Finansteori

Emnekode: SFB30820 (kontinuasjon)

Eksamensdato: 23.02.2024

Tidspunkt: 09:00 (4-timer)

Målform: Bokmål

Tillatte hjelpemidler: Godkjent kalkulator

Kursansvarlig: Jørn I. Halvorsen (41611857)

Generell informasjon: Eksamen består av fem oppgaver. Det er mulig å svare fullstendig på alle spørsmålene gjennom forholdsvise korte og poengterte svar. Formelsamling er vedlagt som appendiks. For kalkulatorutregninger bør man benytte *fem* desimaler for prosent og andeler, men for beløp i kroner tilstrekkelig med *to* desimaler .

Oppgave 1: Generell forståelse (25 prosent)

1. For en kontantstrøm tilknyttet et investeringsprosjekt i en bestemt periode, forklar hva som menes med begrepene sannsynlighet, tilstand, utfall og forventet verdi.
   Tilstand er et sett som representerer alle mulige tilstander som prosjektet kan havne i. Sannsynlighet er en verdi mellom 1 og 1 som angir Sannsynligheten for at tilstanden inntreffer. Utfall er verdien til kontantstrømmen i de ulikt tilstandene. Forventet verdi er summen av produktet sannsynlighet multiplisert kontantstrøm for de ulike tilstandene og angir (vektede) gjennomsnittet til fordelingen.

2. Det hevdes fra mange hold at verdensøkonomien framover vil være preget av stor usikkerhet. Kan du tilknyttet dette gi noen eksempler på kilder til systematisk risiko, videre forklare hvordan den typen av risiko skiller seg fra usystematisk risiko?
   System risiko: Her kan man for eksempel vise til krigen i Ukraina, bruken av kunstig inntelligens, utviklingen i Kina, valget i USA og teknologiomstillingen som det grønne skiftet fører med seg, som alle har potensiale til å påvirke økonomien gjennom faktorer som handel, råvarepriser og renteutvikling. Systematisk risiko skiller seg fra usystematisk risiko ved at variasjon til sistnevnte lar seg diversifisere bort ved å øke antall objekter i en portefølje.

3. Hva forteller det oss om risikoen til et prosjekt dersom vi kan fastsette at β (betaverdien) til prosjektet er (i) lik null, (ii) mellom 0 og 1 og (iii) større enn en?
   Betaverdien er et mål som angir den systematiske eller relevante risikoen til et prosjekt, og kan forstås som forholdet mellom aksjens eller prosjektets risiko i forhold til markedsporteføljen gitt ved $\beta_j = \frac{Kov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$ Er $\beta_j = 0$ Risikofri aksje (null systematisk risiko, man kan innehold usystematisk risiko), $\beta_j < 1$ mindre følsom enn markedsporteføljen, $\beta_j < 1$ mindre følsom enn markedsporteføljen

4. Hva menes med agentkostnader, og hvordan kan dividendepolitikken bidra til å redusere disse?
   Agentkostander: Interessekonflikt mellom selskapets ulike interessenter: Eks. eiere som ønsker høyes mulig overskudd og ledere som også ønsker å oppnå eget godtbefinnede. Økt dividende vil redusere bedriftens kontantstrøm, noe som vil gjøre det vanskeligere for ledelsen å benytte pengene etter eget godtbefinnede, dermed som en følge redusere agentkostnadene.

5. Hva er forskjellen mellom ettleds- og toleddsbeskatning, og hvilket alternativ benytter Norge i dag?
   Ettleddskatt består kun av selskapsskatt. Mens toleddsbeskatning består både av selskapskatt og investorskatt (kreditorer og aksjonærer). Norge benytter toleddsbeskatning i dag.

6. Hva menes med en arbitrasjemulighet (benytt gjerne et eksempel), og hvilken mekanisme i et marked vil sørge for at en slik tilstand ikke vil vedvare over tid?
   Arbitrasjemulighet: Tilstand hvor en kan oppnå renprofitt i form av en kostnadsfri transaksjon. Prismekanismen: Endrede priser vil bringe profitten mot null, noe som gjør at denne tilstanden ikke vil vedvare over tid.

7. Sett med aksjonærene øyne, hva vil typisk være den positive og negative effekten som oppnås ved en økning i gjeldsgraded?
   Positivt: Fordi forventet OPA (overskuddet deles nå på færre aksjonærer). Negativt: Økte faste renteutbetalinger vil medføre at usikkerheten til OPA øker.

Oppgave 2: Porteføljeteori (20 prosent)

For din portefølje har du mulighet til å investere et beløp på 20000,- i selskap A og B. Avkastningen og sannsynligheten for de to ulike tilstandene selskapene kan ha er gitt ved følgende tabell

Tilstand	Sannsynlighet	Avkastning A	Avkastning B
1	0.6	-0.05	0.06
2	0.4	0.16	0.02

1. Finn forventet avkastning, variansen og standardavviket til hvert enkelt av de to selskapene.
   1. **Forventet avkastning:**
      $E(X_a) = 0.6 \cdot -0.05 + 0.4 \cdot 0.16 = 0.034$
      $E(X_b) = 0.6 \cdot 0.06 + 0.4 \cdot 0.02 = 0.044$
   2. **Varians:**
      $Var(X_a) = 0.6 \cdot [-0.05 - 0.034]^2 + 0.4 \cdot [0.16 - 0.034]^2 = 0.010584$
      $Var(X_b) = 0.6 \cdot [0.06 - 0.044]^2 + 0.4 \cdot [0.02 - 0.044]^2 = 0.000384$
   3. **Standardavvik:**
      $Std(X_a) = \sqrt{0.010584} = 0.102879$
      $Std(X_b) = \sqrt{0.000384} = 0.019596$
2. Ta utgangspunkt i at 5000,- av investeringsbeløpet investeres i selskap A, mens det resterende går til selskap B. Finn forventet avkastning, varians og standardavvik til en portefølje bestående av de to selskapene.
   1. **Vekter:**
      $w_a = 5000/20000 = 0.25$
      $w_b = 15000/20000 = 0.75$
   2. **Forventet avkastning:**
      $E(r_p) = 0.25 \cdot 0.034 + 0.75 \cdot 0.044 = 0.0415$
   3. **Varians:**
      Vi har først at
      $$\begin{aligned} Kov(r_a, r_b) = \\ 0.6[(-0.05 - 0.034)(0.06 - 0.044)] + \\ 0.4[(0.16 - 0.034 - 0.034)(0.02 - 0.044))] = \\ -0.002016 \end{aligned}$$
      Som forteller oss at
      $$\begin{aligned} Var(r_p) = 0.25^2 \cdot (0.010584) + 0.75^2 \cdot (0.000384) + \\ 2 \cdot 0.25 \cdot 0.75 \cdot -0.002016 \\ = 0.000122 \end{aligned}$$
   4. **Standardavvik:**
      $Std(r_p) = \sqrt{0.000122} = 0.011023$
3. Forklar hvorfor risikoen i en portefølje her reduseres når antall aksjer i porteføljen øker fra en til to.
   Gitt at kontantstrømmene ikke er perfekt korrelerte, vil totalrisikoen gå ned når antall aksjer øker fra en til to. Dette som en følge av at kontantstrømmen fra to aksjer vil være forskjellige og derfor delvis motvirke hverandre.

Oppgave 3: Porteføljeteori og boligmarkedet (20 prosent)

I utgangspunktet har vi følgende opplysninger fra et boligmarked som er blitt analysert

	Forventet avkastning	Standardavik
Boligmarkedet	0.12	0.04
Risikofri rente	0.04	0.00

De to boliginvestorene Kari Risk og Olav Trygg har begge en egenkapital på 4000000,- som de ønsker å plasere i boligmarkedet.

1. Kari Risk er en risikosøkende investor som ønsker at forventet avkastning på sin investering skal være på 24 prosent. Gitt at vi her legger til grunn samme antakeler som for porteføljeteorien, hvor mye vil hun invester i boligmarkedet.
   Vi har at $E(r_p) = wr_f + (1-w)E(r_m)$. Ved å sette inn for opplysningene ovenfor gir dette oss
   $0.24 = w \cdot 0.04 + (1-w) \cdot 0.12$
   Som løst mhp. w gir oss
   $w = -1.5$ **og** $1 - w = 1 - -1.5 = 2.5$
   Det tilsvarer et investeringsbeløp: $2.5 \cdot 4000000 = 10000000$**, hvorav lånet utgjør er gitt ved** 6000000**.**

2. Olav Trygg ønsker ikke full eksponering i boligmarkedet. Ved bruk av samme porteføljeteori som Kari, hvordan vil han fordele sine egenkapital gitt at forventet avkastning skal være på 8 prosent?
   Vi har at $E(r_p) = wr_f + (1-w)E(r_m)$. Ved å sette inn for opplysningene ovenfor gir dette oss
   $0.08 = w \cdot 0.04 + (1-w) \cdot 0.12$
   Som løst mhp. w gir oss
   $w = 0.5$ **og** $1 - w = 1 - 0.5 = 0.5$
   Det tilsvarer et investeringsbeløp i bolig: $0.5 \cdot 4000000 = 2000000$**, hvorav oppspart midler utgjør er gitt ved** 2000000**.**

3. Både får Kari og Olav finn tilhørende standardavvik for deres respektive portefølje.
   For Kari
   $Std(r_p) = 2.5 \cdot 0.04 = 0.316228$

   For Olav
   $Std(r_p) = 0.5 \cdot 0.04 = 0.141421$

4. Hvordan må finansieringsmuligheten være satt opp for at Kari Risk kan gjennomføre sin strategi, og er det helt sikkert at hun vil oppnå en høyere avkastning enn det som Olav oppnår i boligmarkedet?

- **Tilgang til boliglån hvor utlånsrenten er den samme som innlånsrenten, samt ingen kredittrestriksjoner på låneopptak.**
- **I forkant er det sannsynlig at hun oppnår en høyere avkastning enn Olav, men det utelukker ikke at det er muligheter for at den realiserte verdien faktisk vil bli lavere.**

Oppgave 4: Dividende AS (15 prosent)

Styret i Dividende AS har i en årrekke hatt et målsatt utdelingsforhold på 0.5, og ønsker også å videreføre denne politikken framover. Tilknyttet sin dividendepolitkk foretok imidlertid selskapet en endring i 2023 ved å endre justeringsfaktoren fra 0.8 til 0.2. Parallelt med den endringen foretok selskapet også en reduksjon i gjeldsgraden ved en emisjon som førte til en dobling av antall aksjonærer.

År	Overskudd	Antall aksjonærer	Målsatt utdelingsforhold	Overskudd per aksjonær	Dividende per aksje (DPA)
2021	300	15	0.5	20	5
2022	600	15	0.5	40	?
2023	900	?	0.5	?	?

Benytt Lintner-modelen og opplysningene fra tabellen ovenfor til å besvare følgende spørsmål:

a. Hva ble DPA i 2022?

$$DPA_{2022} = DPA_{2021} + a[b \cdot OPA_{2022} - DPA_{2021}] = 5 + 0.8[0.5 \cdot 40 - 5] = 17$$

b. Hva blir DPA i 2023?

$$DPA_{2023} = DPA_{2022} + a[b \cdot OPA_{2023} - DPA_{2022}] = 17 + 0.2[0.5 \cdot 30 - 17] = 16.6$$

c. Uten å regne men bare ved å tolke det generelle uttrykket, hva tror du effekten på stabiliteten av dividenden dersom justeringsfaktoren framover fortsetter å være på 0.2?
Fra det generelle uttrykket kan man se at $DPA_t = bOPA_t$ i det justeringsfaktoren går mot 1, og $DPA_t = DPA_{t-1}$ når justeringsfaktoren går mot 0. Dividenden vil derfor bli mer lik fjoråret og dermed mer stabil ved en lavere justeringsfaktor.

Oppgave 5: Opsjoner (20 prosent)

Opsjoner ved og før forfall

Ved forfallstidspunktet

a. Ved forfallstidspunktet til en kjøps- og salgsopsjon for en aksje, hvilken betingelse må være oppfylt for at en investor skal være villig til å benytte seg av rettigheten til opsjonen?
Kjøpsopsjon: Utløst dersom aksjerverdien på forfallstidspunktet er høyere enn Innløsningskursen.
Salgsopsjon: Utløst dersom aksjerverdien på forfallstidspunktet er lavere enn Innløsningskursen.

Før forfallstidspunktet

b. Hva er dine a-priori oppfatninger om opsjonsverdien til en kjøps- og salgsopsjon ved en *reduksjon* i de to tilfellene nedenfor, og har du en ide om hvorfor?

- Verdi av underliggende aksje
Verdien av kjøpsopsjon redusers med lavere aksjekurs (motsatt for salgsopsjoner). Skyldes lavere sannsynlighet for 'in-the-money'.

- Usikkerhet og tid til forfall tilknyttet den underliggende aksjen (illustrer gjerne med en figur)?
Begge faktorer bidrar negativt til redusert utfallsrom knyttet til både oppgaven og nedgang, noe som bidrar til å reduser både kjøps- og salgsverdi tilknyttet opsjonen.

Binomisk opsjonsprismodell

Dagens kurs på kunstigintelligenselskapet OpenAINOR er 3000,-. Resultatet ved implementeringen av en nyskreven algoritme vil enten føre til at kursen med 0.6 prosent sannsynlighet stiger til 4500, eller med 0.4 prosent faller til 2000,-. Tre-måneders risikofri rente er gitt ved 5 prosent. Innløsningskursen på en opsjon med forfall om 3 måneder er 2500,-.

1. Hva blir kontantstrømmen til opsjonen for de to utfallene?
Dersom kursen stiger vil kontantstrømmen være gitt ved 2000, mens ved kursfall være gitt ved 0.

2. Hvor stor må sikringsforholdet (dvs. utstedte kjøpsopsjoner per aksje), m, for at porteføljen av aksjer og opsjoner skal være risikofri?
Gitt at sikringsporteføljen er risikofri, må de to mulige utfallene på tidspunkt 1 være identiske. Vi må derfor kunne kreve at:

$$m = 3000 \frac{1.5 - 0.666667}{2000 - 0} = 1.25$$

3. Benytt den binomiske opsjonsprismodellen til å finne verdien av denne kjøpsopsjonen.

Starter først med å finne

$$q = \frac{1 + 0.05 - 0.666667}{1.5 - 0.666667} = 0.46 \text{ og } (1 - q) = 1 - 0.46 = 0.54$$

Verdien av kjøpsopsjonen er med det gitt ved

$$K_0 = \frac{1}{1 + 0.05}[0.46 \cdot 2000 + 0.54 \cdot 0] = 876.19$$

4. Basert på opplysningene vi har til nå, forklar og vis hvorfor det er mulig å finne verdien til en tilhørende salgsopsjon.

$$K_0 - S_0 = A_0 - \frac{I}{1 + r_f}$$

$$S_0 = -A_0 + \frac{I}{1 + r_f} + K_0$$

$$S_0 = -3000 + \frac{2500}{1 + 0.05} + 876.19 = 257.142381$$

Appendiks: Formelsamling

Nåverdiberegninger med og uten usikkerhet

Uten usikkerhet

Nåverdikriteriet

$$NV = \sum_{t=0}^{T} \frac{X_t}{(1+k)^t} = X_0 + \frac{X_1}{(1+k)^1} + \frac{X_2}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{X_T}{(1+k)^T}$$

Med usikkerhet/risiko

Risikojustert-rente-metoden (RJ-metoden)

$$NV = \sum_{t=0}^{T} \frac{E(X_t)}{(1+k)^t} = E(X_0) + \frac{E(X_1)}{(1+k)^1} + \frac{E(X_2)}{(1+k)^2} + \ldots + \frac{E(X_T)}{(1+k)^T}$$

$$\text{k} = \text{risikofri rente} + \text{risikopremie}$$

Forventet kontantstrøm

$$E(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

Porteføljeavkastning

Selve porteføljeavkastningen (rp) uten skatt er gitt ved

$r_p = \frac{P_T + Div_{0,T} - P_0}{P_0}$

Metode 1: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)X(s) = Pr(1)X(1) + Pr(2)X(2) + \ldots + Pr(S)X(S)$$

Metode 2: Forventet avkastning

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(X_i) = w_1 E(X_1) + w_2 E(X_2) + \ldots + w_N E(X_N)$$

Måling av risiko

Metode 1 for måling av risiko (1-n investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(X) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[X(s) - E(X)]^2 =$$
$$Pr(1)[X(1) - E(X)]^2 + Pr(2)[X(2) - E(X)]^2 + \ldots +$$
$$Pr(S)[X(S) - E(X)]^2$$

- Standardavvik

$$Std(X) = \sqrt{Var(X)}$$

Metode 2 for måling av risiko (2 investeringsobjekter)

- Varians

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Kov(r_1, r_2)$$

Hvor samvariasjonen er gitt ved

$$Kov(r_1, r_2) = \sum_{s=1}^{S} Pr(s)[r_1(s) - E(r_1)][r_2(s) - E(r_2)]$$
$$Pr(1)[r_1(1) - E(r_1)][r_2(1) - E(r_2)] +$$
$$Pr(2)[r_1(2) - E(r_1)][r_2(2) - E(r_2)] + \ldots +$$
$$Pr(S)[r_1(S) - E(r_1)][r_2(S) - E(r_2)]$$

- Standardavviket

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(r_p)}$$

Korrelasjonskoeffisienten (standardisert mål på samvariasjon)

$$Korr(r_a, r_b) = \frac{Kov(r_a, r_b)}{Std(r_a) Std(r_b)}$$

- $Korr(r_a, r_b) = 1$ (fullstendig avhengige)
- $Korr(r_a, r_b) = 0$ (uavhengige)
- $Korr(r_a, r_b) = -1$ (fullstendig motsatt avhengige)

$$Var(r_p) = w_1^2 Var(r_1) + w_2^2 Var(r_2) + 2w_1 w_2 Korr(r_a, r_b) Std(r_a) Std(r_b)$$

Måling av risiko (portefølje fra 3 til n fonds)

Metode 2 for måling av risiko (3 investeringsobjekter)

Porteføljens varians er gitt ved

$$Var(r_p) = w_a^2 Var(r_a) + w_b^2 Var(r_b) + w_c^2 Var(r_c) +$$
$$2w_a w_b Std(a) Std(b) Korr(a,b) +$$
$$2w_a w_c Std(a) Std(c) Korr(a,c) +$$
$$2w_b w_c Std(b) Std(c) Korr(b,c)$$

Mens standardavviket (som tidligere) framkommer som

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(rp)}$$

Metode 2 for måling av risiko (generell metode med n investeringsobjekter)

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i E(r_i) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) + \ldots + w_N E(r_N)$$

$$Var(r_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i^2 Var(r_i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j Kov(i,j) =$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i^2 Var(r_i) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N} \sum_{j=1}^{N} w_i w_j Std(i) Std(j) Korr(i,j)$$

$$Std(r_p) = \sqrt{Var(rp)}$$

Betaverdien til en aksje eller et prosjekt

$$\beta_j = \frac{Kov(r_j, r_m)}{Var(r_m)}$$

$$\beta_j = \frac{Korr(r_j, r_m) Std(r_j)}{Std(r_m)}$$

Utledning av kapitalmarkedslinjen (n=2, kombinasjon av risikofri investering og markedsporteføljen M

$$E(r_p) = wr_f + (1-w)E(r_m)$$

$$Var(r_p) = (1-w)^2 Var(r_m)$$

$$Std(r_p) = (1-w) Std(r_m)$$

Kapitalkostnad for egenkapital og gjeld

- Kapitalkostnad for egenkapital

$$k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$$

- Kapitalkostnad for gjeld

$$k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$$

- Totalkapitalkostnaden (gjennomsnittskostnaden) for egenkapital og gjeld

$$k_T = k_E \underbrace{\frac{E}{E+G}}_{=w_E} + k_G(1-s)\underbrace{\frac{G}{E+G}}_{=w_G}$$

$$k_T = k_E w_E + k_G(1-s)w_G$$

$$w_E = \frac{E}{E+G}$$
$$w_G = \frac{G}{E+G}$$

Beregning av obligasjonspris

- Ordinær obligasjon (dvs. med periodevise utbetalinger)

$$P_0 = \sum_{t=1}^{T} \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^t} + \frac{M}{(1+r/n)^T} =$$
$$\frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^1} + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^2} + \ldots + \frac{Mr_k/n}{(1+r/n)^T} + \frac{M}{(1+r/n)^T}$$

- Null-kupong obligasjoner (dvs. uten periodevise utbetalinger)

$$P_0 = \frac{M}{(1+r)^T}$$

Forventningshypotesen

Som forteller oss at termin-/forwardrenten for periode t er bestemt ved

$${}_{t-1}f_t = \frac{(1 +_0 r_t)^t}{(1 +_0 r_{t-1})^{t-1}} - 1$$

- **Beregning av inflasjonsforventningene**

$${}_{t-1}f_t^R = \frac{{}_{t-1}f_t^N -_{t-1} j_t}{1 +_{t-i} j_t}$$

Tegningsrettigheter

- **Beregning av tegningsrettigheter:**

Rights-on-kursen (P_0) og emisjonskursen (P_e)

$$P_x = \frac{n}{n+m}P_0 + \frac{m}{n+m}P_e = \frac{nP_0 + mP_e}{n+m}$$

$$T_n = \left(\frac{nP_0 + mP_e}{n+m} - P_e \right) \frac{1}{1/N} = \frac{P_o - P_e}{N+1}$$

Gjeldsgrad og risiko

1. Gjeldsandel: (mellom 0 og 1)

$$G/(G+E)$$

2. Gjeldsgrad (mellom 0 og ∞)

$$G/E$$

Formelt (uten skatt, men med konkursrisiko)

- Systematisk investeringsrisiko

$$\beta_I = w_E \beta_E + w_G \beta_G$$

Hvor $w_E = \frac{E}{E+G}$ og $w_G = \frac{G}{E+G}$.

$$\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(\frac{G}{E})$$

- Uten konkursrisiko ($\beta_G = 0$)

$$\beta_E = \beta_I (1 + \frac{G}{E})$$

Miller & Modigliani (M&M)

$$k_G = \frac{r \cdot PG}{G}$$

$$k_E = \frac{E(OER)}{E}$$

$$k_T = \frac{E(OFR)}{V}$$

- **M&M-1:**

$$V = \frac{E(OFR)}{k_T} = \frac{E(OFR)}{k_U}$$

- **M&M-2:**

$$k_E = k_T + (k_T - k_G)\frac{G}{E} = k_U + (k_U - k_G)\frac{G}{E}$$

Ettledsbeskatning

Selskapsskatt og kontantstrøm

$$KE + KK = O + rPG$$
$$KE + KK = (OFRS - rPG)(1 - s) + rPG$$
$$KE + KK = (OFRS)(1 - s) + rPGs$$

Selskapsskatt og verdi

$$KE + KK = OFRS(1 - s) + rPGs$$

$$V_U = \frac{E(OFRS)(1 - s)}{k_U}$$

$$V(\text{Renteskattegevinst}) = \frac{srPG}{r} = sPG$$

$$\begin{aligned} V_M &= V_U + V(\text{Renteskattegevinst}) \\ &= V_U + sPG \\ &= \frac{E(OFRS)(1 - s)}{k_U} + sPG \end{aligned}$$

Miller og Modigliani med skatt

- **M&MSkatt-1**

$$\begin{aligned} V_M &= V_U + V(\text{Renteskattegevinst}) \\ &= \frac{(OFRS)(1 - s)}{k_U} + PGs \\ &= V_u + PGs \end{aligned}$$

- **M&MSkatt-2**

$$k_E = k_U + (k_U - k_G)(1 - s)\frac{G}{E}$$

Toleddsbeskatning

$$n^* = (1 - s_K) - (1 - s_S)(1 - s_E)$$

Kapitalverdimodellen med beskatning

Ingen skatt

1. $k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$
2. $k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)\frac{G}{E}$

Ettledsskatt

1. $k_E = r_f + \beta_E[E(r_m) - r_f]$
2. $k_G = r_f + \beta_G[E(r_m) - r_f]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G(1 - s)$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(1 - s)\frac{G}{E}$

Toleddsskatt med Miller-likevekt

1. $k_E = r_f(1 - s) + \beta_E[E(r_m) - r_f(1 - s)]$
2. $k_G = r_f(1 - s) + \beta_G[E(r_m) - r_f(1 - s)]$
3. $k_T = w_E k_E + w_G k_G(1 - s)$
4. $\beta_E = \beta_I + (\beta_I - \beta_G)(1 - s)\frac{G}{E}$

Lintner-modellen

$$DPA_t = DPA_{t-1} + a[b(OPA_t) - DPA_{t-1}]$$

Hvor både a (justeringsfaktor) og b (målsatt utdelingsforhold) kan variere mellom 0 og 1.

Opsjonens kontantstrøm ved forfall (t=T)

Kjøpsopsjon

$$K_T = \max[0, (A_T - I)]$$

Salgsopsjon

$$S_T = \max[0, (I - A_T)]$$

Opsjon, aksje og risikofritt prosjekt

Aksjer, obligasjoner, og kjøps- og salgsopsjoner kan kombineres parvis slik at den blir gitt den samme kontantstrømmen på innløsningstidspunktet.

$$A_T + S_T = B_T + K_T$$

Salg-kjøp-paritet (SKP)

- Diskret tid

Vi har at investeringsutlegget på $t = 0$ er en kjøp av en aksje, kjøp av salgsopsjon, og salg av en kjøpsopsjon. Dette må tilsvare den neddiskonterte verdien av den risikofrie kontantstrømmen ved forfall

$$A_0 + S_0 - K_0 = \frac{I}{1 + r_f}$$

Omskrevet gir dette oss salg-kjøp-paritet (SKP)

$$K_0 - S_0 = A_0 - \frac{I}{1 + r_f}$$

- Kontinuerlig forrentning

I opsjonssammenheng er det vanlig å operer med *kontinuerlig tid*. For eks. kan en tre-måneders periode deles inn i uendelige mange underperioder. Den kontinuerlige diskonteringsrenten vil da være gitt ved $e^{-i_f \cdot T}$

$$K_0 - S_0 = A_0 - Ie^{-i_f \cdot T}$$

Bestemmelse av sikringsverdi før forfall

$$\theta A_0 - mK_\theta = nA_0 - mK_n$$

Løser vi denne for m får vi *sikringsforholdet* (det antall kjøpsopsjoner som må skrives/selges pr. aksje for at porteføljen av aksjer og opsjoner skal være risikofri:

$$m = \frac{A_0(\theta - n)}{K_\theta - K_n}$$

Bestemmelse av opsjonsverdi før forfall

$$K_0 = \frac{1}{1 + r_f}[qK_\theta + (1 - q)K_n]$$

Hvor de to *sikringssannsynlighetene* (risikojusert sannsynligheter) for q og $1 - q$ er definert som

$$q = \frac{1 + r_f - n}{\theta - n} \text{ og } (1 - q) = \frac{\theta - 1 - r_f}{\theta - n}$$

Black-Scholes-modellen

$$K_0 = A_0 N(d_1) - Ie^{-i_f T} N(d_2)$$

- $N(d_1)$ har tolkning som antall kroner opsjonsverdien endrer seg med når aksjeprisen endres med en krone
- $N(d_2)$ har tolkning som sannsynligheten for at opsjonen er “in-the-money” ved forfall (dvs. $A_T \geq I$)

Vi har videre at

$$d_1 = \frac{ln(\frac{A_0}{I}) + i_f T}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

mens sikringsforholdet er bestemt av $m = \frac{1}{N(d_1)}$