

# Forelesning 4: Effisiens

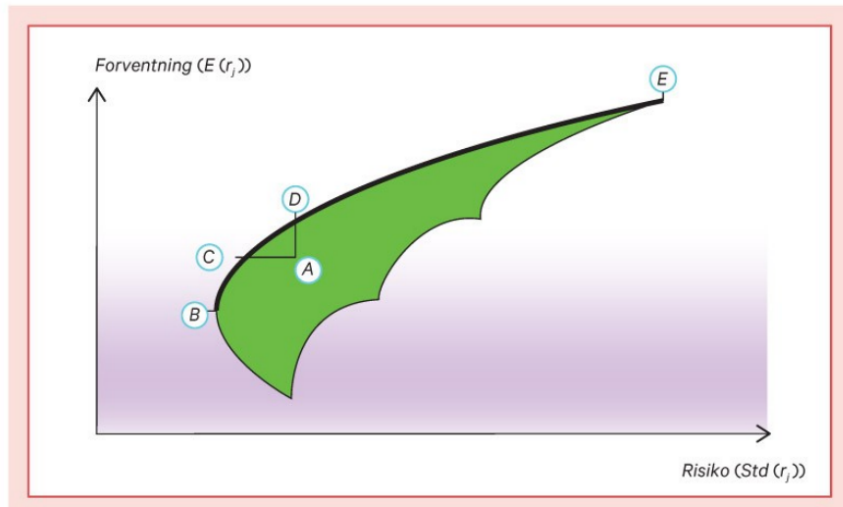
## Læringsmål:

- Forklare begrepene effisiente og ineffisiente porteføljer og konstruere slike porteføljer ut fra data.

Oppdatert: 2022-09-05

# Effisiente porteføljer

## Effisienslinjen uten risikofritt alternativ

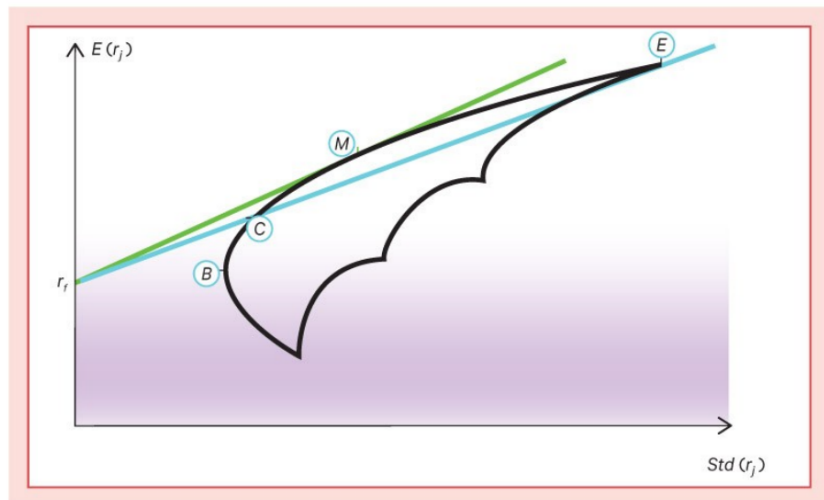


**FIGUR 3.1** Mulighetsområde og effisiente porteføljer.

**Øvelse::** Ta utgangspunkt i forventning-standardavvik-kriteriet, og forklar hvorfor kurven B-C-D-E utgjør et *effisient sett* av porteføljer.

		Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	1		0.2	0.16	0.05
2	2		0.5	0.12	0.2
3	3		0.3	0.06	0.4

## Effisienslinjen med risikofritt alternativ



**FIGUR 3.2** Mulighetsområde og effisiente porteføljer når investor både kan investere i aksjer og spare eller låne risikofritt.

- Den blå linjen viser kombinasjoner av investeringer i risikofritt alternativ og den effiseinte akseporteføljen C
  - Til venstre for C vil en andel av de oppsparte investeringsbeløpet plasseres i banken
  - Til høyre for C, ingen sparing så akseporteføljen blir der finansiert ved bruk av banklån

- Den grønne linjen viser kombinasjoner av investeringer i risikofritt alternativ og den effisiente aksjeporteføljen M
  - Til venstre for M vil en andel av de oppsparte investeringsbeløpet plasseres i banken
  - Til høyre for M, ingen sparing så aksjeporteføljen blir der finansiert ved bruk av banklån

Merk: Vi forutsetter her (1) ingen kredittrestriksjoner og at (2) sparereenten er lik utlånsrenten

**Tofondsresultatet:**

1. Uansett graden av risikoaversjon, setter alle investorer sammen sin aksjeportefølje på nøyaktig samme måte.
2. Den enkelte investors risikoaversjon avgjør bare hvor mye som totalt skal satses på den risikable komponenten framfor den risikofrie. Ikke sammensetningen av den risikable komponenten.

**Øvelse:** Hvilken antagelse ligger implisitt til grunn under punkt 1 om investorenes forventninger?

## Utleddning av kapitalmarkedslinjen (n=2, kombinasjon av risikofri investering og markedsporteføljen M)

Forventet avkastning for porteføljen er gitt ved

$$E(r_p) = wr_f + (1 - w)E(r_m) \quad (29)$$

Mens variansen fremkommer som

$$\text{Var}(r_p) = (1 - w)^2 \text{Var}(r_m) \quad (30)$$

Tar vi kvadratroten av denne på begge sider får vi

$$\frac{\text{Std}(r_p)}{\text{Std}(r_m)} = (1 - w) \quad (31)$$

Porteføljeavkastningen kan dekomponeres til å bestå av

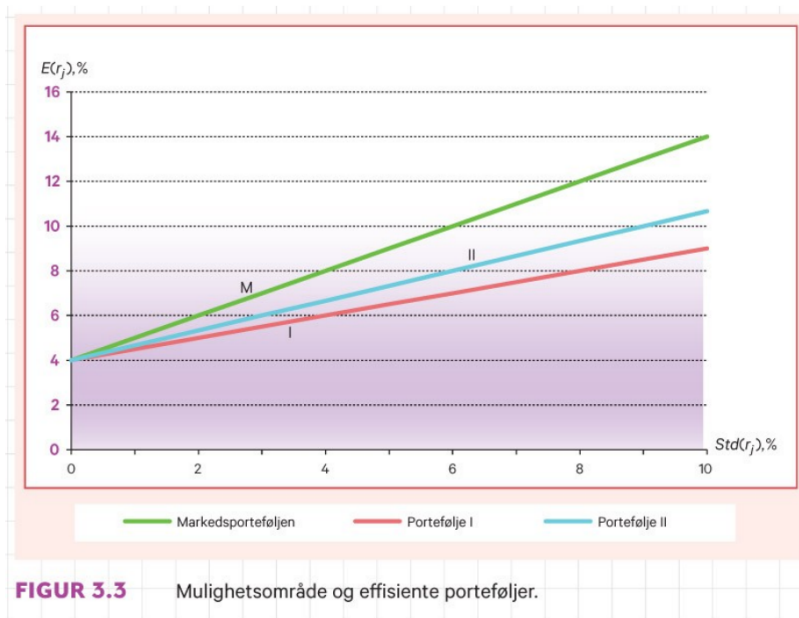
$$E(r_p) = wr_f + (1 - w)E(r_m) + (r_f - r_f)$$

$$E(r_p) = r_f + (1 - w)(E(r_m) - r_f)$$

Kombinerer uttrykket for forventet avkastning og standardavvik ved å sett inn for  $1 - w$  gjør at vi kan skrive

$$E(r_p) = r_f + \frac{\text{Std}(r_p)}{\text{Std}(r_m)} (E(r_m) - r_f) \Leftrightarrow \quad (32)$$

- Gitt at  $0 < w < 1 \Rightarrow E(r_p) < E(r_m)$
- Gitt at  $w = 1 \Rightarrow E(r_p) = E(r_m)$
- Gitt at  $w > 1 \Rightarrow E(r_p) > E(r_m)$



Fra eksempel 3.1-3.2 har vi følgende opplysninger

	Forventet avkastning	Standardavik
1 Markedsporteføljen	0.07	0.03
2 Portefølje I	0.05	0.02
3 Portefølje I	0.08	0.06
4 Risikofri rente	0.04	0

- Vi har at investor A (stor grad av risikoaversjon) ønsker å plassere 80 prosent av formuen risikofritt
  - $E(r_p) = 0.8 \cdot 0.04 + 0.2 \cdot 0.07 = 0.046$
  - $V \text{ ar}(r_p) = 0.8^2 \cdot 0 + 0.2^2 \cdot 0.03^2 + 2 \cdot 0.8 \cdot 0.2 \cdot 0 = 0.00004$
  - $\text{Std}(r_p) = \sqrt{0.00004} = 0.006$
- Vi har at investor B (liten grad av risikoaversjon) ønsker at forventet avkastning i porteføljen skal være på 8.5%
  - $0.085 = w \cdot 0.04 + (1 - w) \cdot 0.07 \Leftrightarrow w = -0.5$  og  $1 - w = 1.5$
  - $V \text{ ar}(r_p) = -0.5^2 \cdot 0 + 1.5^2 \cdot 0.03^2 \cdot 0.07 + 2 \cdot 0.5 \cdot 1.5 \cdot 0 = 0.02$
  - $\text{Std}(r_p) = \sqrt{0.02} = 0.045$