Emnekode: SFB30820

Eksamensdato: 12.12.2022

Tidspunkt: 09:00 (4-timer)

Målform: Bokmål

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Kursansvarlig: Jørn I. Halvorsen (41611857)

Generell informasjon: Eksamen består av fem oppgaver. Det er mulig å svare fullstendig på alle spørsmålene gjennom forholdsvise korte og poengterte svar. Formelsamling er vedlagt som appendiks. For kalkulatorutregninger bør man benytte fire desimaler for prosent og andeler, mens tilstrekkelig med kun to desimaler for beløp i kroner.

Oppgave 1: Generell forståelse (25 prosent)

1. For en kontantstrøm tilknyttet et investeringsprosjekt i en bestemt periode, forklar hva som menes med begrepene sannsynlighet, tilstand, utfall og forventet verdi.
   Tilstand er et sett som representerer alle mulige tilstander som prosjektet kan havne i. Sannsynlighet er en verdi mellom 1 og 1 som angir Sannsynligheten for at tilstanden inntreffer. Utfall er verdien til kontantstrømmen i de ulikt tilstandene. Forventet verdi er summen av produktet sannsynlighet multiplisert kontantstrøm for de ulike tilstandene og angir (vektede) gjennomsnittet til fordelingen.

2. Stor grad av usikkerhet har preget verdensøkonomien høsten 2022. Kan du tilknyttet dette gi noen eksempler på kilder til systematisk risiko, videre forklare hvordan den typen av risiko skiller seg fra usystematisk risiko?
   System risiko: Her kan man for eksempel vise til krigen i Ukraina, utviklingen i Kina, mellomvalget i USA og Covid-19, som alle har potensiale til å påvirke økonomien gjennom faktorer som handel, råvarepriser og renteutvikling. Systematisk risiko skiller seg fra usystematisk risiko ved at variasjon til sistnevnte lar seg diversifisere bort ved å øke antall objekter i en portefølje.

3. Gitt at vi har to selskaper (A og B) med lik total kontantstrøm (OFR), men med ulik verdi og forskjellig gjeldsgrad. Forklar hvorfor det i en slik situasjon vil oppstå en arbitrasjemulighet. Du kan anta selskap A har høyest verdi og er fullstendig egenkapitalfinansiert, mens selskap B har lavere verdi og er delvis gjeldsfinansiert.
   Gitt at dette er tilfelle, kan man oppnå en kostnadsfri gevinst ved å (1) selge det man eier av aksjer i det overprisede selskapet. Dette beløpet benytter man så til å kjøpe aksjer og obligasjoner i det underprisede selskapet for samme risikoprofil slik at man oppnår samme utbetalte beløp samme det overprisede selskapet. Forskjellen mellom salgsinntekt og finansieringutgifter utgjør her arbitrasjegevinsten.

4. Ta i bruk en figur med standardavviket til porteføljen på x-aksen og forventet avkastning på y-aksen. Ved bruk av figuren, forklar begrepene effisiente og ineffisiente porteføljer.
   Kan her benytte figur 3.1 fra pensumboken. En effisient portefølje kjennetegnes ved at man enten kan øke forventet avkastning uten økt risiko, eller redusere risikoen uten øke avkastningen, eller en kombinasjon (dvs. bevege seg nord-vest i diagrammet). Dersom alle muligheten er oppbrukt, vil man inneha en effisient portefølje som er kjennetegnet ved at kun kan oppnå høyere forventet avkastning ved å ta høyere risiko.

5. Sett med aksjonærene øyne, hva vil typisk være den positive og negative effekten som oppnås ved økt gjeldsgrad?
   Positivt: Fordi forventet OPA (overskuddet deles nå på færre aksjonærer). Negativt: Økte faste renteutbetalinger vil medføre at usikkerheten til OPA øker.

6. Nevn to sentrale faktorer som typisk kan ligge bak et selskaps finansieringsrisiko, og forklar hvilken av disse to vil oppstå først i et fullstendig egenkapitalfinansiert selskap som begynner å ta opp gjeld?
   Første faktor: Økt finansieringsrisiko oppnås fra første gjeldskrone, siden dette øker usikkerheten til OPA gjennom faste utbetalinger i form av rentekostnader. Andre faktor: Økt finansieringsrisiko oppnås gjennom økt konkurssannsynlighet, fordi med mer gjeld øker sannsynligheten for at selskapet ikke klarer å innfri sine gjeldsforpliktelser under dårlige tider.

7. Når vil verdien fra realopsjonsmodell avvike fra en tradisjonell nåverdi beregning (diskontering av en forventet kontantstrøm), samt hvilken analysemetode bør tas i bruk dersom man ønsker å illustrere dette?

Realopsjonsmodell vil kun avvike fra diskontering av forventet kontantstrøm: (1) Usikkerhet om fremtidig kontantstrøm. (2) Rett, men ikke en plikt, til å gjennomføre framtidige investeringer. (3) Investeringene er irreversible. Beslutningstre er egnet som analysemetode.

Oppgave 2: Porteføljeteori (20 prosent)

Enkeltselskaper

For din portefølje har du mulighet til å investere et beløp på 8000,- i selskap A og B. Avkastningen og sannsynligheten for de to ulike tilstandene selskapene kan havne i er gitt ved følgende tabell

Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	0.3	0.16	0.0
2	0.5	0.12	0.2
3	0.2	0.06	0.4

1. Finn forventet avkastning, variansen og standardavviket til hvert enkelt av de to selskapene.

1. **Forventet avkastning:**
   $E(X_a) = 0.3 \cdot 0.16 + 0.5 \cdot 0.12 + 0.2 \cdot 0.06 = 0.12$
   $E(X_b) = 0.3 \cdot 0 + 0.5 \cdot 0.2 + 0.2 \cdot 0.4 = 0.18$
2. **Varians:**
   $Var(X_a) = 0.3[0.16 - 0.12]^2 + 0.5[0.12 - 0.12]^2 + 0.2[0.06 - 0.12]^2 = 0.0012$
   $Var(X_b) = 0.3[0 - 0.18]^2 + 0.5[0.2 - 0.18]^2 + 0.2[0.4 - 0.18]^2 = 0.0196$
3. **Standardavvik:**
   $Std(X_a) = \sqrt{0.0012} = 0.034641$
   $Std(X_b) = \sqrt{0.0196} = 0.14$

Sammensatt portefølje

1. Ta utgangspunkt i at 6000,- av investeringsbeløpet investeres i selskap A, mens det resterende går til selskap B. Finn forventet avkastning, varians og standardavvik til porteføljen av de to selskapene. For å spare tid på utregningene, kan du benytte opplysningen om at korrelasjonskoeffisienten allerede er regnet ut og er gitt ved -0.9897.

   Vi har at vektene er gitt ved $w_a = \frac{6000}{8000} = 0.75$, $w_n = 1 - 0.75 = 0.25$

   1. **Forventet avkastning:**
      $E(r_p) = 0.75 \cdot 0.12 + 0.25 \cdot 0.18 = 0.135$
   2. **Varians:**
      $Var(r_p) = 0.75^2(0.0012) + 0.25^2(0.0196) + 2 \cdot 0.75 \cdot 0.25 Korr(r_a, r_b) Std(r_a) Std(r_b)$

      Siden vi har oppgitt at $Korr(r_a, r_b) = -0.9897$**, vil vi ha at**
      $Korr(r_a, r_b) Std(r_a) Std(r_b) = -0.9897 \cdot 0.0346 \cdot 0.14$**=**$-0.0048$
      $Var(r_p) = 0.75^2(0.0012) + 0.25^2(0.0196) + 2 \cdot 0.75 \cdot 0.25 \cdot -0.0048 = 0.0001$
   3. **Standardavvik:**
      $Std(r_p) = \sqrt{0.0001} = 0.01$

Oppgave 3: Dividendpolitikk ved bruk av Lintner-modellen (15 prosent)

Styret i Lintner AS har i en årrekke hatt et målsatt utdelingsforhold på 0.3, og ønsker også å videreføre denne politikken framover. Tilknyttet sin dividendepolitkk foretok imidlertid Lintner AS en endring i 2022 ved å endre justeringsfaktoren fra 0.2 til 0.8. Parallelt med den endringen foretok selskapet også en økning i gjelden for å tilbakekjøpe halvparten av selskapets aksjonærer.

År	Overskudd	Antall aksjonærer	Målsatt utdelingsforhold	Overskudd per aksjonær	Dividende per aksje (DPA)
2020	250	10	0.3	25	5
2021	200	10	0.3	20	?
2022	200	?	0.3	?	?

Benytt Lintner-modellen og opplysningene fra tabellen ovenfor til å besvare følgende spørsmål:

a. Hva ble DPA i 2021?

$$DPA_{2021} = DPA_{2020} + a[b \cdot OPA_{2021} - DPA_{2020}] = 5 + 0.2[0.3 \cdot 20 - 5] = 5.2$$

b. Hva blir DPA i 2022?

$$DPA_{2022} = DPA_{2021} + a[b \cdot OPA_{2022} - DPA_{2021}] = 5.2 + 0.8[0.3 \cdot 40 - 5.2] = 10.64$$

c. Uten å regne men bare ved å tolke det generelle uttrykket, hva tror du effekten på stabiliteten av dividenden dersom justeringsfaktoren framover fortsetter å være på 0.8?
Fra det generelle uttrykket kan man se at $DPA_t = bOPA_t$ i det justeringsfaktoren går mot 1, og $DPA_t = DPA_{t-1}$ når justeringsfaktoren går mot 0. Dividenden vil derfor bli mer ustabil desto høyere justeringsfaktor.

Oppgave 4: Obligasjoner (15 prosent)

Beregning av obligasjonspris

En obligasjon med 1 år til forfall har pålydende 6000,-, kupongrente $r_k = 0.04$ som utbetales n = 2 ganger i året og årlige effektiv rente $r = 0.02$.

1. Beregn prisen for en ordinær obligasjon.

$$P_0 = \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^1} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^2} + \frac{M}{(1+r/n)^2} =$$

$$\frac{6000 \cdot 0.04/2}{(1+0.02/2)} + \frac{6000 \cdot 0.04/2}{(1+0.02/2)^2} + \frac{6000}{(1+0.02/2)^2} = 118.81 + 117.64 + 5881.78 = 6118.23$$

2. En null-kupong-obligasjon med 4 år til forfall har pålydende 6000 med årlig effektiv rente $r = 0.03$. Beregn prisen for null-kupong rente obligasjonen
Null-kupong obligasjoner (dvs. uten periodevise utbetalinger)

$$P_0 = \frac{6000}{(1+0.03)^4} = 5330.92$$

3. Vi har følgende opplysninger om null-kupong-obligasjoner 1 og 2 år fram i tid.

År	Løpetid	Pålydende	Markedspris
2023	1	100	95
2024	2	100	90

Basert på disse opplysningene, beregn terminrenten (forwardrenten) for 2024.
Løser formelen for null-kupong obligasjoner mph. effektiv rente. Det gjør at vi kan finne

$$1 +_0 r_1 = (100/95)^{1/1} = 1.0526$$

$$1 +_0 r_2 = (100/90)^{1/2} = 1.0541$$

Terminrente periode 2024 stående i 2023

$${}_1f_2 = \frac{(1 +_0 r_2)^2}{(1 +_0 r_1)^1} - 1 = \frac{(1 + 0.0541)^2}{(1 + 0.0526)^1} - 1 = 1.0556 - 1 = 0.0556$$

4. Hva forteller termin/forwardrenten oss om renteutvikling framover?
Markedets forventinger i dag om den fremtidige utviklinge i de kortsiktige rentene, som i dette tilfelle forventes å stige fra 0.0526 i 2023 til 0.0556 i 2024

Oppgave 5: Opsjoner (25 prosent)

Fortegnsanalyse av opsjonsverdi før forfall

Hva er dine a-priori oppfatninger om opsjonsverdien til en kjøps- og salgsopsjon ved en *økning* i de tre tilfellene nedenfor, og har du en ide om hvorfor?

a. Verdi av underliggende aksje
   Verdien av kjøpsopsjon øke med økende aksjekurs (motsatt for salgsopsjoner). Skyldes økt sannsynlighet for 'in-the-money'.

b. Tid til forfall (illustrer gjerne med en figur)
   Både kjøps- salgsopsjonens verdi øker med lengre tid til forfall. Dette fordi desto lengre tid desto større utfallsrom for aksjen å bevege seg innenfor, g

c. Usikkerhet og tid til forfall tilknyttet den underliggende aksjen (illustrer gjerne med en figur)?
   Begge faktorer bidrar positivt til økt utfallsrom knyttet til både oppgaven og nedgang, noe som bidrar til å øke både kjøps- og salgsverdi tilknyttet opsjonen.

Binomisk opsjonsprismodell

Dagens kurs på lakseoppdrettselskapet SinkaHansenBerg er 300,-. Resultatet fra bruken av en ny blanding kraftfôr vil enten føre til at kursen med 0.5 prosent sannsynlighet stiger til 450, eller med 0.5 prosent faller til 240,-. Tre-måneders risikofri rente er gitt ved 1 prosent. Innløsningskursen på en opsjon med forfall om 3 måneder er 350,-.

1. Hva blir kontantstrømmen til opsjonen for de to utfallene?
   Dersom kursen stiger vil kontantstrømmen være gitt ved 100, mens ved kursfall være gitt ved 0.

2. Hvor stor må sikringsforholdet (dvs. utstedte kjøpsopsjoner per aksje), m, for at porteføljen av aksjer og opsjoner skal være risikofri?
   Gitt at sikringsporteføljen er risikofri, må de to mulige utfallene på tidspunkt 1 være identiske. Vi må derfor kunne kreve at:

$$m = 300\frac{1.5 - 0.8}{100 - 0} = 2.1$$

3. Benytt den binomiske opsjonsprismodellen til å finne verdien av denne kjøpsopsjonen.
   Starter først med å finne

$$q = \frac{1 + 0.01 - 0.8}{1.5 - 0.8} = 0.3 \text{ og } (1 - q) = 1 - 0.3 = 0.3$$

   Verdien av kjøpsopsjonen er med det gitt ved

$$K_0 = \frac{1}{1 + 0.01}[0.3 \cdot 100 + 0.7 \cdot 0] = 29.7$$

Black-Scholes opsjonsprismodell

1. Hvilken to sentrale faktorer for bestemmelse av opsjonsverdi inngår Black-Scholes opsjonprismodell, men er ikke å finne i den binomiske opsjonsprismodellen?
   Black-Scholes modell operer med kontinuerlig tid, tid til forfall blir derfor hensynstat tilknyttet prisingen. Videre er den også påvirkelig tilknyttet usikkerhet til den underliggende aksje.

Appendiks: Formelsamling

Nåverdiberegninger med og uten usikkerhet

Uten usikkerhet

Nåverdikriteriet

$$NV = \sum_{t=0}^{T} \frac{X_t}{(1+k)^t} = X_0 + \frac{X_1}{(1+k)^1} + \frac{X_2}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{X_T}{(1+k)^T}$$

Med usikkerhet/risiko

Risikojustert-rente-metoden (RJ-metoden)

$$NV = \sum_{t=0}^{T} \frac{E(X_t)}{(1+k)^t} = E(X_0) + \frac{E(X_1)}{(1+k)^1} + \frac{E(X_2)}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{E(X_T)}{(1+k)^T}$$

$$\text{k} = \text{risikofri rente} + \text{risikopremie}$$

Forventet kontantstrøm

$$E(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

Porteføljeavkastning

Selve porteføljeavkastningen (rp) uten skatt er gitt ved

$r_p = \frac{P_T + Div_{0,T} - P_0}{P_0}$

Metode 1: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

Metode 2: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(X_i) = w_1 E(X_1) + w_2 E(X_2) + \ldots + w_N E(X_N)$$

Måling av risiko

Metode 1 for måling av risiko (1-n investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[X(s) - E(X)]^2 =$$
$$Pr(1)[X(1) - E(X)]^2 + Pr(2)[X(2) - E(X)]^2 + \ldots +$$
$$Pr(S)[X(S) - E(X)]^2$$

- Standardavvik

$$Std(X) = \sqrt{Var(X)}$$

Metode 2 for måling av risiko (2 investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Kov(r_1, r_2)$$

Hvor samvariasjonen er gitt ved

$$Kov(r_1, r_2) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[r_1(s) - E(r_1)][r_2(s) - E(r_2)]$$
$$Pr(1)[r_1(1) - E(r_1)][r_2(1) - E(r_2)] +$$
$$Pr(2)[r_1(2) - E(r_1)][r_2(2) - E(r_2)] + \ldots +$$
$$Pr(S)[r_1(S) - E(r_1)][r_2(S) - E(r_2)]$$

- Standardavviket

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(r_p)}$$

Korrelasjonskoeffisienten (standardisert mål på samvariasjon)

$$Korr(r_a, r_b) = \frac{Kov(r_a, r_b)}{Std(r_a)Std(r_b)}$$

- $Korr(r_a, r_b) = 1$ (fullstendig avhengige)
- $Korr(r_a, r_b) = 0$ (uavhengige)
- $Korr(r_a, r_b) = -1$ (fullstendig motsatt avhengige)

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Korr(r_a, r_b) Std(r_a) Std(r_b)$$

Måling av risiko (portefølje fra 3 til n fonds)

Metode 2 for måling av risiko (3 investeringsobjekter)

Porteføljens varians er gitt ved

$$Var(r_p) = w_a^2 Var(r_a) + w_b^2 Var(r_b) + w_c^2 Var(r_c) +$$
$$2w_a w_b Std(a) Std(b) Korr(a, b) +$$
$$2w_a w_c Std(a) Std(c) Korr(a, c) +$$
$$2w_b w_c Std(b) Std(c) Korr(b, c)$$

Mens standardavviket (som tidligere) framkommer som

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(rp)}$$

Metode 2 for måling av risiko (generell metode med n investeringsobjekter)

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(r_i) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + \ldots + w_N E(r_N)$$

$$Var(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 Var(r_i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j Kov(i,j) =$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i^2 Var(r_i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j Std(i) Std(j) Korr(i,j)$$

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(rp)}$$

Betaverdien til en aksje eller et prosjekt

$$\beta_j = \frac{Kov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$$

$$\beta_j = \frac{Korr(r_j, r_m) Std(r_j)}{Std(r_m)}$$

Utledning av kapitalmarkedslinjen (n=2, kombinasjon av risikofri investering og markedsporteføljen M

$$E(r_p) = w r_f + (1-w) E(r_m)$$

$$Var(r_p) = (1-w)^2 Var(r_m)$$

Kapitalkostnad for egenkapital og gjeld

- Kapitalkostnad for egenkapital

$$k_E = r_f + \beta_E [E(r_m) - r_f]$$

- Kapitalkostnad for gjeld

$$k_G = r_f + \beta_G [E(r_m) - r_f]$$

- Totalkapitalkostnaden (gjennomsnittskostnaden) for egenkapital og gjeld

$$k_T = k_E \underbrace{\frac{E}{E+G}}_{=w_E} + k_G (1-s) \underbrace{\frac{G}{E+G}}_{=w_G}$$

$$k_T = k_E w_E + k_G(1-s)w_G$$
$$w_E = \frac{E}{E+G}$$
$$w_G = \frac{G}{E+G}$$

Beregning av obligasjonspris

- Ordinær obligasjon (dvs. med periodevise utbetalinger)

$$P_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^t} + \frac{M}{(1+r/n)^T} =$$
$$\frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^1} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^2} + \ldots + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^T} + \frac{M}{(1+r/n)^T}$$

- Null-kupong obligasjoner (dvs. uten periodevise utbetalinger)

$$P_0 = \frac{M}{(1+r)^T}$$

Forventningshypotesen

Som forteller oss at termin-/forwardrenten for periode t er bestemt ved

$$_{t-1}f_t = \frac{(1+_0 r_t)^t}{(1+_0 r_{t-1})^{t-1}} - 1$$

- **Beregning av inflasjonsforventningene**

$$_{t-1}f_t^R = \frac{_{t-1}f_t^N -_{t-1} j_t}{1+_{t-i} j_t}$$

Tegningsrettigheter

- **Beregning av tegningsrettigheter:**

Rights-on-kursen (P_0) og emisjonskursen (P_e)

$$P_x = \frac{n}{n+m}P_0 + \frac{m}{n+m}P_e = \frac{nP_0 + mP_e}{n+m}$$
$$T_n = \left(\frac{nP_0 + mP_e}{n+m} - P_e\right)\frac{1}{1/N} = \frac{P_o - P_e}{N+1}$$

Gjeldsgrad og risiko

1. Gjeldsandel: (mellom 0 og 1)

$$G/(G+E)$$

2. Gjeldsgrad (mellom 0 og ∞)

$$G/E$$

Formelt (uten skatt, men med konkursrisiko)

- Systematisk investeringsrisiko

$$\beta_I = w_E \beta_E + w_G \beta_G$$

Hvor $w_E = \frac{E}{E+G}$ og $w_G = \frac{G}{E+G}$.

$$\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(\frac{G}{E})$$

- Uten konkursrisiko ($\beta_G = 0$)

$$\beta_E = \beta_I(1 + \frac{G}{E})$$

Miller & Modigliani (M&M)

$$k_G = \frac{r \cdot PG}{G}$$

$$k_E = \frac{E(OER)}{E}$$

$$k_T = \frac{E(OFR)}{V}$$

- **M&M-1:**

$$V = \frac{E(OFR)}{k_T} = \frac{E(OFR)}{k_U}$$

- **M&M-2:**

$$k_E = k_T + (k_T - k_G)\frac{G}{E} = k_U + (k_U - k_G)\frac{G}{E}$$

Ettledsbeskatning

Selskapsskatt og kontantstrøm

$$KE + KK = O + rPG$$
$$KE + KK = (OFRS - rPG)(1 - s) + rPG$$
$$KE + KK = (OFRS)(1 - s) + rPGs$$

Selskapsskatt og verdi

$$KE + KK = OFRS(1 - s) + rPGs$$

$$V_U = \frac{E(OFRS)(1 - s)}{k_U}$$

$$V(\text{Renteskattegevinst}) = \frac{srPG}{r} = sPG$$

$$\begin{aligned} V_M &= V_U + V(\text{Renteskattegevinst}) \\ &= V_U + sPG \\ &= \frac{E(OFRS)(1-s)}{k_U} + sPG \end{aligned}$$

Miller og Modigliani med skatt

- **M&MSkatt-1**

$$\begin{aligned} V_M &= V_U + V(\text{Renteskattegevinst}) \\ &= \frac{(OFRS)(1-s)}{k_U} + PGs \\ &= V_u + PGs \end{aligned}$$

- **M&MSkatt-2**

$$k_E = k_U + (k_U - k_G)(1-s)\frac{G}{E}$$

Toleddsbeskatning

$$n^* = (1 - s_K) - (1 - s_S)(1 - s_E)$$

Kapitalverdimodellen med beskatning

Ingen skatt

1. $k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$
2. $k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)\frac{G}{E}$

Ettledsskatt

1. $k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$
2. $k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G(1-s)$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(1-s)\frac{G}{E}$

Toleddsskatt med Miller-likevekt

1. $k_E = r_f(1-s) + \beta_E[E(r_m) - r_f(1-s)]$
2. $k_G = r_f(1-s) + \beta_G[E(r_m) - r_f(1-s)]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G(1-s)$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(1-s)\frac{G}{E}$

Lintner-modellen

$$DPA_t = DPA_{t-1} + a[b(OPA_t) - DPA_{t-1}]$$

Hvor både a (justeringsfaktor) og b (målsatt utdelingsforhold) kan variere mellom 0 og 1.

Opsjonens kontantstrøm ved forfall (t=T)

Kjøpsopsjon

$$K_T = \max[0, (A_T - I)]$$

Salgsopsjon

$$S_T = \max[0, (I - A_T)]$$

Opsjon, aksje og risikofritt prosjekt

Aksjer, obligasjoner, og kjøps- og salgsopsjoner kan kombineres parvis slik at den blir gitt den samme kontantstrømmen på innløsningstidspunktet.

$$A_T + S_T = B_T + K_T$$

Salg-kjøp-paritet (SKP)

- Diskret tid

Vi har at investeringsutlegget på $t = 0$ er en kjøp av en aksje, kjøp av salgsopsjon, og salg av en kjøpsopsjon. Dette må tilsvare den neddiskonterte verdien av den risikofrie kontantstrømmen ved forfall

$$A_0 + S_0 - K_0 = \frac{I}{1 + r_f}$$

Omskrevet gir dette oss salg-kjøp-paritet (SKP)

$$K_0 - S_0 = A_0 - \frac{I}{1 + r_f}$$

- Kontinuerlig forrentning

I opsjonssammenheng er det vanlig å operer med *kontinuerlig tid*. For eks. kan en tre-måneders periode deles inn i uendelige mange underperioder. Den kontinuerlige diskonteringsrenten vil da være gitt ved $e^{-i_f \cdot T}$

$$K_0 - S_0 = A_0 - Ie^{-i_f \cdot T}$$

Bestemmelse av sikringsverdi før forfall

$$\theta A_0 - mK_\theta = nA_0 - mK_n$$

Løser vi denne for m får vi *sikringsforholdet* (det antall kjøpsopsjoner som må skrives/selges pr. aksje for at porteføljen av aksjer og opsjoner skal være risikofri:

$$m = \frac{A_0(\theta - n)}{K_\theta - K_n}$$

Bestemmelse av opsjonsverdi før forfall

$$K_0 = \frac{1}{1 + r_f}[qK_\theta + (1 - q)K_n]$$

Hvor de to *sikringssannsynlighetene* (risikojusert sannsynligheter) for q og $1-q$ er definert som

$$q = \frac{1 + r_f - n}{\theta - n} \text{ og } (1-q) = \frac{\theta - 1 - r_f}{\theta - n}$$

Black-Scholes-modellen

$$K_0 = A_0 N(d_1) - I e^{-i_f T} N(d_2)$$

- $N(d_1)$ har tolkning som antall kroner opsjonsverdien endrer seg med når aksjeprisen endres med en krone
- $N(d_2)$ har tolkning som sannsynligheten for at opsjonen er “in-the-money” ved forfall (dvs. $A_T \geq I$)

Vi har videre at

$$d_1 = \frac{ln(\frac{A_0}{I}) + i_f T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

mens sikringsforholdet er bestemt av $m = \frac{1}{N(d_1)}$