Høgskolen i Østfold

Emnekode: SFB30820

Eksamensdato: 10.12.2021

Tidspunkt: 09:00 (4-timer)

Målform: Bokmål

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Kursansvarlig: Jørn I. Halvorsen (41611857)

Generell informasjon: Eksamen består av fem oppgaver. Det er mulig å svare fullstendig på alle spørsmålene gjennom korte og poengterte svar. Formelsamling tilhørende oppgavene er vedlagt som appendiks.

Oppgave 1: Generell forståelse (20 prosent)

1. Tilhørende en forventet kontantstrøm for en bestemt periode, forklar hva som menes med begrepene sannsynlighet, tilstand og utfall.
   Sannsynlighet: Verdi mellom 0 og 1 som angir sannsynligheten for at en tilstand vil inntreffe.
   Tilstand: En bestemt situasjon som inntreffer.
   Utfall: Kontantstrømmen tilhørende en gitt tilstand.
2. Beskriv ved bruk av et eksempel hvorfor risikoen i en portefølje reduseres når antall aksjer i porteføljen øker fra en til to.
   Gitt at kontantstrømmene ikke er perfekt korrelerte, vil totalrisikoen gå ned når antall aksjer øker fra en til to. Dette som en følge av at kontantstrømmen fra to aksjer vil være forskjellige og derfor delvis motvirke hverandre.
3. Anta at betaverdien tilknyttet en rekke nye prosjekter er lavere enn betaverdien for hele selskapet. I denne situasjonen, hvorfor kan det være uheldig for selskapet å benytte kapitalkostnaden for hele selskapet til å vurdere de nye prosjektene?
   Gjennomgående vil dette føre til at for få av de nye enkeltstående prosjekter vil bli igangsatt: Selskapets totalkostnad vil være høyere enn det som gjelder for de nye prosjektene, noe som isolert bidrar til øke muligheten for at de prosjektene oppnår en negativ nåverdi gjennom høyere diskontering av fremtidig positiv kontantstrøm.
4. Ta utgangspunkt i et selskap uten gjeld og med en usikker kontantstrøm. Forklar på hvilke to sentrale områder økt finansieringsrisiko, som ikke vil påvirke konkursrisikoen, påvirker aksjonæerene.
   Høyere forventet avkastning gjennom økt forventet OPA (økt overskudd per aksje).
   Høyere varians gjennom økt varians tilknyttet OPA.
5. Hva menes med en arbitrasjemulighet, og hvilken mekanisme i et marked vil sørge for at en slik tilstand ikke vil vedvare over tid?
   Arbitrasjemulighet: Tilstand hvor en kan oppnå renprofitt i form av en kostnadsfri transaksjon.
   Prismekanismen: Endrede priser vil bringe profitten mot null, noe som gjør at denne tilstanden ikke vil vedvare over tid.
6. Hva er forskjellen mellom ettleds- og toleddsbeskatning? Hvilket alternativ benytter Norge i dag?
   Ettleddskatt består kun av selskapsskatt. Mens toleddsbeskatning består både av selskapskatt og investorskatt (kreditorer og aksjonærer). Norge benytter toleddsbeskatning i dag.
7. Hva menes med agentkostnader, og hvordan kan dividendepolitikk bidra til å redusere disse?
   Agentkostander: Interessekonflikt mellom selskapets ulike interessenter: Eks. eiere som ønsker høyes mulig overskudd og ledere som også ønsker å oppnå eget godtbefinnede. Økt dividende vil redusere bedriftens kontantstrøm, noe som vil gjøre det vanskeligere for ledelsen å benytte pengene etter eget godtbefinnede, dermed som en følge redusere agentkostnadene.
8. Hva er formålet med risikostyring? Nevn navnet på tre finansielle derivater som kan benyttes til dette formålet.
   Redusere svingningene i selskapets kontantstrøm.
   Futures, forwards og opsjoner.

Oppgave 2: Porteføljeteori to selskaper (20 prosent)

For din portefølje har du mulighet til å investere et beløp på 5.000,- i selskap A og B. Avkastningen og sannsynligheten for de to ulike tilstandene selskapene kan havne i er gitt ved følgende tabell

Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	0.25	-0.1	0.2
2	0.75	0.25	0

1. Finn forventet avkastning, variansen og standardavviket til hvert enkelt av de to selskapene.
2. Ta utgangspunkt i at 2.500,- av investeringsbeløpet investeres i selskap A, mens det resterende går til selskap B. Finn forventet avkastning, varians og standardavvik til porteføljen av de to selskapene.

1. **Forventet avkastning:**
   $E(X_a) = -0.25 \cdot 0.1 + 0.75 \cdot 0.25 = 0.1625$
   $E(X_b) = 0.25 \cdot 0.2 - 0.75 \cdot 0 = 0.05$
2. **Varians:**
   $Var(X_a) = 0.25[-0.1 - 0.1625]^2 + 0.75[0.25 - 0.1625]^2 = 0.0229687$
   $Var(X_b) = 0.25[0.2 - 0.05]^2 + 0.75[0 - 0.05]^2 = 0.0075$
3. **Standardavvik:**
   $Std(X_a) = \sqrt{0.0229687} = 0.1515544$
   $Std(X_b) = \sqrt{0.0075} = 0.0866025$

1. **Vekter:**
   $w_a = 2500/5000 = 0.5$ $w_n = 1 - 0.5 = 0.5$
2. **Forventet avkastning:**
   $E(r_p) = 0.5 \cdot 0.1625 + 0.5 \cdot 0.05 = 0.10625$
3. **Varians:**
   Vi har først at $Kov(r_a, r_b) = 0.25[(-0.1 - 0.1625)(0.2 - 0.05)] + 0.75[(0.25 - 0.1625)(0 - 0.05)] = -0.013125$
   Som forteller oss at

$Var(r_p) = 0.5^2(0.00229687) + 0.5^2(0.0075) - 2(0.5)(0.5)0.013125 = 0.0010547$

4. **Standardavvik:**
   $Std(r_p) = \sqrt{0.0010547} = 0.032476$

Oppgave 3: Kapitalverdimodellen og justert-nåverdi (20 prosent)

Lise Spetalen AS holder til på Sandviken Storsenter. Selskapet utøver rådgivningstjenester tilknyttet bank og forsikring. Tilknyttet en fusjon er det estimert at selskapets egenkapitalbeta $\beta_E = 1.50$ og gjeldsbeta lik $\beta_G = 0.25$. Den risikofrie renten i markedet på 1.5 prosent, mens forventet avkastning på markedesporteføljen anslås til 10 prosent og selskapet betaler ikke skatt. Totalt sett har Lise Spetalen AS 100 aksjer utestående med beregnet markedspris lik 2.000,-. Utestående gjeld er på 200.000,-

1. Basert på disse opplysningene, klarer du å finne totalkapitalkostnaden til selskapet?

Framgangsmåte for å bestemme totalkapitalkostnaden til et selskap
(1): Beregne vektene (markedsverdi) for egenkapital og gjeld

$$w_E = \frac{100 \cdot 2000}{100 \cdot 2000 + 200000} = 0.5$$
$$w_G = \frac{200000}{100 \cdot 2000 + 200000} = 0.5$$

(2): Kapitalkostnad for egenkapital

$$k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - rf] = 0.015 + 1.50[0.10 - 0.015] = 0.1425$$

(3): Kapitalkostnad for gjeld

$$k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - rf] = 0.015 + 0.50[0.10 - 0.015] = 0.03625$$

(4): Totalkapitalkostnad for selskapet

$$k_T = k_E w_E + k_G(1-s)w_G = 0.50 \cdot 0.1425 + 0.50 \cdot (1 - 0.00) \cdot 0.03625 = 0.089375$$

2. Dersom selskapet framover anslås å ha en evigvarende driftsresultat (OFR) på 200.000,-, hva er verdien til selskapet i dag?

$$NV = \frac{200.000}{0.089375} = 2237762$$

Oppgave 4: Gjeldsgrad og verdi i perfekte kapitalmarkeder og under imperfeksjoner (20 prosent)

M&M-verden uten skatt

Laptop produsenten Lapux er et nyopprettet selskap som til nå kun er finansiert med egenkapital. Egenkapitalkostnaden er på 0.08. Selskapet har budsjettert med overskudd før renter (OFR) på 4 mill for neste år og alle perioder framover. Ledelsen planlegger å øke gjeldsandelen ved tilbakekjøp av egne aksjer på 2 mill. Anta at lånerenten er 4 prosent, og at refinansieringen ikke påvirker eiendelssiden av balansen.

1. Hva er verdien til selskapet før og etter endringen i gjeldsandelen?
2. Beregn egenkapitalkostnaden etter refinansieringen.

1. **ifølge M&M1 vil ikke gjeldsandelen påvirke verdien av selskapet. Egenkapitalkostnaden vil derfor være lik totalkostnaden, både før og etter gjeldsendringen. Vi kan uttrykket dette som**

$$V = V_m = V_u = \frac{4m}{0.08} = \frac{4m}{0.08} = 50m$$

2. **Egenkapitalkostnaden kan beregnes som**

$$k_E = 0.08 + (0.08 - 0.04) \cdot 1 = 0.12$$

M&M-verden med skatt (ettleddsbeskatning)

Anta at det innføres en selskapsskatt på 25 prosent.

3. Hva er verdien til selskapet i dette tilfellet før og etter endringen i gjeldsandelen?
4. Ville du etter disse endringene anbefalt en ytterligere økning av selskapets gjeld?

3. **Verdien av selskapet påvirkes denne gangen av gjeldsendringene.**

- **Før**

$$V_M = V_U + V(\text{renteskattefordel}) = \frac{4m \cdot (1-0.25)}{0.08} = 37.5m$$

- **Etter**

$$V_M = V_U + V(\text{renteskattefordel}) V_M = \frac{4000000 \cdot (1-0.25)}{0.08} = \frac{4m \cdot (1-0.25)}{0.08} + 2m \cdot 0.25 = 37.5m + 0.5m = 38m$$

4. **Ja, innenfor forutsetningene som gjelder her, vil det hele tiden være en skattegevinst ved å øke gjeldsgraden.**

Oppgave 5: Opsjoner (20 prosent)

Binomisk opsjonsprismodell

Dagens kurs på lakseoppdrettselskapet Salmon er 320,-. Resultatet fra bruken av en ny blanding kraftfôr vil enten føre til at kursen med 50 prosent sannsynlighet stiger 480, eller med 50 prosent faller til 240. Tre-måneders risikofri rente er gitt ved 1 prosent. Innløsningskursen på en opsjon med forfall om 3 måneder er 380,-

1. Hvor stor må sikringsforholdet (dvs. utstedte kjøpsopsjoner per aksje), m, for at porteføljen av aksjer og opsjoner skal være risikofri?
2. Benytt den binomiske opsjonsprismodellen til å finne verdien av denne kjøpsopsjonen.

1. **Gitt at sikringsporteføljen er risikofri, må de to mulige utfallene på tidspunkt 1 være identiske. Vi må derfor kunne kreve at:**

$$m = 320 \frac{1.5 - 0.75}{100 - 0} = 2.4$$

2. **Starter først med å finne**

$$q = \frac{1 + 0.01 - 0.75}{1.5 - 0.75} = 0.35 \text{ og } (1-q) = 1 - 0.35 = 0.65$$

Verdien av kjøpsopsjonen er med det gitt ved

$$K_0 = \frac{1}{0.01}[0.35 \cdot 100 + 0.65 \cdot 0] = 34.3$$

Black-Scholes-modellen

For et mer realistisk anslag på kjøpsverdien til en opsjon ønsker du nå å benytte Black-Scholes-modellen. Ved hjelp av programvare er det beregnet at

- $N(d_1 = -1.08) = 0.14$
- $N(d_2 = -1.22) = 0.11$

3. Kan du gi en økonomisk tolkning for de to sannsynlighetene $N(d_1)$ og $N(d_2)$?
4. Anta nullrente, 30 dager til forfall og som tidligere at $A_0 = 320$ mens $I = 340$. Hva er opsjonens kjøpsverdi?
5. Klarer du også å finne opsjonens sikringsforhold?

3.

- $N(d_1)$ **har tolkning som antall kroner opsjonsverdien endrer seg med når aksjeprisen endres med en krone.**
- $N(d_2)$ **har tolkning som sannsynligheten for at opsjonen er "in-the-money" ved forfall.**

4.

$$K_0 = 320 \cdot 0.14 - e^{0 \cdot (32/365)} 340 \cdot 0.11 = 7.4$$

5.

$$m = \frac{1}{0.14} = 7.14$$

Appendiks: Formelsamling

Justert nåverdi

Risikojustert-rente-metoden (RJ-metoden)

$$NV = \sum_{t=0}^{T} \frac{E(X_t)}{(1+k)^t} = E(X_0) + \frac{E(X_1)}{(1+k)^1} + \frac{E(X_2)}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{E(X_T)}{(1+k)^T}$$

$$\text{k} = \text{risikofri rente} + \text{risikopremie}$$

Forventet kontantstrøm

$$E(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

Porteføljeavkastning

Selve porteføljeavkastningen (rp) uten skatt er gitt ved

$rp = \frac{P_T + Div_{0,T} - P_0}{P_0}$

Metode 1: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

Metode 2: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(X_i) = w_1 E(X_1) + w_2 E(X_2) + \ldots + w_N E(X_N)$$

Måling av risiko

Metode 1 for måling av risiko (1-n investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[X(s) - E(X)]^2 = \\ Pr(1)[X(1) - E(X)]^2 + Pr(2)[X(2) - E(X)]^2 + \ldots + \\ Pr(S)[X(S) - E(X)]^2$$

- Standardavvik

$$Std(X) = \sqrt{Var(X)}$$

Metode 2 for måling av risiko (2 investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Kov(r_1, r_2)$$

  Hvor samvariasjonen er gitt ved

$$Kov(r_1, r_2) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[r_1(s) - E(r_1)][r_2(s) - E(r_2)] \\ Pr(1)[r_1(1) - E(r_1)][r_2(1) - E(r_2)] + \\ Pr(2)[r_1(2) - E(r_1)][r_2(2) - E(r_2)] + \ldots + \\ Pr(S)[r_1(S) - E(r_1)][r_2(S) - E(r_2)]$$

- Standardavviket

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(r_p)}$$

Korrelasjonskoeffisienten (standardisert mål på samvariasjon)

$$Kor(r_a, r_b) = \frac{Kov(r_a, r_b)}{S(r_a)S(r_b)}$$

- $Kor(r_a, r_b) = 1$ (helt avhengige)
- $Kor(r_a, r_b) = 0$ (helt uavhengige)
- $Kor(r_a, r_b) = -1$ (helt motsatt avhengige)

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Kor(r_a, r_b)S(r_a)S(r_b)$$

Betaverdien til en aksje eller et prosjekt

$$\beta_j = \frac{Kov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$$

$$\beta_j = \frac{Kor(r_j, r_m)Std(r_j)}{Std(r_m)}$$

Kapitalkostnad for egenkapital og gjeld (KVM)

- Kapitalkostnad for egenkapital

$$k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$$

- Kapitalkostnad for gjeld

$$k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$$

- Totalkapitalkostnaden (gjennomsnittskostnaden) for egenkapital og gjeld

$$w_E = \frac{E}{E+G}$$

$$w_G = \frac{G}{E+G}$$

$$k_T = k_E w_E + k_G(1-s)w_G$$

Gjeldsgrad og risiko

1. Gjeldsandel: (mellom 0 og 1)

$$G/(G+E)$$

2. Gjeldsgrad (mellom 0 og ∞)

$$G/E$$

Formelt (uten skatt, men med konkursrisiko)

- Systematisk investeringsrisiko

$$\beta_I = w_E \beta_E + w_G \beta_G$$

Hvor $w_E = \frac{E}{E+G}$ og $w_G = \frac{G}{E+G}$.

$$\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(\frac{G}{E})$$

- Uten konkursrisiko ($\beta_G = 0$)

$$\beta_E = \beta_I(1 + \frac{G}{E})$$

Gjeldsgrad under skatt

Miller & Modigliani (M&M)

$$k_G = \frac{r \cdot PG}{G}$$

$$k_E = \frac{E(OER)}{E}$$

$$k_T = \frac{E(OFR)}{V}$$

- **M&M-1:**

$$V = \frac{E(OFR)}{k_T} = \frac{E(OFR)}{k_U}$$

- **M&M-2:**

$$k_E = k_T + (k_T - k_G)\frac{G}{E} = k_U + (k_U - k_G)\frac{G}{E}$$

Ettledsbeskatning

Miller og Modigliani med skatt

- **M&MSkatt-1**

$$\begin{aligned} V_M &= V_U + V(\text{Renteskattegevinst}) \\ &= \frac{(OFRS)(1-s)}{k_U} + PGs \\ &= V_u + PGs \end{aligned}$$

- **M&MSkatt-2**

$$k_E = k_U + (k_U - k_G)(1-s)\frac{G}{E}$$

Dividende

Opsjoner

Opsjonens kontantstrøm ved forfall (t=T)

Kjøpsopsjon

$$K_T = \max[0, (A_T - I)]$$

Salgsopsjon

$$S_T = \max[0, (I - A_T)]$$

Salg-kjøp-paritet (SKP)

Aksjer, obligasjoner, og kjøps- og salgsopsjoner kan kombineres parvis slik at den blir gitt den samme kontantstrømmen på innløsningstidspunktet.

$$A_T + S_T = B_T + K_T$$

Sikringsporteføljen

$$m = A_0 \frac{\theta - n}{K_\theta - K_n}$$

Bestemmelse av opsjonsverdi før forfall

$$K_0 = \frac{1}{1 + r_f}[qK_\theta + (1-q)K_n]$$

Hvor de to *sikringssannsynlighetene* (risikojusert sannsynligheter) for q og $1 - q$ er definert som

$$q = \frac{1 + r_f - n}{\theta - n} \text{ og } (1-q) = \frac{\theta - 1 - r_f}{\theta - n}$$

Black-Scholes-modellen

$$K_0 = A_0 N(d_1) - Ie^{-i_f T} N(d_2)$$

Vi har videre at

$$d_1 = \frac{ln(\frac{A_0}{I}) + i_f T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

mens sikringsforholdet er bestemt av $m = \frac{1}{N(d_1)}$