

# Forelesning 2: Relevant risiko: Porteføljeteori to objekter

## Læringsmål:

- Forklare gjennom et eksempel hvorfor et prosjekt som er risikabelt vurdert alene kan ha lav risiko når prosjektet inngår i en portefølje.
- Tallfeste risiko i en portefølje ved å beregne standardavvik.
- Forklare hvorfor porteføljens risiko avhenger av samvariasjonen mellom prosjektene som inngår i porteføljen og de andelene som er investert i hvert prosjekt.

# Prosjektrisiko for eierne vs. bedriften

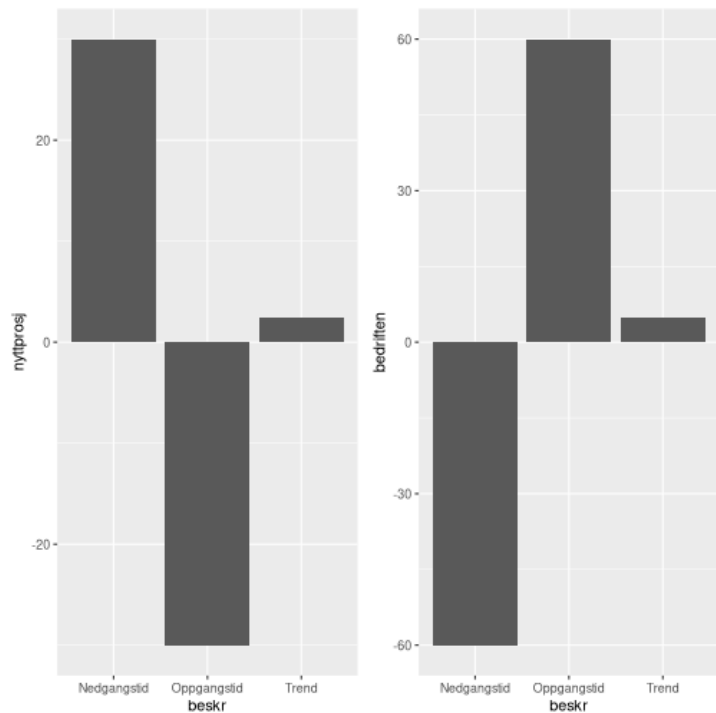
Grunnleggende forutsetning: Ledelsen i bedriften har som oppgave å treffe beslutninger som maksimerer verdien av egenkapitalen til eierne.

Vi tar utgangspunkt i følgende tabell

	<b>Sannsynl.</b>	<b>Tilstandsb.</b>	<b>Tilstand</b>	<b>Nytt prosjekt</b>	<b>Bedriftens portefølje</b>	<b>Eierens portefølje (ikke div.)</b>	<b>Eierens portefølje (div.)</b>
1	0.2	Nedgangstid	1	-60	30	-60	10
2	30	Trend	2	5	2.5	5	5
3	50	Oppgangstid	3	60	-30	60	-10

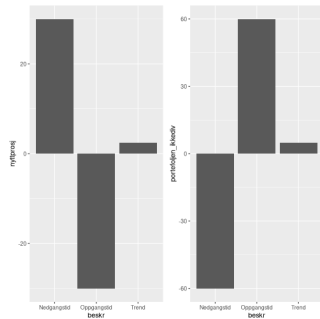
# Risiko for bedriften

De nye prosjektets bidrag til bedriftens kontantstrøm

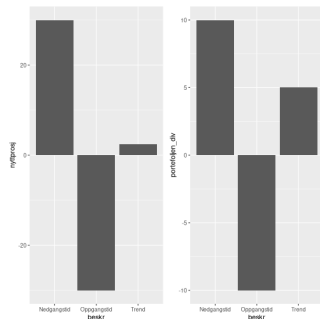


# Risiko for eierne

- Udeversifiserte eiere:
  - Ser forventet kontantstrøm fra det nye prosjektet i sammenheng med bedriftens allerede eksisterende kontantstrøm



- Veldiversifiserte eiere:
  - Ser forventet kontantstrøm fra det nye prosjektet i sammenheng med porteføljens eksisterende kontantstrøm



# Måling av risiko

## Metode 1 for måling av risiko (1-n investeringsobjekter)

- Varians

$$\begin{aligned} Var(X) &= \sum_{s=1}^S Pr(s)[X(s) - E(X)]^2 = \\ &Pr(1)[X(1) - E(X)]^2 + Pr(2)[X(2) - E(X)]^2 + \dots + \\ &Pr(S)[X(S) - E(X)]^2 \end{aligned} \quad (11)$$

- Standardavvik

$$Std(X) = \sqrt{Var(X)} \quad (12)$$

Merk: Mens standardavviket gir oss samme benevning som forventet verdi, er benevningen til variansen vanskeligere å forholde seg til ("tolkning: Det kvadrerte til benevningen av standardavviket")

## Metode 2 for måling av risiko (2 investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1w_2 Cov(r_1, r_2) \quad (13)$$

Hvor samvariasjonen er gitt ved

$$Cov(r_1, r_2) = \sum_{s=1}^S Pr(s)[r_1(s) - E(r_1)][r_2(s) - E(r_1)] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &Pr(1)[r_1(1) - E(r_1)][r_2(1) - E(r_1)] + \\ &Pr(2)[r_1(2) - E(r_1)][r_2(2) - E(r_1)] + \dots + \\ &Pr(S)[r_1(S) - E(r_1)][r_2(S) - E(r_1)] \end{aligned}$$

- Standardavviket

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(r_p)} \quad (15)$$

# Måling av risiko

## Enkelobjekter

### Eksempel 2.1

Tilstand		Sansynlighet	A	B
1	1	0.2	0.16	0.05
2	2	0.5	0.12	0.2
3	3	0.3	0.06	0.4

Fra Metode 1 oppgitt under første forelesning har vi at

$$E(r_a) = 0.2 \cdot 0.16 + 0.5 \cdot 0.12 + 0.3 \cdot 0.06 = 0.11$$

$$E(r_b) = 0.2 \cdot 0.05 + 0.5 \cdot 0.20 + 0.3 \cdot 0.40 = 0.23$$

**Fond A**

$$Var(r_a) = 0.2[0.16 - 0.11]^2 + 0.5[0.12 - 0.11]^2 + 0.3[0.06 - 0.11]^2 = 0.0013$$

$$Std(r_a) = \sqrt{0.0013} = 0.03605551$$

**Fond B**

$$Var(r_b) = 0.2[0.05 - 0.23]^2 + 0.5[0.20 - 0.23]^2 + 0.3[0.40 - 0.23]^2 = 0.0156$$

$$Std(r_b) = \sqrt{0.0156} = 0.1249$$



# Måling av risiko

## Sammensatt fond

Vi antar nå at investeringsbeløpet er likt fordelt mellom de to fondene, dvs  $w_1 = 1/2, w_2 = 1 - w_1 = 1/2$ .

	Tilstand	Sansynlighet	Avk. A	Avk. B	w_a	w_b	Avk. C
1	1	0.2	0.16	0.05	0.5	0.5	0.105
2	2	0.5	0.12	0.2	0.5	0.5	0.16
3	3	0.3	0.06	0.4	0.5	0.5	0.23

Risikoen til det sammensatte fondet C kan måles ved bruk av både metode 1 og 2.

### Metode 1

$$\begin{aligned}Var(r_c) &= 0.2[0.016 - 0.02]^2 + 0.5[0.016 - 0.02]^2 + 0.3[0.016 - 0.02]^2 = 0.001975 \\Std(r_c) &= \sqrt{0.001975} = 0.044\end{aligned}$$

### Metode 2

$$\begin{aligned}Var(r_c) &= (1/2)^2(0.0013) + (1/2)^2(0.0156) - 2(1/2)(1/2)0.045 = 0.001975 \\Std(r_c) &= \sqrt{0.001975} = 0.044\end{aligned}$$

Hvor vi har benyttet at

$$\begin{aligned}Kov(r_a, r_b) &= 0.2[0.16 - 0.11][0.05 - 0.23] + 0.5[0.12 - 0.11][0.20 - 0.23] + \\&\quad 0.3[0.06 - 0.11][0.40 - 0.23] = -0.0045\end{aligned}$$

**Øvelse:** Ved bruk av Excel, forsøk å replikere resultatene fra følgende tabell

	Tilstand	Pr(s)	r_a(s)	r_b(s)	w1	w2	r_p(s)	Pr(s)r_p(s)	rp(s)-E(r_p)	[rp(s)-E(r_p)]^2
1	1	0.2	0.16	0.05	0.25	0.75	0.0775	0.0155	-0.1225	0.0030013
2	2	0.5	0.12	0.2	0.25	0.75	0.18	0.09	-0.02	2e-04
3	3	0.3	0.06	0.4	0.25	0.75	0.315	0.0945	0.115	0.0039675

Hvor  $E(r_p) = 0.2$ ,  $Var(r_p) = 0.0071688$  og  $Std(r_p) = 0.0846688$

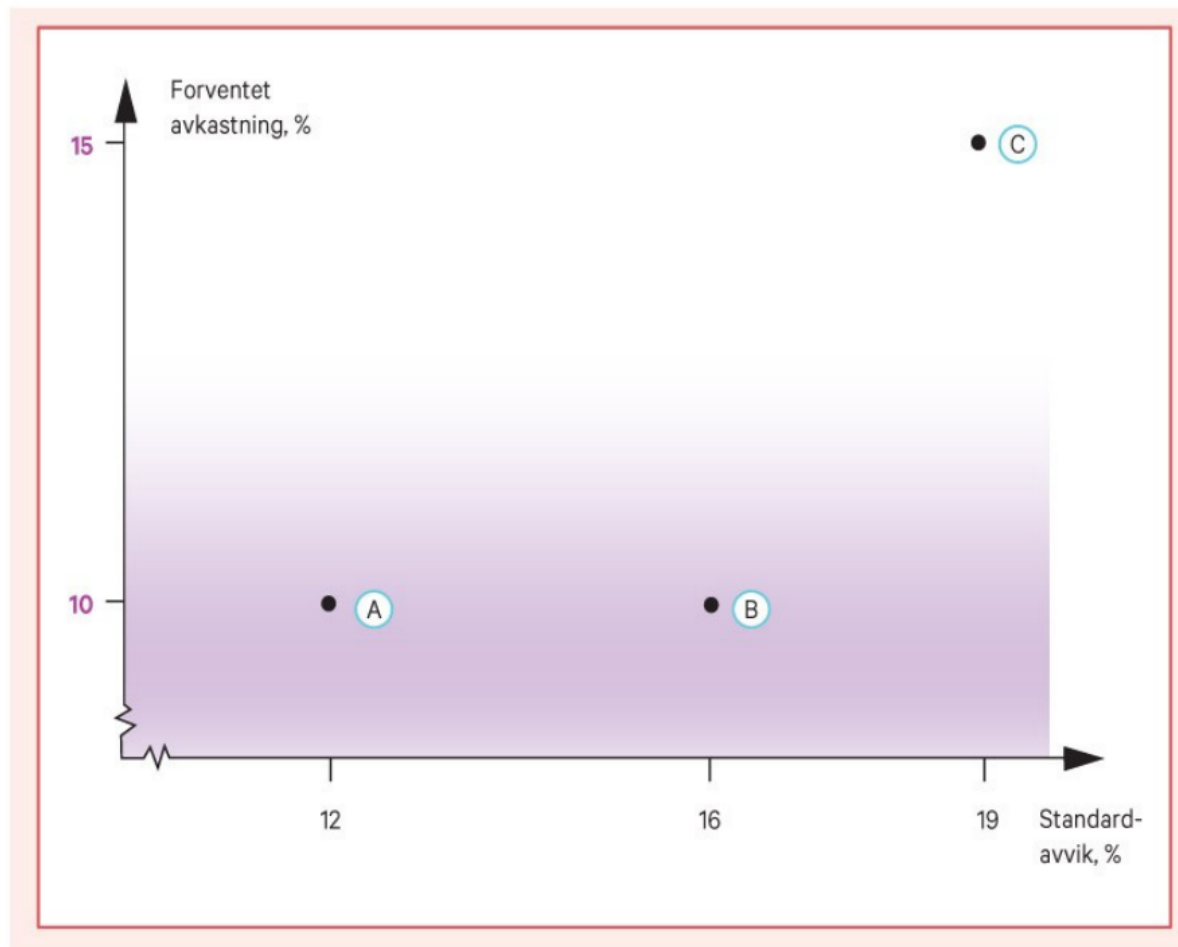
# Risikoholdning og risikokompensasjon

## Holdning

Vi kan skille mellom *risiknøytrale* og *risikoaversje* aktører

- Risikonøytral kun opptatt av forventet avkastning (+)
  - Bedre ut: Nordover et diagram med risiko på x-aksen og forventet avkastning på y-aksen
- Risikoaversj opptatt av forholdet mellom forventet avkastning (+) og risiko (-)
  - Bedre ut: Nordøstover i et diagram med risiko på x-aksen og forventet avkastning på y-aksen

I dette kurset legger vi til grunn at alle aktørene er risikoaversje (ikke villig til å bære usikkerhet gratis), men at graden av risikoaversjon kan variere mellom de ulike aktørene.



**FIGUR 2.1** Forventet avkastning og standardavvik for tre porteføljer.

## Risikokompensasjon (litt empiri)

Finner man igjen dette i det observerte tallmateriale?

### Veldiversifisert portefølje

Gjennomsnitt Standardavvik		
1	Risikofri rente	0.015 0.01
2	Aksjeindeks	0.068 0.127

### Udiversifisert portefølje

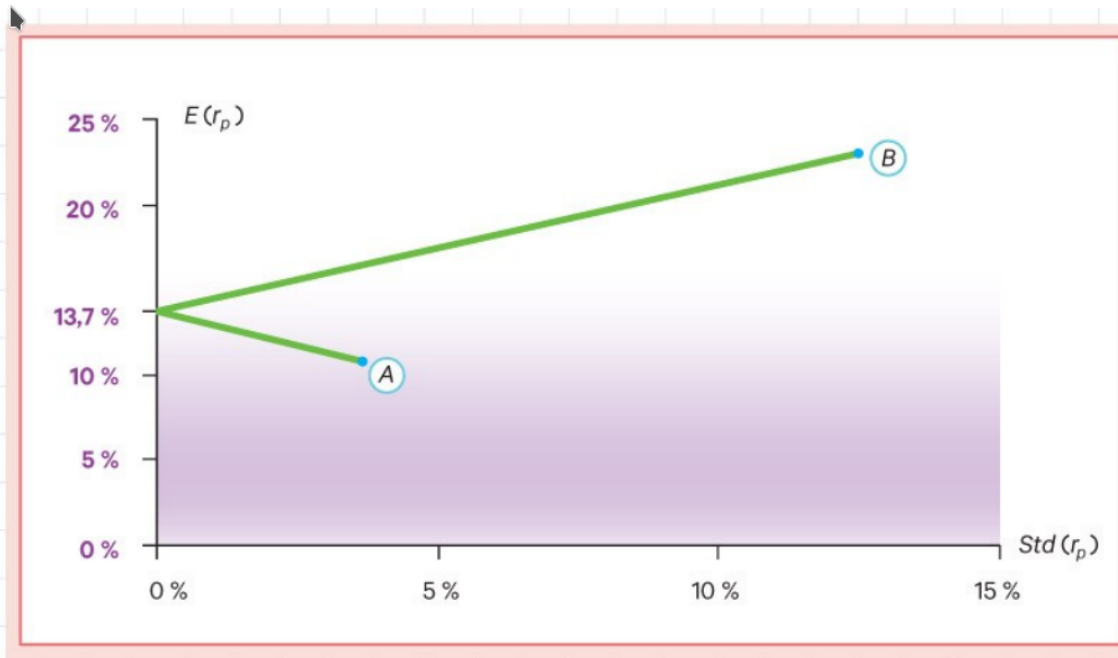
Gjennomsnitt Standardavvik		
1	Yara	0.07 0.29
2	Itera	0.07 0.27
3	Aker Solutions	0.08 0.31
4		
5	Portefølje (3 aksjer)	0.07 0.21

## Hovedresultater fra undersøkelsen

1. Det er mye å hente ved diversifisering: Risikoen kan reduseres kraftig uten at du taper noe i form av lavere forventet avkastning
2. Risikokompensasjonen for en enkeltaksje er ikke knyttet til aksjens standardavvik (totalrisiko). Relevant risiko må derfor måles på andre måter.

# Endring av porteføljevekter og samvariasjon

## Porteføljevekter



**FIGUR 2.3** Porteføljens forventede avkastning og standardavvik ved varierende vekter.



**Øvelse:** Forsøk å repliker følgende resultater i Excel

Tabell	R-kode (ikke pensum)	Figur
--------	----------------------	-------

	Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	1	0.2	0.16	0.05
2	2	0.5	0.12	0.2
3	3	0.3	0.06	0.4

## Korrelasjonskoeffisienten (standardisert mål på samvariasjon)

$$Kor(r_a, r_b) = \frac{Kov(r_a, r_b)}{S(r_a)S(r_b)} \quad (16)$$

- $Kor(r_a, r_b) = 1$  (helt avhengige)
- $Kor(r_a, r_b) = 0$  (helt uavhengige)
- $Kor(r_a, r_b) = -1$  (helt motsatt avhengige)

Løser denne for  $Kov(r_a, r_b) = Kor(r_a, r_b)S(r_a)S(r_b)$

Som gjør at vi kan skrive

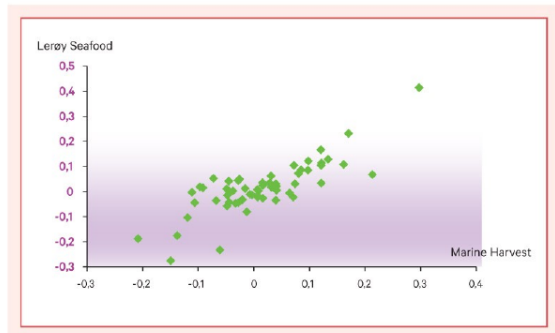
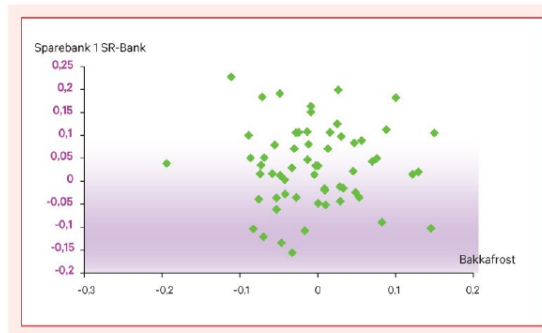
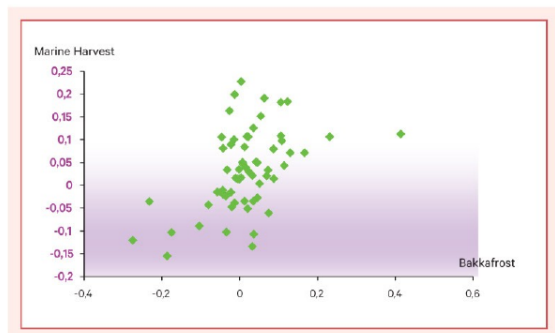
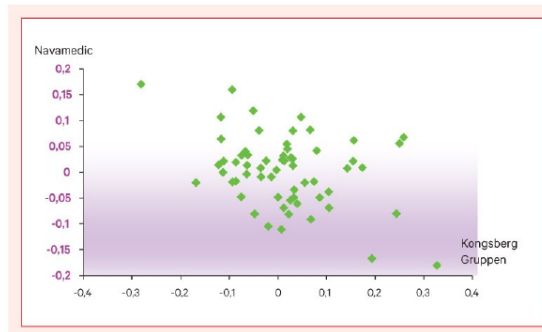
$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1w_2Kor(r_a, r_b)S(r_a)S(r_b) \quad (17)$$

Holder vi oss til eksempel 2.1, innebærer dette at beregningene av porteføljevariansen også kan uttrykkes som

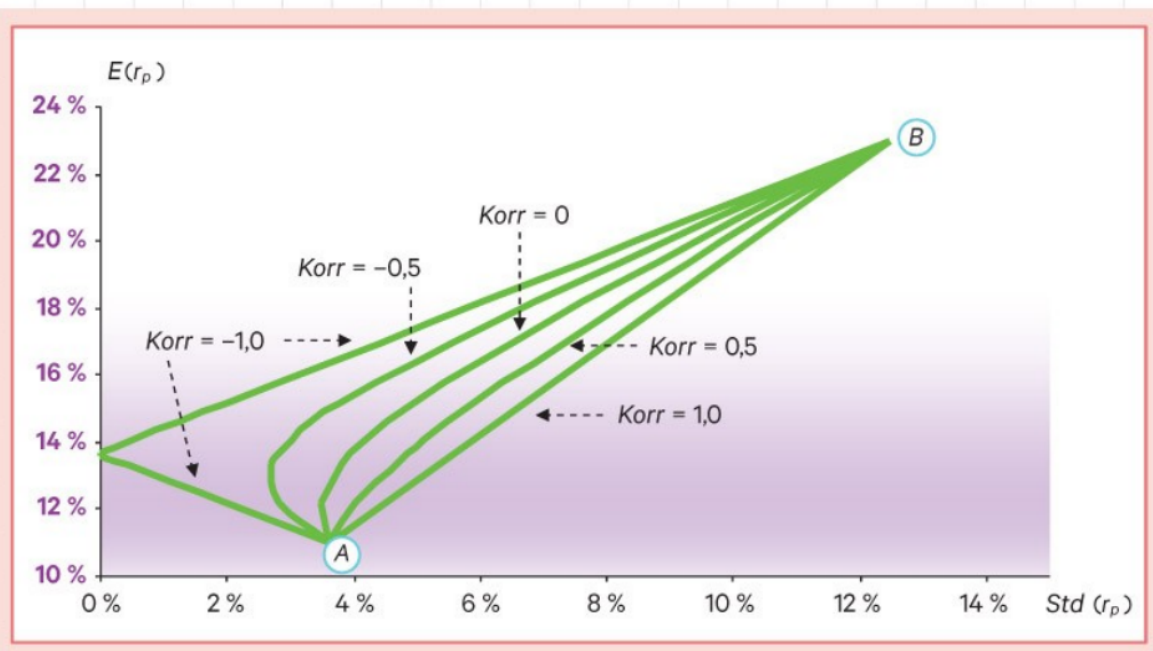
$$Kor(r_a, r_b) = \frac{-0.0045}{0.036 \cdot 0.125} = -1$$

Mens variansen til porteføljen kan uttrykkes som

$$Var(r_p) = \frac{(1/2)^2(0.0013) + (1/2)^2(0.0156) - 2(1/2)(1/2)0.036 \cdot 0.125}{0.001975}$$

a) Lerøy Seafood kontra Marine Harvest ( $Korr = 0,90$ )c) Sparebank 1 SR-Bank kontra Bakkafrøst ( $Korr = 0,03$ )b) Marine Harvest kontra Bakkafrøst ( $Korr = 0,49$ )d) Navamedic kontra Kongsberg Gruppen ( $Korr = -0,37$ )**FIGUR 2.2**

Punktsvermer for parvis, månedlig avkastning i perioden januar 2011 til desember 2015 for seks utvalgte aksjer.



**FIGUR 2.4**

Forventet avkastning og standardavvik for en toaksjeportefølje ved varierende vekt og ulike korrelasjonskoeffisienter. Data fra tabell 2.3.

**Øvelse:** Forsøk å replikere følgende tabell i Excel

Tabell	R-kode (ikke pensum)	Figur
--------	----------------------	-------

	Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	1	0.2	0.16	0.05
2	2	0.5	0.12	0.2
3	3	0.3	0.06	0.4