复习课 作业讲解

Chao Yu （余超）

School of Computer Science and Engineering
Sun Yat-Sen University

第一次作业

1.1 Hanoi 问题表示：已知3个柱子1、2、3，3个盘子A、B、C（A比B大，B比C大）。初始状态时，A、B、C依次放在柱子1上。目标状态是A、B、C依次放在柱子3上。条件是每次可移动一个盘子，盘子上方为空才可以移动，而且任何时候都不允许大盘子在小盘子的上面。请使用一阶谓词逻辑对这一问题进行描述。

- 常量：A、B、C、1、2、3
- 谓词

$plate(x)$表示x是盘子

$pillar(x)$表示x是柱子

$at(x,y)$表示盘子x在柱子y上

$bigger(x,y)$表示盘子x比盘子y大

$above(x,y)$表示盘子x在盘子y上方

$move(x,y,z)$表示将盘子x从柱子y移动到柱子z

第一次作业

- 已知

$$bigger(A,B), bigger(B,C)$$

- 初始条件

$$at(A,1), at(B,1), at(C,1), above(C,B), above(B,A)$$

- 目标

$$at(A,3), at(B,3), at(C,3), above(C,B), above(B,A)$$

- 移动条件

$$(\forall u)(\forall x)(\forall y)(plate(u) \wedge piillar(x) \wedge pillar(y) \wedge at(u,x) \wedge \neg(\exists v)(plate(v) \wedge above(v,u))$$

$$\wedge(\forall t)(plate(t) \wedge at(t,y) \rightarrow bigger(t,u)) \rightarrow move(u,x,y))$$

第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

(1) $S=\left\{P\left(a,x,f\left(g(y)\right)\right),P(z,h(z,u),f(u))\right\}$

(2) $S=\left\{P\left(f(a),g(s)\right),P(y,y)\right\}$

(3) $S=\left\{P\left(a,x,h\left(g(z)\right)\right),P(z,h(y),h(y))\right\}$

(1)$S=P(a,x,f(g(y))),P(z,h(z,u),f(u))$

<1>$\delta_0=\epsilon,W_0=S,D_0=\{a,z\}$

<2>令$\delta_1=\{a/z\},W_1=\{P(a,x,f(g(y))),P(a,h(a,u),f(u))\}$

<3>W_1未合一， $D_1=\{x,h(a,u)\}$

<4>$\delta_2=\{a/z,h(a,u)/x\},W_2=\{P(a,h(a.u),f(g(y))),P(a,h(a,u),f(u))\}$

<5>W_2未合一,$D_2=(g(y),u)$

<6>$\delta_3=\{a/z,h(a,g(y))/x,g(y)/u\},W_3=\{P(a,h(a,g(y)),f(g(y)))\}$

故$\delta_3=\{a/z,h(a,g(y))/x,g(y)/u\}$为S的最一般合一。

第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

(1) $S=\{P(a,x,f(g(y))),P(z,h(z,u),f(u))\}$

(2) $S=\{P(f(a),g(s)),P(y,y)\}$

(3) $S=\{P(a,x,h(g(z))),P(z,h(y),h(y))\}$

(2)$S=\{P(f(a),g(s)),P(y,y)\}$

<1>$\delta_0=\epsilon,W_0=S,D_0=\{f(a),y\}$

<2>令$\delta_1=\{f(a)/y\},W_1=\{P(f(a),g(s)),P(f(a),f(a))\}$

<3>W_1未合一，$D_1=\{f(a),g(s)\}$,无变量符号，故S不可合一

第一次作业

1.2 对下述公式集合执行合一算法，判断是否可合一，如果可以合一，请给出最一般合一。

(1) $S=\left\{P\left(a,x,f(g(y))\right),P(z,h(z,u),f(u))\right\}$

(2) $S=\left\{P(f(a),g(s)),P(y,y)\right\}$

(3) $S=\left\{P\left(a,x,h(g(z))\right),P(z,h(y),h(y))\right\}$

(3)$S=\{P(a,x,h(g(z))),P(z,h(y),h(y))\}$

<1>$\delta_0=\epsilon,W_0=S,D_0=\{a,z\}$

<2>令$\delta_1=\{a/z\},W_1=\{P(a,x,h(g(a))),P(a,h(y),h(y))\}$

<3>W_1未合一$,D_1=\{x,h(y)\}$

<4>$\delta_2=\{a/z,h(y)/x\},W_2=\{P(a,h(y),h(g(a))),P(a,h(y),h(y))\}$

<5>W_2未合一$,D_2=\{g(a),y\}$

<6>$\delta_3=\{a/z,h(g(a)/x,g(a)/y\},W_3=\{P(a,h(g(a)),h(g(a)))\}$

故$\delta_3=\{a/z,h(g(a)/x,g(a)/y\}$为S的最一般合一。

第一次作业

1.3 已知:

规则1：任何人的兄弟不是女性

规则2：任何人的姐妹必是女性

事实：Mary 是Bill 的姐妹

求证：用归结推理方法证明Mary不是Tom的兄弟。

- 第一步：定义谓词，将待证明的问题的前提条件和逻辑结论用谓词公式表示出来。
- 定义谓词

$brother(x,y)$：表示x是y的兄弟

$sisiter(x,y)$：表示x是y的姐妹

$woman(x)$：表示x是女性

第一次作业

- 将前提及要求证明的问题表示成谓词公式

规则1. 任何人的兄弟不是女性：

$$(\forall x)(\forall y)(brother(x,y) \rightarrow \neg woman(x))$$

规则2. 任何人的的姐妹必是女性：

$$(\forall x)(\forall y)(sister(x,y) \rightarrow woman(x))$$

事实：Mary是Bill的姐妹：

$$sister(Mary.Bill)$$

事实：Mary不是Tom的兄弟：

$$\neg brother(Mary,Tom)$$

第一次作业

- 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

规则1.

$$(\forall x)(\forall y)(brother(x,y) \rightarrow \neg woman(x))$$

消去蕴含符号

$$(\forall x)(\forall y)(\neg brother(x,y) \vee \neg woman(x))$$

用子句集表示

$$S_1 = \{\neg brother(x,y) \vee \neg woman(x)\}$$

第一次作业

规则2.

$$(\forall x)(\forall y)(sister(x,y) \rightarrow woman(x))$$

消去蕴含符号

$$(\forall x)(\forall y)(\neg sister(x,y) \vee woman(x))$$

用子句集表示

$$S_2 = \{\neg sister(x,y) \vee woman(x)\}$$

第一次作业

事实 $$sister\left(Mary.Bill\right)$$

用子句集表示 $$S_3 = \{sister\left(Mary.Bill\right)\}$$

求证 $$\neg brother\left(Mary, Tom\right)$$

将其否定用子句集表示

$$S_{\neg 4} = \{brother\left(Mary, Tom\right)\}$$

所以

$$\begin{aligned} S &= S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_{\neg 4} \\ &= \{\neg brother\left(x, y\right) \vee \neg woman\left(x\right), \neg sister\left(x, y\right) \vee woman\left(x\right), \\ &\quad sister\left(Mary.Bill\right), brother\left(Mary, Tom\right)\} \end{aligned}$$

第一次作业

- 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

$$
\begin{aligned}
&(1)\neg brother(x,y) \vee \neg woman(x) \\
&(2)\neg sister(x,y) \vee woman(x) \\
&(3) sister(Mary, Bill) \\
&(4) brother(Mary, Tome) \\
&(1)\text{与}(4)\text{归结}, \sigma = \{Mary/x, Tom/y\} \Rightarrow (5)\neg woman(Mary) \\
&(2)\text{与}(3)\text{归结}, \sigma = \{Mary/x, Bill/y\} \Rightarrow (6) woman(Mary) \\
&(5)\text{与}(6)\text{归结} \Rightarrow (7) NIL
\end{aligned}
$$

- 由此证得Mary不是Tom的兄弟

第一次作业

1.4 用谓词逻辑的子句集表示下述刑侦知识，并用反演归结的支持集策略证明结论。

(1) 用子句集表示下述知识。

① John 是贼;

② Paul 喜欢酒(wine);

③ Paul(也) 喜欢奶酪 (cheese);

④ 如果Paul 喜欢某物，则John也喜欢;

⑤ 如果某人是贼，而且喜欢某物，则他就可能会偷窃该物。

(2) 求：John 可能会偷窃什么?

- 第一步：定义谓词，将已知条件和要求证明的问题用谓词公式表示出来。

  （1）定义谓词：

$$thief(x):\text{表示}x\text{是贼}$$

$$likes(x,y):\text{表示}x\text{喜欢}y$$

$$steal(x,y):\text{表示}x\text{可能会偷窃}y$$

第一次作业

（1）将前提及要求证明的问题表示成谓词公式： John 是贼 $thief(John)$

Paul 喜欢酒（wine） $likes(Paul, wine)$

Paul 喜欢奶酪（cheese） $likes(Paul, cheese)$

如果 Paul 喜欢某物，则 John 也喜欢

$$(\forall y)(likes(Paul, y)) \rightarrow likes(John, y))$$

John 可能会偷窃酒 $steal(John, wine)$

John 可能会偷奶酪 $steal(John, cheese)$

第一次作业

- 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

$thief(John)$ 用子句集表示：$S_1 = \{thief(John)\}$

$likes(Paul, wine)$ 用子句集表示：$S_2 = \{likes(Paul, wine)\}$

$likes(Paul, cheese)$ 用子句集表示：$S_3 = \{likes(Paul, cheese)\}$

$$(\forall y)(likes(Paul, y)) \to likes(John, y))$$

消去蕴含符号：$(\forall y)(\neg likes(Paul, y)) \vee likes(John, y))$

用子句集表示：$S_4 = \{\neg likes(Paul, y)) \vee likes(John, y)\}$

第一次作业

$$(\forall x)(\forall y)(thief(x) \wedge likes(x,y) \rightarrow steal(x,y))$$

消去蕴含符号：

$$(\forall x)(\forall y)(\neg(thief(x) \wedge likes(x,y)) \vee steal(x,y))$$

将否定符号移到谓词前面：

$$(\forall x)(\forall y)(\neg thief(x) \vee \neg likes(x,y) \vee steal(x,y))$$

用子句集表示：

$$S_5 = \{\neg thief(x) \vee \neg likes(x,y) \vee steal(x,y)\}$$

第一次作业

$steal(John, wine)$将其否定用子句集表示： $S_{\neg 6} = \{\neg steal(John, wine)\}$

$steal(John, cheese)$将其否定用子句集表示: $S_{\neg 7} = \{\neg steal(John, cheese)\}$

即：

$$S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5 \cup S_{\neg 6} \cup S_{\neg 7}$$

- 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

$$(1) thief(John)$$

$$(2) likes(Paul, wine)$$

$$(3) likes(Paul, cheese)$$

$$(4) \neg likes(Paul, y) \vee likes(John, y)$$

$$(5) \neg thief(x) \vee \neg likes(x, y) \vee steal(x, y)$$

$$(6) \neg steal(John, wine)$$

$$(7) \neg steal(John, cheese)$$

第一次作业

- 第三步：利用归结原理对子句集S中的子句进行归结。

(5)与(6)归结，$\sigma=\{John/x, wine/y\} \Rightarrow (8)\neg thief(John) \vee \neg likes(John, wine)$

(1)与(8)归结 $\Rightarrow (9)\neg likes(John, wine)$

(4)与(9)归结，$\sigma=\{wine/y\} \Rightarrow (10)\neg likes(Paul, wine)$

(2)与(10)归结 $\Rightarrow NIL$

由此可知$John$可能会偷窃酒（$wine$）

(5)与(7)归结，$\sigma=\{John/x, cheese/y\} \Rightarrow (11)\neg thief(John) \vee \neg likes(John, cheese)$

(1)与(11)归结 $\Rightarrow (12)\neg likes(John, cheese)$

(4)与(12)归结，$\sigma=\{cheese/y\} \Rightarrow (13)\neg likes(Paul, cheese)$

(3)与(13)归结 $\Rightarrow NIL$

由此可知，$John$可能会偷窃奶酪（$cheese$）

- 综上，John可能会偷窃酒，也可能会偷窃奶酪。

第一次作业

1.5 任何通过了历史考试并中了彩票的人都是快乐的。任何肯学习或幸运的人都可以通过所有考试，小张不学习，但很幸运。任何人只要是幸运的，就能中彩。

求证：小张是快乐的。

- 第一步：定义谓词，将待证明的问题的前提条件和逻辑结论用谓词公式表示出来。

(1) 定义谓词

$$study(x)\text{表示}x\text{肯学习}$$
$$win(x)\text{表示}x\text{中彩}$$
$$lucky(x)\text{表示}x\text{幸运}$$
$$happy(x)\text{表示}x\text{快乐}$$
$$pass(x,y)\text{表示}x\text{通过考试}y$$

第一次作业

(2) 将前提及要求证明的问题表示成谓词公式

- 任何通过历史考试并中了彩票的人是幸运的

$$(\forall x)(pass(x, history) \wedge win(x) \rightarrow happy(x))$$

- 任何肯学习或幸运的人可以通过所有考试

$$(\forall x)(\forall y)(study(x) \vee lucky(x) \rightarrow pass(x, y))$$

- 小张不学习 $\neg study(zhang)$
- 小张很幸运 $lucky(zhang)$
- 任何人只要是幸运的，就能中彩票 $(\forall x)(lucky(x) \rightarrow win(x))$
- 求证：小张是快乐的 $happy(zhang)$

第一次作业

- 第二步：将上述规则与事实及求证目标的否定化成子句集。

$$(\forall x)(pass(x, history) \wedge win(x) \rightarrow happy(x))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\neg(pass(x, history) \wedge win(x)) \vee happy(x))$$

- 把否定符号移到每个谓词前面

$$(\forall x)(\neg pass(x, history) \vee \neg win(x) \vee happy(x))$$

- 用子句集表示

$$S_1 = \{\neg pass(x, history) \vee \neg win(x) \vee happy(x)\}$$

第一次作业

$$(\forall x)(\forall y)(study(x) \vee lucky(x) \rightarrow pass(x,y))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\forall y)(\neg(study(x) \vee lucky(x)) \vee pass(x,y))$$

- 把否定符号移到每个谓词前面

$$(\forall x)(\forall y)((\neg study(x) \vee pass(x,y)) \wedge (\neg lucky(x) \vee pass(x,y)))$$

- 用子句集表示

$$S_2 = \{\neg study(x) \vee pass(x,y), \neg lucky(x) \vee pass(x,y)\}$$

第一次作业

$\neg study(zhang)$ 用子句集表示： $S_3 = \{\neg study(zhang)\}$

$lucky(zhang)$ 用子句集表示： $S_4 = \{lucky(zhang)\}$

$$(\forall x)(lucky(x) \rightarrow win(x))$$

- 消去蕴含符号： $(\forall x)(\neg lucky(x) \vee win(x))$
- 用子句集表示： $S_5 = \{\neg lucky(x) \vee win(x)\}$

$happy(zhang)$ 用子句集表示： $S_{\neg 6}\{\neg happy(zhang)\}$

即： $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4 \cup S_5 \cup S_{\neg 6}$

第一次作业

$\neg study(zhang)$ 用子句集表示： $S_3 = \{\neg study(zhang)\}$

$lucky(zhang)$ 用子句集表示： $S_4 = \{lucky(zhang)\}$

$$(\forall x)(lucky(x) \rightarrow win(x))$$

- 消去蕴含符号

$$(\forall x)(\neg lucky(x) \vee win(x))$$

- 用子句集表示

$$S_5 = \{\neg lucky(x) \vee win(x)\}$$

第一次作业

- 第三步：利用归结原理对子句集 S 中的子句进行归结。

$(1)\neg pass(x, history) \vee \neg win(x) \vee happy(x)$

$(2)\neg study(x) \vee pass(x, y)$

$(3)\neg lucky(x) \vee pass(x, y)$

$(4)\neg study(zhang)$

$(5)lucky(zhang)$

$(6)\neg lucky(x) \vee win(x)$

$(7)\neg happy(zhang)$

(1)与(7)归结，$\sigma = \{zhang/x\} \Rightarrow (8)\neg pass(zhang, history) \vee \neg win(zhang)$

(5)与(6)归结，$\sigma = \{zhang/x\} \Rightarrow (9)win(zhang)$

(8)与(9)归结 $\Rightarrow (10)\neg pass(zhang, history)$

(2)与(10)归结，$\sigma = \{zhang/x, history/y\} \Rightarrow (11)\neg study(zhang)$

(4)与(11)归结 $\Rightarrow (12)NIL$

- 所以小张是快乐的。

第一次作业

1.6 用A*搜索算法求解初始状态（左边）和目标状态（右边）如下图所示的 15 数码问题，写出算法过程。

5	1	2	4
9	6	3	8
13	15	10	11
14	0	7	12

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	0

- 解：设立估价函数 $h(n) = d(n) + h(n)$，其中 $d(n)$ 为深度，$h(n)$ 为曼哈顿距离

- 前第一步：

5	**1**	**2**	**4**
9	6	3	8
13		10	11
14	15	7	12

- 前第二步：

5	**1**	**2**	**4**
9	6	3	8
13	10		11
14	15	7	12

第一次作业

- 前第三步：

5	**1**	**2**	**4**
9	6	3	8
13	10	7	11
14	15		12

- 前第四步：

5	**1**	**2**	**4**
9	6	3	8
13	10	7	11
14		15	12

- 前第五步：

5	**1**	**2**	**4**
9	6	3	8
13	10	7	11
	14	15	12

- 后第一步：

1	**2**		**4**
5	6	3	8
9	10	7	11
13	14	15	12

第一次作业

- 后第二步：

1	**2**	**3**	**4**
5	6		8
9	10	7	11
13	14	15	12

- 后第三步：

1	**2**	**3**	**4**
5	6	7	8
9	10		11
13	14	15	12

- 后第四步：

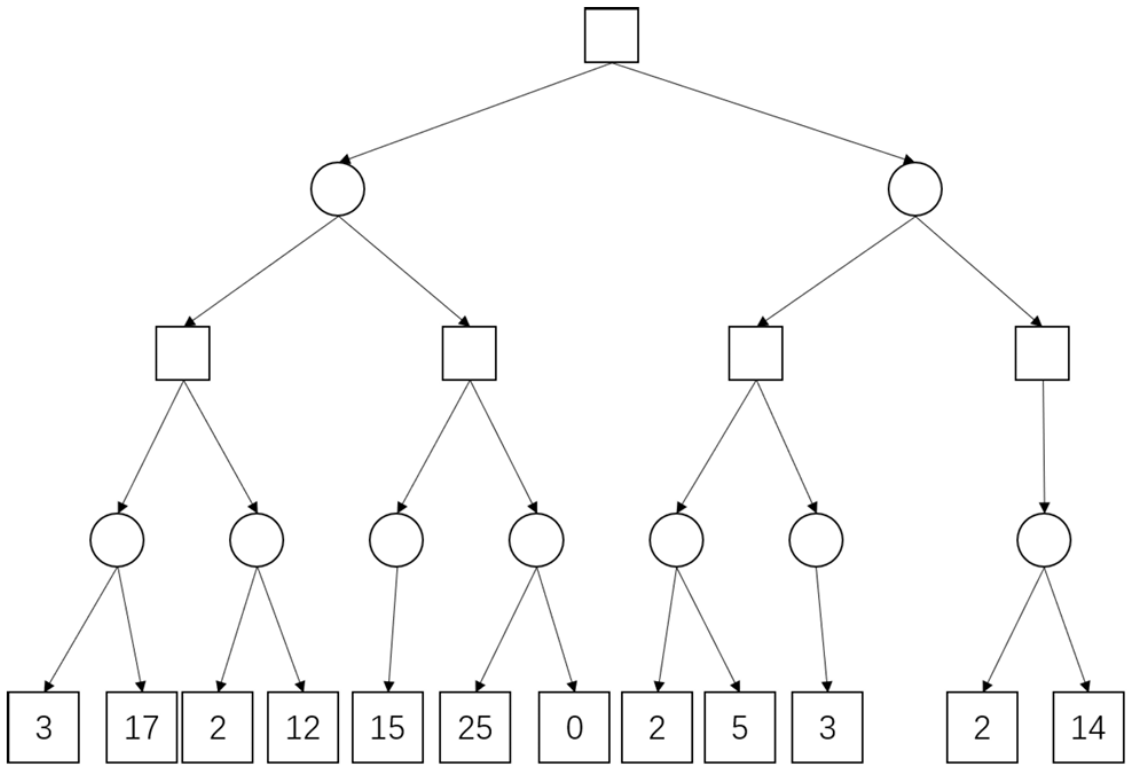
1	**2**	**3**	**4**
5	6	7	8
9	10	11	
13	14	15	12

- 后第五步：

1	**2**	**3**	**4**
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

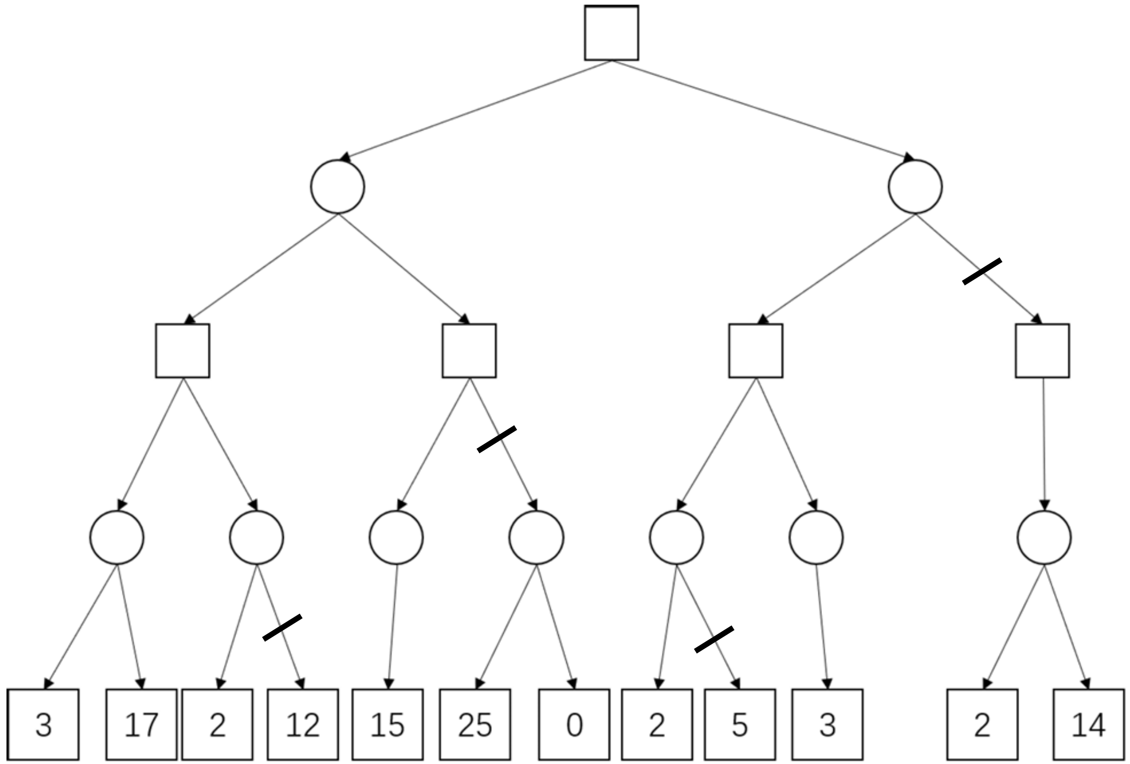
第一次作业

1.7 在下图所示的博弈树中，进行 $\alpha-\beta$ 剪枝搜索，写出算法过程。



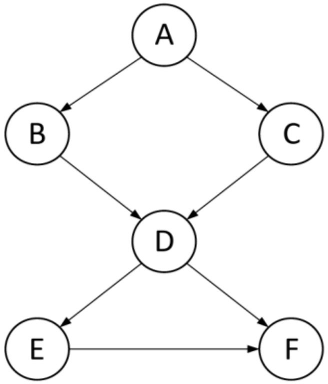
第一次作业

1.7 在下图所示的博弈树中，进行 $\alpha-\beta$ 剪枝搜索，写出算法过程。



第二次作业

2.1 考虑以下贝叶斯网络，判断(a)-(c)的对错。(判断题)



a. 给定D的前提下，B和C是条件独立的。 (错)
b. 给定E的前提下，D和F是条件独立的。 (错)
c. 给定D的前提下，B和F是条件独立的。 (对)

2.2 假设给定如下训练数据集，其中A1、A2、A3为二值输入特征，y为二值类标签。 (计算题)

a) 对一个新的测试数据，其输入特征$A_1 = T$，$A_2 = F$，$A_3 = F$，朴素贝叶斯分类器将会预测 $y =$___?

b) 假设 A_1、A_2、A_3 和 y 符合如下贝叶斯网络结构，根据题目中给出的 6 个样例计算相应的条件概率表中的取值，并求解$P(y = F \mid A_1 = T, A_3 = F) =$?

训练样例	A_1	A_2	A_3	y
x_1	T	F	F	F
x_2	T	F	T	F
x_3	F	T	F	F
x_4	T	T	T	T
x_5	T	T	F	T
x_6	F	F	F	T

第二次作业

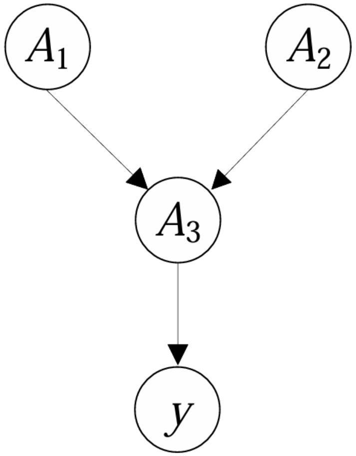
- 解答：(a) 对于题目中给定的测试数据，朴素贝叶斯分类器将会预测$y = F$：

$$P(y=\mathrm{T} \mid A_1=\mathrm{T}, A_2=\mathrm{F}, A_3=\mathrm{F}) \propto P(y=\mathrm{T}, A_1=\mathrm{T}, A_2=\mathrm{F}, A_3=\mathrm{F})$$
$$= P(y=\mathrm{T}) \times P(A_1=\mathrm{T} \mid y=\mathrm{T}) \times P(A_2=\mathrm{F} \mid y=\mathrm{T}) \times P(A_3=\mathrm{F} \mid y=\mathrm{T})$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{27}$$

$$P(y=\mathrm{F} \mid A_1=\mathrm{T}, A_2=\mathrm{F}, A_3=\mathrm{F}) \propto P(y=\mathrm{F}, A_1=\mathrm{T}, A_2=\mathrm{F}, A_3=\mathrm{F})$$
$$= P(y=\mathrm{F}) \times P(A_1=\mathrm{T} \mid y=\mathrm{F}) \times P(A_2=\mathrm{F} \mid y=\mathrm{F}) \times P(A_3=\mathrm{F} \mid y=\mathrm{F})$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$$

第二次作业

- 基于题目中给出的6个样例和贝叶斯网络结构，得到的条件概率表中的取值如下：



A_1	A_2	$P(A_3 = \mathrm{T})$
T	T	1/2
T	F	1/2
F	T	0
F	F	0

$P(A_1 = \mathrm{T}) = 4/6$

$P(A_2 = \mathrm{T}) = 3/6$

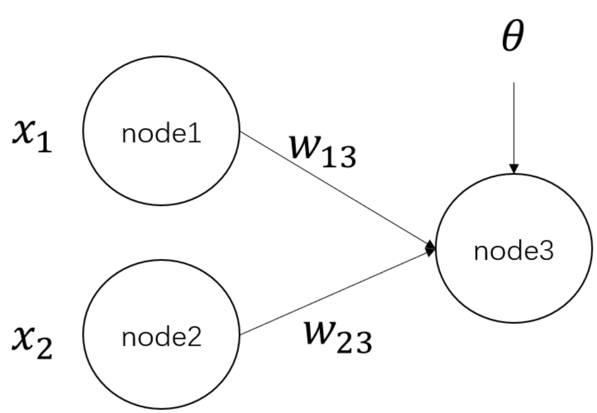
A_3	$P(y = \mathrm{T})$
T	1/2
F	1/2

此外，$P(y = \mathrm{F} \mid A_1 = \mathrm{T}, A_3 = \mathrm{F}) = 1/2$

第二次作业

2.3 考虑以下神经网络，其中 node1 和 node2 为输入节点，node3 为输出节点，且输入节点均没有应用激活函数。输出节点 node3 的输入 $I_3 = w_{13} * x_1 + w_{23} * x_2 + \theta$，输出节点采用 sigmoid 激活函数，即 $O_3 = \frac{1}{1+e^{-I_3}}$，假定一个训练样本，$x_1 = 1, x_2 = 0.5$，其真实的类标签 $y = 1$，设损失函数采用均方误差，即 $L = 0.5 * (y - O_3)^2$，用以更新网络参数。当前网络的参数初始值为：$\theta = 0, w_{13}$=0.5, $w_{23} = -1$。请基于上述训练样本的 x_1, x_2, y 的取值，以及网络中 θ, w_{13}, w_{23}的初始值，计算损失函数 L 对 w_{13} 的偏导，即 $\frac{\partial L}{\partial w_{13}}$的值($\sqrt{e} = 1.65$)。

- 解答:



正向传播：

$$I_3 = w_{13} * x_1 + w_{23} * x_2 + \theta = 0$$

$$O_3 = \frac{1}{1+e^{-I_3}} = \frac{1}{2}$$

链式法则：

$$\frac{\partial L}{\partial w_{13}} = \frac{\partial L}{\partial O_3} * \frac{\partial O_3}{\partial I_3} * \frac{\partial I_3}{\partial w_{13}} = (O_3 - y) * \frac{e^{-I_3}}{(1+e^{-I_3})^2} * x_1 = -\frac{1}{2} * \frac{1}{4} * 1 = -\frac{1}{8}$$

第二次作业

2.4 假设有如下八个点：(3,1) (3,2) (4,1) (4,2) (1,3) (1,4) (2,3) (2,4)，使用k-Means算法对其进行聚类。假设初始聚类中心点分别为(0,4) (2,0)，算法使用欧氏距离作为距离度量。请计算一次迭代后的聚类中心坐标。

- 解答：对于点 (3,1)：

$$d_{11} = (3-0)^2 + (1-4)^2 = 27 \qquad d_{12} = (3-2)^2 + (1-0)^2 = 2$$

- 因此，(3,1) 应当被聚为第 2 类
- 对于点 (3,2) :

$$d_{21} = (3-0)^2 + (2-4)^2 = 13 \qquad d_{22} = (3-2)^2 + (2-0)^2 = 5$$

- 因此，(3,2) 应当被聚为第 2 类
- 对于点 (4,1):

$$d_{31} = (4-0)^2 + (1-4)^2 = 25 \qquad d_{32} = (4-2)^2 + (1-0)^2 = 5$$

- 因此， (4,1) 应当被聚为第 2 类

第二次作业

- 对于点 (4,2):

$$d_{41} = (4-0)^2 + (2-4)^2 = 20 \qquad d_{42} = (4-2)^2 + (2-0)^2 = 8$$

- 因此，(4,2) 应当被聚为第 2 类

- 对于点 (1,3) :

$$d_{51} = (1-0)^2 + (3-4)^2 = 2 \qquad d_{52} = (1-2)^2 + (3-0)^2 = 10$$

- 因此，(1,3) 应当被聚为第 1 类

- 对于点 (1,4):

$$d_{61} = (1-0)^2 + (4-4)^2 = 1 \qquad d_{62} = (1-2)^2 + (4-0)^2 = 17$$

- 因此，(1,4) 应当被聚为第 1 类

第二次作业

- 对于点 (2,3):

$$d_{71} = (2-0)^2 + (3-4)^2 = 5 \qquad d_{72} = (2-2)^2 + (3-0)^2 = 9$$

- 因此，(2,3) 应当被聚为第 1 类
- 对于点 (2,4) :

$$d_{81} = (2-0)^2 + (4-4)^2 = 4 \qquad d_{82} = (2-2)^2 + (4-0)^2 = 16$$

- 因此，(2,4) 应当被聚为第 1 类

- 综上，类1的点有 (1,3) (1,4) (2,3) (2,4)，则对应的聚类中心为：(1.5,3.5)。
- 类2的点有 (3,1) (3,2) (4,1) (4,2)，则对应的聚类中心为：(3.5,1.5)。

Thank you