet versendet. Ein binäres System hat ein Alphabet mit nur zwei Symbolen, ein mehrwertiges System ein Alphabet mit M verschiedenen Symbolen.

i Modulation & Demodulation

Der **Modulator** setzt die Symbolfolge in ein für die Übertragung geeignetes Zeitsignal um. Der **Demodulator** schätzt die ursprüngliche Symbolfolge.

Während der Übertragung wird das Signal verzerrt und es kommt *weisses Rauschen (Gauss verteilt Amplituden)* zum Signal dazu.



Information

Digitales Symbol, **Zahl**

$\{0, 1\}$

Bitdauer

T_b [s]

Bitrate

$$r_b = \frac{1}{T_b} \left[\frac{\text{bit}}{1} \right]$$

Beispiel

- Binär: $T_b = T_s$
- 2 Bit pro Symbol: $2T_b = T_s$
- m Bit pro Symbol: $mT_b = T_s$

Physikalisches Symbol, **Puls**



Symboldauer

T_s [s]

Symbolrate

$$r_s = \frac{1}{T_s} \text{ [baud]}$$

Beispiel

- Amplitudenstufen: $2^1 = 2$
- Amplitudenstufen: $2^2 = 4$
- Amplitudenstufen: 2^m

Basisbandmodulation

Übertragung im Basisband lässt Frequenzkomponenten von 0 Hz bis zu einer oberen Grenzfrequenz f_g zu → Tiefpass Charakteristik.

i Informationssignal Typ

Wenn das Informationssignal in analoger oder digitaler Form vorliegt, werden unterschiedliche Implementierungskonzepte angewendet.

Bandbreitenbegrenzung

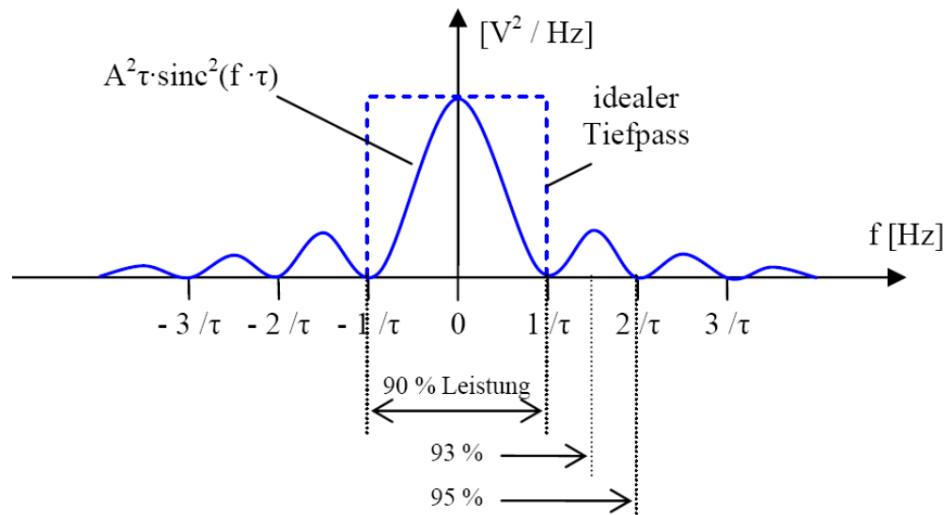
Eine **informationstragende Pulssequenz** stellt ein Zufallssignal dar. Die mittlere normierte spektrale Leistungsdichte einer Serie von polaren Rechteckpulsen für n Datenbits entspricht mit:

$$G(f) = \frac{n \cdot A^2 \cdot \tau^2 \cdot (\text{sinc}(f \cdot \tau))^2}{n \cdot \tau} = A^2 \cdot \tau \cdot (\text{sinc}(f \cdot \tau))^2 \quad \left[\frac{V^2}{\text{Hz}} \right]$$

A : Pulsamplitude

τ : Pulsbreite

Die Qualität ist proportional zur übertragenen AC-Signalleistung, die von der Kanalbandbreite abhängt

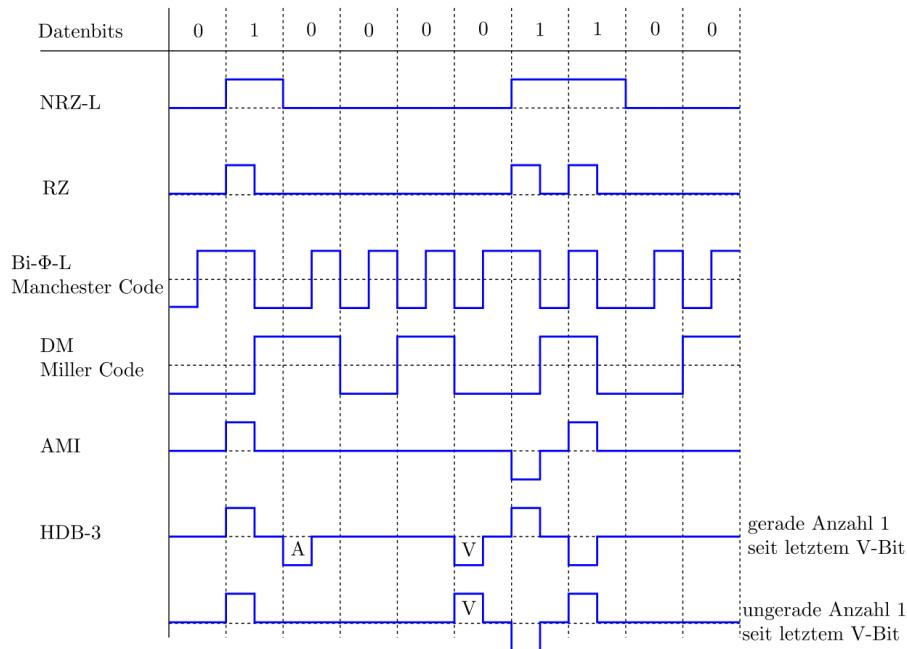


(binäre) Leitungscodes

Das Informationssignal als binärer Datenstrom wird als Leitungscode in einer Pulsfolge abgebildet, die der Charakteristik des Übertragungskanals angepasst ist.

i Aufgaben eines Leitungscodes

- Kanal-Ströme & -Spannungen entsprechen nicht den Werten einer normalen Logikfamilie – Häufig höhere Werte
- Bittakt muss aus dem regenerierten Signal leicht erkennbar sein
- Keine Gleichstromkomponente
- Signal muss erkennbar sein, egal ob richtig oder invertiert
- Start eines neuen Datensatzes soll markiert sein



- Non Return to Zero (NRZ)
- Return to Zero (RZ)
- Bi-Phase, Manchester Code, (10-Mbit/s-Ethernet)
- Delay Modulation (Miller Code)
- Alternate Mark Inversion (AMI)
- High Density Bipolar (HDB-3), Telefonie, PCM30 Bündel

! Fundamentaler Zusammenhang

Pulsdauer · Bandbreite \approx konstant

- Je **kürzer** der Puls, desto **breiter** die Bandbreite
- DC Anteil ist nicht so gut
- Taktinformation geht je nach Code verloren

Beispiel: Manchester Code hat eine grössere Bandbreite als z.B. ein NRZ-L, besitzt keinen DC-Anteil und behält die Taktinformation.

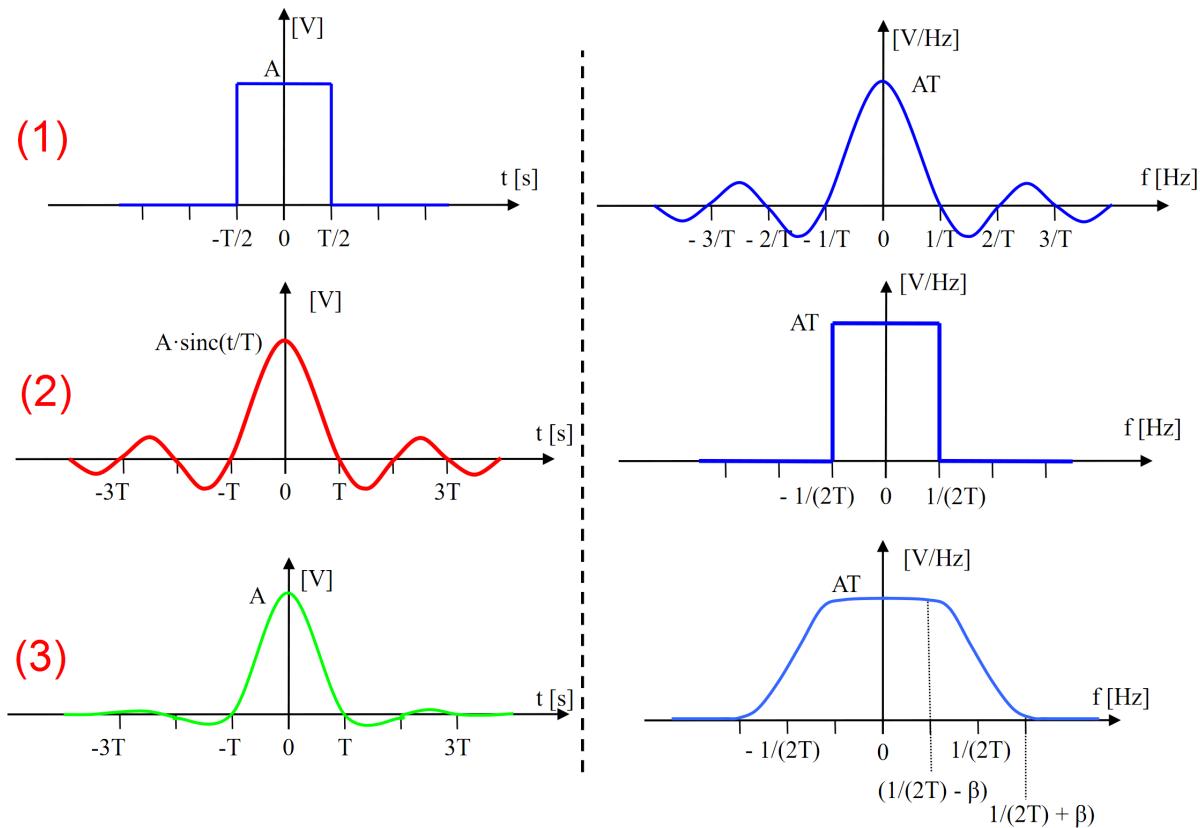
Pulsformen mit besseren Eigenschaften

Eigenschaften 'guter' Pulsformen:

- Eine 'runde' Pulsform \rightarrow eckige Amplitudenverläufe benötigt mehr Bandbreite
- Pulsform für ein Datenbit darf vorausgegangenen und nachfolgende Pulse nicht verfälschen \rightarrow gute Detektierbarkeit

i Pulsverfälschung

Eine gegenseitige Pulsverfälschung wird *Inter-Symbol-Interference (ISI)* genannt.

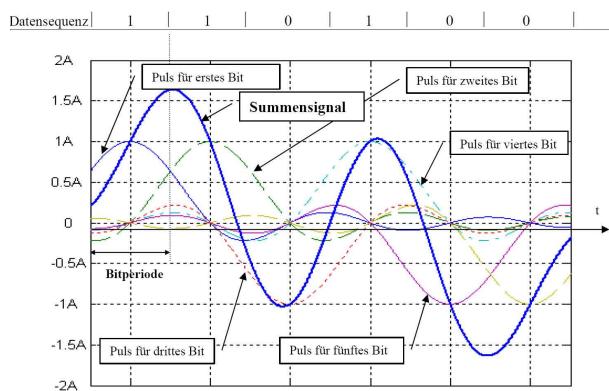


① Rechteck Impuls

Rechteckimpuls hat zwar ein grosses Spektrum, ist aber durch eine konstante *Noise Margin* über die gesamte Pulsdauer weniger empfindlich auf Synchronisationsfehler (im Vergleich zu *Sinc*).

② Sinc-Puls

Runde Form führt zu scharf begrenztem Spektrum im Frequenzbereich (Benötigt minimale Bandbreite). **Signal entspricht Summe von Sinc-Pulsen.**



$$B_K = \frac{r_b}{2}$$

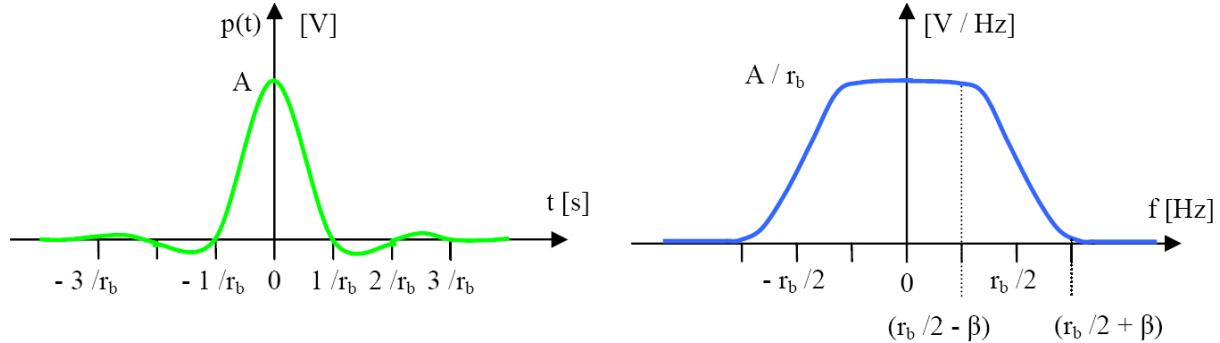
- Gesamte Pulsergie liegt innerhalb 0 bis $r_b/2$ Hz → sehr gute Spektraleffizienz
- Jeder Sinc-Puls ist auf die Mitte der Bit-Periode $T_b = 1/r_b$ zentriert
- Überlappt zeitlich mit anderen Pulsen

Vorsicht

Der Sinc-Puls trägt verschiedene Probleme mit sich:

- Nur in der Mitte jeder Bitperiode besteht keine Symbolinterferenz
- Empfänger nicht exakt synchronisiert → abgetasteter Wert von Nachbarpulsen verfälscht
- Empfindlich auf überlagertes Rauschen → *Noise Margin*

(3) Raised Cosine Pulse (RC-Pulse)



Gedämpfter Sinc-Puls verbessert Symbolinterferenzen.

$$B_{Puls} = \frac{r_b}{2} + \beta \quad \begin{cases} \beta = 0 \rightarrow \text{keine Dämpfung} \\ \beta = r_b/2 \rightarrow \text{maximale Dämpfung} \end{cases}$$

Pulsform im Zeitbereich

$$p(t) = A \cdot \operatorname{sinc}(r_b \cdot t) \left[\frac{\cos(2\pi \cdot \beta \cdot t)}{1 - (4 \cdot \beta \cdot t)^2} \right] = A \cdot \frac{\sin(\pi \cdot r_b \cdot t)}{\pi \cdot r_b \cdot t} \left[\frac{\cos(2\pi \cdot \beta \cdot t)}{1 - (4 \cdot \beta \cdot t)^2} \right]$$

Wertebereich von β ist von Datenrate r_b abhängig → Für bessere Handhabung wird der **roll-off Faktor α** verwendet

$$\alpha = \frac{2\beta}{r_b} \cdot 100\% \quad [\%]$$

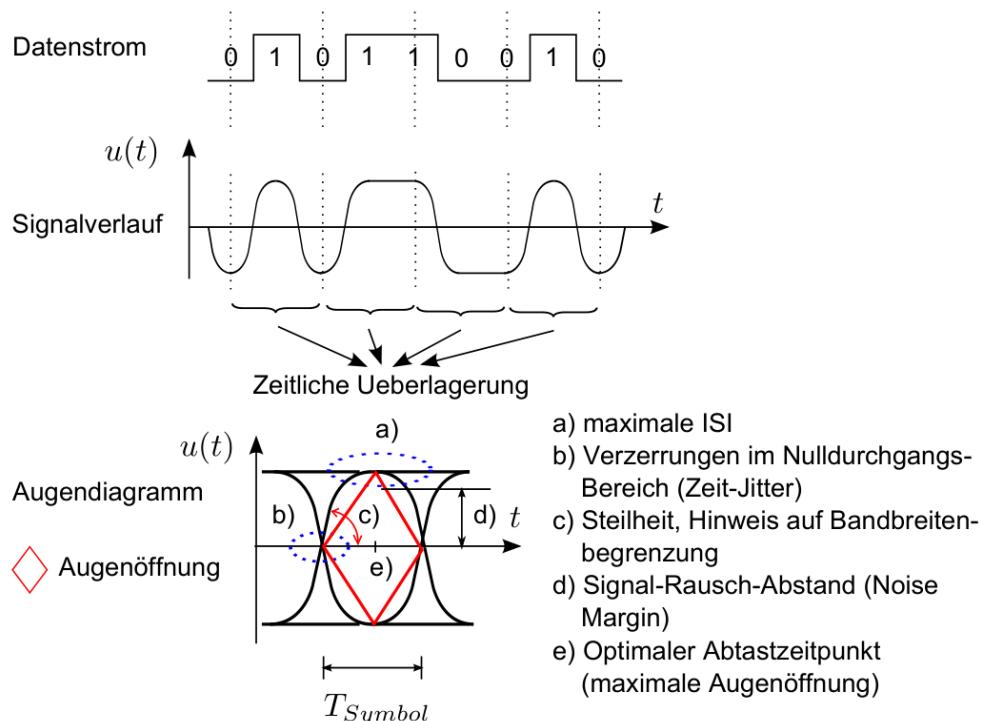
Pulsform im Frequenzbereich

$$P(f) = \begin{cases} \frac{1}{r_b} & |f| \leq (\frac{r_b}{2} - \beta) \\ \frac{1}{r_b} \cos^2 \left[\frac{\pi}{4\beta} \left(|f| - \frac{r_b}{2} + \beta \right) \right] & (\frac{r_b}{2} - \beta) < |f| < (\frac{r_b}{2} + \beta) \\ 0 & |f| \geq (\frac{r_b}{2} + \beta) \end{cases}$$

Vergleich von Pulsformen für digitale Signale

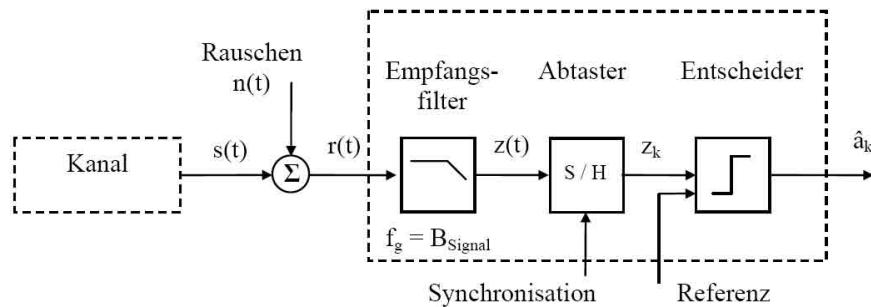
Pulsform	Bandbreite	Vorteile	Nachteile
Rechteck, Pulsbreite $\tau = 1/r_b$	$2r_b$ (95% Inbandleistung)	Kein ISI, minimale Empfindlichkeit auf Jitter. Einfache Schaltungen	Grosser Bandbreitebedarf
Sinc, Pulsbreite $\tau = 2/r_b$	$0.5r_b$ (100% Inbandleistung)	Kleine Bandbreite Kein ISI bei optimaler Synchronisation	Störanfällig auf Jitter Höhere Komplexität der Schaltungen
Raised Cosine, Pulsbreite $\tau = 2/r_b$	$0.5r_b + \beta$ (100% Inbandleistung)	Kein ISI Weniger empfindlich auf Jitter als der Sinc-Puls	Benötigt mehr Bandbreite als der Sinc-Puls, jedoch weniger als der Rechteckpuls

Augendiagramm



Basisbanddemodulation

Einfacher binärer Empfänger



$s(t)$: ursprünglich ausgesendetes Symbol für das Datenbit a_k

$n(t)$: Gauss'sches Rauschen mit $G_n(f) = N_0/2$ und mittelwertfrei

$r(t)$: Empfangssignal am Eingang des Empfängers

$z(t)$: Signal am Eingang des Abtasters

z_k : Abgetastetes Signal am Eingang des Entscheiders

\hat{a}_k : Geschätztes Symbol (Bit) am Ausgang des Entscheiders

Rauschmodell

Das modellierte Rauschen am Eingang des Empfängers sei **weisses Rauschen**. Die Amplitude ist Gauss verteilt und mittelwertfrei.

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot e^{-\frac{n^2}{2\sigma^2}}$$

σ^2 : Varianz (mittlere Rauschleistung $E[n^2(t)]$)

n : Amplitude des Rauschens

$p(n)$: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion

Rauschen am Ausgang des Empfangsfilters ($z(t)$)

Tiefpassfilter besitzt Grenzfrequenz f_g , welche der Bandbreite des übertragenen Signals entspricht. Da der Filter linear ist, wird die gauss'sche Form von n in n_0 erhalten.

Leistungsdichtespektrum des Rauschen ändert sich jedoch:

$$G_{n_0}(f) = G_n(f) \cdot |H(f)|^2$$

$$E[n_0^2(t)] = N_0 B_n = \sigma_0^2$$

Rauschen am Ausgang des Abtasters (z_k)

$$p(n_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0^2}} \cdot e^{-\frac{n_0^2}{2\sigma_0^2}}$$

σ_0^2 : Varianz am Ausgang des Abtasters (z_k)

Q-Funktion

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Gauss verteilte Zufallsvariable mit dem Mittelwert m und der Varianz σ^2 einen beobachteten Wert grösser als ($m + \sigma \cdot k$) annimmt, ist mit der Q-Funktion gegeben:

$$Q(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_k^\infty e^{-\frac{1}{2}\lambda^2} d\lambda$$

Somit gilt die Wahrscheinlichkeit am Eingang des Entscheiders:

$$P[z_k > (m + \sigma_0 k)] = Q(k)$$

Folgende Tabelle gibt numerische Werte für $Q(k)$ an. Für $k > 3$ kann eine Näherung angewendet werden (Fehler der Näherung < 6%)

$$Q(k) \approx \frac{e^{-\frac{k^2}{2}}}{k\sqrt{2\pi}}$$

x	$Q(x)$	x	$Q(x)$	x	$Q(x)$	x	$Q(x)$
0.00	5.00×10^{-1}	1.55	6.06×10^{-2}	3.05	1.14×10^{-3}	4.55	2.68×10^{-6}
0.05	4.80×10^{-1}	1.60	5.48×10^{-2}	3.10	9.68×10^{-4}	4.60	2.11×10^{-6}
0.10	4.60×10^{-1}	1.65	4.95×10^{-2}	3.15	8.16×10^{-4}	4.65	1.66×10^{-6}
0.15	4.40×10^{-1}	1.70	4.46×10^{-2}	3.20	6.87×10^{-4}	4.70	1.30×10^{-6}
0.20	4.21×10^{-1}	1.75	4.01×10^{-2}	3.25	5.77×10^{-4}	4.75	1.02×10^{-6}
0.25	4.01×10^{-1}	1.80	3.59×10^{-2}	3.30	4.83×10^{-4}	4.80	7.93×10^{-7}
0.30	3.82×10^{-1}	1.85	3.22×10^{-2}	3.35	4.04×10^{-4}	4.85	6.17×10^{-7}
0.35	3.63×10^{-1}	1.90	2.87×10^{-2}	3.40	3.37×10^{-4}	4.90	4.79×10^{-7}
0.40	3.45×10^{-1}	1.95	2.56×10^{-2}	3.45	2.80×10^{-4}	4.95	3.71×10^{-7}
0.45	3.26×10^{-1}	2.00	2.28×10^{-2}	3.50	2.33×10^{-4}	5.00	2.87×10^{-7}
0.50	3.09×10^{-1}	2.05	2.02×10^{-2}	3.55	1.93×10^{-4}	5.05	2.21×10^{-7}
0.55	2.91×10^{-1}	2.10	1.79×10^{-2}	3.60	1.59×10^{-4}	5.10	1.70×10^{-7}
0.60	2.74×10^{-1}	2.15	1.58×10^{-2}	3.65	1.31×10^{-4}	5.15	1.30×10^{-7}
0.65	2.58×10^{-1}	2.20	1.39×10^{-2}	3.70	1.08×10^{-4}	5.20	9.96×10^{-8}
0.70	2.42×10^{-1}	2.25	1.22×10^{-2}	3.75	8.84×10^{-5}	5.25	7.60×10^{-8}
0.75	2.27×10^{-1}	2.30	1.07×10^{-2}	3.80	7.23×10^{-5}	5.30	5.79×10^{-8}
0.80	2.12×10^{-1}	2.35	9.39×10^{-3}	3.85	5.91×10^{-5}	5.35	4.40×10^{-8}
0.85	1.98×10^{-1}	2.40	8.20×10^{-3}	3.90	4.81×10^{-5}	5.40	3.33×10^{-8}
0.90	1.84×10^{-1}	2.45	7.14×10^{-3}	3.95	3.91×10^{-5}	5.45	2.52×10^{-8}
0.95	1.71×10^{-1}	2.50	6.21×10^{-3}	4.00	3.17×10^{-5}	5.50	1.90×10^{-8}
1.00	1.59×10^{-1}	2.55	5.39×10^{-3}	4.05	2.56×10^{-5}	5.55	1.43×10^{-8}
1.05	1.47×10^{-1}	2.60	4.66×10^{-3}	4.10	2.07×10^{-5}	5.60	1.07×10^{-8}
1.10	1.36×10^{-1}	2.65	4.02×10^{-3}	4.15	1.66×10^{-5}	5.65	8.02×10^{-9}
1.15	1.25×10^{-1}	2.70	3.47×10^{-3}	4.20	1.33×10^{-5}	5.70	5.99×10^{-9}
1.20	1.15×10^{-1}	2.75	2.98×10^{-3}	4.25	1.07×10^{-5}	5.75	4.46×10^{-9}
1.25	1.06×10^{-1}	2.80	2.56×10^{-3}	4.30	8.54×10^{-6}	5.80	3.32×10^{-9}
1.30	9.68×10^{-2}	2.85	2.19×10^{-3}	4.35	6.81×10^{-6}	5.85	2.46×10^{-9}
1.35	8.85×10^{-2}	2.90	1.87×10^{-3}	4.40	5.41×10^{-6}	5.90	1.82×10^{-9}
1.40	8.08×10^{-2}	2.95	1.59×10^{-3}	4.45	4.29×10^{-6}	5.95	1.34×10^{-9}
1.45	7.35×10^{-2}	3.00	1.35×10^{-3}	4.50	3.40×10^{-6}	6.00	9.87×10^{-10}
1.50	6.68×10^{-2}						

Mittlere Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_b

Noise Margin reicht nicht mehr alleine aus → daher **mittlere Bitfehlerwahrscheinlichkeit**. P_b beschreibt, wie wahrscheinlich eine **fehlerhafte Schätzung** ist:

$$P_b = P[b] \cdot P[(\hat{a}_k = a) | b] + P[a] \cdot P[(\hat{a}_k = b) | a] = P[b] \cdot \underbrace{Q\left(\frac{b - V_{ref}}{\sigma_0}\right)}_{\text{einfacher Empfänger}} + P[a] \cdot Q\left(\frac{V_{ref} - a}{\sigma_0}\right)$$

P_b : mittlere Bitfehlerwahrscheinlichkeit

$P[a], P[b]$: Wahrscheinlichkeiten der Symbolwerte a und b

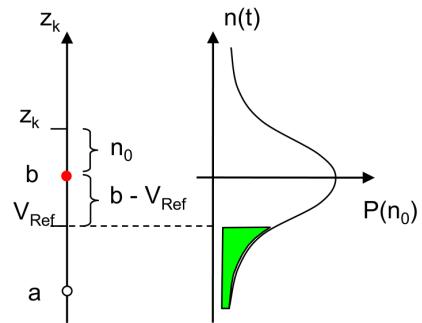
\hat{a}_k : geschätztes Symbol

$P[x|y]$: 'x entschieden, obwohl y gesendet wurde' (bedingte Wahrsch.)

Fall $P[a|b]$

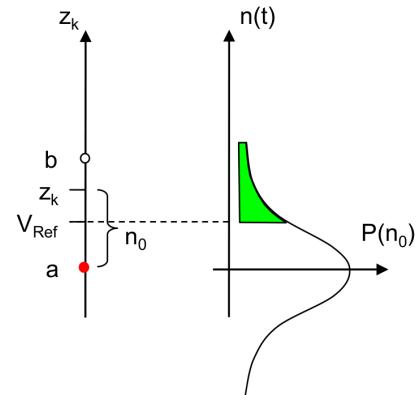
a wurde entschieden, obwohl b gesendet wurde

$$P[a|b] = Q\left(\frac{b - V_{ref}}{\sigma_0^2}\right) = Q(k)$$

**Fall $P[b|a]$**

b wurde entschieden, obwohl a gesendet wurde

$$P[b|a] = Q\left(\frac{a - V_{ref}}{\sigma_0^2}\right) = Q(k)$$

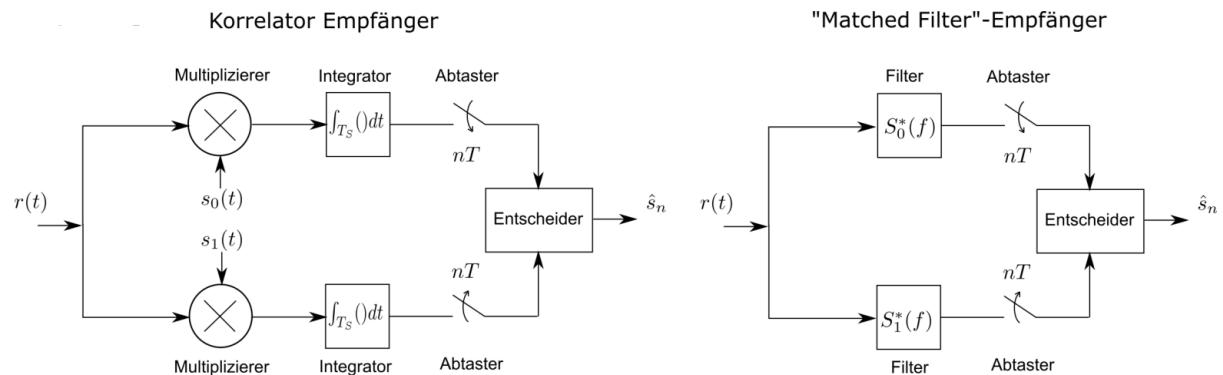
**Gleiche Häufigkeit für a und b**

$$P_b = Q\left(\frac{b - a}{2\sigma_0}\right) = Q\left(\underbrace{\sqrt{\frac{S}{\sigma_0^2}}}_{S=((b-a)/2)^2}\right)$$

Optimale Empfänger

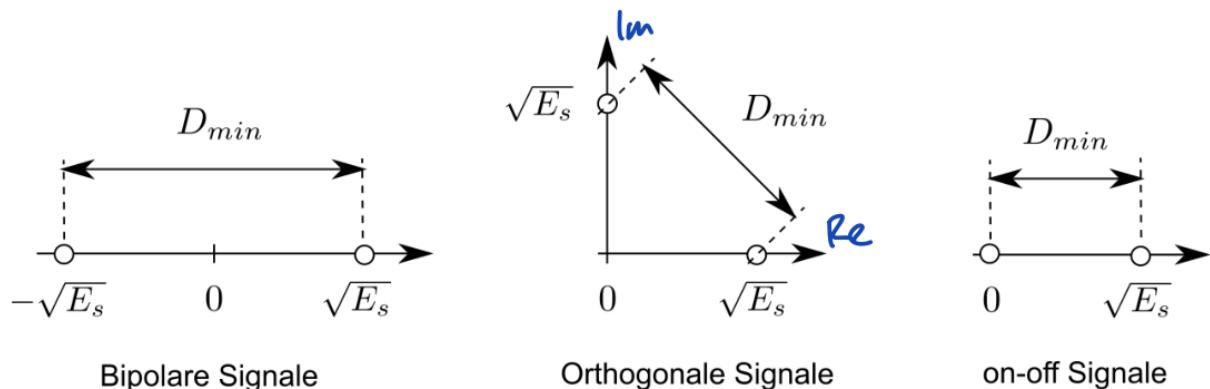
Verbesserte Empfänger basieren entscheid auf **Signalenergie über die Symboldauer** → Unabhängigkeit von Amplitude des Pulses.

Folgend sind zwei Arten von optimalen Empfängern: der Korrelator Empfänger (Kreuzkorrelation zwischen Empfangssignal und ursprüngliches Signal) & der *Matched Filter* Empfänger (Form des Sendepuls ist bekannt).



Signalzustandsdiagramm für binäre Signale

Die drei Signalvarianten (*polar*, *orthogonal* und *on-off*) können geometrisch dargestellt werden,



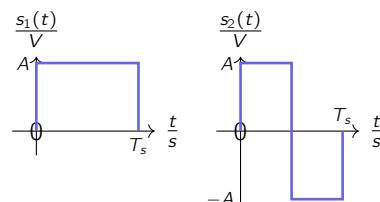
Die *normierte Distanz* d_{min} und die daraus folgende Bitfehlerwahrscheinlichkeit P_b sind gegeben durch:

$$d_{min} = \frac{D_{min}}{\sqrt{2 \cdot E_s}} \quad P_b = Q \left(\sqrt{d_{min}^2 \cdot \frac{E_s}{N_0}} \right)$$

E_s : mittlere Symbolenergie [Joule]

N_0 : Rauschleistungsdichte [W/Hz]

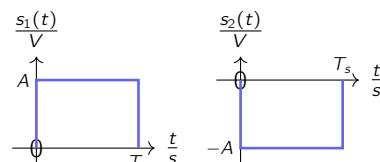
Orthogonal



$$P_b = Q \left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$$

Das Verhältnis E_b/N_0 stellt das Signal/Rausch-Verhältnis am Eingang des Empfängers dar.

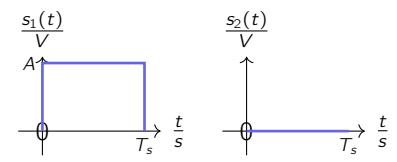
Bipolar



$$P_b = Q \left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$$

Bessere Performance als bei orthogonalen Signalen

On-Off



$$P_b = Q \left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}} \right)$$

Schlechtere Performance als bei orthogonalen Signalen

Signal to Noise Power Ratio (SNR)

$$SNR = \frac{1}{T_s \cdot B} \cdot \frac{E_s}{N_0}$$

T_s : Symboldauer

B : Filterbandbreite

E_s : mittlere Energie im Symbol

N_0 : Rauschleistungsdichte im Kanal

Sinusförmige Träger

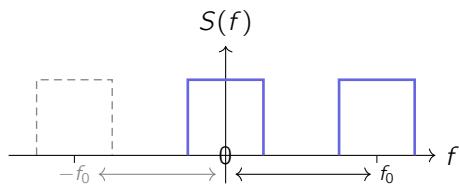
Basisbandsignal

Ausgehen von einem Basisbandsignal mit Form

$$x(t) = \sum_k a_k \cdot (p(t - k \cdot T_s))$$

erhält man das **Bandpasssignal** mittels einer spektralen Verschiebung:

$$s_{BP}(t) = \operatorname{Re} [x(t) \cdot A_T \cdot e^{j2\pi f_0 t}]$$



Bei komplexem Basisbandsignal...

$$x(t) = x_I(t) + j x_Q(t)$$

... folgt die Quadrantendarstellung für das reelle Bandpasssignal.

$$s_{BP} = A_T [x_I(t) \cos(\omega_0 t) - x_Q(t) \sin(\omega_0 t)]$$

Die reellen Basisbandsignale $x_I(t)$ und $x_Q(t)$ beinhalten die zu übertragende Information. Ausgehend von den Leistungsdichtespektrien $G_I(f)$ und $G_Q(f)$, ergibt sich das zweiseitige Leistungsdichtespektrum des Bandpasssignals:

$$G_{BP}(f) = \left(\frac{A_T}{2} \right)^2 [G_I(f \pm f_0) + G_Q(f \pm f_0)]$$

a_k : Pegelwert

$p(t)$: Basissymbol

A_T : Trägeramplitude

f_0 : Trägerfrequenz

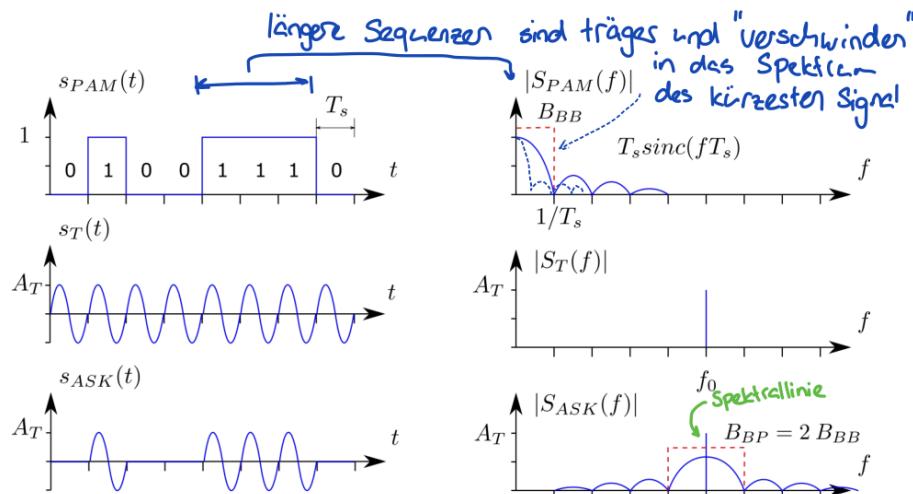
x_I : Inphase-Komponente

x_Q : Quadratur-Komponente

Binäre Amplitudenumtastung (amplitude shift keying ASK)

Lässt sich durch Ein- & Ausschalten des Trägersignals erzeugen (on-off). **Information** liegt in der **Amplitude**.

$$s_{PAM}(t) = \dots \Rightarrow s_{ASK} = s_{PAM}(t) \cdot A_T \cos(\omega_0 t)$$

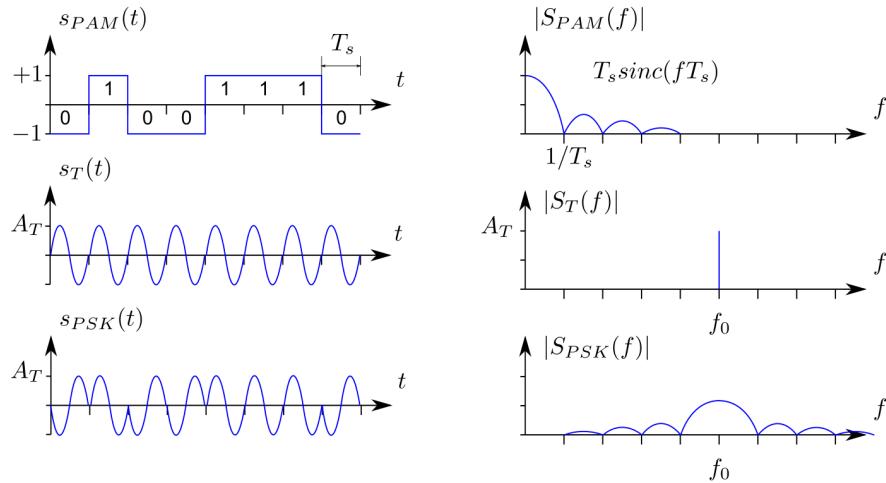


Binäre Phasenumtastung (phase shift keying PSK)

Verwendet polare Signalisierung! **Information** liegt in der **Phase**.

Das Basisband-Signal besteht aus polaren Signalen (z.B. Rechteck mit $\pm 1V$ Zustände) und somit gilt für Bit 1 $A \cos(\omega_0 t)$ und Bit 0 $A \cos(\omega_0 t + \pi)$

$$s_{PAM}(t) = \dots \Rightarrow s_{PSK} = s_{PAM}(t) \cdot A_T \cos(\omega_0 t)$$



Allgemeiner I/Q-Modulator (Quadratur Amplituden Modulation QAM)

Nachteil von ASK & PSK: tiefe spektrale Effizienz \rightarrow doppelte Bandbreitebedarf für Bandpasssignal

Quadraturmodulation ermöglicht eine doppelte spektrale Effizienz, indem die Frequenz mithilfe von zwei **orthogonalen** Trägerfrequenzen doppelt genutzt wird.

- Signal wird auf *I* und *Q* Teile geteilt
- Ein Trägersignal wird um 90° verschoben \rightarrow orthogonal, stören sich gegenseitig nicht

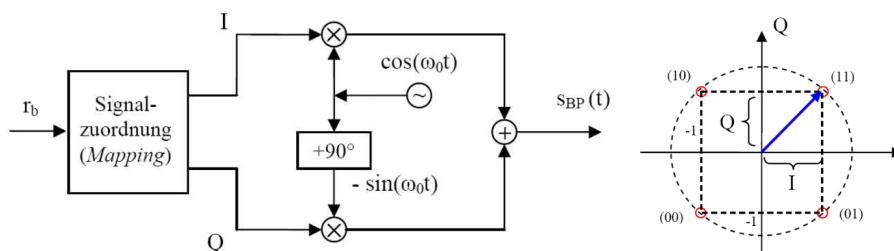
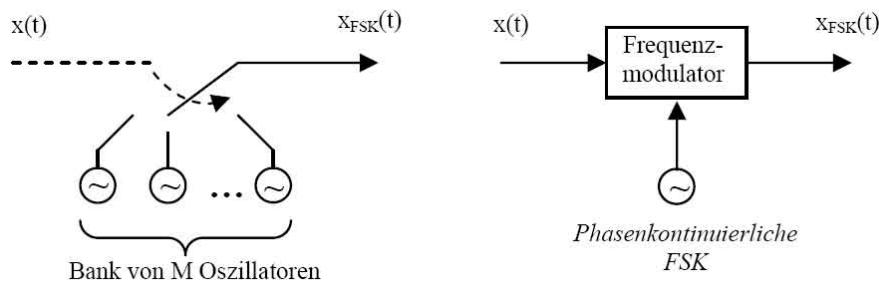


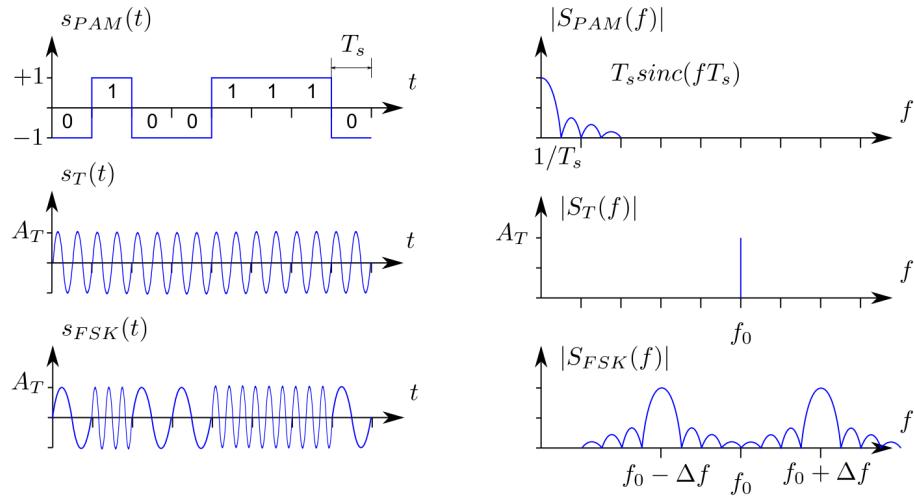
Abbildung 20: links: Modulator, rechts: Signalzustandsdiagramm

Binäre Frequenzumtastung (Frequency Shift Keying FSK)

FSK ist **aufweniger** als PSK & ASK, da dieser **nicht linear** ist. Zur Signalerzeugung gibt es zwei Methoden:



Frequenzumtastung (Frequency Shift Keying FSK)



Die binäre FSK besteht aus zwei unterschiedlichen Frequenzen:

$$\begin{aligned} 1 \rightarrow s_1(t) &= A_T \cos[(\omega_0 + \Delta\omega)t] \quad 0 \leq t \leq T_b \\ 0 \rightarrow s_0(t) &= A_T \cos[(\omega_0 - \Delta\omega)t] \quad 0 \leq t \leq T_b \end{aligned}$$

Diese beiden Momentanfrequenzen f_0/f_1 liegen zweimal den Frequenzhub Δf auseinander. Ein Allgemeines **M-FSK** Zeitsignal besteht aus allen aufsummierten Pulse:

$$s_{FSK} = A_T \sum_k \cos(2\pi \cdot f_k \cdot t + \varphi_k) p(t - k \cdot T_s) \quad \rightarrow f_k = f_0 + \Delta f \cdot a_k$$

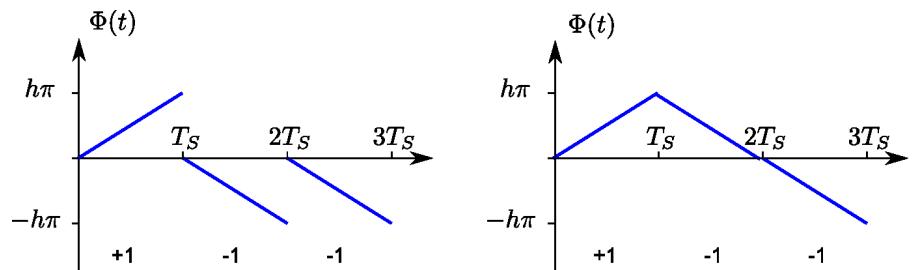
Wichtig Dies wird "harte" FSK genannt und hat **keine kontinuierliche Phasenfunktion**

- $\Delta f = \frac{h}{2T_s}$: Frequenzhub
- h : ganzzahliger Modulationsindex
- f_k : Momentanfrequenz
- a_k : ein Faktor ($= \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(M-1)$, M gerade)
- M : M -Oszillatoren

Phasenkontinuierliche FSK (Continuous Phase FSK)

Nur ein Oszillator vorhanden \rightarrow **keine harte Phasensprünge**.

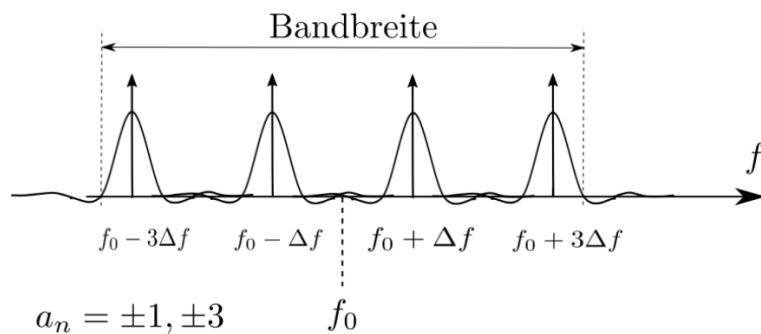
$$\Phi(t) = a_n \cdot h \cdot \pi \frac{(t - n \cdot T_s)}{T_s} + \underbrace{\pi \sum_{i < n} a_i}_{\Phi_n(t)}$$



a) Phasenfunktion "harte" FSK

b) Phasenfunktion kontinuierliche FSK

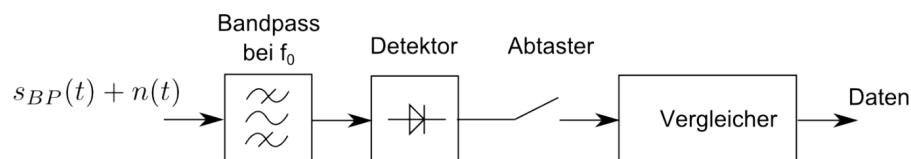
Mehrwertige FSK

Abbildung 21: 4-FSK mit $m = 2$

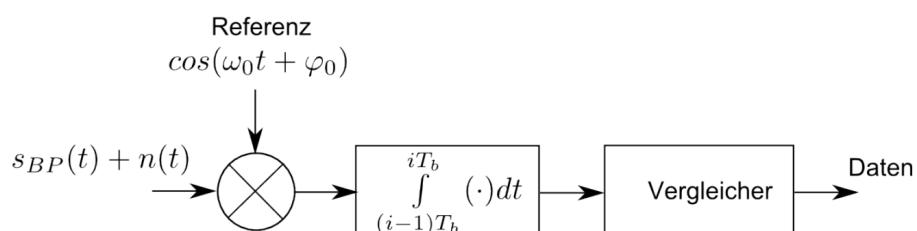
Demodulation / Empfang

Nichtkohärente Demodulation: Hüllkurvendetektor

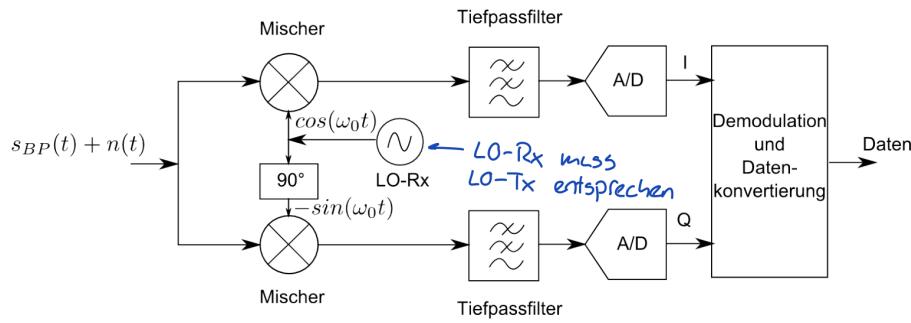
Angewendet bei **PSK**



Kohärente Demodulation: Frequenz- und phasensynchrones Referenzsignal



Empfänger für Quadratur-Träger Systeme

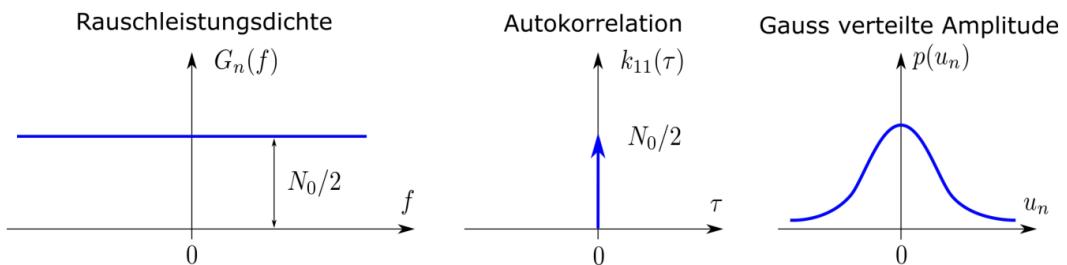


Vergleich zwischen binären Umtastmodulationen

Methode	Bandbreite (90% Inband Leistung)	Komplexität	Performance
Kohärente PSK	$\frac{2}{T_b}$	Hohe Anforderung an Synchronisation	$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$
Nichtkohärente FSK	$\frac{2+h}{T_b}$	Relativ gering	$P_b = \frac{1}{2} e^{\frac{-E_b}{2N_0}}$
Nichtkohärente ASK	$\frac{2}{T_b}$	Relativ gering	$P_b = \frac{1}{2} e^{\frac{-E_b}{4N_0}} + \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)$ mit $E_b = E_1/2$

Rauschanalyse

Modell für weisses Rauschen



Thermisches Rauschen erfüllt das Modell über den relevanten Frequenzbereich:

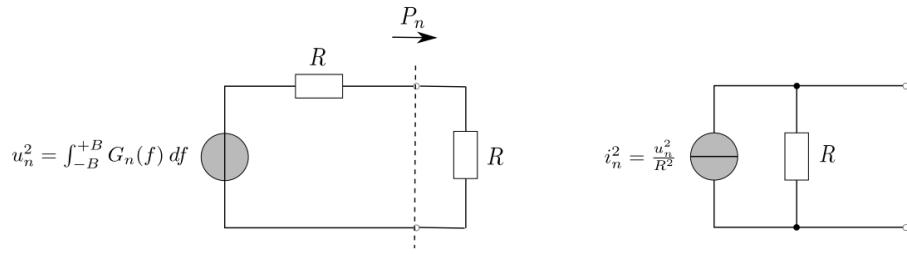
$$G_n(f) \approx 2 \cdot R \cdot k \cdot T \quad \text{für } |f| < 10^{12} \text{ Hz}$$

T : Temperatur in **Kelvin** $T_K = T_C + 273.15K$

k : Boltzmann Konstante $1.38 \cdot 10^{-23} [J/K]$

R : Widerstand [Ω]

Elektrisches Ersatzbild – Thermisches Rauschen



$$P_n = \frac{(u_n/2)^2}{R} = \frac{u_n^2}{4R} = k \cdot T \cdot B$$

Diese abgegebene Rauschleistung P_n ist unabhängig vom Widerstandswert!

Rauschzahl eines Systems

Jedes Bauteil oder System fügt Rauschleistung hinzu. Dies wird mit der **Rauschzahl** beschrieben

$$F = \frac{P_{n,intern} + g \cdot P_n}{g \cdot P_n}$$

P_n : Rauschleistung am Eingang

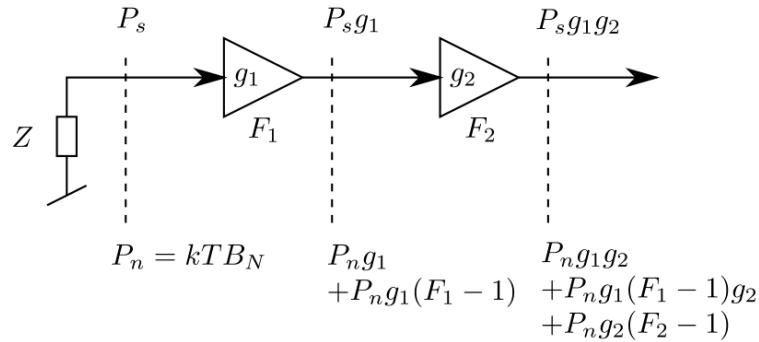
$P_{n,intern}$: Eigenrauschen

g : Verstärkungsfaktor

F : Rauschzahl

Für eine Rauschkette gilt nach der *Formel nach Friis*:

$$F = \frac{(P_s/P_n)_{ein}}{(P_s/P_n)_{aus}} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{g_1} + \frac{F_3 - 1}{g_1 g_2} + \dots + \frac{F_k - 1}{g_1 g_2 \dots g_{k-1}}$$



Radio Noise

Die Qualität einer Übertragung **hängt wesentlich vom Signal/Rausch-Leistungsverhältnis** (S/N Ratio, SNR) am Empfängereingang ab.

Bei Annahme verlustloser Antenne und Kabel ergibt sich folgende Rauschleistung:

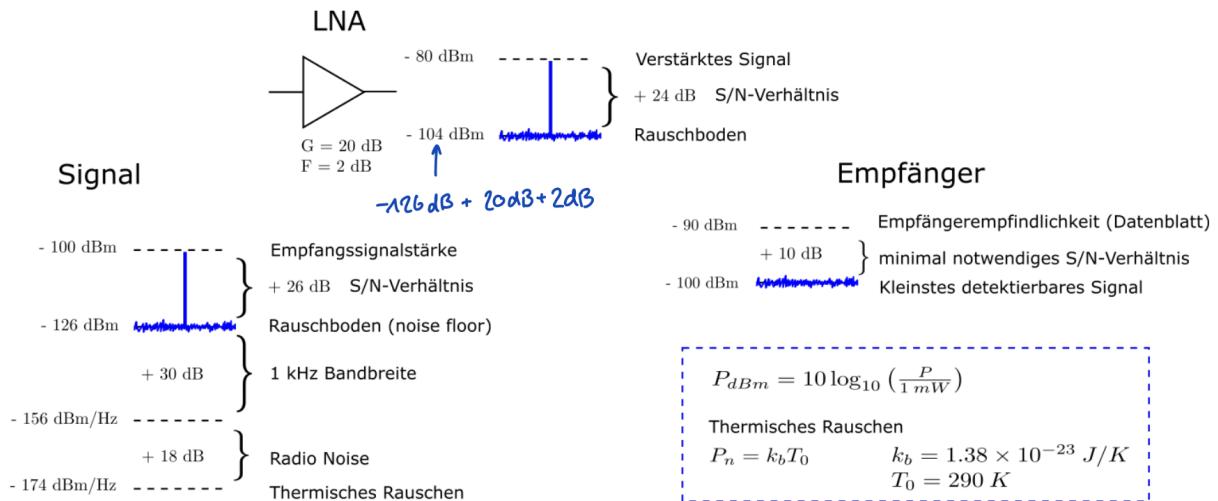
$$p_n = f_a \cdot k \cdot T_0 \cdot B$$

Und in dB-Form bei $T_0 = 293K \doteq 20^\circ C$:

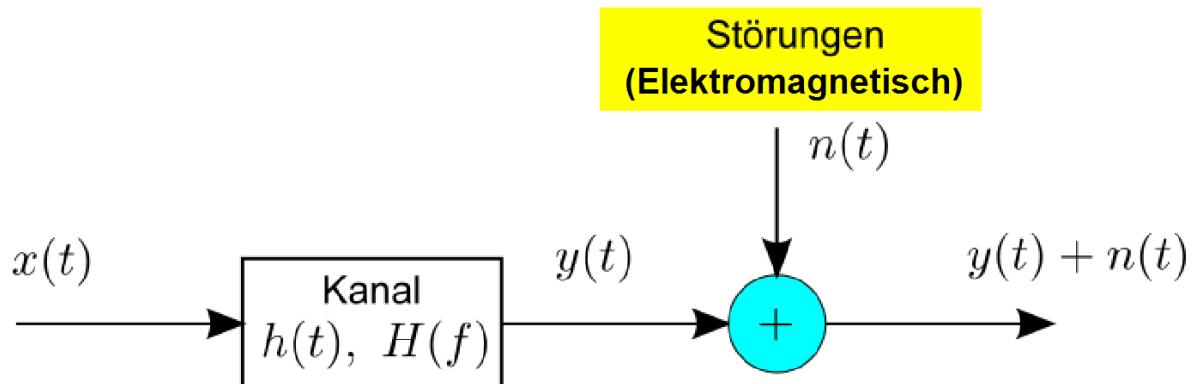
$$P_n = F_a + 10 \cdot \log_{10}(B) - 174 \text{ dBm}$$

f_a : externer Rauschfaktor
 k : Boltzmann Konstante $1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
 T_0 : Referenztemperatur 293 K
 B : Empfängerbandbreite (z.B. ZF-Filterbandbreite)

Low Noise Amplifier



Elektromagnetische Verträglichkeit (EMV)



Hinweis

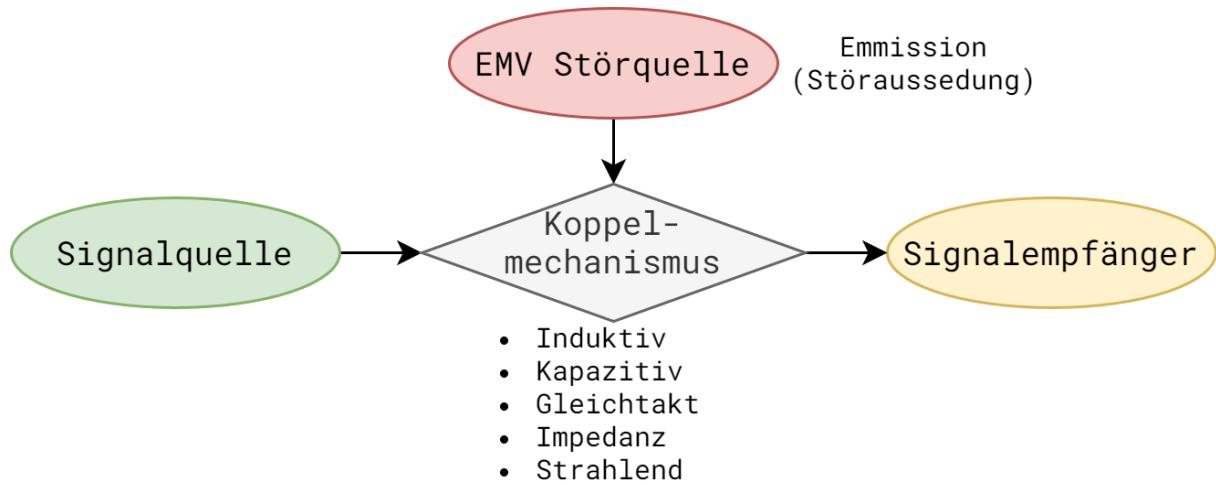
Elektrische Ladungen eines Wechselstroms (i), also der Änderungsrate des Stromes, erzeugen ein elektromagnetische Feld. → Somit ist ein elektronisches System von vielen unterschiedlichen Quellen von Störungen und Rauschen ausgesetzt.

Man unterscheidet diese Rauschquellen in drei Kategorie

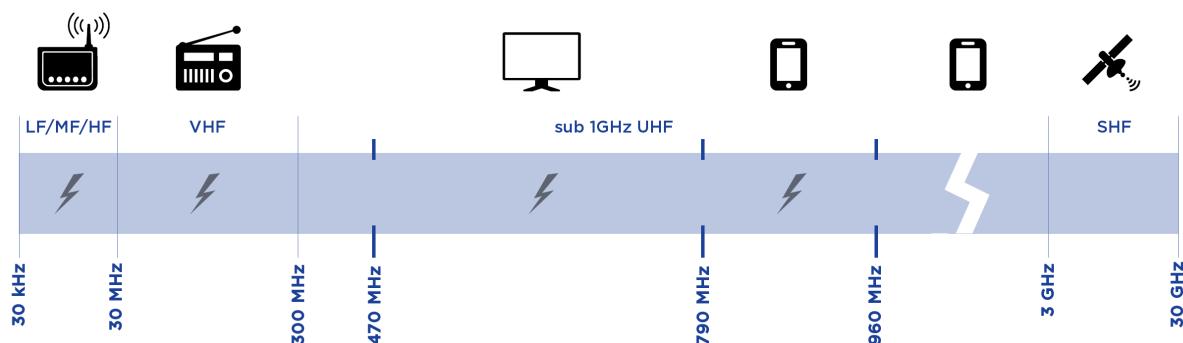
1. **Ausgesendetes Rauschen** – welches zusammen mit dem Nutzsignal empfangen. Diese Störung kann **nicht** vom Nutzsignal unterschieden werden!

2. **Intrinsisches Rauschen** – Rauschen innerhalb der Schaltung (z.B. thermisches Rauschen & Shot-Rauschen von Halbleitern)
3. **Externe Störgeräusche** – Werden vom System aufgefangen (z.B. entstehen durch Gewitterentladungen oder von anderen elektrischen Geräten)

Art	Herkunft
Schmalbandige Störsignale	z.B. Langwellen- und Mittelwellen-Radiosender
Breitbandige Störsignale	Mobilfunksignale, Datenkommunikation mit hoher Datenrate (Übersprechen von benachbarten Übertragungssystemen)
Periodische, pulshafte Störsignale, <u>synchron</u> zur Netzfrequenz	Leistungselektronik in der Antriebssteuerung
Periodische, pulshafte Störsignale, <u>asynchron</u> zur Netzfrequenz	z.B. getaktete Netzteile; diskrete Spektrallinien von 50Hz...200Hz
Nichtperiodisches, pulshaftes Rauschen	z.B. Gewitterentladungen; Impulsdauer bis einige Millisekunden
Farbiges Hintergrundrauschen	Verschiedene Quellen mit tiefer spektraler Leistungsdichte ; Zeitkonstante von Minuten bis Stunden



Elektromagnetisches Spektrum



$$T = \frac{1}{f} \quad \lambda = \frac{v}{f} \quad E = h \cdot f$$

T : Periodendauer

λ : Wellenlänge

f : Frequenz

v : Phasengeschwindigkeit

E : Photonenenergie ; mit der Frequenz übertragbare minimale Energie

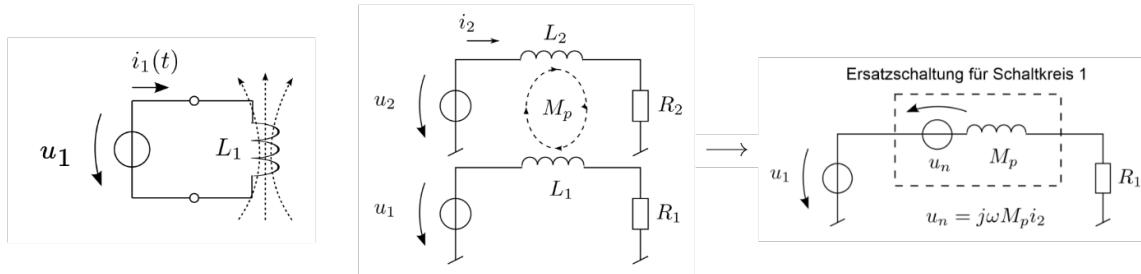
h : Plank'sche Konstante $4.136 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$

Störquellen

Magnetische Feldenergie

Gespeicherte magnetische Feldenergie im Nahbereich eines Schaltkreises

$$w_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$



Für die induzierte Störspannung gilt

$$u_n = j\omega M_p i_2$$

Die parasitäre Gegeninduktivität ist gegeben mit

$$M_p = k \sqrt{L_1 L_2} \quad \text{mit } k \text{ als Koppelfaktor}$$

Ein Magnetfeld hat eine grosse H -Feldkomponente und eine kleine E -Feldkomponente. die Wellenimpedanz $|\eta| = |\frac{E}{H}|$ wird daher sehr klein.

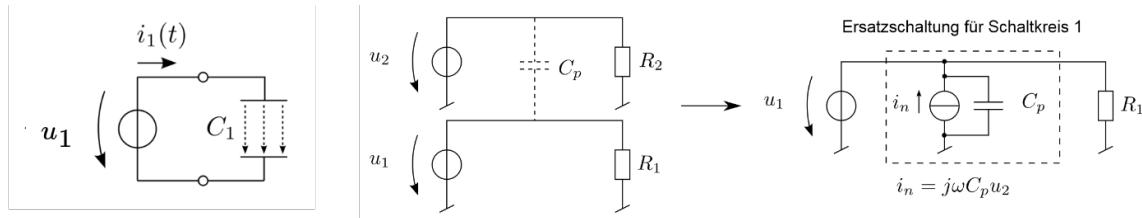
⚠️ Erratische Ausfälle

Induktive Kopplung kann zu Erratischen (Nicht konstant vorhandenen) Ausfällen führen, wenn z.B. ein Motor neben dem DUT gestartet wird, treten höhere magnetische Energien auf.

Elektrische Feldenergie

Gespeicherte elektrische Energie im Nahbereich eines Schaltkreises

$$w_e = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$$



Für den eingekoppelten Störstrom gilt

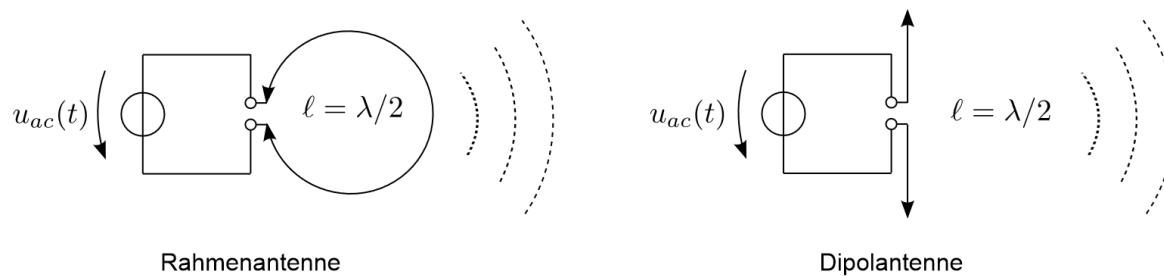
$$i_n = j\omega C_p u_2$$

Ein E -Feld besitzt im Nahfeldbereich eine viel grössere elektrische Feldkomponente gegenüber der magnetischen Feldkomponente. somit wird $|\eta| = \left| \frac{E}{H} \right|$ sehr gross.

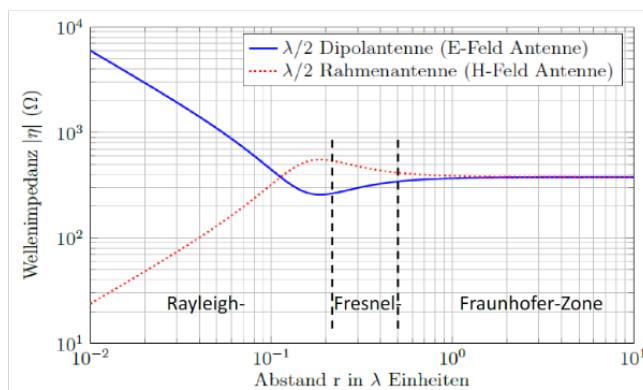
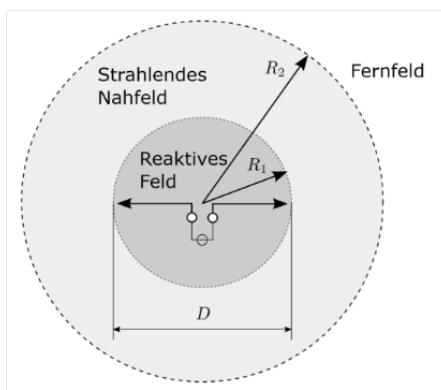
Abgestrahlte Feldenergie

Elektrisch lange Schaltkreise strahlen vermehrt Feldenergie ab

$$\text{Elektrische Länge} = \frac{\text{Physikalische Länge } \ell}{\text{Wellenlänge } \lambda} \quad \text{mit } \lambda = \frac{v}{f} \text{ mit } v \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \text{ (Vakuum)}$$



Feldzonen und Wellenwiderstand



$$R_1 \approx 0.62 \sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad R_2 = \max \left(\frac{2D^2}{\lambda}, 1.6\lambda \right) \quad \eta = \frac{E}{H}$$

Tabelle 4: Eigenschaften eines EM-Feldes

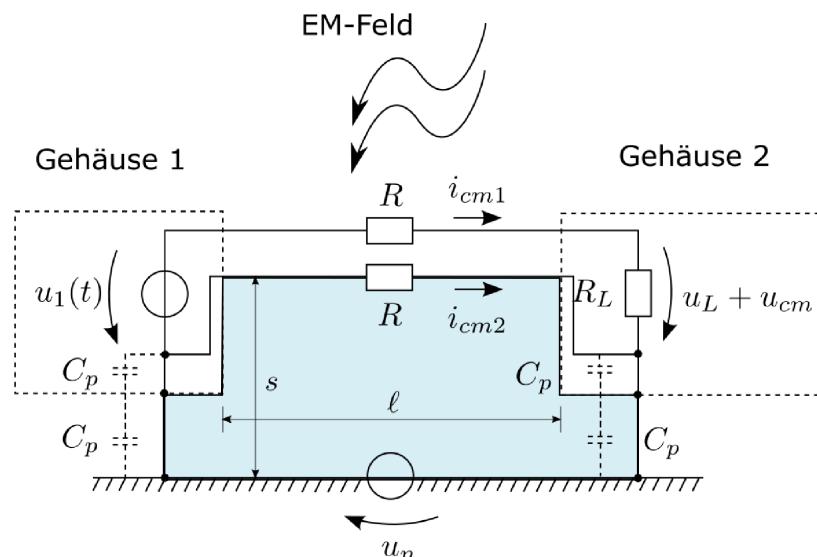
	Nahfeld (<i>reaktives Feld</i>)	Fernfeld (<i>Strahlungsfeld</i>)
Energie	<ul style="list-style-type: none"> • speichert Energie • transport mittels induktiver- und kapazitiver-Kopplung 	<ul style="list-style-type: none"> • transportiert abgestrahlte Energie
Existenz	<ul style="list-style-type: none"> • verschwindet, wenn die Quelle ausgeschaltet wird 	<ul style="list-style-type: none"> • breitet sich aus, bis das Feld absorbiert wird
Interaktion	<ul style="list-style-type: none"> • Messen des Feldes ändert U/I des Quellenkreis • Entzug von Feldenergie ändert U/I des Quellenkreis 	<ul style="list-style-type: none"> • entnommene Energie merkt der Sender nicht
Form des Feldes	<ul style="list-style-type: none"> • hängt von Quelle ab 	<ul style="list-style-type: none"> • Kugelwelle • ab grosser Distanz: Ebene Wellenfront
Wellenimpedanz	• Abhängig von Erzeugerschaltung	• Abhängig vom Ausbreitungsmaterial (<i>Wellenimpedanz</i>)
Wellenführung	<ul style="list-style-type: none"> • Energieführung mittels Leitungen (<i>transmission line</i>), basierend auf der Kopplung im Nahfeld 	<ul style="list-style-type: none"> • Energieführung mittels Wellenleiter (<i>wave guide</i>), basierend auf Reflexion an Grenzflächen

Gleichakt-Störung

Das unbeabsichtigte Abstrahlen eines EM-Feldes hängt primär vom Strom ab. Bei der **Gegentaktabstrahlung** haben die Ströme auf dem Hin- und Rückpfad die gleiche Stärke, aber unterschiedliche Vorzeichen. Die Abstrahlung hängt beim Doppelleiter von der Fläche zwischen den Leitern ab (*Rahmenantenne*). Sind beide Leiter nahe beieinander, bewirkt dies eine Abstrahlung nahezu Null ($d \ll \lambda$). Bei der **Gleichtaktabstrahlung** besteht infolge kapazitiver Kopplung alternative Signalpfade oder alternative Rückwege. Dies führt dazu, dass der Rück-Strom i_{r1} im Vergleich zum Hin-Strom i_s aufgrund des "Leck"-Stroms i_{r2} nicht gleich gross sind und es so zu einem Netto-Strom i_{netto} führt (*Stabantenne*).

Störeinkopplung infolge Erdschlaufe

Werden z.B. zwei Gehäuse über Erde miteinander verbunden, kann dies zu einer Rahmenantenne führen, welche Störeinkopplungen hervorbringt.



Die induzierte Spannung in einem **kleinen Loop** ($\ell < \frac{\lambda}{2}$) liegt hierbei bei

$$u(t) = \frac{2\pi\ell s E f [\text{MHz}]}{300}$$

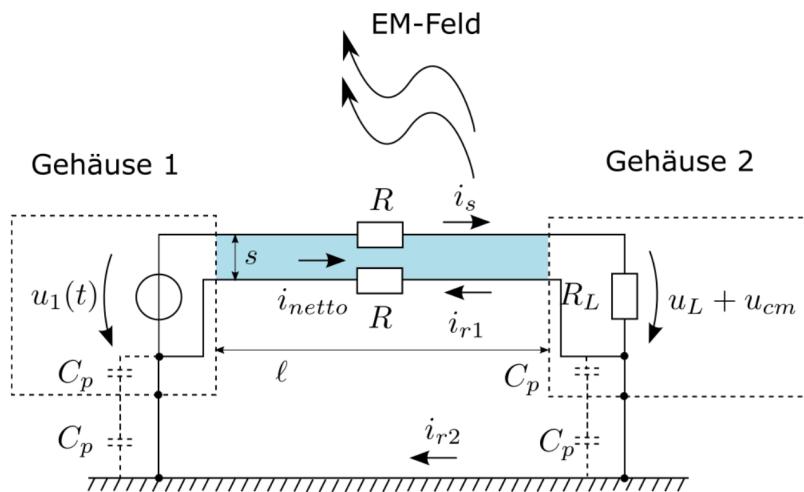
E : Elektrische Feldstärke [$\frac{\text{V}}{\text{m}}$]
 ℓs : Loopfläche [m^2]
 f : Frequenz [MHz]
 λ : Wellenlänge [m]

und bei einem **grossen Loop** ($\ell > \frac{\lambda}{2}$) bei

$$u(t) = \pi s E$$

Störabstrahlung infolge asymmetrischer Strom

Aufgrund des asymmetrischen Stroms i_{netto} auf der Leitung, entsteht eine Störabstrahlung. Die Ursache für den asymmetrischen Strom findet sich im alternativen Rückweg i_{r2} des Signalstroms über das geerdete Gehäuse.



Die Abgestrahlte Feldstärke in einem Punkt P im Fernfeld ist definiert mit

kleiner Dipol ($\ell < \frac{\lambda}{2}$)

$$E = \frac{\eta_0 i_{netto} \ell f [\text{MHz}]}{600d}$$

grosser Dipol ($\ell > \frac{\lambda}{2}$)

$$E = \frac{\eta_0 i_{netto}}{4d}$$

kleiner Loop ($\ell < \frac{\lambda}{2}$)

$$E = \frac{\eta_0 i_{netto} \ell s f^2 [\text{MHz}]}{300^2 d}$$

grosser Loop ($\ell > \frac{\lambda}{2}$)

$$E = \frac{\pi \eta_0 i_{netto} s}{600d}$$

E : Elektrische Feldstärke [$\frac{\text{V}}{\text{m}}$]

ℓs : Loopfläche [m^2]

f : Frequenz [MHz]

λ : Wellenlänge [m]

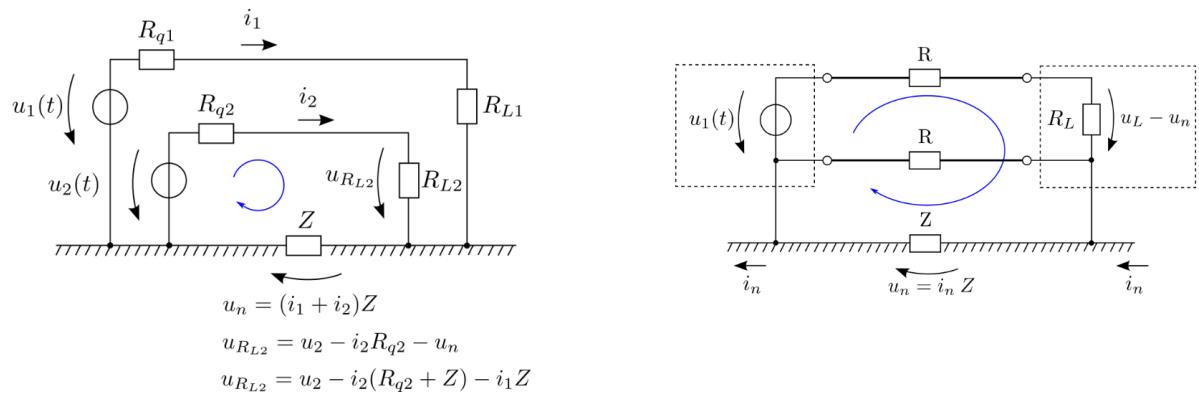
η_0 : Wellenimpedanz (Fern) [377Ω]

i_{netto} : Antennenstrom [A]

d : Distanz zu P [m]

Impedanzkopplung

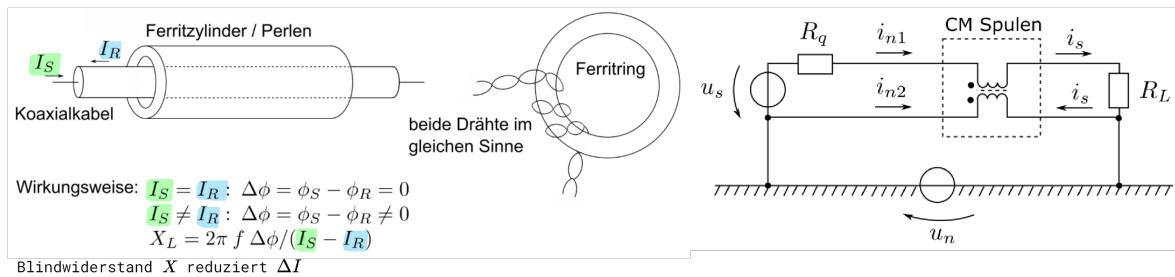
Störeinkopplungen zwischen zwei Schaltkreisen erfolgt über die **gemeinsame Nutzung** des Rückleiters. Des Weiteren kann ein Störstrom i_n im Rückleiter zu einer Störeinkopplung in die symmetrische bzw. asymmetrische Übertragung führen



Störunterdrückung

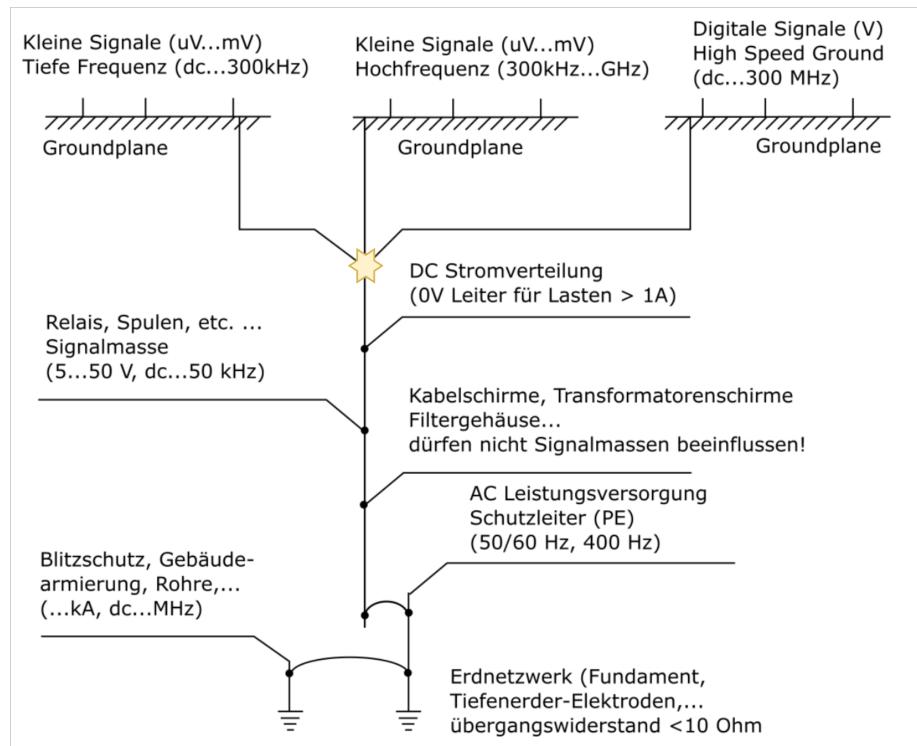
Gleichakt Störunterdrückung

Zur Unterdrückung von Gleichaktstörungen werden *Common-Mode-Chokes* oder *Ferritperlen* verwendet. Diese behindern das Magnetfeld, welches entsteht, wenn der Hin- und Rückstrom nicht gleichgross sind ($i_{\text{netto}} \neq 0$).



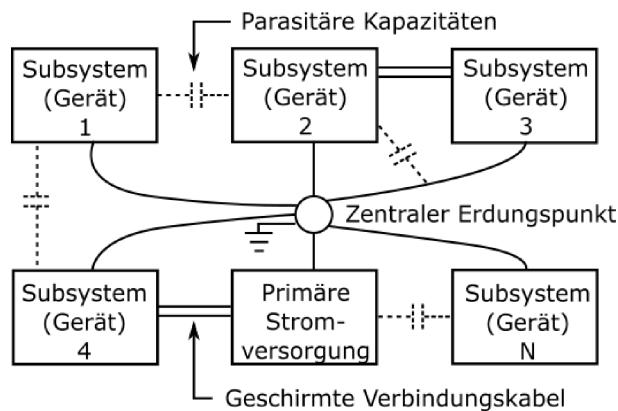
Erdung

Die **Erdung** von Schaltkreisen, Geräten und Systemen muss verschiedene Aufgaben lösen. Um Das Problem der Impedanzkopplung zu reduzieren, bildet man Signalklassen. Die Hirarchie der Erdung für Signalklassen können mit einem Erdungsbaum dargestellt werden.



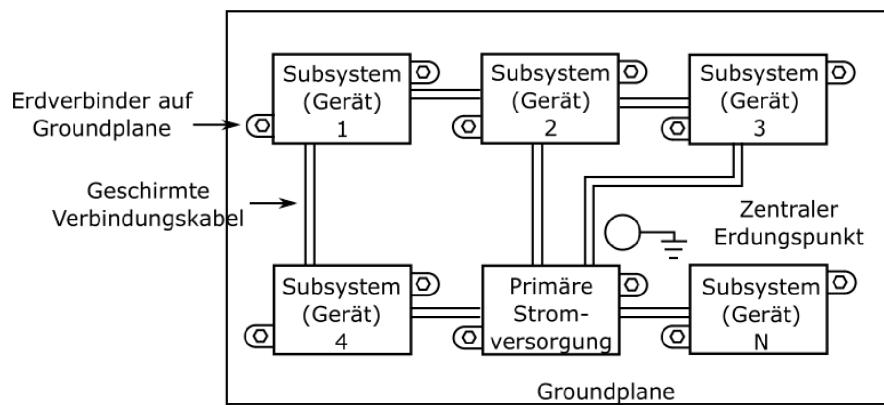
Sternpunkt

Die Verbindung aller Erden auf einen zentralen Erdungspunkt oder Schiene ist aufgrund der auftretenden parasitären Frequenzen nur bis ca. 300kHz geeignet. Oft ist es schwierig eine saubere Sternpunktarchitektur auszulegen, da bei Verbindungen unter den Systemmodulen auch eine gewollt/ungewollte Erdverbinding auftreten kann.



Mehrpunkt-Erdungsschema

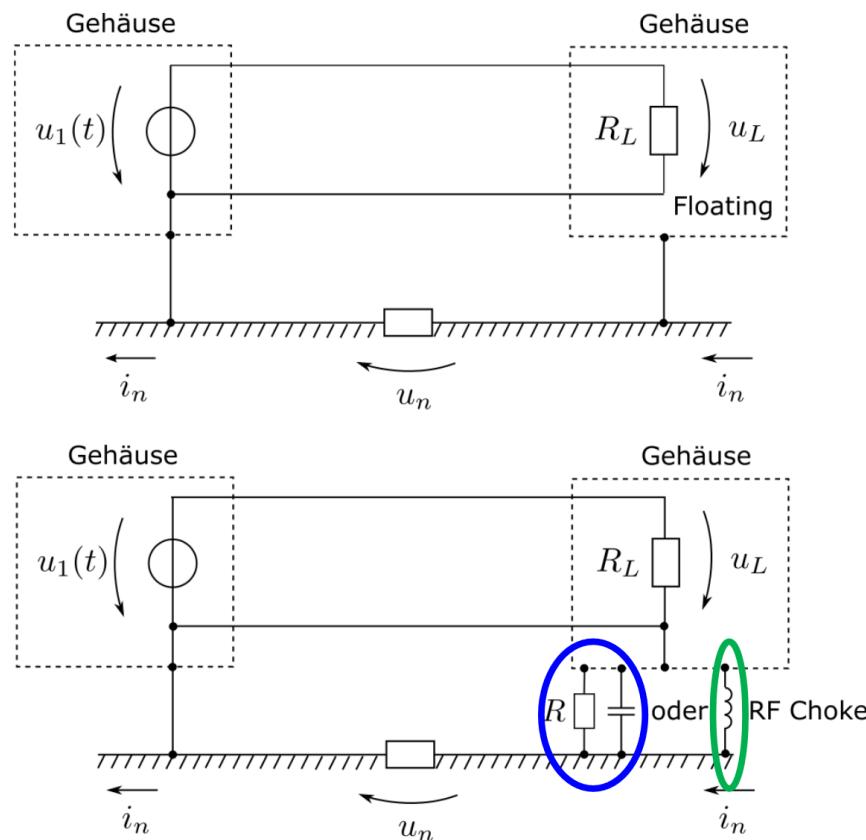
Bei Frequenzen über 300kHz ist ein Mehrpunkt-Erdungsschema besser geeignet, da so die parasitären Kapazitäten wegfallen. Hierbei wird eine Groundplane (*Erdungsfläche*) aufgezogen, auf welcher alle Komponenten geerdet werden. Diese Fläche wird anschliessend an einem zentralen Punkt geerdet.



Erdanbindung

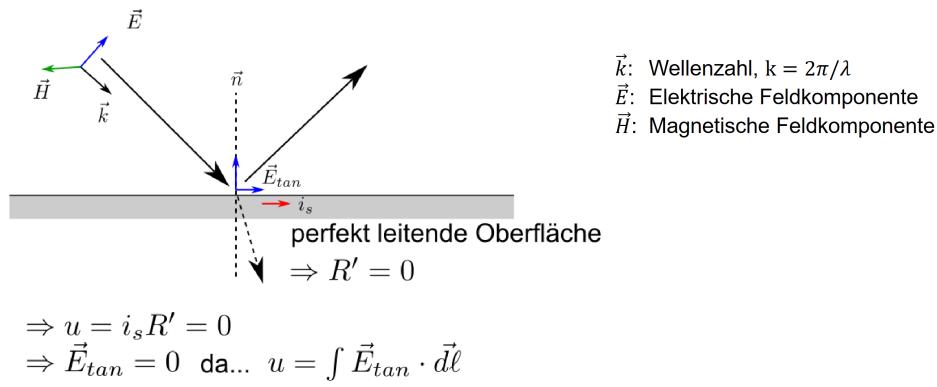
Will man **Erdschlaufen verhindern**, so gibt es mehrere Möglichkeiten:

- Eine Seite wird *floating* betrieben
- Niederfrequente Isolation (*Kapazität*)
- Hochfrequente Isolation (*Induktivität*)
- Hochohmiger Widerstand zum verhindern einer statischen Aufladung

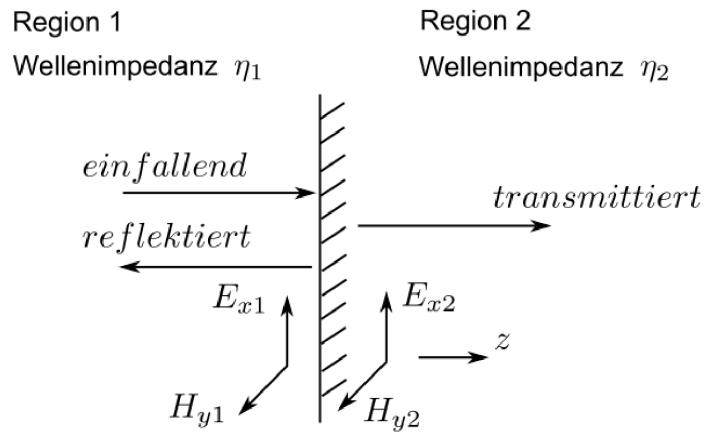


Schirmung

Um Elektromagnetische Emission sowie Immission im Fern- wie im Nahfeld zu verhindern, können Schirmungen verwendet werden. Bei einem idealen Schirm handelt es sich hierbei um eine perfekt leitende Oberfläche.



Erreicht eine senkrecht einfallende, ebene Welle die ebene Grenzfläche, so gelten folgende Beziehungen für Kontinuität



Für das eintretende E-Feld E_e gilt

$$E_{x1} = E_e(1 + \Gamma_E) \quad E_{x2} = E_e T$$

Der Reflexionskoeffizient Γ ist

$$\Gamma_E = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = -\Gamma_H$$

Der Transferkoeffizient T ist

$$T = 1 + \Gamma_E = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2}$$

Die Wellenimpedanz η einer sinusförmigen EM-Welle im Material kann allgemein mit einem komplexen Impedanzbelag \hat{z} und einem komplexen Admittanzbelag \hat{y} beschrieben werden

$$\eta = \sqrt{\frac{\hat{z}}{\hat{y}}}$$

Für einige typische Materialien sind diese Beläge wie folgt gegeben

- $\hat{z} = j\omega\mu_0, \hat{y} = j\omega\epsilon_0$: Freiraum
 $\hat{z} = j\omega\mu_0, \hat{y} = \sigma + j\omega\epsilon_0$: Nichtmagnetische Metalle
 $\hat{z} = j\omega\mu_0, \hat{y} = j\omega\epsilon$: Nichtmetalle
 $\hat{z} = j\omega\mu, \hat{y} = \sigma + j\omega\epsilon$: Ferromagnetische Materialien

Mit

- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$: Magnetische Feldkonstante
 $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$: Elektrische Feldkonstante
 μ_r : Relative Permeabilität des Materials
 ϵ_r : Relative Permittivität des Materials
 σ : Spezifische Leitfähigkeit des Materials

Skin-Effekt

Alle metallischen Leiter zeigen den Skin Effekt (Stromverdrängung). Nach der Distanz einer Eindringtiefe δ ist die Amplitude auf 37% abgesunken. So ist nach 5 Eindringtiefen δ "nichtsmehr" übrig. Die Feldstärken E und H nehmen dabei exponentiell ab.

$$E(x) = E_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \text{ und } H(x) = H_0 e^{-\frac{x}{\delta}} \text{ mit } \delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$$

Mit

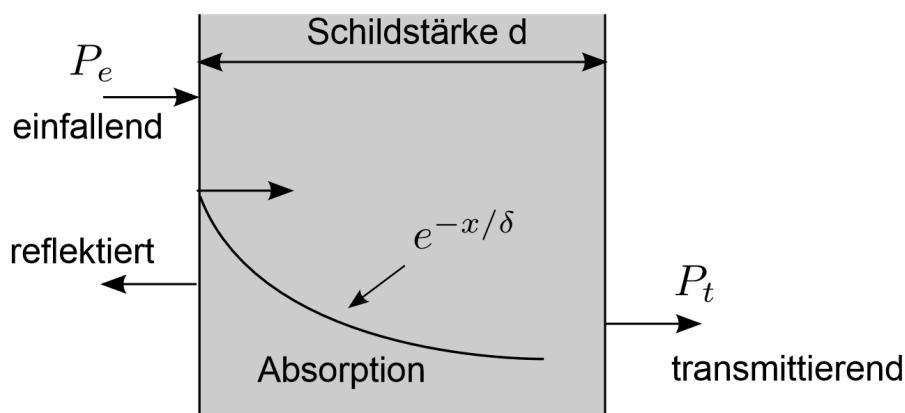
- δ : Eindringtiefe
 f : Frequenz
 μ : Permeabilität
 σ : Spezifische Leitfähigkeit

Schirmung im Fernfeld

EM-Feld wird als ebene Welle angenommen. Die Wellenimpedanz im Freiraum beträgt 377Ω . Für die Schirmung sind zwei Mechanismen relevant, *Reflexion* für tiefe Frequenzen und *Absorption* für hohe Frequenzen. Die Effektivität einer EM-Schirmung wird mit dem Verhältnis der durchgelassenen Signalleistung P_t zur ankommenden Signalleistung P_e bestimmt

$$\text{Schild Effektivität } SE[dB] = -\log_{10} \left(\frac{P_t}{P_e} \right)$$

$$SE[dB] = -20 \log_{10} \left(\frac{E_t}{E_e} \right) = -20 \log_{10} (T_1 \cdot e^{-\frac{d}{\delta}} \cdot T_2) = -20 \log_{10} \left(\frac{4\eta_1\eta_2}{(\eta_1 + \eta_2)^2} \cdot e^{-\frac{d}{\delta}} \right)$$



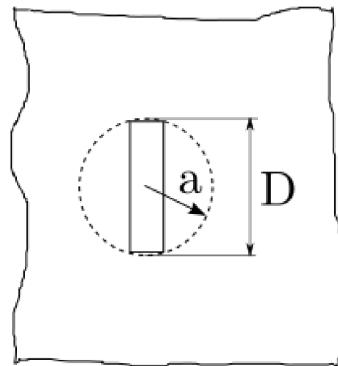
Einfluss von Löchern im Schirm

Zeigt der Schirm Öffnungen (*Löcher, Geflecht, Spalt, ...*), so hängt die Schild Effektivität von der Grösse der Öffnung ab.

Vereinfachte Annahme

Öffnung wird mit einem kleinstmöglichen Kreis mit Durchmesser D umschlossen

- $D > \frac{\lambda}{2}$ EM-Feld passiert die Schirmung ungehindert
- $D < \frac{\lambda}{2}$ Dämpfung nimmt schnell zu
- $D < \frac{\lambda}{10}$ Schildeffektivität kann wie nachfolgend abgeschätzt werden



Fernfeld und Skin-Effekt Eindringtiefe δ **klein** (*best case*)

$$SE_{dB} \approx -10 \log_{10} \left(A_L \left(\frac{a}{\lambda} \right)^4 \right)$$

Nahfeld und Skin-Effekt Eindringtiefe δ **gross** (*worst case*)

$$SE_{dB} \approx -10 \log_{10} \left(16 \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2 \right)$$

Schirmung von Wabenstrukturen

$$SE_{dB} \approx 16 \frac{Z}{a} - 10 \log_{10}(N)$$

