

# Finansteori (SFB30820), Høsten 2022

## Obligatorisk arbeidskrav

- Versjon 1.2
  - Oppgave 3. Nytt spørsmål lagt til.
  - Lagt til en *frivillig* ekstraoppgave under del II om porteføljesammensetninger.
- Leveres ut (hele): 28.09.2022 (Canvas)
- Leveres inn: 26.10.2022 (Canvas og/eller postkassehylle på Remmen)

## Del I: Generelle forståelse og tradisjonelle oppgaver

### Oppgave 1: Generell forståelse (forsøk svar så kortfattet og presist som mulig)

1. Forklare forskjellen mellom nåverdiuttrykkene som benyttes for med og uten usikkerhet.  
**Med usikkerhet vil selve formen på nåverdiuttrykket være det samme som uten usikkerhet, men beregningene som utføres i teller og never er forskjellige: (1) Under usikkerhet erstattes i telleren en sikker kontantstrøm av den forventede kontantstrømmen. (2) I nevneren blir den risikofrie renten av risikjustert rente (kapitalkostnaden) som hensyntar både tidskostnaden og usikkerheten tilknyttet prosjektet.**
2. Hva er forskjellen mellom forventet og realiserte verdi av en kontantstrøm?  
**Den forventede kontantstrømmen gir oss forventningsverdien til fordelingen til den usikre kontantstrømmen før usikkerheten har blitt realisert. Den realiserte verdien gir oss kontantstrømmen til et utfallene etter at usikkerheten har blitt realisert.**
3. Ved vurdering av nye investeringprosjekter, forklar hvorfor det lett kan oppstå konflikt mellom forskjellige eiere i et selskap.  
**Med flere eiere vil man typisk kunne oppleve at man har både udiversifiserte og veldiversifiserte eiere. Konflikt kan da lett oppstå siden de udiversifiserte ser forventet kontantstrøm fra det nye prosjektet i sammenheng med bedriftens allerede eksisterende kontantstrøm, mens de veldiversifiserte eierne ser forventet kontantstrøm fra det nye prosjektet i sammenheng med sin porteføljes eksisterende kontantstrøm.**
4. Hva menes med prosjektets eller aksjens beta?  
**Dette er et mål for prosjektet eller aksjens systematiske risiko. I utgangspunktet kan risikoen til et prosjekt eller aksje splittes opp i usystematiske og systematisk risiko, hvor førstnevnte utgjør den risikoen som man kan bli kvitt ved diversifisering. Den systematiske risiko utgjør den risikoen som da står igjen etter diversifisering. Den risikoen er drevet av makrofaktorer (eks. konjunkturer, pandemier, krig og fred) og kan forstås som forholdet mellom aksjens eller prosjektets risiko i forhold til markedsporteføljen. Formelt blir den beregnet som**

$$\beta_j = \frac{Kov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$$

Hvor  $\beta_j > 1$  mer følsom enn markedsporteføljen, mens  $\beta = 1$  lik markedsporteføljen og  $\beta < 1$  mindre følsom enn markedsporteføljen.

5. Gi en forklaring om mekanismene som ligger til grunn for Tofondsresultatet.  
**Tofondsresultatet går ut på at (1) Uansett graden av risikoaversjon, setter alle investorer sammen sin aksjeportefølje på nøyaktig samme måte. (2) Den enkelte investors risikoaversjon avgjør bare hvor mye eller hvor stor andel som totalt skal satses på den risikable komponenten framfor den risikofrie. Resultat oppstår fordi under antagelsen om risikoaversjon vil alltid en investor velge en kombinasjon av et risikofritt alternativ og den effisiente aksjeporteføljen M. Andre aksjeporteføljer medfører at investorene kostnadsfritt enten kan få sin risiko redusert og/eller få økt sin avkastning.**
6. Forklar hvordan KVM er knyttet sammen med porteføljeteorien.  
**I tillegg til forutsetningene som ligger bak porteføljeteorien ((1) risikoaversjon, (2) en periodisk horisont, (3) låne og spare til samme rente og (4) samme informasjon), antar også KVM at kapitalmarkedet er i likevekt, dvs. det beløpet som investorene i hvert selskapet tilsvarer den verdiveide markedsporteføljen. Dette gjør det mulig å prise *samtlig* aksjer som inngår i markedsporteføljen.**
7. Gitt at KVM skal virke i praksis, er det da nødvendig at alle investorene tror på modellens forutsetninger (begrunn svaret)?  
**Nei, paradoksalt trenger man noen aktører som ikke tror på modellens antagelser om informasjonseffisiens (dvs. at all relevant eksisterende informasjon er hensyntatt i aksjekursen) for at *feilprisede* aksjer skal korrigeres slik at antagelsen om kapitalmarkedet er i likevekt skal holde.**
8. Hva menes med et finansielt instrument, og kan du gi noen eksemplarer på bruken av dette?  
**Er en kontrakt som består av to parter, hvor den ene parten mottar kapital fra den andre parten, mens den andre parten med det oppnår visse rettigheter ovenfor den andre parten. Finansielle instrumenter kan for eks. dreie seg om ulike typer lån (banklån og obligasjonslån) og finansielle derivater i form av opsjoner, forward, futures og swaps.**
9. Hvordan kan teknisk et selskap øke forholdet mellom gjeld og egenkapital (kapitalstrukturen)?  
**Forholdet mellom gjeld og egenkapital er gitt ved  $G/E$  og kan isolert økes enten ved at  $G$  går opp eller  $E$  går ned. For  $G$  gå opp kan skje ved ordinære lån eller obligasjonslån, mens for at  $E$  skal gå ned ved at selskapet tilbakekjøper egne aksjer.**

## Oppgave 2: Porteføljeteori to selskaper

For din portefølje har du mulighet til å investere et beløp på 10.000,- i selskap A og B. Avkastningen og sannsynligheten for de tre ulike tilstandene er gitt ved følgende tabell

Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	0.5	-0.1	0.2
2	0.2	0.5	-0.3
3	0.3	0.2	0.1

1. Finn forventet avkastning, variansen og standardavviket til hvert enkelt av de to selskapene.

**1. Forventet avkastning:**

$$E(X_a) = -0.5 \cdot 0.1 + 0.2 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.2 = 0.11$$

$$E(X_b) = 0.5 \cdot 0.2 - 0.2 \cdot 0.3 + 0.3 \cdot 0.1 = 0.07$$

**2. Varians:**

$$Var(X_a) = 0.5[-0.1 - 0.11]^2 + 0.2[0.5 - 0.11]^2 + 0.3[0.2 - 0.11]^2 = 0.0549$$

$$Var(X_b) = 0.5[0.2 - 0.07]^2 + 0.2[-0.3 - 0.07]^2 + 0.3[0.1 - 0.07]^2 = 0.0361$$

**3. Standardavvik:**

$$Std(X_a) = \sqrt{0.0549} = 0.2343075$$

$$Std(X_b) = \sqrt{0.0361} = 0.19$$

2. Ta utgangspunkt i at 4.000,- av investeringsbeløpet investeres i selskap B, mens det resterende går til selskap A. Finn forventet avkastning, varians og standardavvik til porteføljen av de to selskapene.

**1. Vekter:**

$$w_b = 4000/10000 = 0.4 \quad w_a = 1 - 0.4 = 0.6$$

**2. Forventet avkastning:**

$$E(r_p) = 0.6 \cdot 0.11 + 0.4 \cdot 0.07 = 0.094$$

**3. Varians:**

Vi har først at

$$Kov(r_a, r_b) = 0.5[(-0.1 - 0.11)(0.2 - 0.07)] + 0.2[(0.5 - 0.11)(-0.3 - 0.07)] + 0.3[(0.2 - 0.11)(0.1 - 0.07)] = -0.041$$

Som forteller oss at

$$Var(r_p) = 0.4^2(0.0549) + 0.6^2(0.0361) - 2(0.4)(0.6)0.0417 = 0.005524$$

**4. Standardavvik:**

$$Std(rp) = \sqrt{0.005524} = 0.0743236$$

## Oppgave 3: Porteføljeteorien

I utgangspunktet har vi følgende opplysninger fra markedet som vi har analysert

	Forventet avkastning	Standardavvik
Markedsporteføljen	0.04	0.02
Risikofri rente	0.02	0.00

Både Ole Spetalen og Lise Sparegris har i utgangspunktet et beløp på 2.000.000,- som de ønsker å investere.

1. Ole Spetalen er en risikosøkende investor som ønsker at forventet avkastning på sin portefølje skal være på 42 prosent. Gitt at vi legger til grunn porteføljeteorien, hvordan vil han fordele sin investeringer?

Vi har at  $E(r_p) = wr_f + (1 - w)E(r_m)$ .

$$0.42 = w \cdot 0.02 + (1 - w) \cdot 0.04$$

Som løst mhp.  $w$  gir oss

$$w = -19 \text{ og } 1 - w = 1 + 19 = 20$$

Dette tilsvarer investeringsbeløp tilsvarende  $w = 20 \cdot 2.000.000 = 40.000.000$ , hvor 38.000.000 er som en følge av et risikofritt lån.

2. Lise Sparegris ønsker med god margin å sikre pensjonen sin. Ved bruk av samme porteføljeteori som Spetalen, hvordan vil hun fordele sine investeringer som forventet avkastning skal være på 2 prosent?

For Lise betyr dette at

$$0.02 = w \cdot 0.02 + (1 - w) \cdot 0.04$$

Som løst mhp.  $w$  gir oss

$$w = 1 \text{ og } 1 - w = 1 - 1 = 0$$

Dette tilsvarer investeringsbeløp tilsvarende  $w = 1 \cdot 2.000.000 = 2.000.000$  i det risikofrie lånet.

3. Både Ole og Lise finn varians og tilhørende standardavvik for deres respektive portefølje.

For Ole

$$Std(r_p) = 20 \cdot 0.02 = 0.4$$

$$Var(r_p) = 0.4^2 = 0.16$$

For Lise

$$Std(r_p) = 0 \cdot 0.02 = 0$$

$$Var(r_p) = 0^2 = 0$$

4. Hvilken forutsetning om finansiering må være oppfylt for at Spetalen kan gjennomføre sin strategi, og er det helt sikkert at han vil oppnå en høyere avkastning enn det som Lise sikter imot?

- Tilgang til banklån hvor utlånsrenten er den samme som innlånsrenten.
- I forkant er det sannsynlig at han oppnår en høyere avkastning enn Lise, men det utelukker ikke at det er muligheter for at den realiserte verdien faktisk vil bli lavere.

## Oppgave 4: Kapitalverdimodellen og justert-nåverdi

Frøken Permanent er et lite AS som holder til på Halden Storsenter. Selskapet har som spesialitet microblading permanent makeup av bryn. I forbindelse med et oppkjøp er det estimert at selskapets egenkapitalbeta  $\beta_E = 0.90$  og gjeldsbeta lik  $\beta_G = 0.20$ . Den risikofrie renten i markedet på 2.5 prosent, mens markedets risikopremie anslås til 5 prosent og Bryns skattesats er lik 15 prosent. Totalt sett har Bryn AS 200 aksjer utestående med beregnet markedspris lik 1.500,-. Utestående gjeld er på 200.000,-

1. Basert på disse opplysningene, klarer du å finne totalkapitalkostnaden til selskapet?

**Framgangsmåte for å bestemme totalkapitalkostnaden til et selskap**

**(1): Beregne vektene (markedsverdi) for egenkapital og gjeld**

$$w_E = \frac{300000}{300000 + 200000} = 0.6$$

$$w_G = \frac{200000}{300000 + 200000} = 0.4$$

**(2): Kapitalkostnad for egenkapital**

$$k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f] = 0.025 + 0.90[0.05] = 0.07$$

**(3): Kapitalkostnad for gjeld**

$$k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f] = 0.025 + 0.20[0.05] = 0.035$$

**(4): Totalkapitalkostnad for selskapet**

$$k_T = k_E w_E + k_G(1 - s)w_G = 0.07 \cdot 0.6 + 0.035 \cdot (1 - 0.15) \cdot 0.4 = 0.0539$$

2. Dersom selskapet framover anslås å ha en evigvarende driftsresultat (OFR) på 100.000,-, hva er verdien til selskapet i dag?

**Oppgave litt uklart formulert. Men trekker vi ifra skatten fra telleren får vi**

$$NV = \frac{(1 - 0.15)100.000}{0.0539} = 1576994$$

**Mens uten skatt gir oss**

$$NV = \frac{100.000}{0.0539} = 1855288$$

## Oppgave 5: Statsobligasjoner, terminrenter og rentens terminstruktur

### Obligasjoner

En obligasjon med 2 år til forfall har pålydende 5.000,-, kupongrente  $r_k = 0.05$  som utbetales n=2 ganger i året og årlige effektiv rente  $r = 0.03$ .

1. Beregn prisen for en ordinær obligasjon.

$$P_0 = \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^1} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^2} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^3} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^4} + \frac{M}{(1+r/n)^4} =$$

$$\frac{5000 \cdot 0.05/2}{(1+0.03/2)} + \frac{5000 \cdot 0.05/2}{(1+0.03/2)^2} + \frac{5000 \cdot 0.05/2}{(1+0.03/2)^3} + \frac{5000 \cdot 0.05/2}{(1+0.03/2)^4} + \frac{5000}{(1+0.03/2)^4} =$$

$$123.1527 + 121.3327 + 119.5396 + 117.773 + 4710.921 = 5192.719 = 5192.71$$

En null-kupong-obligasjon med 4 år til forfall har pålydende 5.000,- med årlig effektiv rente  $r = 0.025$ .

1. Beregn prisen for null-kupong rente obligasjonen

**Null-kupong obligasjoner (dvs. uten periodevise utbetalinger)**

$$P_0 = \frac{M}{(1+r)^T} = \frac{5000}{(1+0.025)^4} = 4529.753$$

### Rentens terminstruktur

Den kortsiktige spotrenten,  ${}_0r_1$ , for ett år fram i tid er på 1.5 prosent. Vider kan vi notere for null-kupongrente-obligasjoner for 2 og 3 år framover følgende opplysninger

## [1] 0.02062073

Løpetid	Pålydende	Markedspris
---------	-----------	-------------

Løpetid	Pålydende	Markedspris
2	500	480
3	500	465

Fra læreboka har vi at termin-/forwardrenten for periode  $t$  er bestemt ved

$${}_{t-1}f_t = \frac{(1 + {}_0r_t)^t}{(1 + {}_0r_{t-1})^{t-1}} - 1$$

1. Hvilken sentral forutsetning ligger til grunn for at dette uttrykket holder ved likhet?

**Vi har her som utgangspunkt at en investor er *indifferent* mellom to alternative lån med samme sluttverdi.**

2. Beregn terminrenten (forwardrenten) for 2 og 3 år framover i tid.

$$1 + {}_0r_1 = 1 + 0.15$$

**Løser formelen for null-kupong obligasjoner mhp. effektiv rente. Det gjør at vi kan finne**

$$1 + {}_0r_2 = (500/480)^{1/2} = 1.0206207$$

og

$$1 + {}_0r_3 = (500/465)^{1/3} = 1.0244852$$

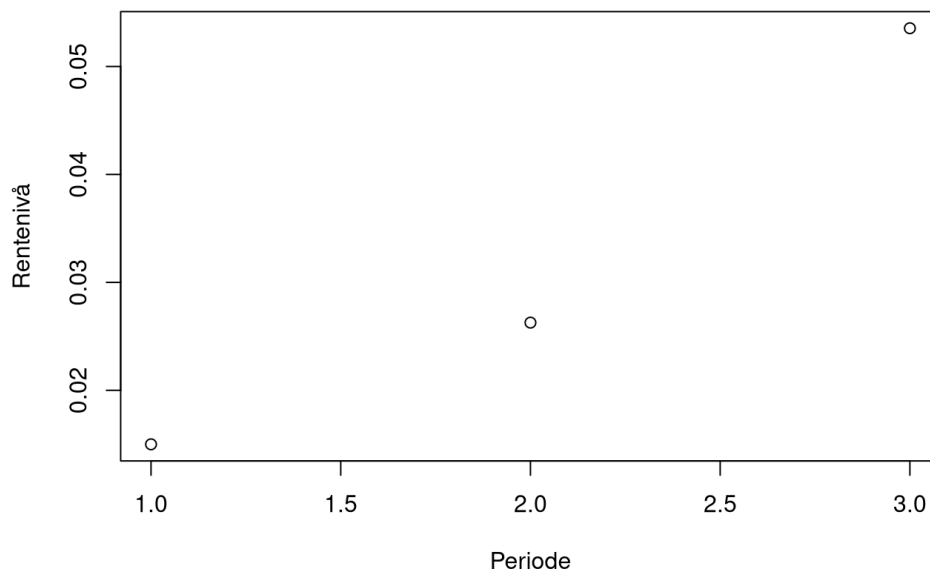
**Terminrente periode 2**

$${}_1f_2 = \frac{(1 + {}_0r_2)^2}{(1 + {}_0r_1)^1} - 1 = \frac{(1 + 0.02062073)^2}{(1 + 0.15)^1} - 1 = 0.0262708$$

**Terminrente periode 3**

$${}_2f_3 = \frac{(1 + {}_0r_3)^3}{(1 + {}_0r_2)^2} - 1 = \frac{(1 + 0.02448519)^3}{(1 + 0.02062073)^2} - 1 = 0.053544$$

3. Vis ved hjelp av et scatterplot de implisitte rentenes utvikling for de tre periodene.



4. Kan du gi en kortfattet tolkning av hva denne utviklingen forteller oss?

**De kortsiktige rentene forventes å stige de to neste årene framover.**

## Oppgave 6: OPA og økt gjeldsgrad

Et selskap tar opp ny gjeld og bruker pengene til å kjøpe tilbake egne aksjer, noe som innebærer en reduksjon i antall aksjonærer. Forutsatt en M&M-verden uten skatt og med usikre investeringsprosjekter. Tilhørende overskudd per aksje (OPA), forklar hva som skjer med:

- a. Forventet OPA

**Forventet overskudd per aksje stiger i denne situasjonen, dette siden forventede overskuddet etter de økte faste renteutbetalingene vil måtte deles på færre aksjonærer.**

- b. Usikkerheten til OPA

**En slik situasjon vil føre til at de økte faste renteutbetalingene vil gjøre at overskudd per aksje vil få en større spredning og med det høyere usikkerhet.**

c. OPA i gode og dårlige tider

De økte faste renteutbetalingene vil gjøre at overskudd per aksje vil øke i gode tider (og motsatt i dårlige tider).

## Del II: Porteføljeregninger ved bruk av regnearket

Basert på vedlagte regnearket **cryptos\_nyse.xlsx** som viser utviklingen for to ulike kryptovalutaer Bitcoin (BTC), Ethereum (ETH) og utviklingen på New York børsen (NYSE), blir du bedt om å utføre følgende beregninger

**Løsningsforslag (lenke google spreadsheet)**

([https://docs.google.com/spreadsheets/d/1RBtpzrAY5OizlgBSLfzGvJeHmMJxMC\\_cEI3rOXV4m8/edit#gid=1266997759](https://docs.google.com/spreadsheets/d/1RBtpzrAY5OizlgBSLfzGvJeHmMJxMC_cEI3rOXV4m8/edit#gid=1266997759))

### Enkeltinvesteringer

#### Deskriptiv statistikk

1. Lag en tidsserie som viser avkastningen for de to kryptovalutaene og New York børsen (NYSE).
2. For hver enkelt tidsserie beregn:
  1. Gjennomsnittlig avkastning
  2. Varians
  3. Standardavvik
  4. Høyeste og laveste verdi

#### Grafisk visning

1. For hver enkelt tidsserie lag et scatterplot (x-aksen dager, y-aksen avkastning i prosent)

#### Økonomisk tolkning

Klarer du knytte noen økonomisk forklaringer tilhørende noen av mest ekstreme observasjoner du finner i tidsserien?

## Porteføljesammensetninger (bonus oppgave til de spesielt interesserte)

#### Deskriptiv statistikk

1. Opprett et datasett som inneholder data kun over de tidsperiodene hvor det er registrert observasjoner for *alle* de tre tidsseriene
2. Basert på dette datasettet beregn:
  1. Gjennomsnittlig avkastning
  2. Varians
  3. Standardavvik
  4. Korrelasjonskoeffisienten mellom de tre investeringsobjektene

#### Grafisk visning

1. Lag et scatterplot for hver ulike kombinasjonen av de tre investeringsobjektene (x-akse avkastning det ene objektet, y-aksen avkastning det andre objektet). Forsøk også få inn regresjonslinjen som oppsummerer graden av samvariasjon mellom de to objektene.

#### Porteføljeanalyse

1. Basert på at brukeren selv kan justere porteføljevektene, lag en tabell i regnearket som viser utregningene av

Sammensetning av porteføljen	Porteføljens varians	Porteføljens standardavvik
BTC	Beregn	Beregn
ETH	Beregn	Beregn
NSE	Beregn	Beregn
BTC og ETH	Beregn	Beregn
BTC og NSE	Beregn	Beregn
BTC, ETH og NSE	Beregn	Beregn