

Zusammenfassung Nachrichtentechnik

Joel von Rotz & Andreas Ming

16.03.23

 [Quelldateien](#)

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	2
1.1 Struktur von Kommunikationssystemen	2
1.1.1 Punkt-Punkt Verbindung	2
1.1.2 Kommunikationsnetz	3
1.1.3 Übertragungskapazität	3
1.2 Informationen	3
1.2.1 Qualität eines Übertragungssystems	5
2 Signalanalyse	7
2.1 Deterministische und Zufallssignale	8
2.1.1 Harmonische Schwingung	8
2.1.2 Rechteckpuls	9
2.1.3 Zufallssignal	9
2.2 Komplexe Zeigernotation	9
2.2.1 Zweiseitige Spektrumsdarstellung	10
2.3 Periodische Signale	10
2.3.1 Mittlere Leistung	10
2.4 <i>sinc</i> -Funktion	11
2.5 Komplexe Fourier Reihe (<i>perodisch</i>)	12
2.5.1 Parseval'sches Leistungstheorem	12
2.6 Nichtperiodische Energiesignale	13
2.7 Fourier Transformation (<i>nicht periodisch</i>)	13
2.7.1 Parseval'sches Energietheorem	14
2.8 Logarithmische Darstellung	14
2.9 Korrelation	14
2.9.1 Autokorrelation	14
2.9.2 Kreuzkorrelation	16
2.10 Signalabtastung und Rekonstruktion	16
2.10.1 Idealer Abtastprozess	16

2.10.2 Analoge Vorfilter	18
2.10.3 Reale Abtastung - PAM Signal	19
2.10.4 Abtastung von Bandpasssignalen	20
3 Leitergebundene Signalübertragung & -Filterung	21
3.1 Pegelberechnung	22
3.2 Filtersysteme	22
3.2.1 Reale Filter - Spezifikation	24
3.3 Leitergebundene Übertragung	24
3.3.1 Charakteristische Leitungsimpedanz Z_0	27
3.3.2 Leistungsfluss	28
3.3.3 Leitergeometrien	28
3.3.4 Reflexionen an der Last	29
3.3.5 Welligkeitsfaktor	30
3.3.6 Ausgleichsvorgang an einer Stossstelle	31
4 Drahtlose Signalübertragung & -Filterung	32
5 Modulation	32
6 EMV Aspekte	32

1 Einführung

1.1 Struktur von Kommunikationssystemen

1.1.1 Punkt-Punkt Verbindung

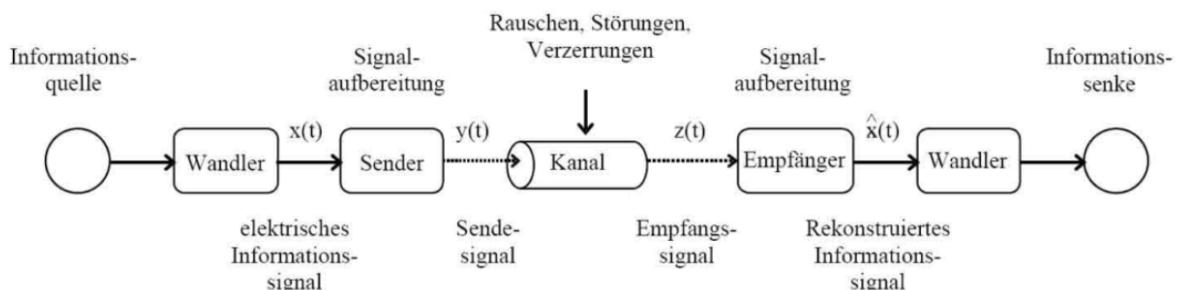


Abbildung 1: Funktionsblöcke einer Punkt-zu-Punkt-Verbindung

- *Simplex-Verbindung:* Die Information fliesst nur von A nach B.
- *Halbduplex-Verbindung:* Es kann nur die eine oder andere Seite Informationen senden.
- *Voll duplex-Verbindung:* Informationen können einander unabhängig voneinander übermittelt werden.

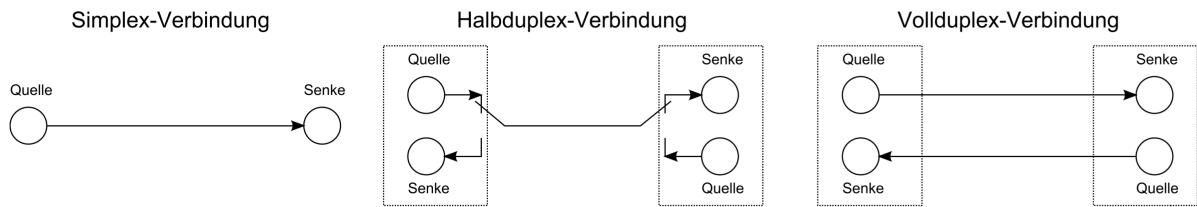


Abbildung 2: Mögliche Verbindungsarten

1.1.2 Kommunikationsnetz

Durch Zusammenführen mehrerer Grundelemente entsteht ein Kommunikationsnetz, an das eine Vielzahl von Teilnehmern angeschlossen werden können.

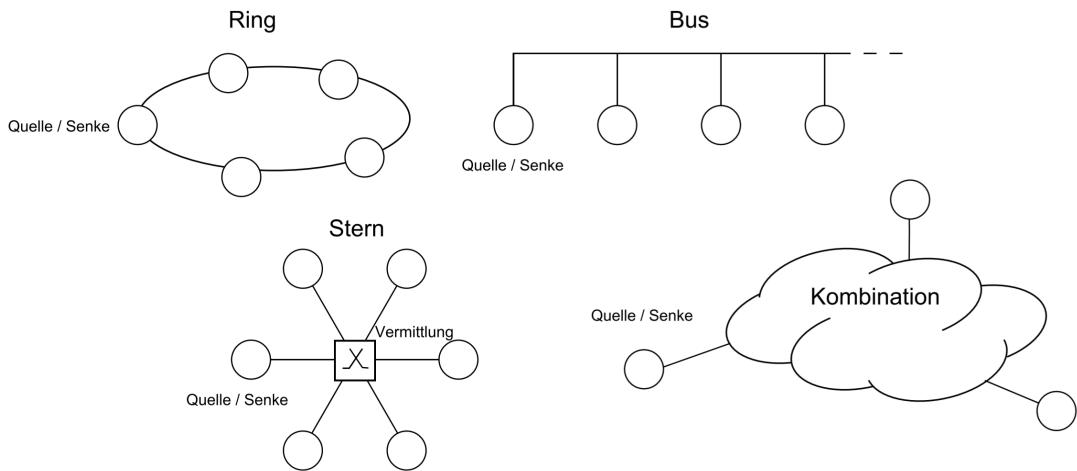


Abbildung 3: Gebräuchliche Netzstrukturen

1.1.3 Übertragungskapazität

Infolge physikalischer Eigenenschaften (endliche Bandbreite, Rauschen/Störungen) hat jeder Übertragungskanal eine begrenzte Kapazität für Informationsübertragung. Die *Kapazität C* hängt von der verfügbaren *Bandbreite B* und dem Verhältnis zwischen *Signalleistung S* und *Rauschleistung N* (*externer Einfluss*) ab.

$$C = B \cdot \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) \quad [bps]$$

Bei einer Fehlerrate von 10^{-12} ergibt sich 1 -*Bitfehler* in 10^{12} Bits.

Zur mehrfachnutzung eines zur Verfügung stehenden Kanals werden verschiedene Verfahren zur Aufbereitung elektrischer Signale verwendet.

1.2 Informationen

Die Informationsrate einer Quelle ist in der Regel **nicht konstant** (Zufallsprozess).

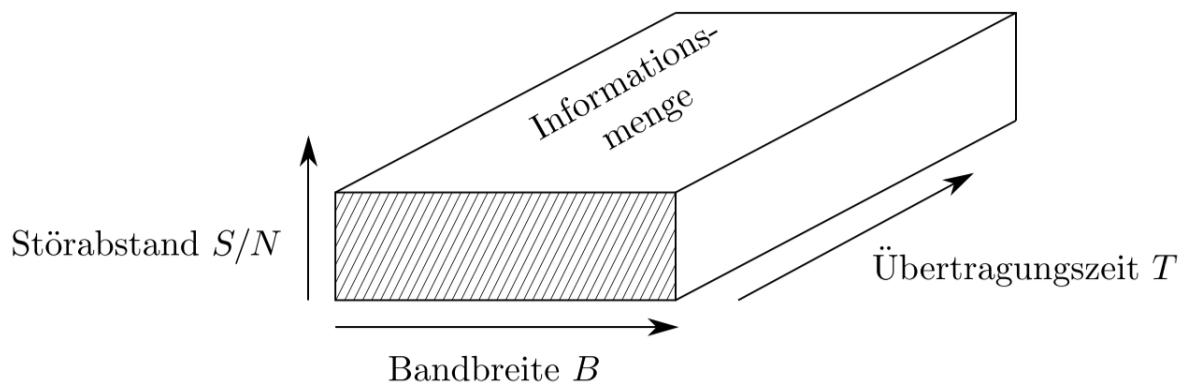


Abbildung 4: Informationsquader

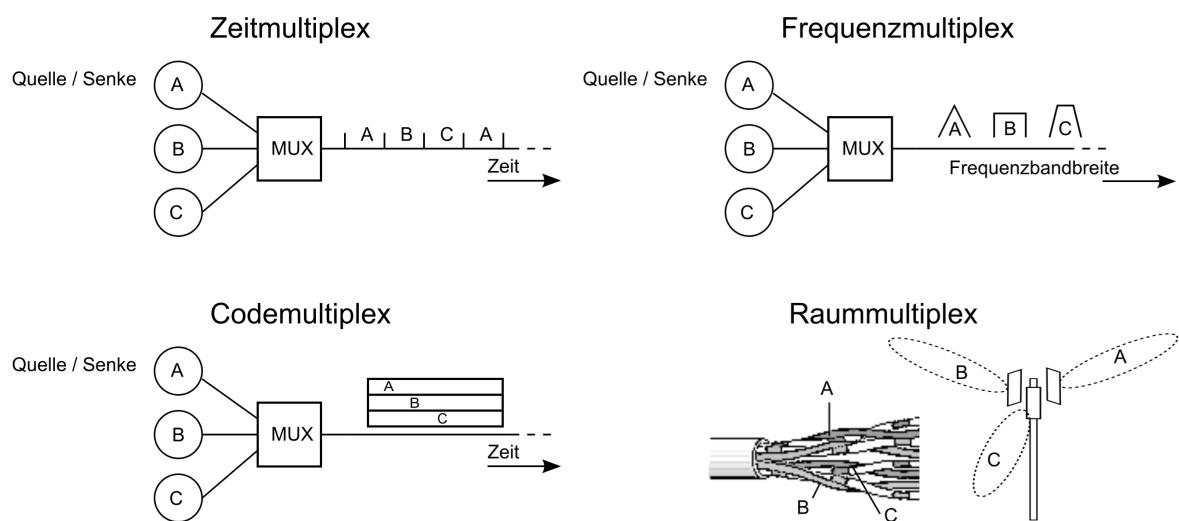
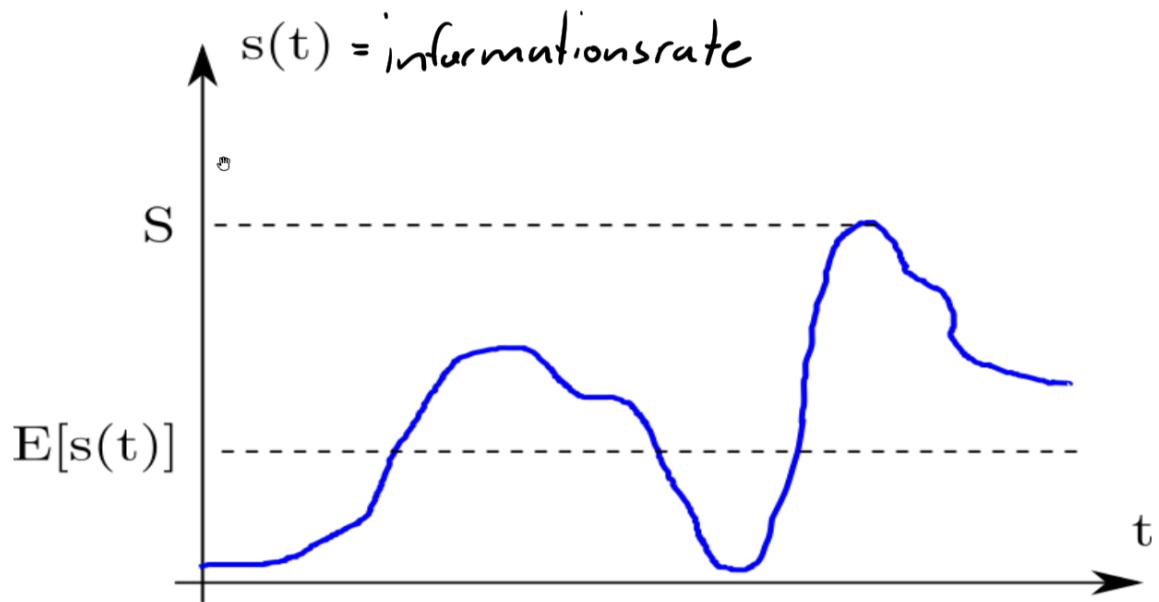


Abbildung 5: Mehrfachausnutzung mittels Modulation



Spitzenwert

$$S = \max s(t)$$

Erwartungswert

$$E[s(t)] = \frac{1}{T} \int s(t) dt$$

1.2.1 Qualität eines Übertragungssystems

Störfestigkeit der Übertragung

Störungen dringen zu einem grossen Teil auf dem Übertragungsweg ein.

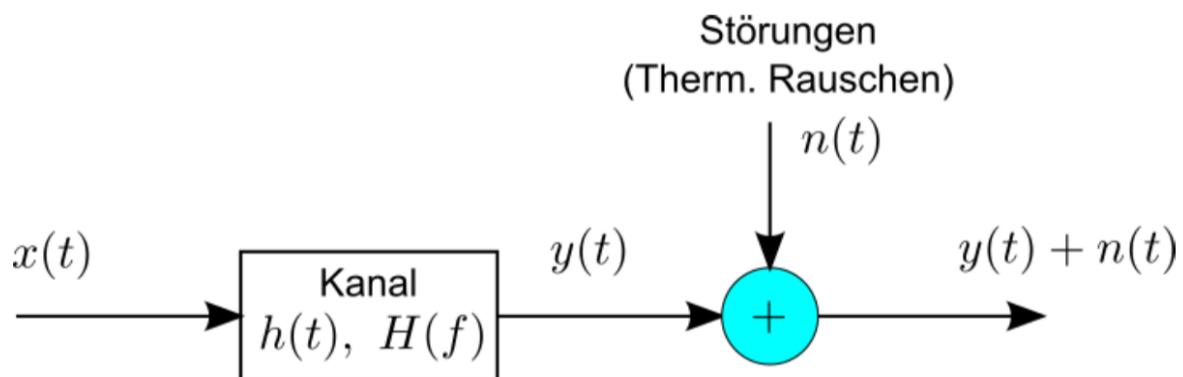


Abbildung 6: Störquellen

Um die Qualität einer Übertragung zu quantifizieren wird der sogenannte *Störabstand* (**Signal to Noise Ration**) berechnet

$$SNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{S[W]}{N[W]} \right) \quad [dB]$$

Bei digitaler Übertragung wird die *Bitfehlerrate* (**B**it **E**rror **R**atio) oder die *Bitfehlerwahrscheinlichkeit* P_e angegeben, welche die Wahrscheinlichkeit angibt, dass ein Zustand falsch detektiert wird.

$$P_e = f\left(\frac{S}{N}\right)$$

Bandbreitenbedarf

Um möglichst viele *Systeme* M in einem Kanal mit *Bandbreite* B_K unterzubringen, sollte der *Bandbreitenbedarf* B_X eines Systems möglichst klein gehalten werden

$$M = \frac{B_K}{B_X}$$

Wiedergabetreue

Die Verzerrung ist bei einem ungestörten Übertragungskanal die Differenz der Signalevel am Ein- und Ausgang

$$\varepsilon(t) = y(t) - x(t)$$

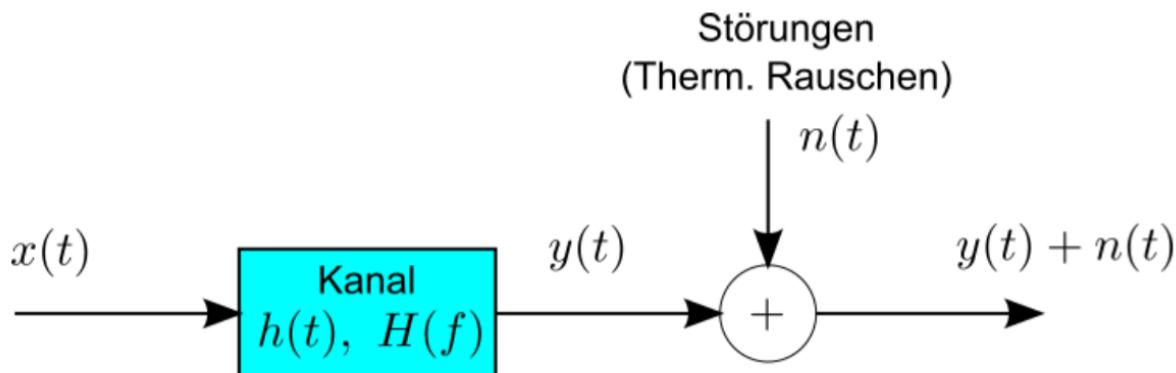


Abbildung 7: Linearer Übertragungskanal

Die Wiedergabe eines Übertragungssystems ist umso besser, je geringer die Signalverzerrung ist. Eine Verzerrungsfreie Übertragung hat die Bedingungen **konstante Verstärkung** und **linearer Phasengang**

Eine *Lineare Verzerrung* liegt vor wenn das Ausgangssignal **keine zusätzlichen Frequenzkomponenten** enthält.

Um die Wiedergabetreue zu messen wird die *Eintonmessung* angewendet, bei welcher das Testsignal $x(t) = \cos(2\pi f_0 t)$ eingespielen wird und man das Ausgangssignal $y(t) = a_1 \cos(\omega_0 t) + a_2 \cos^2(\omega_0 t) + \dots$ erhält. Mit der Trigonometrischen Umformung

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta)$$

den Therm

$$y(t) = \underbrace{\left(\frac{a_2}{2} + \frac{3a_4}{8} + \dots \right)}_{A_0[\text{DC-Anteil}]} + \underbrace{\left(a_1 + \frac{3a_3}{4} + \dots \right)}_{A_1} \cos(\omega_0 t) + \underbrace{\left(\frac{a_2}{2} + \frac{a_4}{4} + \dots \right)}_{A_2} \cos(2\omega_0 t) + \dots$$

Zur Beschreibung der Nichtlinearität wird der **Klirrfaktor** k benutzt

$$k = \sqrt{\frac{\text{OberwellenAmplituden}}{\text{GesamtAmplituden(ohneDC)}}} = \sqrt{\frac{(A_2)^2 + (A_3)^2 + \dots}{(A_1)^2 + (A_2)^2 + (A_3)^2 + \dots}}$$

Wird die *Zweittonmessung* $x(t) = \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)$ gemacht, so enthält das Ausgangssignal eines nichtlinearen Systems neben den Oberwellen auch die Terme der Form $(\omega_2 - \omega_1), (\omega_2 + \omega_1), (\omega_2 - 2\omega_1) + \dots$, was man als **Inermodulationsprodukte** bezeichnet.

Zeittransparenz Latenz

Die *Latenz* beschreibt in einem Kommunikationsnetz die Einflüsse einer *Übertragungsverzögerung* und *Verarbeitungsverzögerung*, wichtige Parameter für Echtzeitdienste.

Die gesamte Verzögerungszeit T_{delay} besteht aus drei Anteilen

$$T_{delay} = T_a + T_{\bar{u}} + T_v$$

T_a : Ausbreitungsverzögerung (*propagation delay*)

$T_{\bar{u}}$: Übertragungsverzögerung (*transmission delay*)

T_v : Verarbeitungsverzögerung (*process delay*)

Ausbreitungsverzögerung *propagation delay*

$$T_a = \frac{\text{Entfernung}[m]}{\text{Ausbreitungsgeschwindigkeit}[\frac{m}{s}]} \quad [s]$$

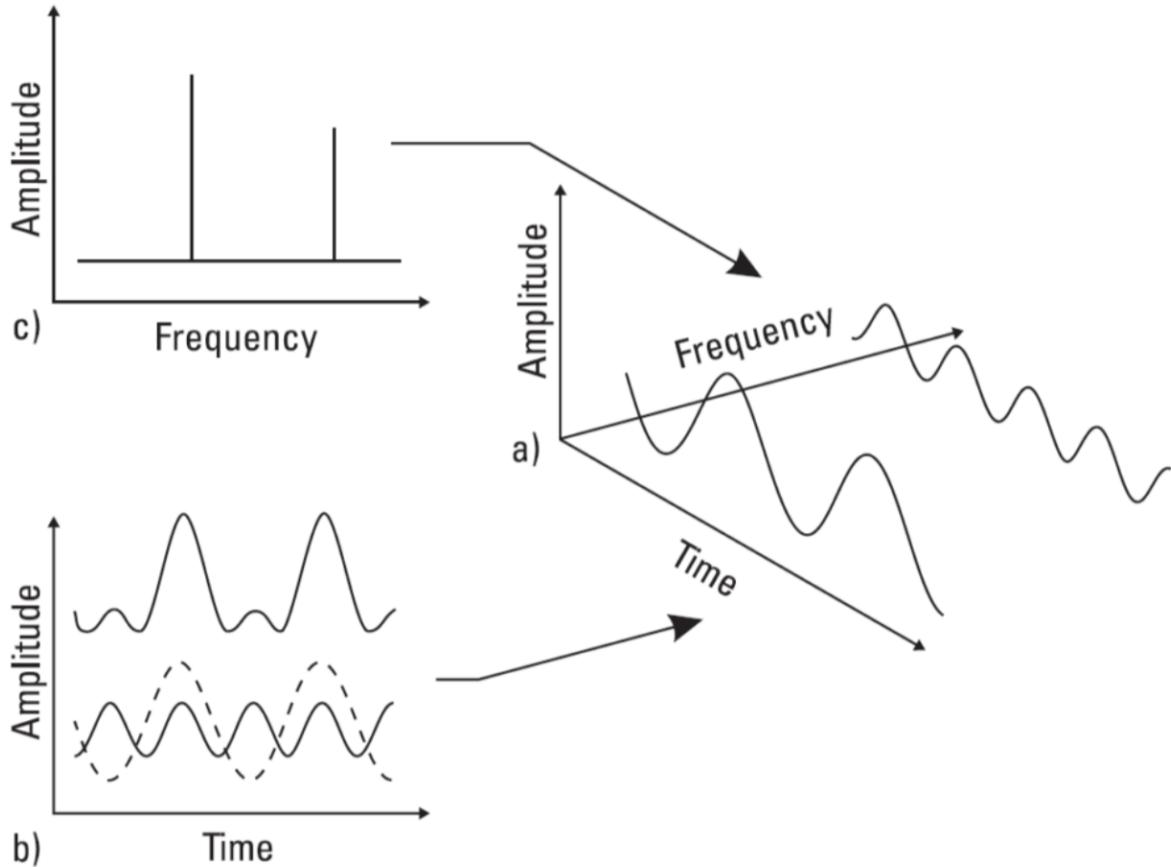
Übertragungsverzögerung *transmission delay*

$$T_{\bar{u}} = \frac{\text{Paketgrösse}[byte]}{\text{Datenrate}[\frac{bytes}{s}]} \quad [s]$$

Die Verarbeitungsverzögerung *process delay* T_v ist vom Verarbeitungssystem abhängig und beschreibt z. B. eine Prozesszeit.

2 Signalanalyse

Die Spektralanalyse ist einer der wichtigsten Methoden der Signalanalyse in der Kommunikationstechnik und basiert auf der Fourier Reihenentwicklung und der Fourier Transformation. Sie erlaubt im Frequenzbereich die Behandlung von ganzen Signalklassen mit ähnlichen Eigenschaften gegenüber der individuellen Analyse jedes einzelnen Signals im Zeitbereich.



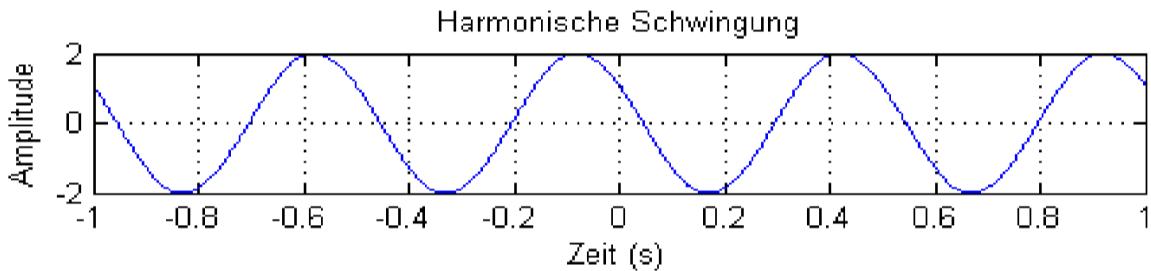
2.1 Deterministische und Zufallssignale

Signale können entweder *deterministisch* mit mathematischen Funktionen beschrieben werden oder sie liegen als *Zufallssignale* vor und nehmen zu jedem Zeitpunkt einen zufälligen Wert an, der einer Gauss-verteilung folgt.

2.1.1 Harmonische Schwingung

Kosinusschwingung als reelle Zeitfunktion

$$s(t) = A \cos(2\pi f t + \varphi)$$

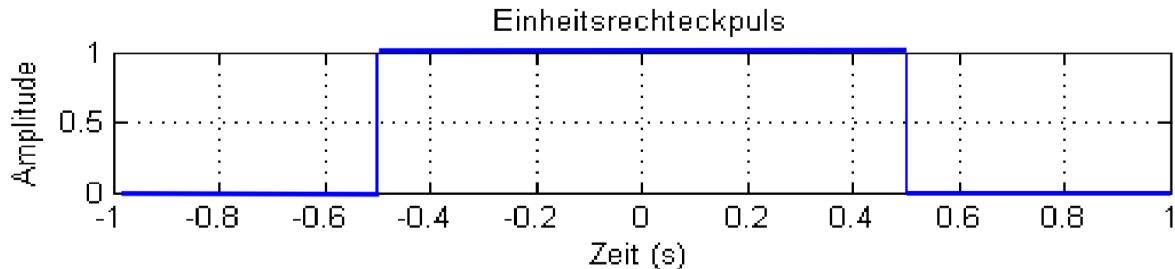


$$+A \sin(\omega t) = +A \cos(\omega t - 90^\circ) = +A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$-A \cos(\omega t) = +A \cos(\omega t \pm 180^\circ) = +A \cos(\omega t \pm \pi)$$

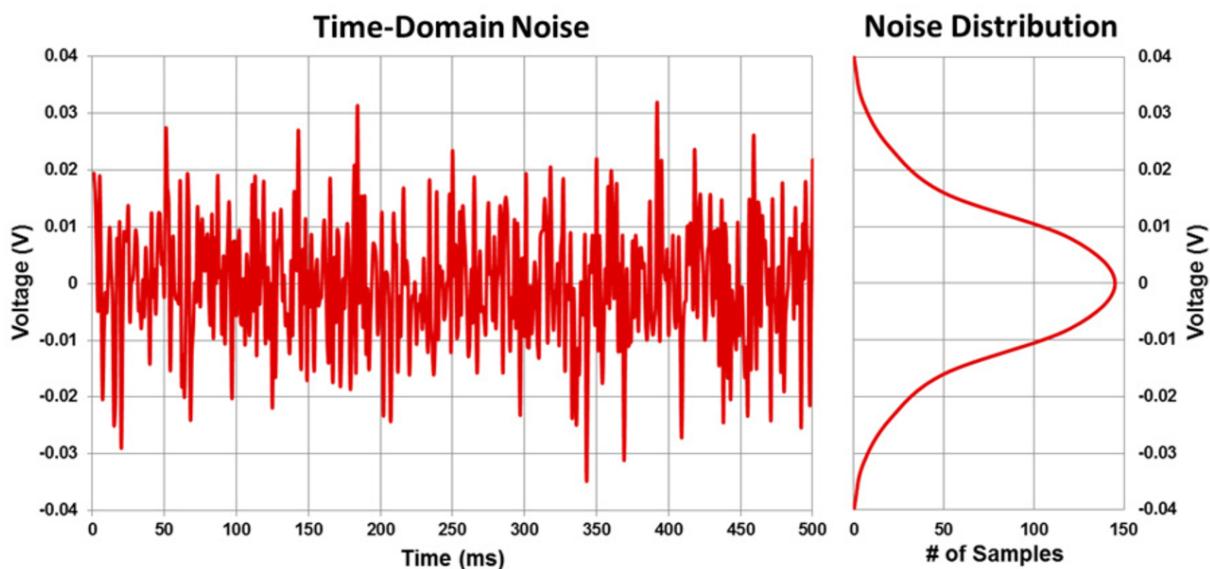
2.1.2 Rechteckpuls

$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$



2.1.3 Zufallssignal

Zufallssignale nehmen zu jedem Zeitpunkt zufällige Werte an und können daher nicht vollständig mathematisch beschrieben werden. Man kann aber für diese Signalklasse statistische Größen wie eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $p(u)$, den Erwartungswert m_u und die Standardabweichung s_u als beschreibende Größen ermitteln



2.2 Komplexe Zeigernotation

Signale (auch Reellwertige) können einfacher anhand der *komplexen Zeigernotation* beschrieben werden

$$S(t) = \underbrace{A \cos(\omega_0 t + \varphi)}_{\text{reelle Schwingung}} \pm j \underbrace{A \sin(\omega_0 t + \varphi)}_{\text{Erweiterung}} = \underbrace{A e^{\pm j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{komplexer Zeiger}}$$

Es gilt trotz Erweiterung immernoch

$$s(t) = \operatorname{Re} [A e^{\pm j(\omega_0 t + \varphi)}] = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Aus dieser Zeigernotation kann direkt das **Amplituden- und Phasenspektrum** als **einseitiges Linienspektrum** abgetragen werden

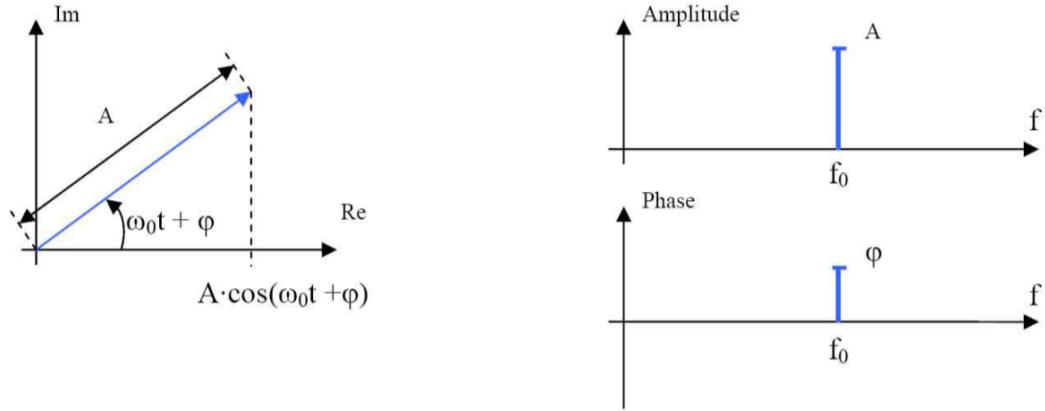


Abbildung 8: Zeigerdiagramm, Amplituden- und Phasenspektrum

2.2.1 Zweiseitige Spektrumsdarstellung

Eine weitere Darstellung ist das **zweiseitige Linienspektrum**, wobei über die komplexe Konjugation das Ganze, komplexe Signal reelwertig gehalten wird

$$s(t) = \underbrace{\frac{A}{2} e^{j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{Gegenuhrzeigersinn}} = \underbrace{\frac{A}{2} e^{-j(\omega_0 t + \varphi)}}_{\text{Uhrzeigersinn}} = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

da sich die Komplexen Teile aufheben. Da das *Amplitudenspektrum* stets den Betrag anzeigt, werden negative Werte stets mit einer *Phasenverschiebung* um π aufgetragen.

- Amplitudendiagramm ist *symmetrisch*
- Phasendiagramm ist *punktsymmetrisch*

2.3 Periodische Signale

Harmonische Schwingungen und Zeiger gehören zu der allgemeinen Klasse der periodischen Signale, mit der Eigenschaft

$$s(t \pm mT_0) = s(t) \quad -\infty < t < +\infty \quad \text{Mit } m = 1, 2, 3, \dots$$

Die Signalform ändert sich also nicht bei einer Verschiebung um m .

2.3.1 Mittlere Leistung

Mittelwert \bar{s}

$$\bar{s} = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) dt$$

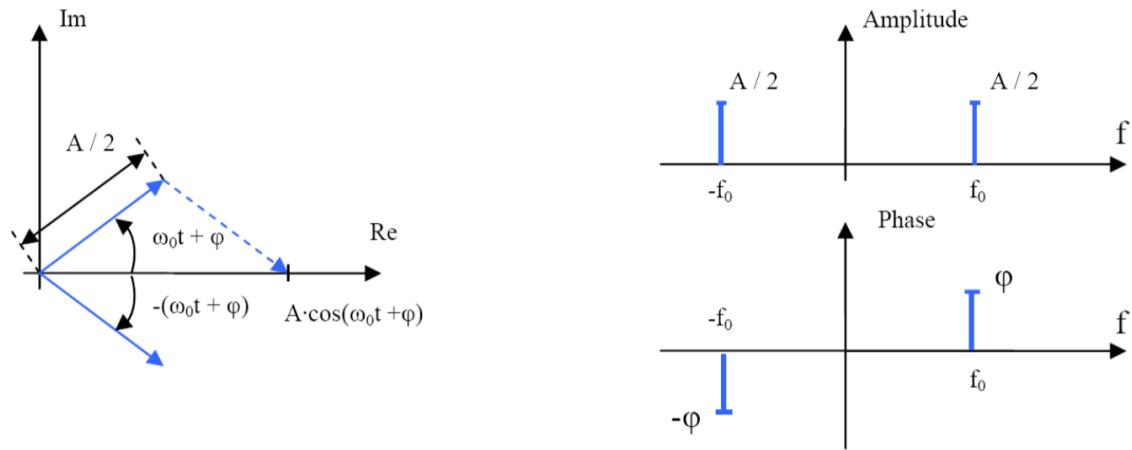


Abbildung 9: Konjugiert komplexe Zeiger und zweiseitiges Linienspektrum

Die **Mittlere normierte Leistung** beschreibt die Leistung bezogen auf 1Ω

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} |s(t)|^2 dt$$

Entspricht die Leistung $0 < P < \infty$ so spricht man von einem *periodischen Leistungssignal*.

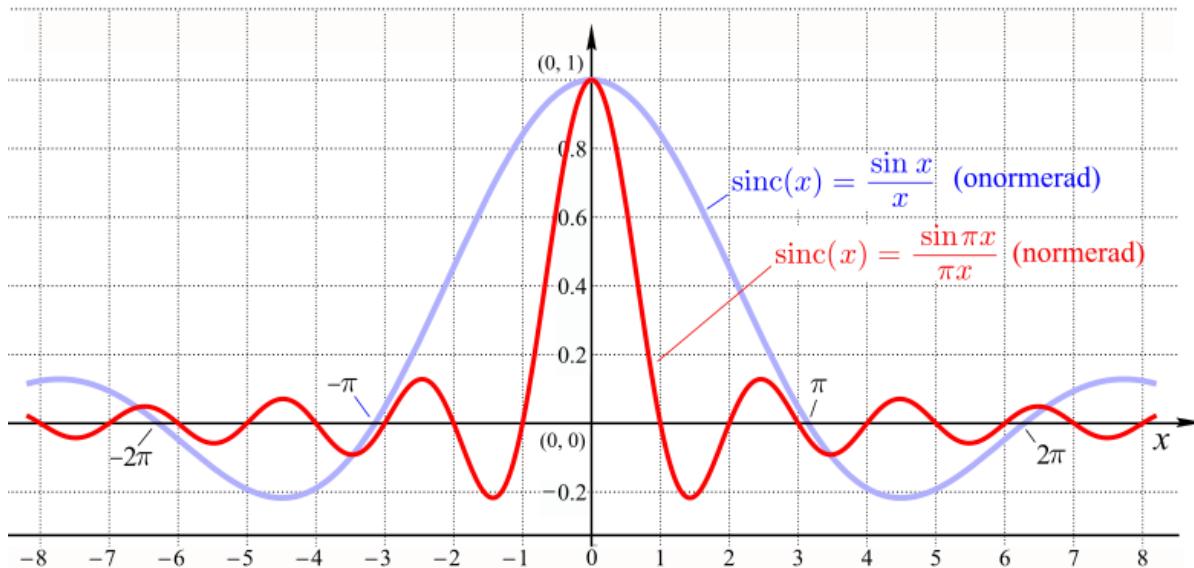
2.4 sinc-Funktion

Zur Bestimmung der Fourier-Koeffizienten c_n erhält man oft das Integral

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} e^{-j\pi f t} dt = -\frac{1}{j2\pi f T} (e^{-j\pi f T} - e^{j\pi f T})$$

was durch die geometrische Beziehung $(e^{j\theta} - e^{-j\theta})/(j2) = \sin(\theta)$ zur *sinc*-Funktion führt

$$si(\pi f T) = \frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \quad \overset{x=fT}{=} \quad \text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x} = \begin{cases} 1, & x = 0 \\ 0, & x = \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$



2.5 Komplexe Fourier Reihe (periodisch)

Ein periodisches Signal $s(t)$ kann mit der *komplexen Fourier Reihenentwicklung* in eine zweiseitige Spektrumsdarstellung gewandelt werden. Die komplexe Fourier Reihe für ein periodisches Leistungssignal der Periode $T_0 = \frac{1}{f_0}$ lautet

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Die komplexen Koeffizienten c_n lauten

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} s(t) e^{-j n \omega_0 t} dt$$

Der Betrag $|c_n|$ repräsentiert die Amplitude und das Argument $\angle c_n$ entspricht der Phase. Es gilt:

- Alle Frequenzen sind ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz ω_0
- Die Gleichstromkomponente c_0 entspricht \bar{s}
- Ist $s(t)$ reell, so besitzt das zweiseitige *Amplitudenspektrum* $|c_n|$ eine **gerade Symmetrie**
- Ist $s(t)$ reell, so besitzt das zweiseitige *Phasenspektrum* $\angle c_n$ eine **ungerade Symmetrie**

2.5.1 Parseval'sches Leistungstheorem

Die mittlere, normierte Leistung eines periodischen Signals kann im Zeitbereich oder im Frequenzbereich bestimmt werden

$$P = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{t_0+T_0} |s(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

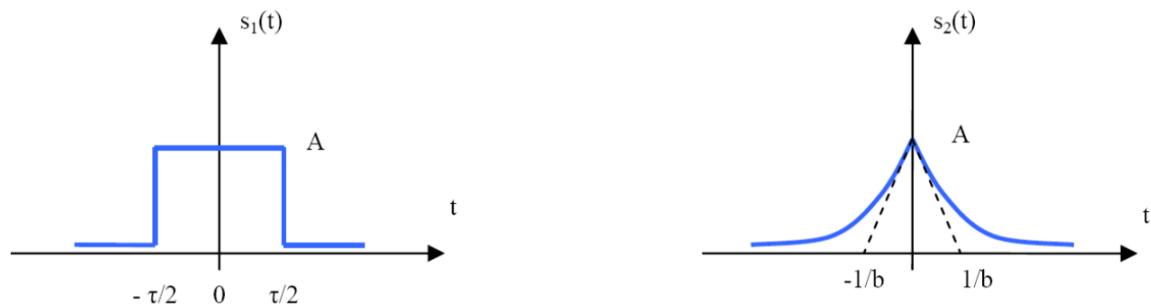


Abbildung 10: Nichtperiodische Signale

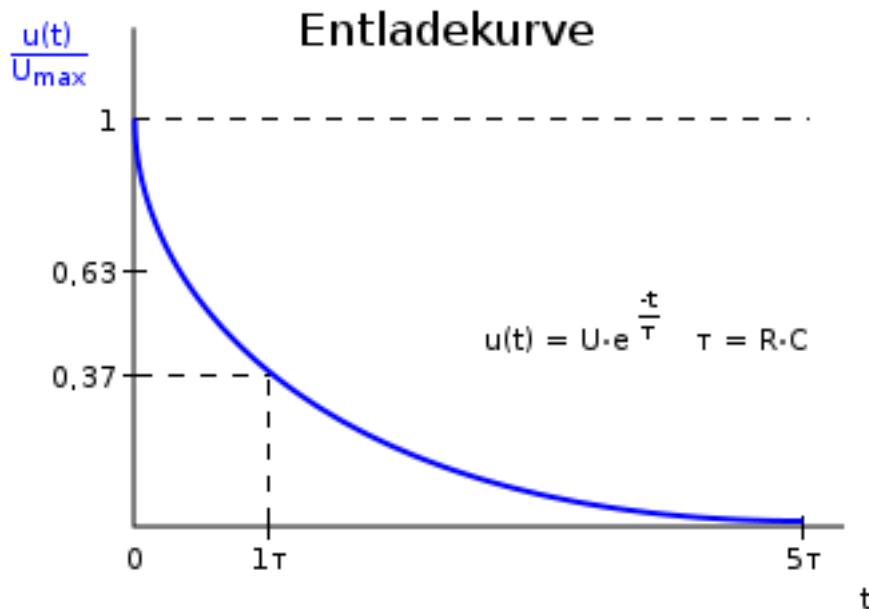
2.6 Nichtperiodische Energiesignale

Die *normierte Signalenergie E* beschreibt die Energie eines Signals über einen Widerstand von 1Ω

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt$$

Energiesignal

Ist die Energie *endlich*, also $0 < E < \infty$ so handelt es sich um ein **nichtperiodisches Energiesignal**. Auch Signal die vermeintlich undendlich lange andauern können endlich sein, z. B.:



Die Funktion wird zwar Mathematisch nie 0, die Energie ist jedoch Endlich (*Kondensator hat nicht unendlich Energie*)

2.7 Fourier Transformation (nicht periodisch)

Mit der Fourier Transformation werden nicht periodische Signale in ihre Frequenzbestandteile aufgeteilt und man erhält ein **Kontinuierliches Dichtespektrum**. Die Fourier Transformation ist definiert durch

$$S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad \text{mit } \omega = 2\pi f$$

Die Rücktransformation gelingt durch die inverse Fourier Transformation

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S(f) e^{-j\omega t} dt \quad \text{mit } \omega = 2\pi f$$

Für die komplexe Funktion $S(f)$ der Fourier Transformation gelten die *spektralen Eigenschaften*

- Das *Amplitudendichtespektrum* entspricht $|S(f)|$
- Das *Phasendichtespektrum* entspricht $\angle S(f)$
- Der Funktionionswert $S(f)|_{f=0}$ entspricht der Nettofläche von $s(t)$
- Ist $s(t)$ reell, so besitzt das *Amplitudenspektrum* $|c_n|$ eine **gerade Symmetrie**
- Ist $s(t)$ reell, so besitzt das *Phasenspektrum* $\angle c_n$ eine **ungerade Symmetrie**

2.7.1 Parseval'sches Energietheorem

Die Signalenergie im Zeitbereich wie auch im Frequenzbereich entspricht demselben Wert, die Beiden Darstellungen beinhalten also dieselben Informationen

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

2.8 Logarithmische Darstellung

Das Amplitudenspektrum wird oft in der y-Achse logarithmisch dargestellt

$$A_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{A_V}{A_{Ref}} \right)$$

als Bezugswert A_{Ref} wird oft der Effektivwert des Signals oder die Amplitude der Grundschwingung verwendet.

2.9 Korrelation

2.9.1 Autokorrelation

Die *Autokorrelation* macht Angaben über den inneren Zusammenhang einer Funktion $s(t)$. Dies gilt für ein *periodisches Leistungssignal*

$$k_{11}(t) = E[s_1(t - \tau) \cdot s_1(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t - \tau) s_1(t) dt$$

und für ein *Energiesignal*

$$k_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t - \tau) s_1(t) dt$$

Im **Frequenzbereich** erhalten wir die Autokorrelationen eines *periodischen Leistungssignals* durch

$$k_{11} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T S_1(f) S_1^*(f) df$$

und eines *Energiesignals* über

$$k_{11}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(f) S_1^*(f) df$$

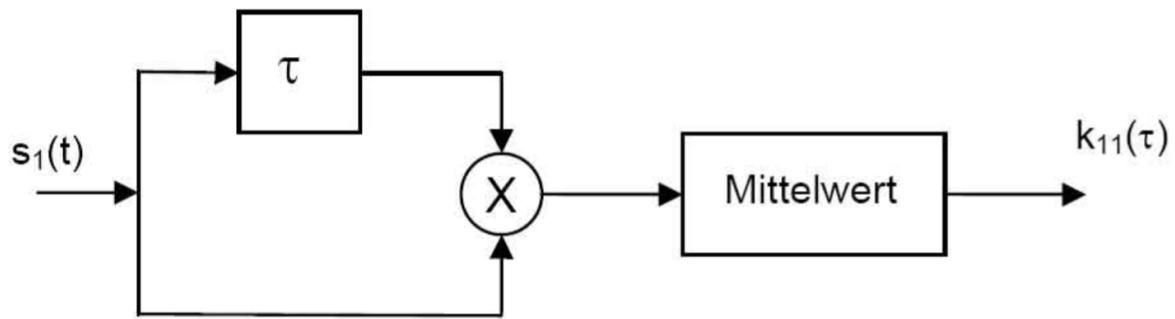


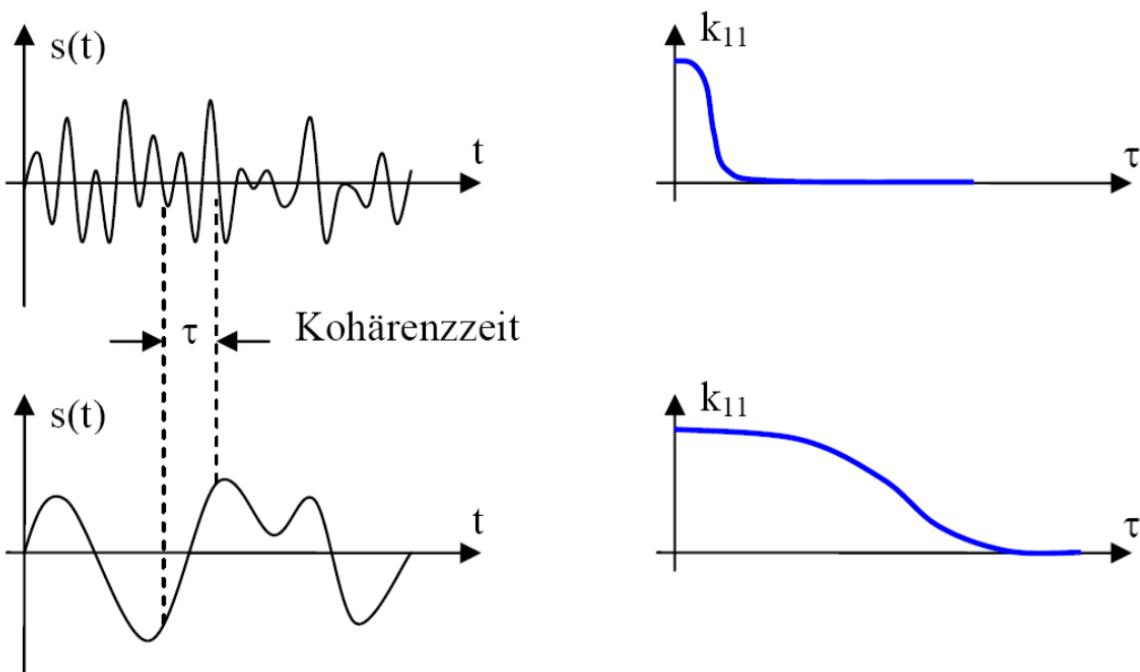
Abbildung 11: Blockdiagramm einer Autokorrelation

Es gelten die folgenden Eigenschaften:

- AK ist gerade: $k_{11}(\tau) = k_{11}(-\tau)$
- $\lim_{\tau \rightarrow \infty} k_{11}(\tau) = 0$
- Bei $\tau = 0$ erhält man die normierte Leistung (o. Energie): $k_{11}(\tau = 0) = s_1(t)^2 = s_{eff}^2$
- Das Maximum liegt bei $\tau = 0$
- Für periodische Signale $s(t)$ liegt die gleiche Periodendauer wie bei $k_{11}(\tau)$ vor

Kohärenzzeit

Der Bereich von τ , in dem $k_{11} \neq 0$ ist, wird als *Kohärenzzeit* bezeichnet.



Die Kohärenzzeit eines sehr fluktuativen (= grosse Bandbreite) Signals ist sehr kurz, während diese bei einem langsamen Signal (= kleine Bandbreite) eher lang ist. Es gilt also

$$\text{Kohärenzzeit} \propto \frac{1}{\text{Bandbreite}}$$

2.9.2 Kreuzkorrelation

Die *Kreuzkorrelation* macht Angaben über den Zusammenhang zweier Signale $s_1(t)$ und $s_2(t)$. Dabei kann man herausfinden, ob zwei Signale miteinander verwandt sind und gemeinsame Merkmale enthalten. Zudem kann man erkennen ob zwei Signale in Abhängigkeit einer zeitlichen Verschiebung zueinander stehen. Dies gilt für *periodische Leistungssignale*

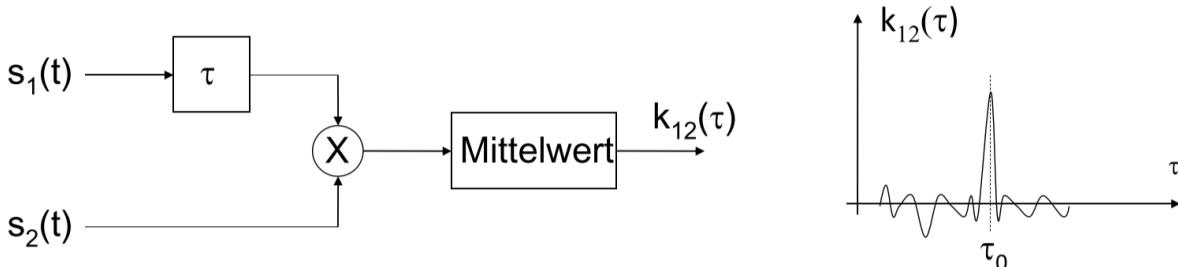
$$k_{12}(t) = E[s_1(t - \tau) \cdot s_2(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t - \tau) s_2(t) dt$$

und für ein *Energiesignal*

$$k_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t - \tau) s_2(t) dt$$

Es gelten die folgenden Eigenschaften:

- KK ist gerade: $k_{12}(\tau) = k_{21}(-\tau)$
- $\lim_{\tau \rightarrow \infty} k_{12}(\tau) = 0$
- Das Maximum liegt bei $\tau = \tau_0$



2.10 Signalabtastung und Rekonstruktion

2.10.1 Idealer Abtastprozess

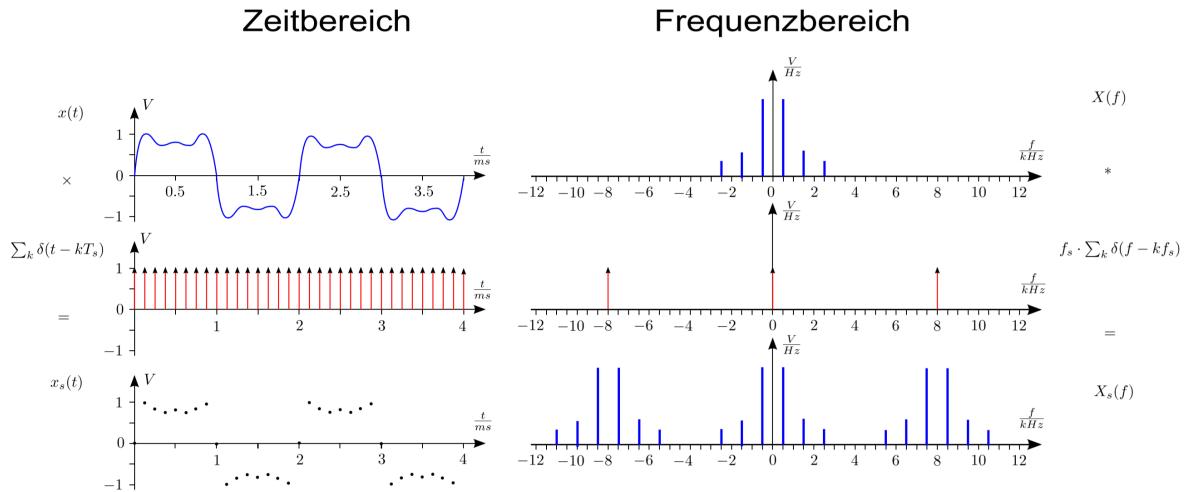
Der Abtastprozess kann als Multiplikation eines analogen Eingangssignals mit einer periodischen Serie von Einheitsimpulsen betrachtet werden

$$x(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT_s)$$

Was eine Faltung im Frequenzbereich mit einem Impulskamm zur Folge hat

$$X_s(f) = X(f) * \left[f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(f - kf_s) \right] = f_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(f - kf_s)$$

Was einer periodischen Fortsetzung des Spektrums zur Folge hat

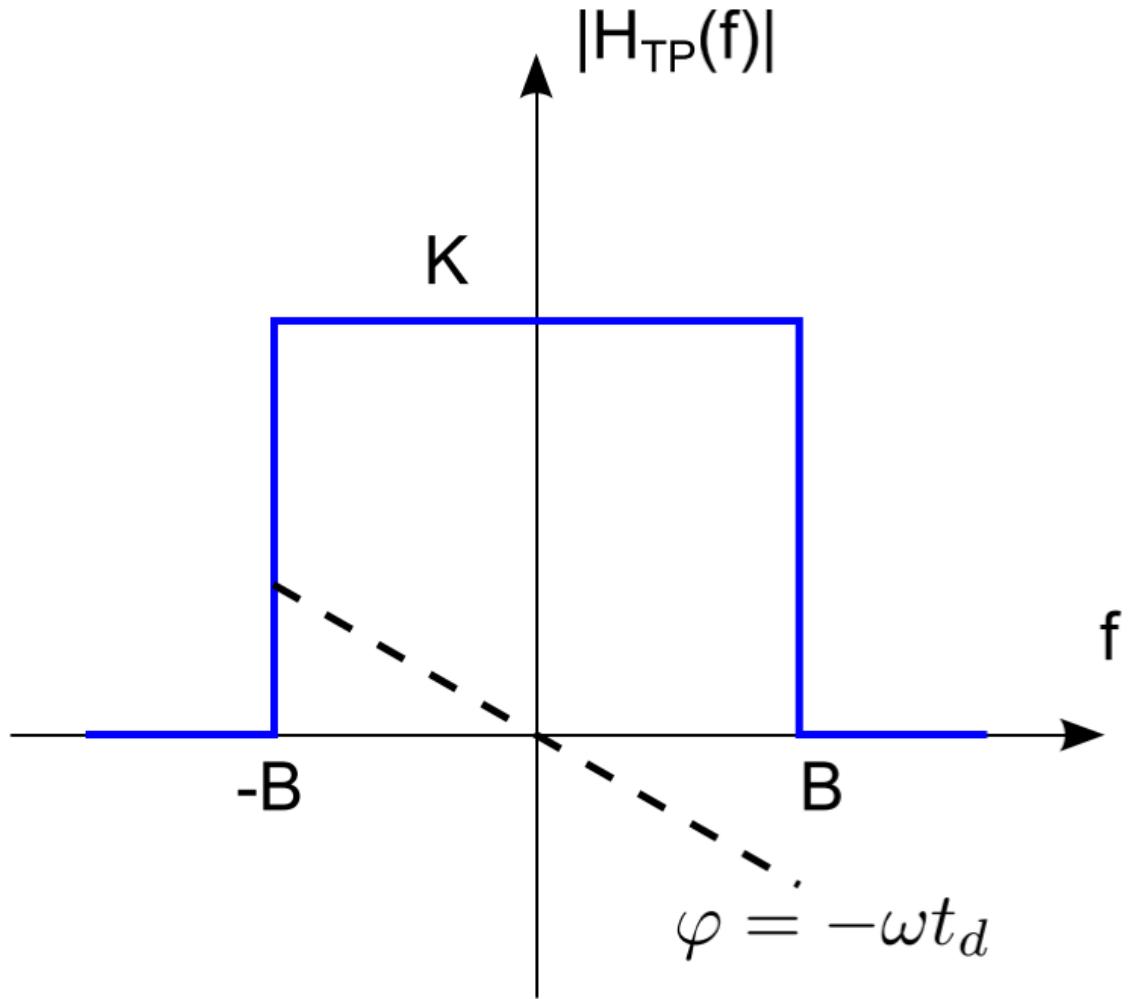


Es sind also Entsprechende Kopien des Spektrums (*Alias*) bei den ganzzahligen Vielfachen der *Abtastfrequenz* f_s zu sehen. Die unverzerrte Rückgewinnung über ein Tiefpassfilter ist nur möglich, wenn das Abtasttheorem, bzw. die *Nyquist-Rate* eingehalten wird

$$f_{s_{min}} > 2f_{Signal_{max}}$$

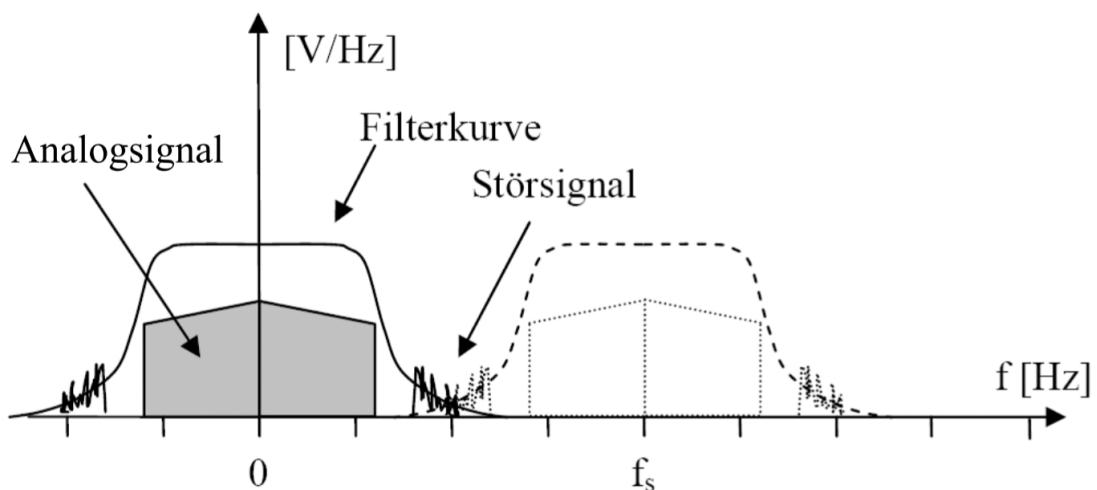
Ein idealer Tiefpass mit einer Verstärkung K , einer Verzögerungszeit t_d und einer Bandbreite B hat eine Übertragungsfunktion von

$$H_{TP}(f) = K \Pi \left(\frac{f}{2B} \right) e^{-j\omega t_d}$$



2.10.2 Analoge Vorfilter

Das analoge Vorfilter (*anti-aliasing Filter*) verhindert das Kopieren eines Störsignals (Ausserhalb der Grenzfrequenz) in den Nutzbereich fallen.



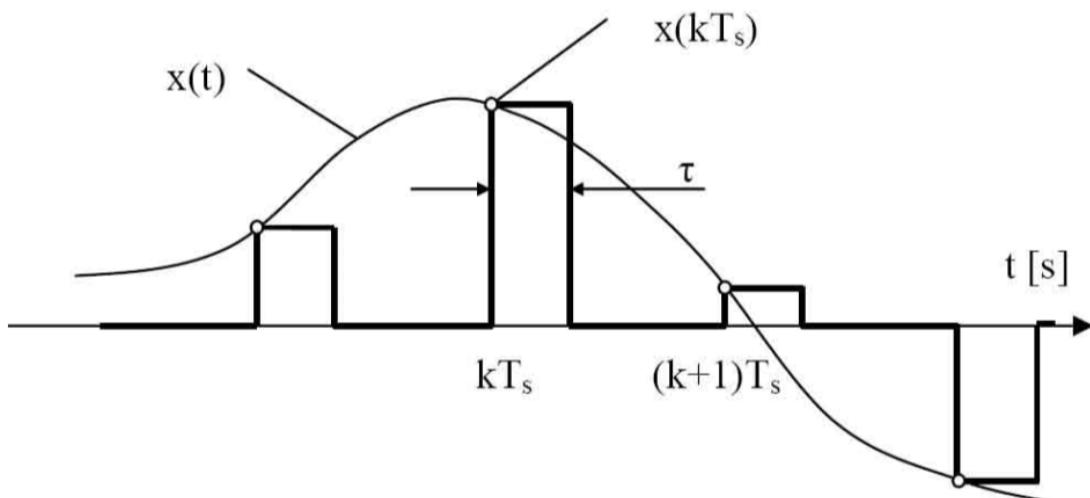
Realisierbare Filter sind nicht ideal. Die korrekte Auslegung des Filters hängt von verschiedenen Gesichtspunkten ab:

- Gewünschte Signalbreite (Grenzfrequenz für den Durchlassbereich f_g)
- Abtastfrequenz f_s
- Gewünschte minimale Sperrdämpfung für Spiegelfrequenzen ($f_{sb} = f_s - f_g$)
- Anforderungen bezüglich Signalverzerrung durch das Filter

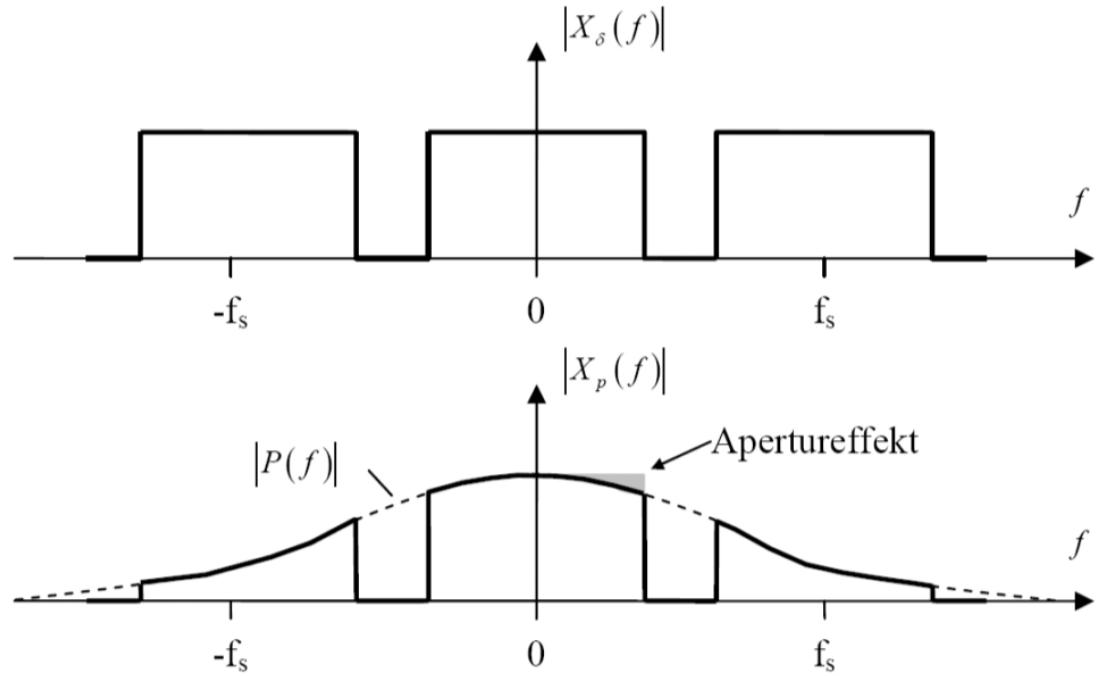
2.10.3 Reale Abtastung - PAM Signal

Reale Abtastungen erfolgen durch die *Sample&Hold*-Technik, so erhält man eine Flat-Top-Abtastung. Dadurch erzeugt man die Zeitfunktion

$$x_p(t) = x(t) \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t - kT_s)$$



Dies induziert einen *Apertureeffekt*, bei welchem eine Dämpfung der höheren Frequenzkomponenten des Signalspektrums

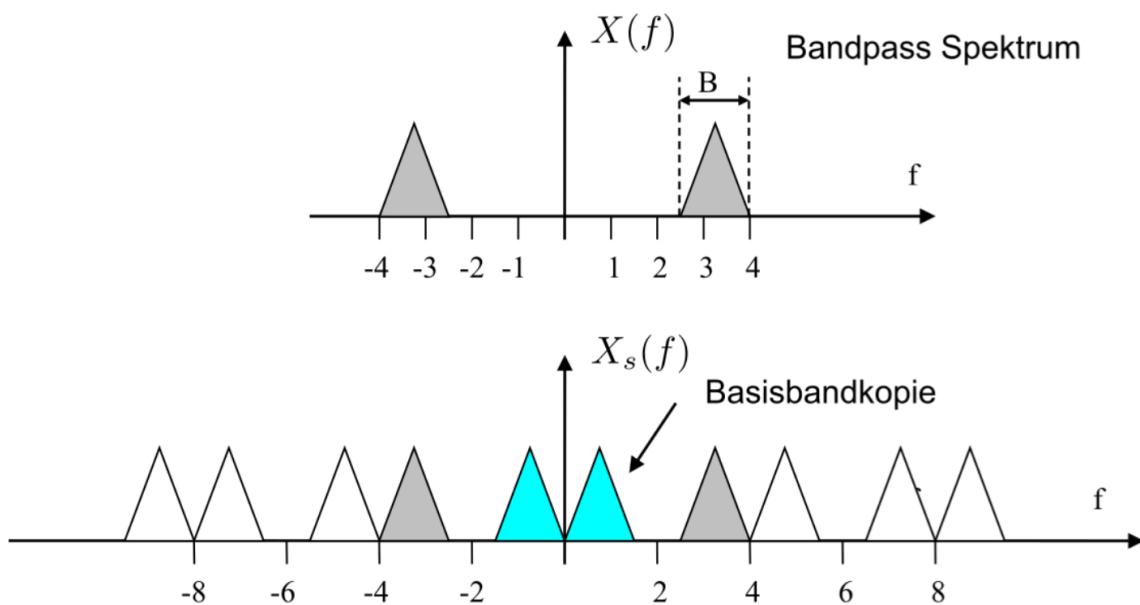


2.10.4 Abtastung von Bandpasssignalen

Besitzt ein Signal ein bandbegrenztes Spektrum mit der Bandbreite B und der maximalen oberen Signalfrequenz $f_{Signal_{max}}$, so kann es mit der Frequenz

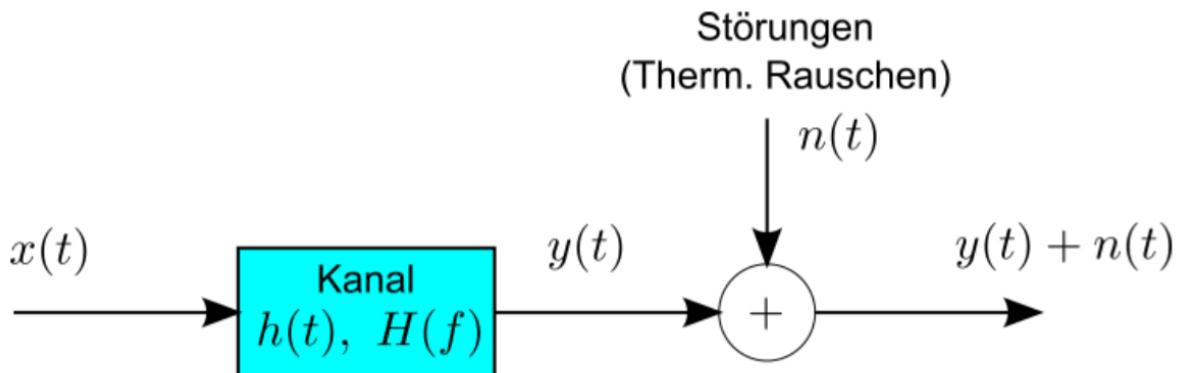
$$f_{Sample} = \frac{2f_{Signal_{max}}}{m}$$

abgetastet werden, ohne das es zu Spektrumsüberlappungen kommt. m ist die grösste Zahl, die das Verhältnis $\frac{f_{Signal_{max}}}{B}$ nicht übersteigt.



3 Leitergebundene Signalübertragung & -Filterung

Es wird hier vor allem vom LTI-Filterkanal gesprochen, und die Störungen die vom Kanal selbst kommen



Die Beschreibung der Übertragungseigenschaften erfolgt im Zeitbereich mithilfe der *Impulsantwort* $h(t)$ und im Frequenzbereich mit dem *komplexen Frequenzgang* $H(f)$. Diese werden folgendermassen ermittelt

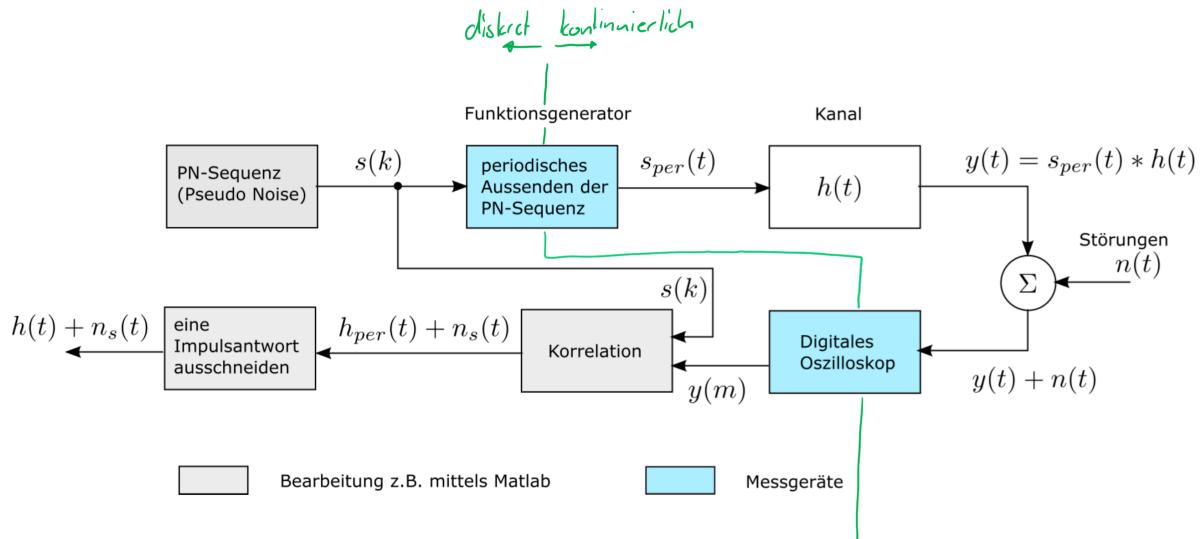
Wie kommt man zur Impulsantwort $h(t)$?

Eingangssignal $x(t)$	Ausgangssignal $y(t)$	Bemerkung
Diracstoss $\delta(t)$	Impulsantwort $h(t)$	<ul style="list-style-type: none"> - DGL muss bekannt sein - Testsignal für Labor nicht geeignet, da nur sehr geringer Energieinhalt
Schrittspannung (z.B. 0 -> 5V)	Schrittantwort $g(t)$	<ul style="list-style-type: none"> - Impulsantwort über die Ableitung der Schrittantwort $h(t) = \frac{d}{dt}g(t)$ - Testsignal hat einen hohen Energieinhalt
Frequenzgang $H(f)$	Impulsantwort $h(t)$	<ul style="list-style-type: none"> - Berechnung mittels Fourier Rücktransformation
Periodische Zufallssequenz $s(t)$ <small>pr.-Signal (pseudo noise)</small>	$s(t) * h(t)$	<ul style="list-style-type: none"> - Messung einer Stossantwort mit Korrelationsmethode (Folie 4)

Wie kommt man zur Übertragungsfunktion $H(f)$?

Eingangssignal $x(t)$	Ausgangssignal $y(t)$	Bemerkung
Harmonische Schwingung $A_x \cos(2\pi f t + \varphi_x)$	Harmonische Schwingung $A_y \cos(2\pi f t + \varphi_y)$	<ul style="list-style-type: none"> - Amplitudengang: $H(f) = A_y/A_x$ - Phasengang: $\angle H(f) = \varphi_y - \varphi_x$
Impulsantwort $h(t)$	Frequenzgang $H(f)$	<ul style="list-style-type: none"> - Berechnung mittels Fourier Transformation

Die Ermittlung der Impulsantwort $h(t)$ mittels *Periodischer Zufallssequenz* $s(t)$ erhält man mittels Korrelationsverfahren



3.1 Pegelberechnung

Bei einer verzerrungsfreien Übertragung ist die Ausgangsleistung P_y proportional zur Eingangsleistung P_x , die *Dämpfung* entspricht

$$a = \frac{P_x}{P_y} \quad \text{bzw.} \quad a_{dB} = 10 \log_{10}(a)$$

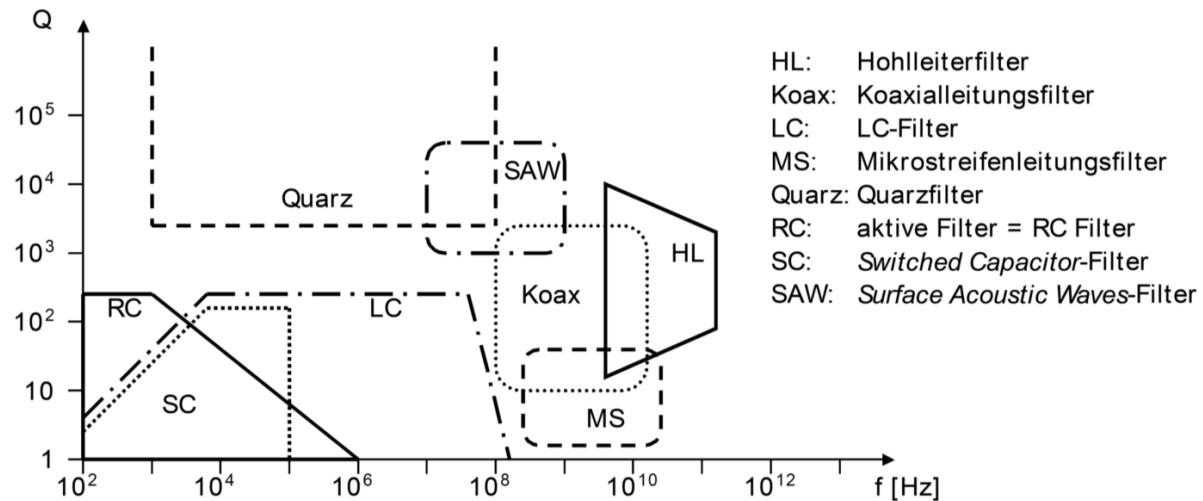
Können nicht beide Leistungen gleichzeitig bestimmt werden, so wird mit Referenzgrößen gearbeitet

Referenz	Formel	Einheit
$P_{Ref} = 1mW$	$P_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1mW} \right)$	dBm
$P_{Ref} = 1W$	$P_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P}{1W} \right)$	dBW
$U_{Ref} = 1V$	$U_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{U}{1V} \right) + 10 \log_{10} \left(\frac{R_{Ref}}{R} \right)$	dBV
$E_{Ref} = 1\mu V$	$E_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{E}{1\mu V} \right)$	$dB\mu V$

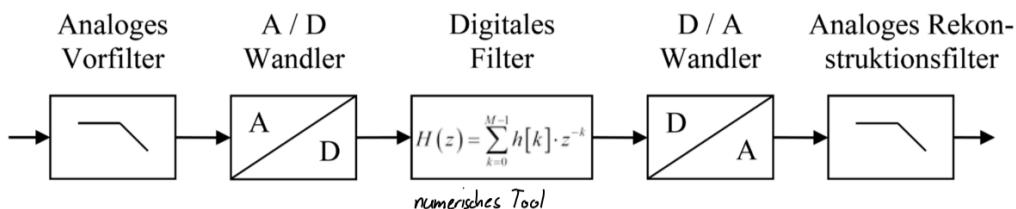
3.2 Filtersysteme

Niederfrequent haben Analoge LC-Filter sehr lange eine dominierende Rolle, wobei dieselben Methoden der Filtersynthese auch auf modernere Filtertechnologien angewendet werden können. Für verschiedene Einsatzbereiche gibt es *verschiedene Filtertechnologien*, wobei auch *Digitale Filter* bis ca. 100MHz analoge Filter nachbilden können, mit dem Vorteil, dass diese anschliessend noch anpassbar sind

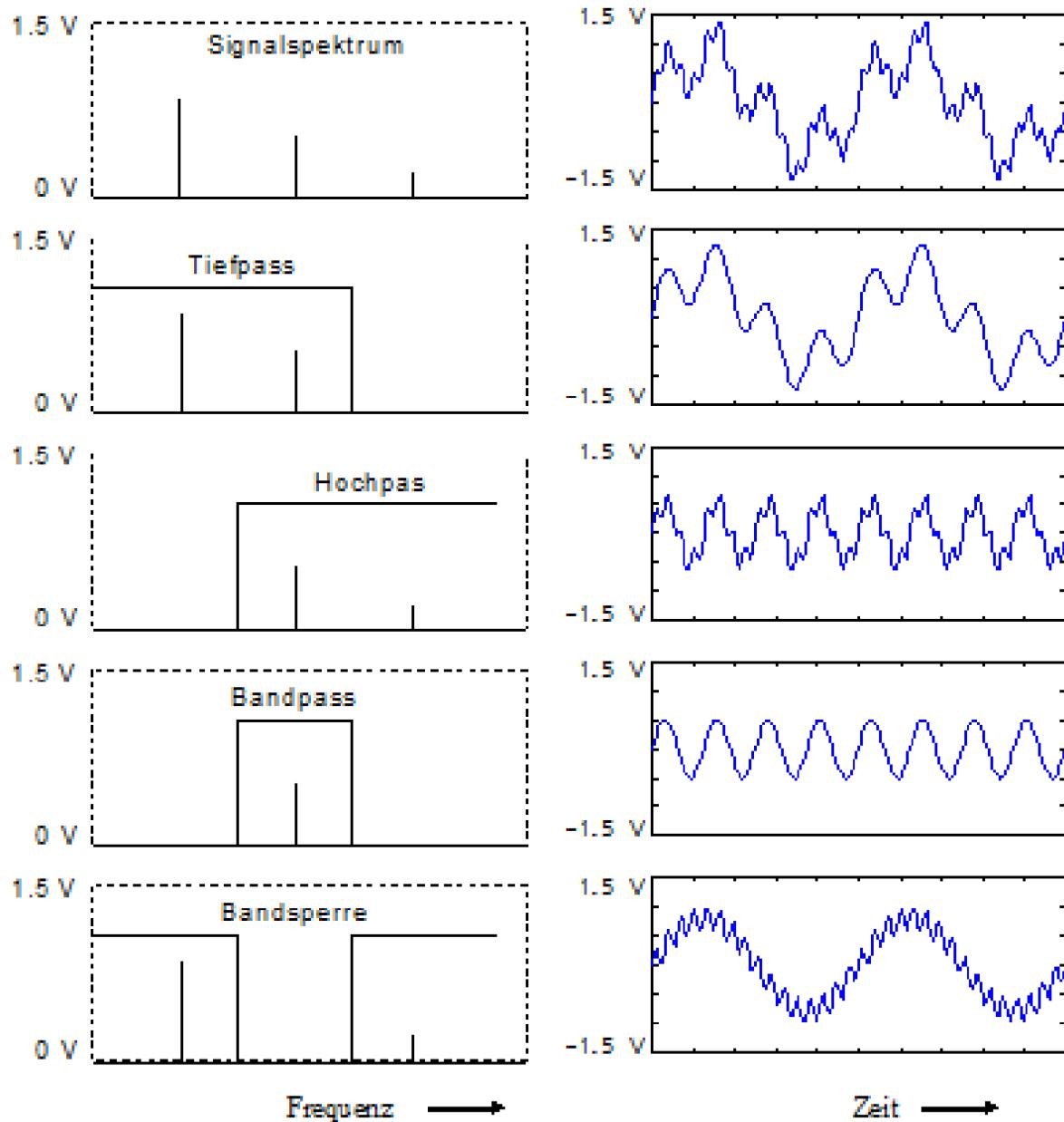
• Analog Filtertechnologien



• Digitale Filter



Des Weiteren gibt es verschiedene Filterklassifizierungen, welche folgende **ideale Amplitudengänge** aufweisen



3.2.1 Reale Filter - Spezifikation

Reale Filter können keine sauberen 1/0-Übergänge realisieren, wonach Filter mit der *Filtermaske* definiert werden

Zur definition von Filtern gibt es verschiedene Approximationsverfahren

3.3 Leitergebundene Übertragung

Zur bestimmung ob ein Leiter mit der klassischen Schaltungstheorie oder mit Phänomenen der elektromagnetischen welle betrachtet werden muss, wird der Begriff der elektrischen Länge verwendet

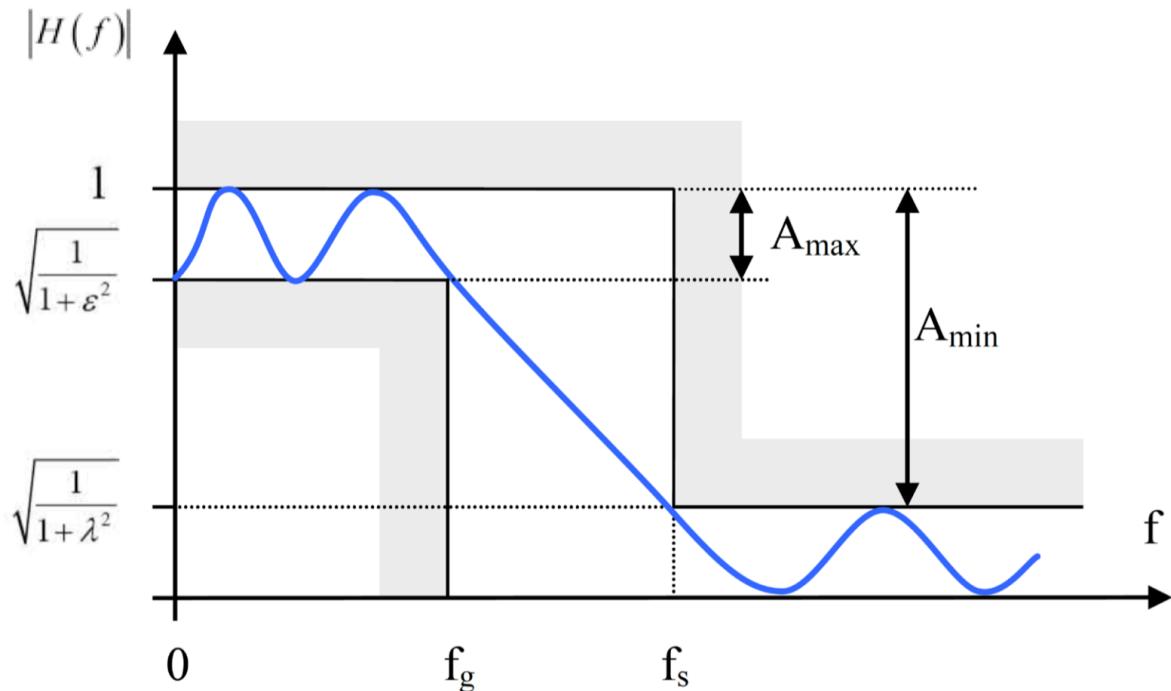
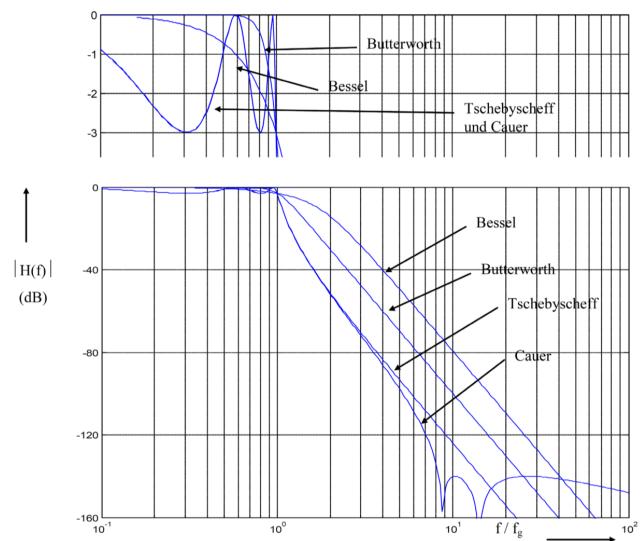


Abbildung 12: Filtermaske eines Tiefpassfilters

- Butterworth
 - Maximal flacher Durchlassbereich im Amplitudengang
- Tschebyscheff
 - Maximal steiler Übergangsbereich
- Cauer
 - Elliptische Funktion
 - Maximal steiler Übergangsbereich
- Bessel
 - Maximal flache Gruppenlaufzeit im Durchlassbereich

Abbildung 13: Approximationsverfahren für Filterordnung $n = 5$ und $A_{\max} = 3dB$

$$\text{Elektrische Länge} = \frac{\ell}{\lambda} \begin{cases} \leq \frac{1}{20} \\ > \frac{1}{20} \end{cases}$$

mit λ : Wellenlänge
 ℓ : Leitungslänge

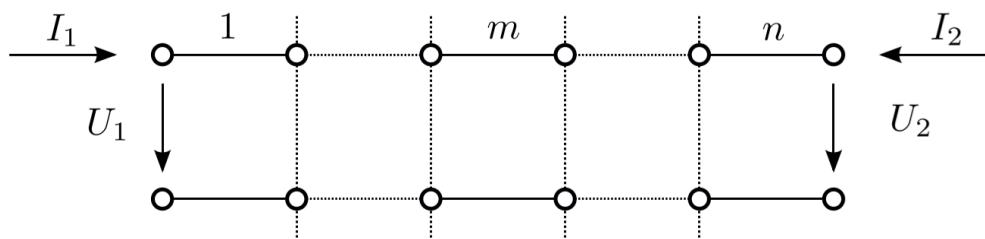
Leitung kann mit der klassischen Schaltungstheorie behandelt werden (meist als ideal).

Phänomene der elektromagnetischen Welle werden wirksam. Leitung muss mit frequenzabhängigen Eigenschaften behandelt werden.

Wobei die Wellenlänge λ über die Geschwindigkeit v der Signalwelle ($\max v_0 = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$) im Übertragungsmedium mit der Frequenz f verbunden definiert ist durch

$$\lambda = \frac{c}{f} [m]$$

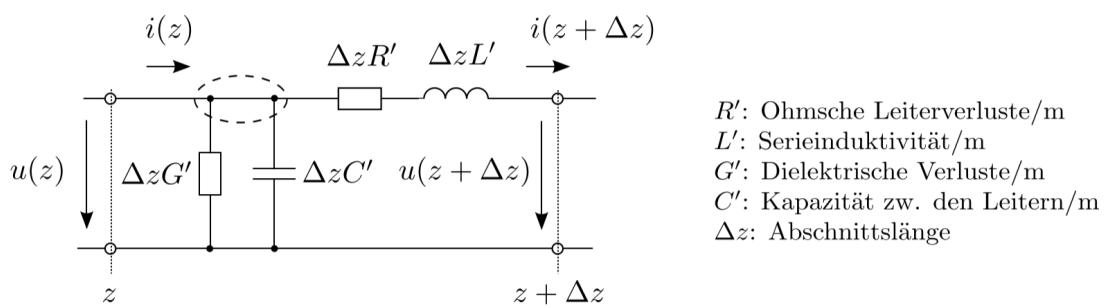
Längshomogene Zweidrahtleitungen aus metallischen Leitern können als Zweitorkette modelliert werden



Wird dabei die Weglänge $\Delta z = \frac{1}{n}$ betrachtet so kann angenommen werden, dass die Längsinduktivität ΔL und die Parallelkapazität ΔC gleichförmig über die Länge Δz verteilt sind. Diese werden in diesem Modell als **Leitungsbeläge** ausgedrückt

$$L' = \frac{\Delta L}{\Delta z} = \frac{L_I}{I} \left[\frac{H}{m} \right] \quad \text{und} \quad C' = \frac{\Delta C}{\Delta z} = \frac{C_I}{I} \left[\frac{F}{m} \right]$$

Werden desweiteren ohmsche Verluste und dielektrische Verluste dargestellt, so erhält man das Ersatzschaltbild einer Leitung



Durch den Grenzwertübergang $\Delta z \rightarrow 0$ erhält man die **Telegraphengleichung**

$$\frac{dI(z)}{dz} = -U(z)(G' + j\omega C') \quad \text{und} \quad \frac{dU(z)}{dz} = -I(z)(R' + j\omega L')$$

Durch gegenseitiges einsetzen erhält man die **Wellengleichung**

$$\frac{d^2I(z)}{dz^2} = \gamma^2 I(z) \quad \text{und} \quad \frac{d^2U(z)}{dz^2} = \gamma^2 U(z)$$

mit der **komplexen Ausbreitungskonstante**

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$$

α : Dämpfungsbelag in $[\frac{\text{Neper}}{m}]$ (Neper ist ein altes Dämpfungsmass)
 β : Phasenbelag in $\frac{\text{rad}}{m}$

β kann als Positionsabhängige Phasenverschiebung betrachtet werden.

Die allgemeinen Lösungen der Wellengleichungen lauten (v vorwärts laufend, R rückwärts laufend)

$$U(z, t) = (U_V e^{-\gamma z} + U_R e^{\gamma z}) e^{j\omega t}$$

$$I(z, t) = (I_V e^{-\gamma z} + I_R e^{\gamma z}) e^{j\omega t}$$

Die Wellenfront bewegt sich mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit (*propagation velocity*):

$$v = \frac{2\pi f}{\beta} = \frac{\omega}{\beta}$$

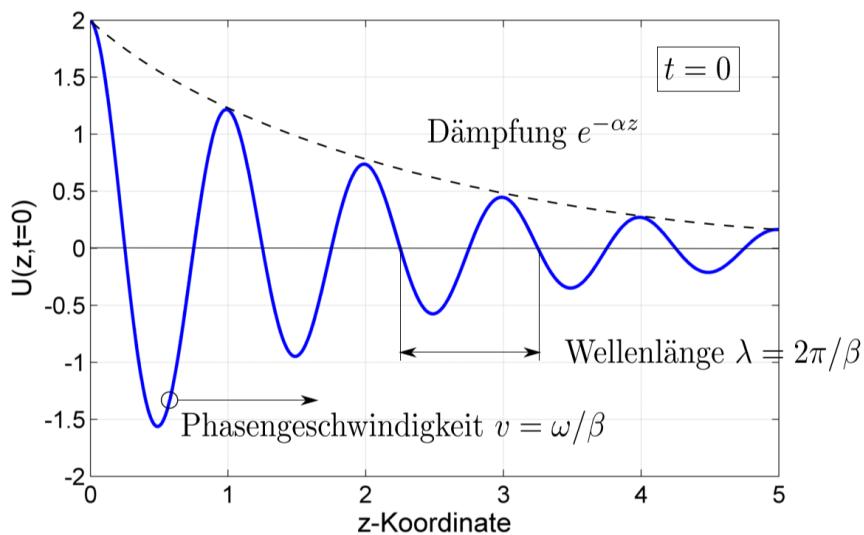
$$\text{Freiraum : } \lambda_0 = \frac{v}{f} = \frac{c_0}{f} \quad \text{Material : } \lambda = \frac{v}{f}$$

c_0, c : Lichtgeschwindigkeit ($299'792'458 \frac{m}{s}$)

Umrechnung der Spannungsreduktion von Neper N_p in Dezibel dB erfolgt durch

$$\alpha_{dB/m} = 10 \cdot \log_{10}(r) \cdot \alpha_{Np/m} = 20 \cdot \log_{10}(e) \cdot \alpha_{Np/m} = 8.686 \cdot \alpha_{Np/m}$$

Die Welle hat also eine exponentiell abfallende Form



3.3.1 Charakteristische Leitungsimpedanz Z_0

$$Z_0 = \frac{U(z, t)}{I(z, t)} = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}}$$

3.3.2 Leistungsfluss

Die Elektrische Leistung in der *Vorwärtswelle* wird mit den Effektivwerten berechnet

$$P_V = \frac{U_V I_V^*}{2} = \frac{|U_V|^2}{2Z_0}$$

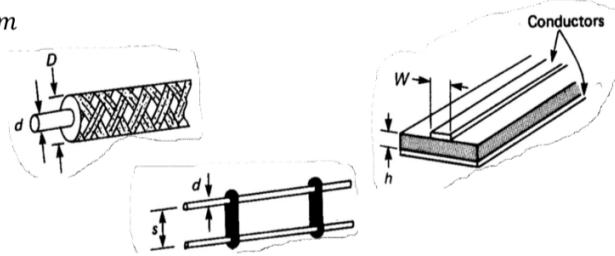
Für die *Rückwertswelle* wechselt das Vorzeichen der charakteristischen Impedanz und somit die Richtung des Leistungsflusses

$$P_R = \frac{U_R I_R^*}{2} = -\frac{|U_R|^2}{2Z_0}$$

3.3.3 Leitergeometrien

Verschiedene Leitergeometrien führen zu unterschiedlichen Impedanzen und Belägen

- Permeabilität der Luft: $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H/m}$
- Dielektrizitätskonstante: $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
- ϵ_r : Dielektrische Konstante
- μ_r : Relative Permeabilität
- σ : Spezifische Leitfähigkeit des Leiters
- σ_d : Spezifische Leitfähigkeit des Dielektrikums
- R_s : Oberflächenwiderstand des Leiters



Wobei der Oberflächenwiderstand allgemein als

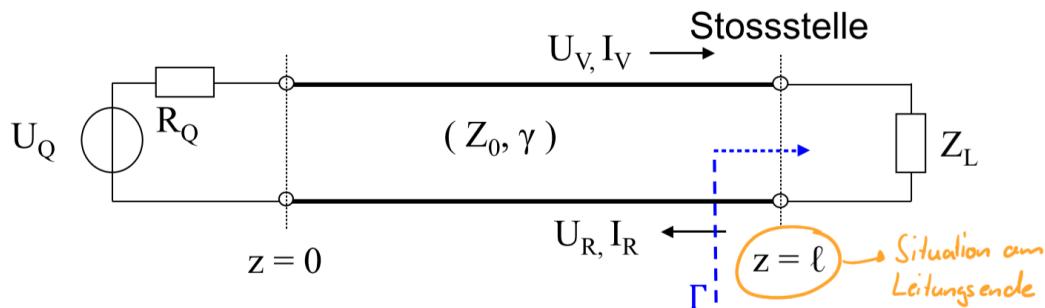
$$R_s = \sqrt{\frac{\pi \mu_{\text{Leiter}} f}{\sigma_{\text{Leiter}}}}$$

definiert ist. Die unterschiedlichen Belagsgrößen sind abhängig von der Leitergeometrie

	Symmetrische Zweidrahtleitung	Koaxialkabel	Leiterbahn
Kapazitätsbelag C' (F/m)	$\frac{\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(2s/d)}$	$\frac{2\pi \epsilon_0 \epsilon_r}{\ln(D/d)}$	$\frac{W \epsilon_0 \epsilon_r}{h}$
Induktivitätsbelag L' (H/m)	$\frac{\mu_0 \ln(2s/d)}{\pi}$	$\frac{\mu_0 \ln(D/d)}{2\pi}$	$\frac{\mu_0 h}{W}$
Widerstandsbelag R' (Ω/m)	$\frac{2R_s}{\pi d} \left(\frac{s/d}{\sqrt{(s/d)^2 - 1}} \right)$	$\frac{R_s}{\pi} \left(\frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right)$	$\frac{2R_s}{W}$
Leitwertbelag G' (S/m)	$\frac{\pi \sigma D}{\ln(2s/d)}$	$\frac{2\pi \sigma D}{\ln(D/d)}$	$\frac{W \sigma D}{h}$

3.3.4 Reflexionen an der Last

Entspricht die *Lastimpedanz* Z_L nicht der Leitungsimpedanz Z_0 so entsteht eine **Stosswelle** am Übergang. Es kommt zu einer (Teil-)Reflexion der vorlaufenden Signalwelle. Es wird eine neue rücklaufende Signalwelle erzeugt.



Das Verhältnis der Vor- und Rücklaufenden Amplituden bildet den **Reflexionskoeffizient**

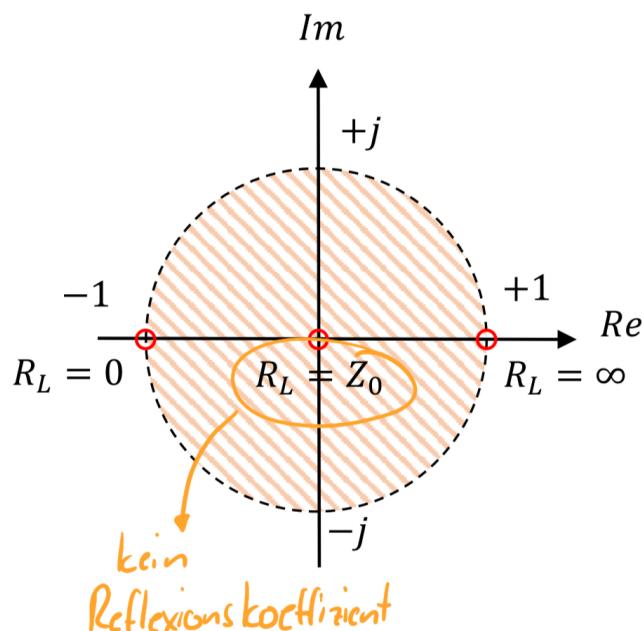
$$\Gamma_{z=\ell} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{U_R}{U_V} = -\frac{I_R}{I_V}$$

$\Gamma_{z=\ell}$: Reflexionskoeffizient \rightarrow je näher an Null, desto besser.

i Spezialfälle Z_L

- $Z_L = 0\Omega \Rightarrow \Gamma = -1 \rightarrow U_{ZL} = 0, I_{ZL} = 2 \cdot I_V$
- $Z_L = \infty \Rightarrow \Gamma = +1 \rightarrow U_{ZL} = 2 \cdot U_V, I_{ZL} = 0$
- $Z_L = Z_0 \Rightarrow \Gamma = 0 \rightarrow U_{ZL} = U_V, I_{ZL} = I_V$

Der Wertebereich von Γ liegt innerhalb des Einheitskreises der komplexen Ebene



Die resultierende Spannung und Strom auf der Leitung ist die Überlagerung von vor- und rücklaufenden Signalwellen

$$U(z) = U_V \cdot e^{-\gamma z} + U_R e^{-\gamma(\ell-z)} = U_V \cdot e^{-\gamma z} (1 + \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)})$$

$$I(z) = I_V \cdot e^{-\gamma z} + I_R e^{-\gamma(\ell-z)} = \frac{U_V \cdot e^{-\gamma z}}{Z_0} (1 + \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)})$$

Der Reflexionskoeffizient entlang der Leitung entspricht

$$\Gamma(z) = \Gamma_L e^{-2\gamma(\ell-z)}$$

Die Impedanz auf der Leitung an einem beliebigen Punkt z entspricht

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh(\gamma(\ell-z))}{Z_0 + Z_L \tanh(\gamma(\ell-z))}$$

und bei einer verlustlosen Leitung

$$Z(z) = \frac{U(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta(\ell-z))}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta(\ell-z))}$$

3.3.5 Welligkeitsfaktor

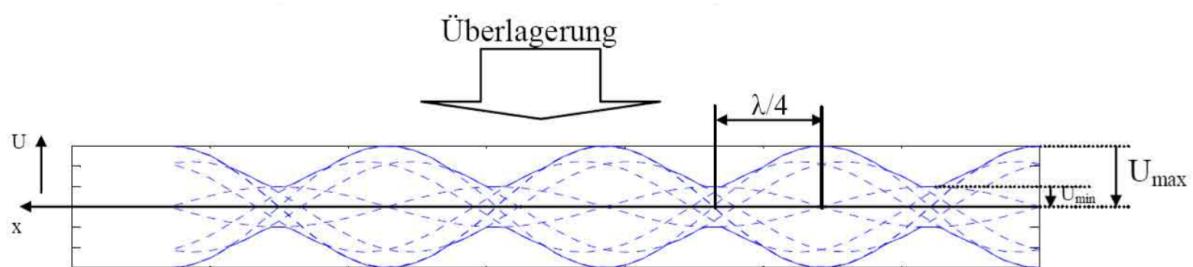
Die Überlagerungen der vor- und rücklaufenden Welle bildet örtliche Maxima und Minima, was zu einer stehenden Welle führt. Der Welligkeitsfaktor ist definiert durch

$$s = \frac{\hat{U}_{max}}{\hat{U}_{min}} = \frac{|U_V| + |U_R|}{|U_V| - |U_R|} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

Die Rückflussdämpfung bezeichnet wie viel das rücklaufende Signal gegenüber dem vorlaufenden gedämpft ist

$$a = -\log_{10}(|\Gamma|^2)$$

Die Überlagerungen führen zu einer Hüllkurve



$$P_L = P_V (1 - |\Gamma|^2) \quad (3.1)$$

! Maximale Wirkleistungsübertragung

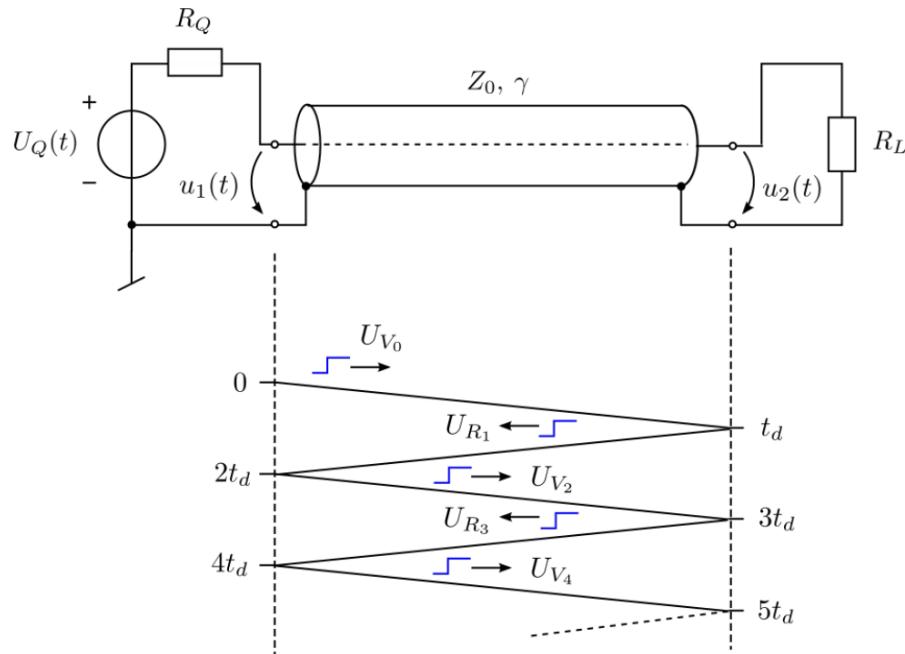
Die maximale Wirkleistungsübertragung von der Leitung zur Last kann nur erreicht werden, wenn Z_0 und Z_L reell und gleich gross sind.

3.3.6 Ausgleichsvorgang an einer Stossstelle

Die Verzögerung durch die Phasengeschwindigkeit des Leiters führt zu einem *verspäteten* Signalverlauf am anderen Ende des Leiters, dies wird mit der Laufzeit t_d dargestellt:

$$t_d = \frac{I}{v} = \frac{\beta \cdot I}{\omega}$$

Hat es unterschiedliche Impedanzen (Leiter-, Innen-, Lastimpedanz), kann es zu einem *Einschwingen* des Signales führen. Grund dafür sind die Reflektionen des Leiters, welches Stücke des Signals hin und her reflektiert, bis es den entsprechenden Wert erreicht.



Beide Enden des Leiters haben je einen Reflexionskoeffizienten: Γ_1 für den Anfang des Leiters (aus Sicht der Quelle) und Γ_2 für das Ende.

$$U_{V_0} = U_Q \cdot \frac{Z_0}{R_Q + Z_0}$$

Da die Leiter- & Lastimpedanz unterschiedlich ist, wird das Signal mit dem Faktor $e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_2$, wobei in diesem Beispiel mit $\gamma = 0$ gerechnet wird.

$$\Gamma_1 = \frac{R_Q - Z_0}{R_Q + Z_0} \quad \Gamma_2 = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0}$$

Die Spannungen $u_1(t)$ & $u_2(t)$ an den beiden Enden des Leiters entsprechen der Aufsummierungen der Reflexionsspannungen.

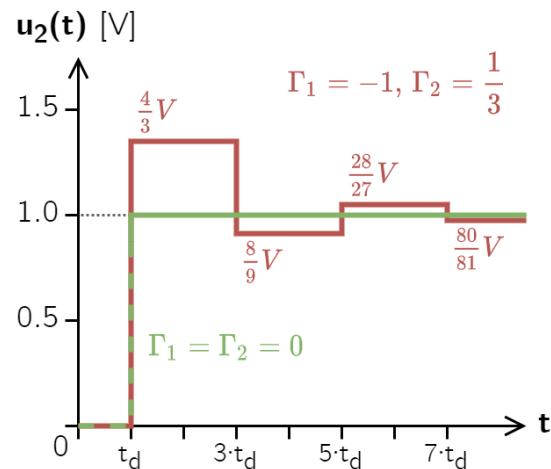
$$u_1(t) = \sum U_i \quad u_2(t) = \sum U_i$$

Zu Beginn wird das Signal von $U_Q = 1V$ angelegt, dauert es $1 \cdot t_d$ bis die Spannung U_{V_0} das Ende des Leiters erreicht.

$$U_{R_1} = U_{V_0} \cdot e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_2$$

Wird zum Zeitpunkt $1 \cdot t_d$ die Spannung $u_2(t)$ mit einem Oszilloskop gemessen, misst man $u_2(t_d) = U_{V_0} + U_{R_1} = \frac{4}{3}V$. Da auch die Innen- & Leiterimpedanz unterschiedlich sind, reflektiert das Signal mit dem Faktor $e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_2$ zurück. Dies wiederholt sich, bis die Spannung eingeschwungen ist.

$$U_{V_2} = U_{R_1} \cdot e^{-\gamma \cdot l} \cdot \Gamma_1$$



4 Drahtlose Signalübertragung & -Filterung

5 Modulation

6 EMV Aspekte