Forelesning 2: Relevant risiko: Porteføljeteori to objekter

Læringsmål:

- Forklare gjennom et eksempel hvorfor et prosjekt som er risikabelt vurdert alene kan ha lav risiko når prosjektet inngår i en portefølje.
- Tallfeste risiko i en portefølje ved å beregne standardavvik.
- Forklare hvorfor porteføljens risiko avhenger av samvariasjonen mellom prosjektene som inngår i porteføljen og de andelene som er investert i hvert prosjekt.

Oppdatert: 2021-08-24

Prosjektrisiko for eierne vs. bedriften

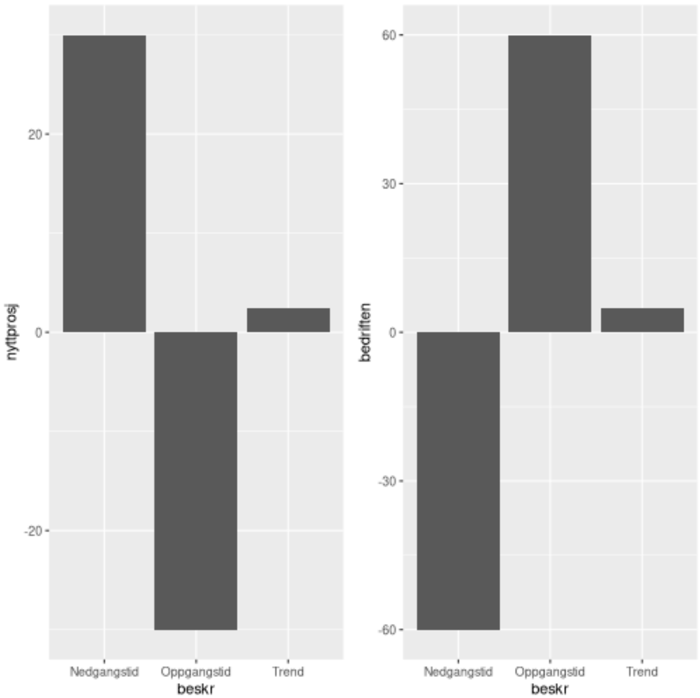
Grunnleggende forutsetning: Ledelsen i bedriften har som oppgave å treffe beslutninger som maksimerer verdien av egenkapitalen til eierne.

Vi tar utgangspunkt i følgende tabell

	Sannsynl.	Tilstandsb.	Tilstand	Nytt prosjekt	Bedriftens portefølje	Eierens portefølje (ikke div.)	Eierens portefølje (div.)
1	0.2	Nedgangstid	1	-60	30	-60	10
2	30	Trend	2	5	2.5	5	5
3	50	Oppgangstid	3	60	-30	60	-10

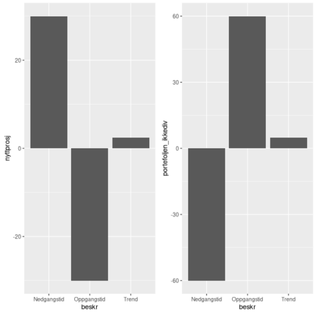
Risiko for bedriften

De nye prosjektets bidrag til bedriftens kontantstrøm

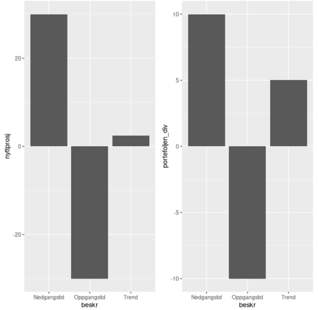


Risiko for eierne

- Udeversifiserte eiere:
    - Ser forventet kontantstrøm fra det nye prosjektet i sammenheng med bedriftens allerede eksisterende kontantstrøm



- Veldiversifiserte eiere:
    - Ser forventet kontantstrøm fra det nye prosjektet i sammenheng med porteføljens eksisterende kontantstrøm



Måling av risiko

Metode 1 for måling av risiko (1-n investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[X(s) - E(X)]^2 = \tag{11}$$
$$Pr(1)[X(1) - E(X)]^2 + Pr(2)[X(2) - E(X)]^2 + \ldots +$$
$$Pr(S)[X(S) - E(X)]^2$$

- Standardavvik

$$Std(X) = \sqrt{Var(X)} \tag{12}$$

Merk: Mens standardavviket gir oss samme benevning som forventet verdi, er benevningen til variansen vanskeligere å forholde seg til ("tolkning: Det kvadrerte til benevningen av standardavviket")

Metode 2 for måling av risiko (2 investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) w_2^2 Var(r_2) + 2 w_1 w_2 Kov(r_1, r_2) \tag{13}$$

  Hvor samvariasjonen er gitt ved

$$Kov(r_1, r_2) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[r_1(s) - E(r_1)][r_2(s) - E(r_2)] \tag{14}$$

$$Pr(1)[r_1(1) - E(r_1)][r_2(1) - E(r_2)] +$$
$$Pr(2)[r_1(2) - E(r_1)][r_2(2) - E(r_2)] + \ldots +$$
$$Pr(S)[r_1(S) - E(r_1)][r_2(S) - E(r_2)]$$

- Standardavviket

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(r_p)} \tag{15}$$

Måling av risiko

Enkelobjekter

Eksempel 2.1

	Tilstand	Sansynlighet	A	B
1	1	0.2	0.16	0.05
2	2	0.5	0.12	0.2
3	3	0.3	0.06	0.4

Fra Metode 1 oppgitt under første forelesning har vi at

$$E(r_a) = 0.2 \cdot 0.16 + 0.5 \cdot 0.12 + 0.3 \cdot 0.06 = 0.11$$

$$E(r_b) = 0.2 \cdot 0.05 + 0.5 \cdot 0.20 + 0.3 \cdot 0.40 = 0.23$$

Fond **A**

$$Var(r_a) = 0.2[0.16 - 0.11]^2 + 0.5[0.12 - 0.11]^2 + 0.3[0.06 - 0.11]^2 = 0.0013$$
$$Std(r_a) = \sqrt{0.0013} = 0.03605551$$

Fond **B**

$$Var(r_b) = 0.2[0.05 - 0.23]^2 + 0.5[0.20 - 0.23]^2 + 0.3[0.40 - 0.23]^2 = 0.0156$$
$$Std(r_b) = \sqrt{0.0156} = 0.1249$$

Måling av risiko

Sammensatt fond

Vi antar nå at investeringsbeløpet er likt fordelt mellom de to fondene, dvs $w_1 = 1/2, w_2 = 1 - w_2 = 1/2$
.

	Tilstand	Sansynlighet	Avk. A	Avk. B	w_a	w_b	Avk. C
1	1	0.2	0.16	0.05	0.5	0.5	0.105
2	2	0.5	0.12	0.2	0.5	0.5	0.16
3	3	0.3	0.06	0.4	0.5	0.5	0.23

Risikoen til det sammensatte fondet C kan måles ved bruk av både metode 1 og 2.

Metode 1

$$Var(r_c) = 0.2[0.016 - 0.02]^2 + 0.5[0.016 - 0.02]^2 + 0.3[0.016 - 0.02]^2 = 0.001975$$
$$Std(r_c) = \sqrt{0.001975} = 0.044$$

Metode 2

$$Var(r_c) = (1/2)^2(0.0013) + (1/2)^2(0.0156) - 2(1/2)(1/2)0.045 = 0.001975$$
$$Std(r_c) = \sqrt{0.001975} = 0.044$$

Hvor vi har benyttet at

$$Kov(r_a, r_b) = 0.2[0.16 - 0.11][0.05 - 0.23] + 0.5[0.12 - 0.11][0.20 - 0.23] +$$
$$0.3[0.06 - 0.11][0.40 - 0.23] = -0.0045$$

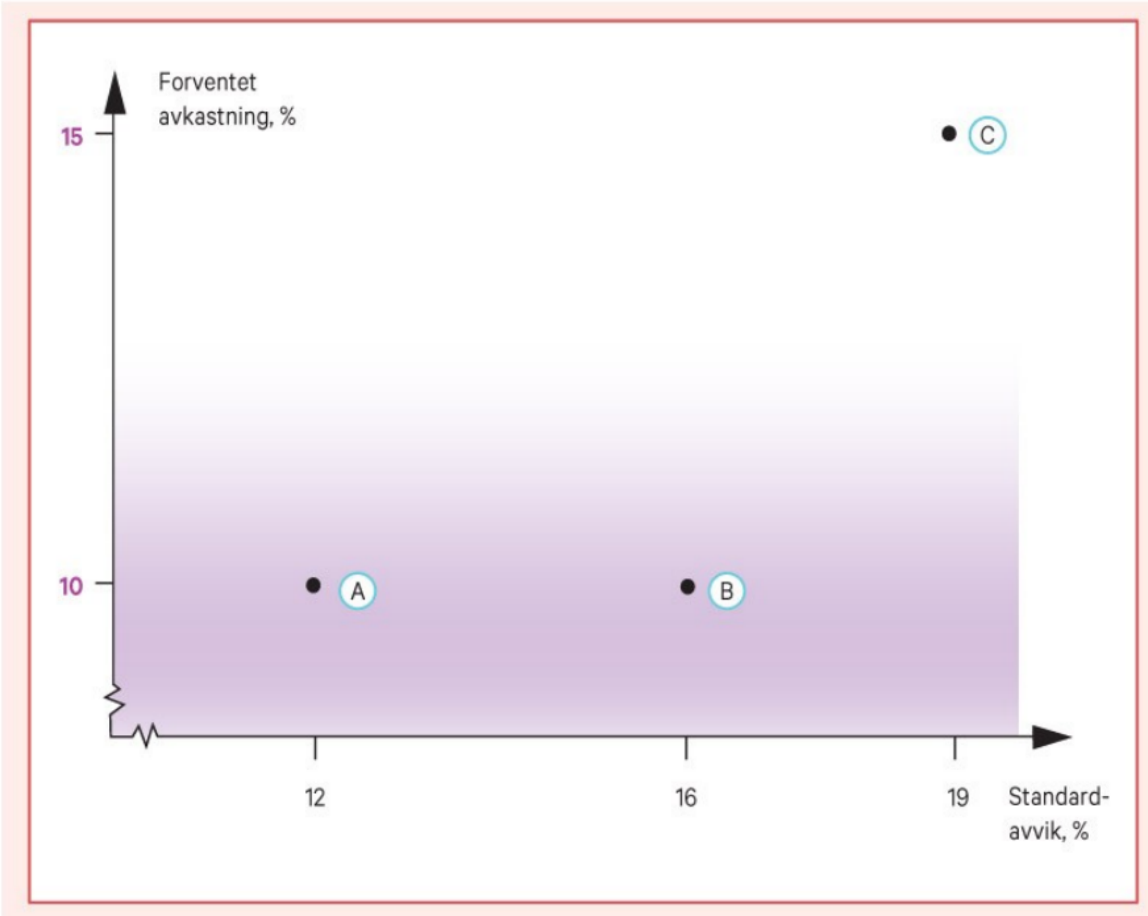
Risikoholdning og risikokompensasjon

Holdning

Vi kan skille mellom *risiknøytrale* og *risikoaversje* aktører

- Risikonøytral kun opptatt av forventet avkastning (+)
  - Bedre ut: *Nordover* et diagram med risiko på x-aksen og forventet avkastning på y-aksen
- Risikoaversj opptatt av forholdet mellom forventet avkastning (+) og risiko (-)
  - Bedre ut: *Nordvestover* i et diagram med risiko på x-aksen og forventet avkastning på y-aksen

I dette kurset legger vi til grunn at alle aktørene er risikoaversje (ikke villig til å bære usikkerhet gratis), men at graden av risikoaversjon kan variere mellom de ulike aktørene.



FIGUR 2.1 Forventet avkastning og standardavvik for tre porteføljer.

Risikokompenasjon (litt empiri)

Finner man igjen dette i det observerte tallmateriale?

Veldiversifisert portefølje

		Gjennomsnitt	Standardavvik
1	Risikofri rente	0.015	0.01
2	Aksjeindeks	0.068	0.127

Udiversifisert portefølje

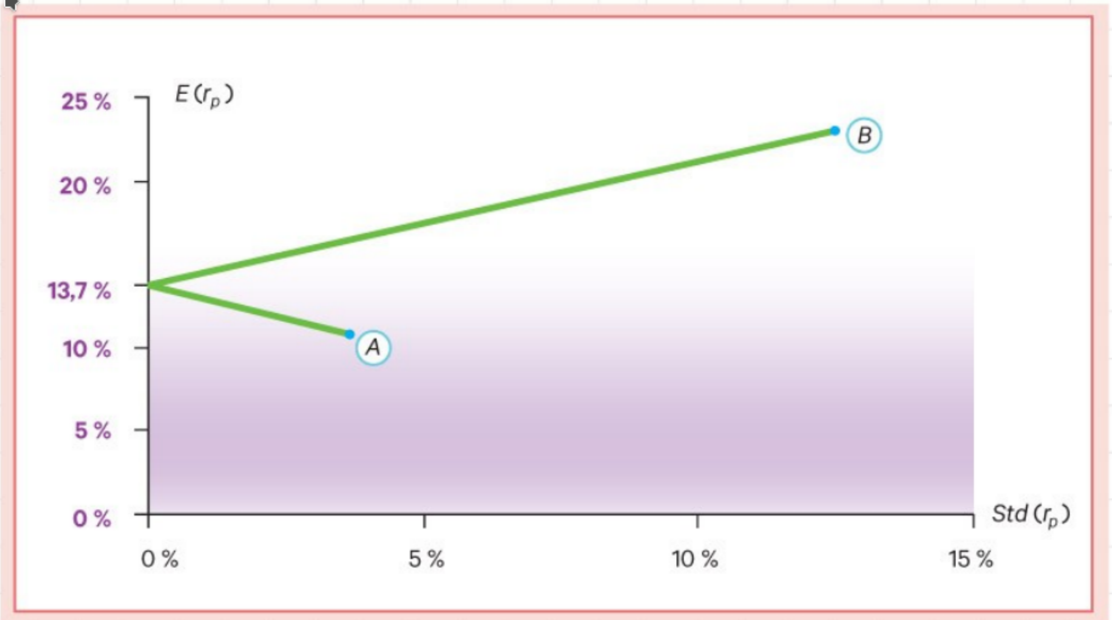
		Gjennomsnitt	Standardavvik
1	Yara	0.07	0.29
2	Itera	0.07	0.27
3	Aker Solutions	0.08	0.31
4			
5	Portefølje (3 aksjer)	0.07	0.21

Hovedresultater fra undersøkelsen

1. Det er mye å hente ved diversifisering: Risikoen kan reduseres kraftig uten at du taper noe i form av lavere forventet avkastning
2. Risikokompensasjonen for en enkeltaksje er ikke knyttet til aksjens standardavvik (totalrisiko). Relevant risiko må derfor måles på andre måter.

Endring av porteføljevekter og samvariasjon

Porteføljevekter



FIGUR 2.3 Porteføljens forventede avkastning og standardavvik ved varierende vekter.

Øvelse: Forsøk å repliker følgende resultater i Excel

Tabell R-kode (ikke pensum) Figur

	Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	1	0.2	0.16	0.05
2	2	0.5	0.12	0.2
3	3	0.3	0.06	0.4

Korrelasjonskoeffisienten (standardisert mål på samvariasjon)

$$Kor(r_a, r_b) = \frac{Kov(r_a, r_b)}{S(r_a)S(r_b)} \tag{16}$$

- $Kor(r_a, r_b) = 1$ (helt avhengige)
- $Kor(r_a, r_b) = 0$ (helt uavhengige)
- $Kor(r_a, r_b) = -1$ (helt motsatt avhengige)

Løser denne for $Kov(r_a, r_b) = Kor(r_a, r_b)S(r_a)S(r_b)$

Som gjør at vi kan skrive

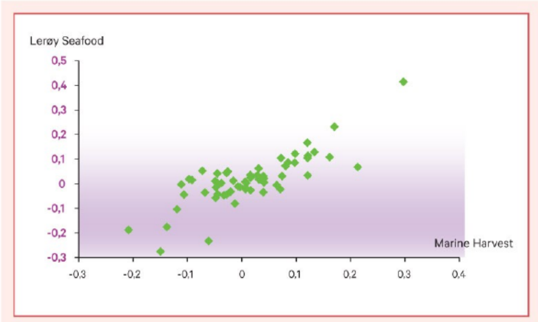
$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Kor(r_a, r_b) S(r_a) S(r_b) \tag{17}$$

Holder vi oss til eksempel 2.1, innebærer dette at beregningene av porteføljevariansen også kan uttrykkes som

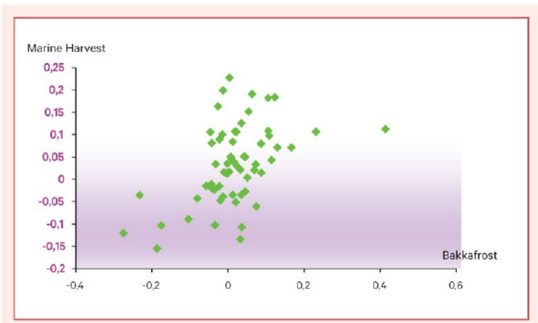
$$Kor(r_a, r_b) = \frac{-0.0045}{0.036 \cdot 0.125} = -1$$

Mens variansen til porteføljen kan uttrykkes som

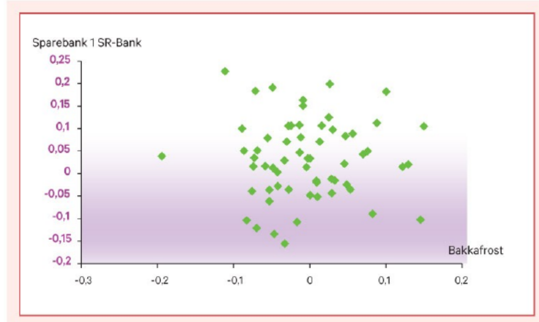
$$Var(r_p) = (1/2)^2(0.0013) + (1/2)^2(0.0156) - 2(1/2)(1/2)0.036 \cdot 0.125$$
$$0.001975$$



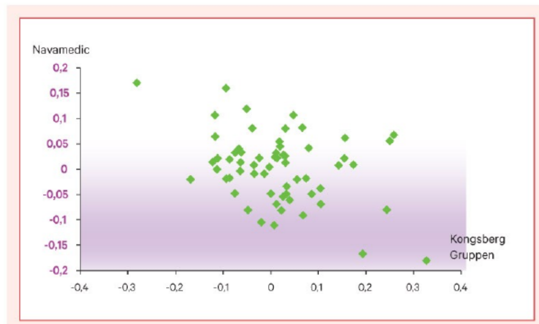
a) Lerøy Seafood kontra Marine Harvest (*Korr* = 0,80)



b) Marine Harvest kontra Bakkafrost (*Korr* = 0,49)

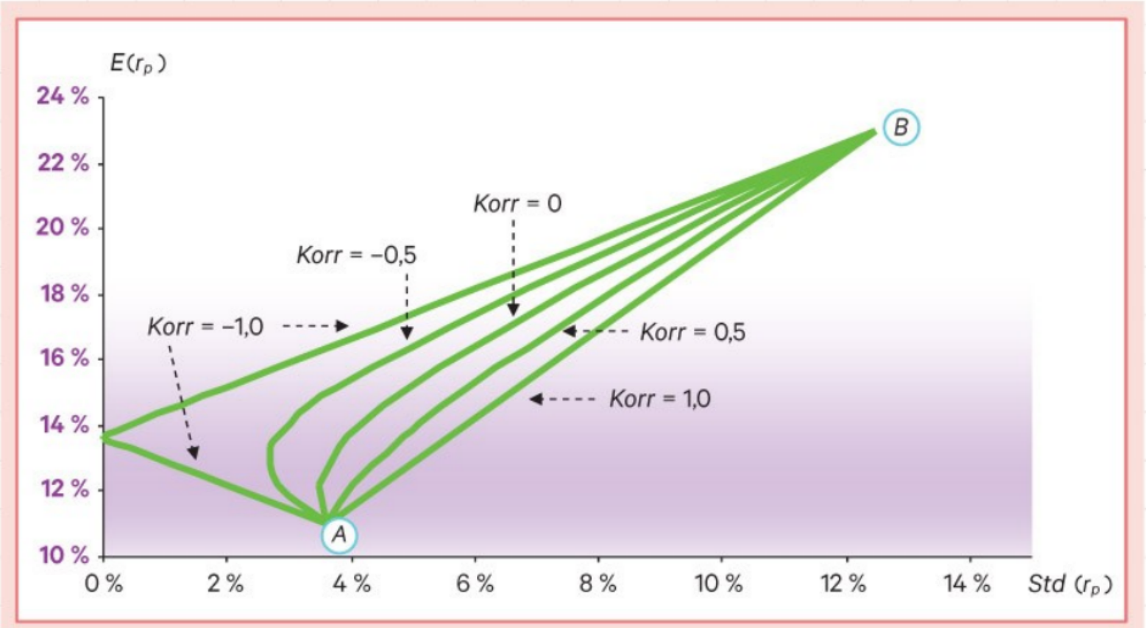


c) Sparebank 1 SR-Bank kontra Bakkafrost (*Korr* = 0,03)



d) Navamedic kontra Kongsberg Gruppen (*Korr* = −0,37)

FIGUR 2.2 Punktsvermer for parvis, månedlig avkastning i perioden januar 2011 til desember 2015 for seks utvalgte aksjer.



FIGUR 2.4 Forventet avkastning og standardavvik for en toaksjeportefølje ved varierende vekter og ulike korrelasjonskoeffisienter. Data fra tabell 2.3.

Øvelse: Forsøk å replikere følgende tabell i Excel

Tabell R-kode (ikke pensum) Figur

	Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	1	0.2	0.16	0.05
2	2	0.5	0.12	0.2
3	3	0.3	0.06	0.4

lgende tabell

	Sannsynl.	Tilstandsb.	Tilstand	Bedriftens portefølje	Nytt prosjekt	Eierens portefølje (ikke div.)	Eierens portefølje (div.)
1	0.2	Nedgangstid	1	-60	30	-60	10
2	0.3	Trend	2	5	2.5	5	5
3	0.5	Oppgangstid	3	60	-30	60	-10